

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO  
MESTRADO E DOUTORADO**

**FÁTIMA APARECIDA QUEIROZ DIONIZIO**

**CONHECIMENTOS DOCENTES: UMA ANÁLISE DOS DISCURSOS DE  
PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**

**PONTA GROSSA  
2013**

**FÁTIMA APARECIDA QUEIROZ DIONIZIO**

**CONHECIMENTOS DOCENTES: UMA ANÁLISE DOS DISCURSOS DE  
PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa, na linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

**Orientadora: Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Célia Finck Brandt**

**PONTA GROSSA  
2013**

**Ficha Catalográfica**  
**Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação BICEN/UEPG**

D592           Dionizio, Fátima Aparecida Queiroz  
                  Conhecimentos docentes: uma análise dos  
                  discursos de professores que ensinam  
                  Matemática/ Fátima Aparecida Queiroz  
                  Dionizio. Ponta Grossa, 2013.  
                  113f.

                  Dissertação (Mestrado em Educação -  
                  Área de Concentração: Educação),  
                  Universidade Estadual de Ponta Grossa.

                  Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Célia Finck  
                  Brandt.

                  1. Conhecimentos docentes. 2. Funções  
                  discursivas segundo Raymond Duval.  
                  3. Trigonometria. I. Brandt, Célia Finck.  
                  II. Universidade Estadual de Ponta Grossa.  
                  Mestrado em Educação. III. T.

CDD: 516.24

## TERMO DE APROVAÇÃO

FÁTIMA APARECIDA QUEIROZ DIONIZIO

### CONHECIMENTOS DOCENTES: UMA ANÁLISE DOS DISCURSOS DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA.

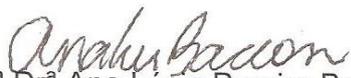
Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Educação, Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Orientadora

  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Célia Finck Brandt  
UEPG

  
Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti  
UFSC

  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Mary Ângela Teixeira Brandalise  
UEPG

  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ana Lúcia Pereira Baccon  
UEPG

Ponta Grossa, 26 de março de 2013.

*Para meus pais Geraldo e Nair, que me ofereceram muito mais do que as melhores condições de estudo: ensinaram-me como eu conseguiria alcançar esse objetivo com meus próprios esforços.*

*Para Valdinei, que me dedicou todo o apoio na realização desse trabalho e tem sido minha melhor companhia.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelos dons concedidos, pela coragem para seguir em frente nos momentos de dúvidas e incertezas e pela realização de mais uma conquista.

À professora Célia Finck Brandt pela contribuição com seus conhecimentos e preciosas sugestões na orientação deste trabalho. Agradeço pelo incentivo e por sua amizade. Obrigada!

Ao professor Méricles Thadeu Moretti, à professora Mary Ângela Teixeira Brandalise e à professora Ana Lúcia Pereira Baccon, pelas importantes contribuições para a conclusão deste trabalho.

Aos professores do PPGE/UEPG, que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão desta pesquisa.

A todos os professores que dedicaram parte de seu tempo para responder ao instrumento de coleta de informações e contribuir com a realização dessa pesquisa.

Aos colegas do Mestrado e do Curso de Pedagogia pelo incentivo nos estudos e pela companhia nas horas de lazer que fazem com esses anos de estudo sejam lembrados com muito carinho.

A CAPES pela concessão da bolsa de estudos.

Aos meus irmãos Ricardo e Henrique, as minhas cunhadas Vânia e Anice e aos meus sobrinhos e afilhados Gabriel e Miguel, pela companhia, apoio e incentivo.

Aos meus amados pais Geraldo e Nair por acreditarem em mim, por me incentivarem nas minhas escolhas e por me ensinarem a seguir sempre o meu coração e a fazer o meu melhor em todas as situações. As minhas conquistas serão sempre suas. Obrigada!

E um agradecimento muito especial ao meu amado marido Valdinei, que esteve sempre ao meu lado, fazendo companhia em todos os momentos, me auxiliando, incentivando e apoiando na realização de minhas escolhas, com paciência, carinho e amor. Obrigada!

DIONIZIO, Fátima Aparecida Queiroz. **Conhecimentos docentes:** uma análise dos discursos de professores que ensinam matemática. 2013. 113f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013.

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise dos conhecimentos pedagógicos, curricular e de conteúdo de professores de matemática da Educação Básica, do município de Ponta Grossa/PR, sobre Trigonometria. Os dados empíricos foram obtidos por meio da aplicação de um instrumento contendo diferentes tipos de erros cometidos pelos alunos em atividades de Trigonometria, para a análise e apontamento de possíveis intervenções pedagógicas pelos professores e também respostas a conceitos de Trigonometria. Esses dados foram analisados tendo por subsídios teóricos as contribuições de Shulman (1986, 2001) e as funções e operações discursivas apresentadas na teoria dos Registros de Representação Semiótica segundo Raymond Duval (2004, 2009, 2011). O problema de pesquisa que se buscou responder foi: Como se caracterizam os conhecimentos sobre Trigonometria e qual a natureza dos conhecimentos relativos a questões sobre a aprendizagem e o ensino de Trigonometria apresentados por professores de matemática que atuam na Educação Básica? A partir disso os objetivos da pesquisa foram: caracterizar os conhecimentos sobre Trigonometria apresentados por professores de matemática que atuam na Educação Básica e; desvelar a natureza desses conhecimentos dos professores de matemática em relação a questões sobre o ensino e a aprendizagem da Trigonometria. Para a realização da pesquisa foi adotada a abordagem qualitativa, de cunho descritivo e explicativo, com os procedimentos metodológicos de análise sustentados pela análise de conteúdo de Bardin (2009). A organização dos dados contou com o auxílio do software Atlas.ti por meio do qual foram elencados o conhecimento de conteúdo da matéria, o conhecimento pedagógico de conteúdo e o conhecimento curricular e as funções de expansão dos discursos propostas por Duval (2004), para posterior análise. Os resultados dessa pesquisa indicam que os conhecimentos docentes que se sobressaíram foram os conhecimentos de conteúdo da matéria a ser ensinada. Esses resultados apontam para a necessidade de um olhar mais atento pelos professores sobre os demais saberes necessários à prática educativa e que parecem não estarem sendo postos em prática.

**Palavras - chave:** Conhecimentos docentes. Funções discursivas segundo Raymond Duval. Trigonometria.

## ABSTRACT

This study presents an analysis of pedagogical, curricular and content knowledge that teachers of mathematics in basic education, in Ponta Grossa/PR have on Trigonometry. Empirical data was obtained with the use of a tool containing different kinds of errors made by students in Trigonometry exercises to be analyzed and point out possible intervention by the teachers as well as to present responses to Trigonometry concepts. This data was analyzed based on Shulman's (1986,2001) theoretical contributions and on the functions and discursive operations according to the Register of Semiotic Representation theory by Raymond Duval (2004, 2009, 2011). The research question was: How is knowledge about Trigonometry characterized and what is the nature of the knowledge related to learning issues and Trigonometry teaching presented by mathematics teachers who work in basic education? And the objectives of the study were: to characterize the knowledge of Trigonometry of mathematics teachers working in basic education and; to reveal the nature of mathematics teachers' knowledge in relation to Trigonometry learning and teaching issues. The research had a qualitative approach, with descriptive and elucidative characteristics, and the analysis methodological procedures were assisted by Bardin's (2009) content analysis. The organization of data was carried out with the aid of the software Atlas.ti, through which the subject content knowledge, the pedagogical knowledge of content, and the curricular knowledge were gathered within the discourse expansion function proposed by Duval (2004) for later analysis. The results of this study indicate that teachers' knowledge that was more evident was the knowledge of the subject content. These results point to the need for teachers to be more attentive to other aspects of knowledge also necessary to their education practice and which seem to have been disregarded.

**Key-words:** Teachers' knowledge. Discursive functions according to Raymond Duval. Trigonometry.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Esquema de organização da Dissertação.....	17
Figura 2 –	Esquema das funções meta-discursivas e funções discursivas Segundo Raymond Duval (2004).....	32
Figura 3 –	As quatro formas de expansão discursiva de uma expressão segundo Duval (2004) .....	36
Figura 4 –	Erro por utilizar a relação trigonométrica errada.....	40
Figura 5 –	Erro de matemática básica.....	40
Figura 6 –	Erro por utilização de relações matemáticas inválidas.....	41
Figura 7 –	Estrutura triádica e diádica da significância.....	41
Figura 8 –	Exemplo de categorização com auxílio do Atlas.ti 6.2.....	53
Figura 9 –	Respostas dos professores QPM para a Questão 1.....	57
Figura 10 –	Respostas dos professores PSS para a questão 1.....	59
Figura 11 –	Respostas dos professores QPM para a Questão 2.....	60
Figura 12 –	Respostas dos professores PSS para a questão 2.....	62
Figura 13 –	Respostas dos professores QPM para a questão 3.....	63
Figura 14 –	Respostas dos professores PSS para a questão 3.....	65
Figura 15 –	Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “a”, situação 1.....	67
Figura 16 –	Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “a”, situação 1.....	69
Figura 17 –	Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “a”, situação 2.....	70
Figura 18 –	Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “a”, situação 2.....	71
Figura 19 –	Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “a”, situação 3.....	72
Figura 20 –	Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “a”, situação 3.....	73
Figura 21 –	Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “b”, situação 1.....	74
Figura 22 –	Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “b”, situação 1.....	76
Figura 23 –	Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “b”, situação 2.....	77

Figura 24 – Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “b”, situação 2.....	78
Figura 25 – Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “b”, situação 3.....	79
Figura 26 – Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “b”, situação 3.....	80
Figura 27 – Respostas dos professores QPM para a questão 5.....	81
Figura 28 – Respostas dos professores PSS para a questão 5.....	83
Figura 29 – Respostas dos professores QPM para a questão 6.....	84
Figura 30 – Respostas dos professores PSS para a questão 6.....	85
Figura 31 – Respostas dos professores QPM para a questão 7.....	86
Figura 32 – Respostas dos professores PSS para a questão 7.....	87

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Conhecimento Profissional do Professor.....	27
Quadro 2 –	Questão referente à Trigonometria no triângulo retângulo.....	39
Quadro 3 –	Perfil dos participantes da pesquisa.....	45
Quadro 4 –	Elementos constitutivos do Atlas.ti.....	48
Quadro 5 –	Organização para análise de dados empíricos.....	50
Quadro 6 –	Organização das respostas dos professores QPM para análise dos dados empíricos.....	54
Quadro 7 –	Organização das respostas dos professores PSS para análise dos dados empíricos.....	55
Quadro 8 –	Organização da questão 4.....	66
Quadro 9 –	Instrumento para interpretação inferencial dos dados.....	89
Quadro 10 –	Instrumento para caracterização dos conhecimentos docentes dos professores.....	90
Quadro 11 –	Questões relacionadas aos eixos norteadores da interpretação inferencial.	90
Quadro 12 –	Caracterização dos conhecimentos docentes do professor A1.....	91
Quadro 13 –	Caracterização dos conhecimentos docentes do professor C6.....	93
Quadro 14 –	Caracterização dos conhecimentos docentes do professor F11.....	95
Quadro 15 –	Caracterização dos conhecimentos docentes do professor F13.....	97
Quadro 16 –	Caracterização dos conhecimentos docentes do professor G14.....	98
Quadro 17 –	Caracterização dos conhecimentos docentes do professor F18.....	99

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO 1 - SUBSÍDIOS TEÓRICOS E REVISÃO DE LITERATURA .....</b>	<b>18</b>
1.1 CONHECIMENTOS DOCENTES .....	18
1.1.1 Categorias de conhecimentos para o desenvolvimento cognitivo do professor .....	20
1.2 REVISÃO DE LITERATURA .....	23
1.2.1 Pesquisas correlatas sobre o ensino e a aprendizagem da Trigonometria .....	23
1.2.2 Pesquisas sobre conhecimentos docentes de professores que ensinam matemática .....	26
1.3 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE RAYMOND DUVAL PARA A ANÁLISE DOS DISCURSOS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....	30
<b>CAPÍTULO 2 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DE COLETA E ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS .....</b>	<b>38</b>
2.1 TIPO DE PESQUISA, INSTRUMENTO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS PARA COLETA E ANÁLISE DE DADOS .....	38
2.1.1 Procedimentos de coleta de dados: o instrumento.....	39
2.1.2 Procedimentos de coleta de dados: obtenção dos dados empíricos.....	43
2.1.3 Caracterização dos sujeitos da pesquisa .....	44
2.2.1 Pré-análise: descrição dos procedimentos metodológicos para organização dos dados ..	47
2.2.3 Interpretação inferencial: organização da prática educativa, erro dos alunos e conhecimento de conteúdo .....	89
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>101</b>
<b>APÊNDICE – INSTRUMENTO DE COLETA DE INFORMAÇÕES: CONHECIMENTOS DOCENTES SOBRE TRIGONOMETRIA .....</b>	<b>110</b>

## INTRODUÇÃO

A Trigonometria é um ramo muito antigo da matemática, datando suas primeiras manifestações no século VI a. C., e nas escolas é trabalhada por um longo período, iniciando-se no último ano do Ensino Fundamental e percorrendo todo o Ensino Médio, o que expressa à importância que lhe é atribuída para a formação dos alunos.

A palavra Trigonometria vem do grego tri – três, gono – ângulos e metria – medida, e trata-se de um ramo da matemática que estuda as relações entre os lados e os ângulos de um triângulo (GUELLI,1999). É importante lembrar que as primeiras manifestações da Trigonometria começaram pela necessidade de calcular a altura das pirâmides, a largura dos rios, a altura das montanhas, e pelas observações astronômicas e a problemas ligados a essas observações, tais como a determinação da relação da distância entre terra e a lua e terra e o sol, a determinação do tamanho da terra, da lua e do sol. Para isso, os matemáticos da Antiguidade se baseavam nos conceitos de razão entre dois números e triângulos semelhantes.

O principal motivo para o estudo de relações entre ângulos e cordas<sup>1</sup> na antiguidade, se deu pela necessidade de uma ferramenta de apoio a Astronomia.

Cada vez mais os astrônomos da Idade Alexandrina – notadamente Eratóstenes de Cirene (por volta de 276-194 a.C.) e Aristarco de Samos (por volta de 310-230 a.C.) tratavam problemas que indicavam a necessidade de relações mais sistematizadas entre ângulos e cordas (BOYER, 1996, p. 108).

Essas relações podem ser estabelecidas por meio da semelhança de triângulos. De acordo com Guelli (1999), a semelhança entre dois triângulos era a principal ferramenta utilizada para calcular grandes distâncias, nas antigas civilizações. É preciso considerar que o conceito de razão na matemática é utilizado para expressar a relação entre dois números e triângulos semelhantes são figuras geométricas que têm exatamente a mesma forma, mas não necessariamente o mesmo tamanho, ou seja, quando os lados dos dois triângulos são proporcionais (seguem uma mesma razão) e os ângulos são congruentes.

Apesar da Trigonometria não ter sido obra de um só homem, conforme alerta Boyer (1996), o astrônomo Hiparco de Nicéia ganhou o direito de ser chamado "o pai da Trigonometria" por certo período, por ter se ocupado da construção do que deve ter sido a primeira tabela trigonométrica. Evidentemente, Hiparco fez esses cálculos para usá-los em seus estudos de Astronomia. Ele foi uma figura de transição entre a astronomia babilônica e a

---

<sup>1</sup> De acordo com Guelli (1999, p. 54) “numa circunferência, a distância entre dois pontos quaisquer A e B é chamada de corda”.

obra de Ptolomeu. Hiparco também parece ser o responsável pelo uso do círculo de 360°, pois:

[...] não se sabe bem quando penetrou na matemática o uso sistemático do círculo de 360°, mas parece dever-se em grande parte a Hiparco através de sua tabela de cordas. É possível que ele tenha tomado de Hipsicles, que anteriormente tinha dividido o dia em 360 partes, subdivisão que pode ter sido sugerida pela astronomia babilônica (BOYER, p. 111, 1996).

A mais influente e significativa obra trigonométrica da Antiguidade foi a “Síntese matemática”, escrita por Ptolomeu de Alexandria cerca de meio século depois de Menelau e que contém 13 livros. Para distingui-lo de outro grupo de tratados astronômicos, foi associado a ele o título de coleção "maior" e a de Aristarco e outros a coleção “menor”. Mais tarde na Arábia o chamaram de Almajesto, e a partir de então a obra é conhecida por esse nome (BOYER, 1996). Durante seis séculos, o “Almajesto”, representou a mais importante fonte de consulta para os astrônomos, de acordo com Guelli (1999), e apenas no século VIII é que os cientistas voltariam a sua atenção para as obras dos hindus.

O conjunto de textos matemáticos denominados “Siddhanta” começou a surgir na Índia no final do século IV e significava “sistemas de astronomia”. Esses textos apresentaram uma revolução para a história da Trigonometria (GUELLI, 1999). É com esta obra que surgiram as noções mais próximas das relações trigonométricas conhecidas atualmente. Guelli (1999, p. 56) ressalta que “[...] os matemáticos hindus apresentavam uma Trigonometria baseada na relação entre a *metade da corda* e a *metade do ângulo central*” [grifos do autor]. Os hindus chamavam a meia corda com a qual trabalhavam de “jiva” e foram buscar um triângulo retângulo no interior do círculo. Eles construíram uma tabela trigonométrica a partir do cálculo da meia corda para “os valores da metade dos ângulos centrais correspondente, em intervalos iguais de 3,75°, até 90°” (GUELLI, 1999, p.57).

Guelli (1999) coloca que a dúvida entre a utilização do “Almajesto” e a Trigonometria de Jiva por parte dos árabes teve um fim entre os anos 850 e 929, em que o matemático árabe “Al-Battani” adotou a Trigonometria hindu, mas com uma inovação “o círculo de raio unitário”. O autor continua explicando que, nas tabelas trigonométricas elaboradas a partir desse árabe, “o valor da corda correspondente a  $\frac{a}{2}$  podia ser interpretado como a seguinte razão:  $\frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \text{jiva}$ ” (GUELLI, 1999, p. 57). A razão representada por “jiva”, que significa meia corda, corresponde à razão que hoje é conhecida como “seno”. Foi a partir da razão seno que surgiram as outras razões trigonométricas, como o cosseno, a tangente, a cotangente, etc.

Como é possível perceber, trata-se de um conhecimento que foi desenvolvido durante um longo período a partir da necessidade dos povos em realizarem os cálculos com maior precisão.

Muitos outros fatos foram importantes para o desenvolvimento da Trigonometria, mas nosso objetivo aqui é apenas suscitar algumas questões que nos levem a refletir sobre seu início como ferramenta da astronomia e a partir do século XVI, o seu reconhecimento como ciência e como objeto de estudo dentro da matemática, que passou a ser utilizada e se tornou de grande importância em diversas áreas.

Por meio da Trigonometria torna-se possível o cálculo de distâncias inacessíveis e a descoberta e construção de modelos relativos a fenômenos periódicos, o que, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 1999) – são conhecimentos necessários a todos os alunos que saem da Educação Básica, indiferente de seguirem ou não a carreira das ciências exatas.

Nos PCNEM (BRASIL, 1999), o conteúdo de Trigonometria é entendido como um tema que exemplifica a relação da aprendizagem de matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências, mas isso desde que:

[...] seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos (BRASIL, 1999, p. 44).

Os PCNEM sugerem que a Trigonometria seja ensinada concomitantemente com outras áreas considerando os pressupostos da interdisciplinaridade e da contextualização, os quais são entendidos como o “potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência” (BRASIL, 1999, p. 43).

Nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais<sup>2</sup> – PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2005) – é possível verificar a importância dada ao trabalho com os diferentes tipos de representações. O documento aponta a necessidade da

---

<sup>2</sup> Trata-se de um documento que busca complementar e detalhar as orientações educacionais presentes nos PCN (BRASIL, 1999).

utilização correta e adequada das representações para desenvolver textos em que a matemática terá o papel de ferramenta para descrever de forma clara e precisa o fenômeno que está sendo observado. Também é importante observar o tratamento dado à linguagem matemática e sua articulação com a língua materna.

A “Representação e Comunicação” é uma competência apontada pelos PCN+ (BRASIL, 2005) como uma das metas a serem perseguidas para a escolaridade básica, que envolve a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características da matemática. No documento existe uma preocupação de colocar em evidência as possibilidades de articulação entre os conhecimentos matemáticos que devem ser trabalhados no Ensino Médio, com outras áreas de conhecimento.

Em relação à aprendizagem da Trigonometria na Educação Básica, esta é apontada como um desafio por muitos autores que se dedicam ao assunto (LINDEGGER, 2000; SILVA, 2005; SILVA, 2007). Os alunos apresentam dificuldade em compreender conceitos básicos da Trigonometria e principalmente em resolver problemas ou aplicar esses conhecimentos a situações que não sejam as de salas de aula. Isto é inquietante por se tratar de um longo período disponibilizado para um ensino que aparentemente não está atingindo seu objetivo final que é aprendizagem dos conceitos trigonométricos, pelos alunos.

Se essa questão for considerada pelo olhar do ensino, a dificuldade pode estar relacionada aos conhecimentos dos professores envolvidos neste processo. Isto porque os conhecimentos docentes são entendidos como norteadores da prática dos professores permitindo um ensino que favoreça, ou não, a aprendizagem dos alunos.

Para uma melhor compreensão dos aspectos que estão envolvidos nos conhecimentos docentes, foi necessário dedicar parte da pesquisa ao entendimento dos discursos mobilizados pelos professores. Isso se deve a necessidade de apontar a forma como eles compreendem os motivos pelos quais os alunos erram ao fazerem atividades de Trigonometria e, também para explicar os conceitos de Trigonometria que esses professores possuem e que são essenciais para essa compreensão.

No entanto, para a compreensão desses discursos foi necessária a contribuição de teorias que se voltam para a análise do discurso. Por essa razão foi utilizada a teoria de Representações Semióticas de Raymond Duval (2004) no que diz respeito às funções do discurso: referencial, apofântica, de expansão discursiva e de reflexividade discursiva. Cada uma dessas funções compreende operações discursivas que podem ser de natureza descritiva, narrativa, explicativa e de raciocinamento, dessa forma, pode desvelar os conhecimentos docentes dos professores para o desenvolvimento de práticas pedagógicas para o trabalho com

a Trigonometria em sala de aula presentes nesses discursos. Esses conhecimentos podem ser analisados segundo categorias de conhecimentos propostas por Shulman (1986): conhecimento de conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular.

A escolha do trabalho com a Trigonometria foi motivada por uma pesquisa iniciada em um Curso de Especialização em Educação Matemática, voltada para a identificação da natureza das dificuldades dos alunos na aprendizagem da Trigonometria. Nesse trabalho foi possível constatar a dificuldade dos alunos em trabalhar com registros de representação de objetos trigonométricos, oriunda da falta de conceitualização e, também, em atribuir significados a sistemas de medidas. Alguns dados empíricos, obtidos por meio dos instrumentos de coleta de dados, foram utilizados para compor o instrumento de coleta de informações referente aos conhecimentos docentes dos professores, no que diz respeito à Trigonometria. Esses dados empíricos apresentavam erros cometidos pelos alunos em atividades propostas, presentes no instrumento de coleta de dados acima referido. No instrumento da presente pesquisa os professores deveriam identificar o tipo de erro cometido e apontar os encaminhamentos pedagógicos para superação de tal dificuldade. Mais adiante estaremos especificando o instrumento de coleta de dados.

A trajetória percorrida instigou a buscar respostas para o seguinte problema: Como se caracterizam os conhecimentos sobre Trigonometria e qual a natureza dos conhecimentos relativos a questões sobre a aprendizagem e o ensino de Trigonometria apresentados por professores de matemática que atuam na Educação Básica?

Diante desse questionamento foram delineados os seguintes objetivos de pesquisa: caracterizar os conhecimentos sobre Trigonometria apresentados por professores de matemática que atuam na Educação Básica; desvelar a natureza dos conhecimentos de professores de matemática em relação a questões sobre o ensino e a aprendizagem da Trigonometria.

A pesquisa realizada, de abordagem qualitativa e de cunho descritivo e explicativo, procedeu à análise dos dados sustentada pela Análise de Conteúdo de Laurence Bardin (2009) e, coletou os dados por meio da aplicação de um instrumento que contemplou respostas erradas de alunos do Ensino Médio em atividades de Trigonometria, conforme já citado anteriormente, questões relativas ao processo de ensino da Trigonometria e questões específicas sobre Trigonometria. O instrumento foi aplicado para um grupo de 20 professores de matemática que atuam na Educação Básica. A partir das respostas dos professores às questões presentes no instrumento foi possível recolher informações sobre seus conhecimentos docentes em relação à Trigonometria e aos processos de ensino e

aprendizagem. Para a organização desses dados contou-se com as ferramentas disponibilizadas no software Atlas.ti.

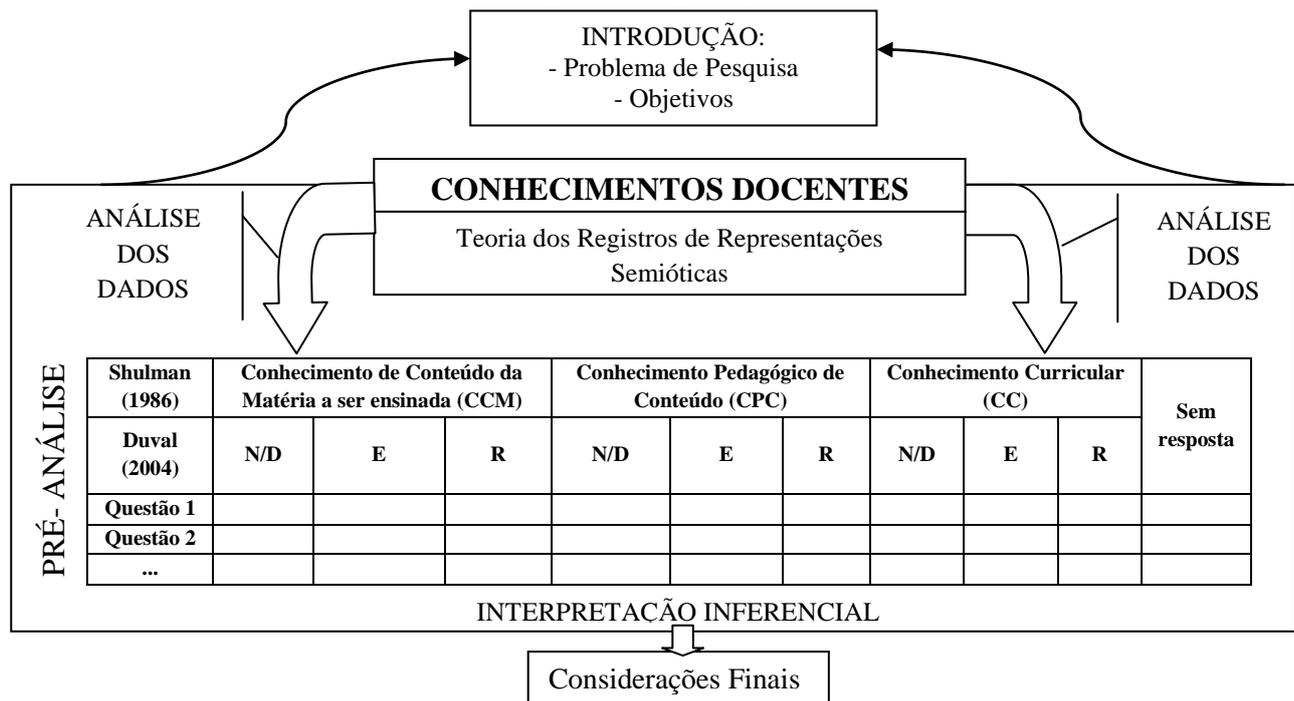
Para apresentação do trabalho como um todo organizou-se dois capítulos e as considerações finais. O primeiro capítulo contempla algumas discussões a respeito dos conhecimentos docentes de acordo com Shulman (1986, 2001) e na sequência são apresentadas algumas pesquisas relacionadas ao tema dessa investigação. O capítulo também apresenta pontos importantes da teoria dos Registros de Representação Semiótica relativos ao discurso, suas funções e operações cognitivas caracterizando os subsídios teóricos utilizados para analisar os dados.

O segundo capítulo é dedicado aos procedimentos metodológicos de coleta e análise dos dados, no qual está descrito o instrumento utilizado para a realização dessa pesquisa, a população escolhida, as formas de organização e análise dos dados. Neste capítulo os dados empíricos são apresentados e agrupados segundo categorias relativas às operações do discurso de Duval (2004) contempladas na função de expansão discursiva e dos diferentes tipos de conhecimentos apontados por Shulman (1986).

As contribuições da compreensão sobre a relação entre os diferentes conhecimentos docentes para o ensino e a aprendizagem da Trigonometria podem apontar caminhos que minimizem as dificuldades encontradas nesse processo e favoreçam a compreensão dos conteúdos de Trigonometria pelos alunos. A aprendizagem é algo bastante complexo e não está dissociada do ensino, que no caso, compete ao professor. Compreender os conhecimentos a respeito de determinado conteúdo por parte dos professores, pode favorecer para entendermos as dificuldades existentes no processo de ensino e aprendizagem da Trigonometria.

Com o intuito de facilitar a compreensão desse trabalho, esquematizou-se em uma figura (Figura 1) a organização dessa dissertação para evidenciar a relação existente entre as diferentes partes que a compõem.

Figura 1 – Esquema de organização da Dissertação



Fonte: A autora.

A pré-análise é a primeira etapa da Análise de Conteúdo de Laurence Bardin (2009), está presente no interior do quadro e corresponde à organização dos dados e a escolha das teorias para subsidiar as análises. As letras contidas no quadro representam as operações discursivas apontadas por Duval (2004), que para essa pesquisa serão consideradas as de natureza descritiva e narrativa (N/D) como única categoria, embora sejam formas distintas de expansão do discurso como será explicitado mais adiante, e também as explicativas (E) e as de raciocinamento (R). A segunda etapa de Bardin (2009) é a descrição analítica e está compreendida na análise dos dados com a contribuição da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e dos conhecimentos docentes de Shulman (1986). A parte externa do quadro, na qual se apresenta a introdução contém o problema e os objetivos dessa pesquisa, e será retomada após as análises dos dados empíricos (interpretação inferencial), para a composição das considerações finais, que é parte final do quadro.

## CAPÍTULO 1

### SUBSÍDIOS TEÓRICOS E REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo é dedicado à apresentação dos subsídios teóricos que fundamentam essa pesquisa e da revisão de literatura. Serão abordados os conhecimentos docentes com fundamentação em Shulman (1986, 2001) e também os principais aspectos da teoria, segundo Raymond Duval (2009) e sua contribuição para a análise do discurso de professores que ensinam matemática.

#### 1.1 CONHECIMENTOS DOCENTES

De acordo com Almeida e Biajone (2005), no final dos anos de 1980, houve um movimento reformista nos Estados Unidos e Canadá com o objetivo de reivindicar um status profissional para os profissionais da educação. Os envolvidos nessa reforma, de acordo com os autores, acreditavam na existência de uma base de conhecimentos para o ensino, por meio da qual seria possível estruturar a educação do professor e instituir as práticas de formação. Dentre a diversidade conceitual e metodológica das pesquisas que se inserem nesse contexto, conforme apontam Almeida e Biajone (2005), destacamos os trabalhos de Shulman (2001) que tem contribuído para o fortalecimento do campo educacional dos conhecimentos docentes e “como pesquisador do programa *Knowledge Base*<sup>3</sup>, tem sido referência para as reformas educativas, não somente norte-americanas, mas também estrangeiras, dada a influência de seus trabalhos nas pesquisas e nas políticas de outros países” (ALMEIDA E BIAJONE, p. 6, 2005, grifo dos autores).

Shulman (2001, p.168) entende a base de conhecimentos para o ensino como “um conjunto codificado ou codificável de conhecimentos, habilidades, compreensão e tecnologia, de ética e disposição, de responsabilidade coletiva” (tradução nossa). O autor busca entender como se acumulam os conhecimentos pedagógicos e da matéria na mente de jovens que se tornam professores. Ele coloca que, por meio dessa questão, se revela e se destaca o complexo corpo de conhecimentos e habilidades necessários para desempenhar com eficácia o ensino (SHULMAN, 2001).

---

<sup>3</sup> A *Knowledge base* (base de conhecimentos), de acordo com Shulman (1987) citada por Almeida e Biajone (2005), é entendida como o corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições de que um professor necessita para atuar efetivamente numa dada situação de ensino.

Ao observar professores experientes em sua prática de ensino, Shulman (2001) constata que é preciso dar maior atenção aos tipos de conhecimentos e habilidades necessários para o ensino de matérias mais exigentes. Ao centrar-se no ensino de temas específicos, o autor observa que é possível entender a forma com determinados conhecimentos de uma matéria e as estratégias pedagógicas que interagem na mente dos professores.

Referindo-se aos estudiosos responsáveis pela formulação de políticas, Shulman (2001) coloca que nesse momento de busca de princípios gerais para um ensino efetivo, não eram considerados aspectos críticos do ensino, como a disciplina ensinada, o contexto das salas de aula, a característica física e psicológica dos alunos e o alcance dos objetivos que não são avaliados facilmente. Além disso, o autor relata que em muitos casos de pesquisa para a formulação dessas políticas, não se considerava importante que o pesquisador conhecesse a fundo a matéria que os professores observados estavam ensinando (SHULMAN, 2001). Essas e outras questões fizeram com que as estratégias e políticas fossem inaceitáveis para avaliação dos professores.

Tendo em vista essas questões, Shulman (2001) entende que existe uma base elaborada de conhecimentos para o ensino. O autor afirma que o professor pode transformar a compreensão dos alunos sobre algo que eles não conhecem, e também suas atitudes e representações por meio de ações pedagógicas. E continua afirmando que no ensino:

[...] se trata de formas de expressar, expor, exemplificar ou representar de outra maneira as ideias, de forma que os que não sabem possam chegar a saber, os que não entendem possam compreender e discernir, e os inexperientes possam converter-se em experientes. Assim, o processo de ensino se inicia, necessariamente, em uma circunstância em que o professor compreende aquilo que tem para aprender e como se deve ensiná-lo [...] (SHULMAN, 2001, p.173 – tradução nossa).

A partir dessas diferentes formas de ensino e pela compreensão do professor sobre esse processo, o ensino passa a ser compreendido de uma nova forma pelo professor e pelos alunos (SHULMAN, 2001).

Shulman (2001) também elenca quatro fontes principais da base de conhecimentos para o ensino que são:

- 1) formação acadêmica na disciplina a ensinar;
- 2) os materiais e o entorno do processo educativo institucionalizado (por exemplo, os currículos, os livros, a organização escolar e o financiamento, e a estrutura da profissão docente);
- 3) a investigação sobre a escolarização, as organizações sociais, a aprendizagem, o ensino e o desenvolvimento dos seres humanos e os demais fenômenos socioculturais que influenciam o fazer dos professores;
- 4) os saberes da própria prática (SHULMAN, 2001, p. 175 - tradução nossa).

Em relação à primeira fonte (formação acadêmica), podemos destacar o que ele coloca sobre o professor a responsabilidade em relação ao conhecimento dos conteúdos a serem ensinados. E considerando a diversidade de alunos que se encontram nas salas de aula, o autor alerta sobre a necessidade de o professor ter uma compreensão flexível e adequada para explicar de diferentes formas os mesmos conceitos e princípios.

No que se refere à segunda fonte da base de conhecimentos (estruturas e materiais didáticos), é interessante destacar a afirmação do autor de que o professor precisa estar familiarizado com os materiais, instituições, organizações e mecanismos. Isto porque Shulman (2001) considera que esses aspectos constituem as ferramentas do ofício e as circunstâncias contextuais que poderão facilitar ou inibir as iniciativas de ensino.

Na terceira fonte (estudos acadêmicos sobre educação), Shulman (2001) aponta os aspectos normativos e teóricos dos conhecimentos acadêmicos como os mais importantes nessa fonte. Ele afirma que são necessários exaustivos estudos sobre as conclusões das pesquisas sobre esse campo. Também alerta que há pesquisas de diferentes naturezas sobre a profissão docente e que precisam ser mais bem compreendidas.

Na quarta fonte de conhecimentos (saberes adquiridos com a prática) o autor coloca que são muito amplos os saberes adquiridos com a prática, mas que muitos professores nunca pensaram em sistematizar esses conhecimentos (SHULMAN, 2001). Ele também coloca que ao conhecer mais sobre a docência podem surgir novas categorias de desempenho e compreensão sobre os professores e que, sendo assim, serão necessários redefinir outros âmbitos.

### 1.1.1 Categorias de conhecimentos para o desenvolvimento cognitivo do professor

Referindo-se aos processos de raciocínio e ação pedagógicos, Shulman (2001) concebe o ensino como um ato iniciado pela razão, sendo continuado por um processo de raciocínio, e que culmina com a ação de conferir, provocando, envolvendo ou seduzindo até chegar às reflexões sobre o objeto, a partir do qual o processo pode reiniciar-se. Ele ainda coloca que para raciocinar bem, é preciso tanto um processo de reflexão sobre o que se está fazendo, quanto ter uma adequada base de dados, princípios e experiências, isto porque os professores precisam “aprender a usar sua base de conhecimentos para fundamentar suas decisões e iniciativas” (SHULMAN, 2001, p. 182 – tradução nossa).

Shulman (2001) também esboça algumas categorias de conhecimentos que são subjacentes à compreensão que o professor precisa ter para que os alunos possam entender. O

autor considera que se fosse necessário organizar um manual, ou algo parecido, para organizar os conhecimentos dos professores, este deveria incluir, no mínimo:

- conhecimento do conteúdo a ser ensinado;
- conhecimentos pedagógicos gerais, tendo em conta especialmente àqueles princípios e estratégias gerais de manuseio e organização da classe que transcendem o âmbito da disciplina.
- conhecimento do currículo, com um especial domínio dos materiais e programas que servem como “ferramentas para o trabalho” do docente;
- conhecimento pedagógico do conteúdo: um amálgama entre a matéria e a pedagogia que constitui uma esfera exclusiva dos professores, sua própria forma especial de compreensão profissional;
- conhecimento dos educandos e de suas características;
- conhecimento dos contextos educacionais, que envolvem desde o funcionamento do grupo ou da turma, ou a gestão e o financiamento das instituições escolares, até as características da comunidade escolar;
- conhecimento dos objetivos, das finalidades e dos valores educacionais, e de seus fundamentos filosóficos e históricos (SHULMAN, 2001, p. 174-175 - tradução nossa).

Dentre essas categorias, Shulman (2001, p. 175) coloca que o conhecimento pedagógico dos conteúdos adquire um interesse particular porque identifica a bagagem distintiva de conhecimentos para o ensino. Além disso, representa uma mistura “entre o conteúdo e a pedagogia pela qual se chega a uma compreensão de como determinados temas e problemas organizam-se, representam-se e adaptam-se aos diversos interesses e capacidades dos alunos, e expõem-se para seu ensino” (tradução nossa). Ele continua, afirmando que o conhecimento pedagógico do conteúdo “é a categoria que com maior probabilidade permite distinguir entre a compreensão do especialista em uma área do saber e a compreensão do pedagogo” (SHULMAN, 2001, p. 175 - tradução nossa). O especialista em uma área do saber, no caso da matemática, pode ser entendido como o profissional dedicado a produzir ou a trabalhar com a matemática em si mesma, como é o caso dos matemáticos puros e aplicados. O pedagogo estaria relacionado ao profissional que não se dedica a produzir conhecimentos na área da matemática especificamente, mas que precisa ter domínio sobre esse conhecimento produzido e precisa encontrar caminhos para que o conhecimento científico seja transformado em conhecimento escolar e possa ser compreendido pelos alunos.

Em um de seus trabalhos datados de 1986, de acordo com Almeida e Biajone (2005), Shulman elenca três categorias para o desenvolvimento cognitivo do professor. Sztajn (2002), citado por Almeida e Biajone (2005), coloca que os trabalhos posteriores contemplam uma revisão dessas três categorias, propondo novas ou eliminando algumas, mas sempre mantendo a proposta originária.

Almeida e Biajone (2005) colocam que a primeira categoria apontada por Shulman em 1986 é o **conhecimento do conteúdo da matéria ensinada**, que está ligada a “compreensão dos processos de sua produção, representação e validação epistemológica, o que requer entendimento da estrutura da disciplina compreendendo o domínio atitudinal, conceitual, procedimental, representacional e validativo do conteúdo”. Nas palavras de Shulman (1986) citado pelos autores (2005, p.7), o professor “[...] não somente precisa entender que algo é assim, e também por que é assim, bem como em que pressupostos pode ele obter garantias e sob quais circunstâncias nossa crença na justificação (desses pressupostos) pode ser enfraquecida ou até mesmo negada [...]”.

A segunda categoria apontada por Shulman (1986) é o **conhecimento pedagógico da matéria** que, de acordo com Almeida e Biajone (2005, p. 7), está relacionado aos modos de formular e apresentar o conteúdo para torná-lo compreensível aos alunos, o que inclui “[...] as analogias de maior impacto, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações – em uma palavra, as maneiras de se representar e reformular o conteúdo de tal forma que se torne compreensivo aos demais” (SHULMAN, 1986 citado por ALMEIDA e BIAJONE, 2005, p.7). Os autores colocam que esta categoria está relacionada à compreensão docente do que facilita ou dificulta o aprendizado do aluno, em um determinado conteúdo e que ela vai além do conhecimento da disciplina por si mesma, abrangendo o conhecimento da disciplina para o ensino.

A terceira categoria apontada por Shulman (1986), de acordo com Almeida e Biajone (2005, p.8) é o **conhecimento curricular**, que busca conhecer o currículo como “o conjunto de programas elaborados para o ensino de assuntos e tópicos específicos em um dado nível, bem como a variedade de materiais instrucionais disponíveis relacionados àqueles programas”. Buscando uma correlação para explicar essa categoria, Shulman (1986) citado por Almeida e Biajone (2005, p.8) sugere a analogia de que “os professores precisam dominar o conhecimento curricular para poder ensinar aos seus alunos, da mesma forma que um médico precisa conhecer os remédios disponíveis para poder receitar”.

Essas três categorias elencadas por Shulman em sua obra de 1986 (conhecimento do conteúdo da matéria ensinada, conhecimento pedagógico da matéria e conhecimento curricular), as quais são retomadas e discutidas nos trabalhos posteriores do autor, de acordo com Almeida e Biajone (2005), serão consideradas como categorias de análises das respostas dos professores as questões propostas no instrumento de coleta de informações.

## 1.2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste tópico serão apresentados os resultados de algumas pesquisas que se dedicam a compreensão dos aspectos envolvidos no ensino e na aprendizagem da Trigonometria e aos conhecimentos docentes. Ao pesquisar sobre esses temas, em sites de revistas eletrônicas e bancos de teses e dissertações, foram encontrados vários trabalhos, porém com propostas diferentes desta pesquisa. Não foi definido um período específico para essa busca, foram apenas definidas as palavras chave: “aprendizagem trigonometria”, “ensino trigonometria”, “conhecimentos docentes matemática”. Alguns desses foram escolhidos por serem considerados relevantes para contribuir com a contextualização do presente estudo e serão apresentados brevemente neste tópico.

### 1.2.1 Pesquisas correlatas sobre o ensino e a aprendizagem da Trigonometria

Lindegger (2000) em sua dissertação, pretendendo investigar uma abordagem para o ensino da Trigonometria no triângulo retângulo para introduzir os conceitos das razões trigonométricas: seno, co-seno e tangente a partir da manipulação de modelos, teve por hipótese de sua pesquisa, que o desenvolvimento de uma sequência de ensino criando situações problema, a partir de questões simples, contextualizadas e concretas, serviria de ambiente facilitador para a construção e a apropriação dos conceitos da Trigonometria.

Para testar sua hipótese, Lindegger (2000) aplicou uma sequência de ensino com pressuposto teórico construtivista, tendo por base as ideias da psicologia cognitiva de Vygotsky, Vergnaud e da didática francesa de Brousseau, se apoiando no pensamento sócio-construtivista. O autor trabalhou com duas turmas de 8ª série, sendo que uma foi considerada como grupo de referência (GR) composta de 32 alunos e outra como grupo experimental (GE) composta de 24 alunos.

No grupo de referência (GR), de acordo com o autor, a abordagem da Trigonometria no triângulo retângulo se deu na forma considerada por ele como tradicional, em que são explicadas as definições e em seguida são aplicados os exercícios, pela própria professora da turma. E no grupo experimental (GE) iniciaram-se os estudos por questões práticas, ligadas à realidade, buscando subsídios na história da matemática e caminhando para a formalização sob o ponto de vista geométrico, com a presença da professora apenas como observadora, estando à atividade sob o controle do pesquisador (LINDEGGER, 2000).

Segundo Lindegger (2000), ambos os grupos foram submetidos a dois testes individuais, um antes da introdução dos conceitos de razões trigonométricas, para saber o que

os alunos sabiam sobre o conteúdo, e outro após a apresentação desse conteúdo. O autor afirma que foi possível verificar que abordar o conteúdo referente à Trigonometria com a participação do aluno na construção do conceito, apresentou resultados satisfatórios e que de acordo com pensamento de Vygotsky, é possível agir na zona de desenvolvimento proximal dos alunos, impulsionando a aquisição de novos conhecimentos.

Os resultados obtidos por Lindegger (2000) apontaram para um melhor desempenho e evolução do grupo experimental (GE), pois os alunos desenvolveram com mais propriedade as competências para a resolução de problemas sob a abordagem escolhida pela sequência de ensino. O mesmo autor também constatou que houve dificuldades quanto à representação simbólica, tanto no que se refere à linguagem simbólica matemática, quanto à linguagem natural.

Silva (2005) abordou a construção de uma aprendizagem significativa para o aluno por meio de situações-problema que articulam as construções geométricas e o tratamento figural na abordagem das relações trigonométricas. Para atingir seu objetivo, o autor elaborou uma sequência didática com quatro atividades, integrando as construções geométricas e o tratamento figural e aplicou a 13 alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola particular de São Paulo.

A elaboração das atividades, segundo Silva (2005), procurou promover a articulação entre as construções geométricas e as transformações no plano, contendo situações em que são valorizadas mudanças de ponto de vista que foram observadas durante a análise epistemológica da Trigonometria e aproveitou situações que ocorreram na história da matemática. Ele concluiu que houve evolução conceitual dos alunos das relações trigonométricas com a sequência de ensino proposta. Além disso, os alunos recorreram ao tratamento figural e isso contribuiu para que fossem produzidas conjecturas a respeito das relações entre lados e ângulos nos triângulos retângulos.

O objetivo da pesquisa de Silva (2007) em sua dissertação foi de investigar como os estudantes utilizam se de registros de representação e semiótica durante a resolução de problemas matemáticos. Para alcançar seu objetivo, a autora aplicou quatro problemas formulados com base no ENEM, a cinquenta e oito alunos de cinco turmas do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública de São Paulo, que posteriormente foram analisadas fundamentando-se em referenciais da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (1993).

Em sua pesquisa, Silva (2007) constatou que poucos alunos utilizam mais de um registro de representação semiótica durante a resolução de problemas. O registro em

linguagem natural apareceu abrindo ou concluindo a resolução, na tentativa de explicá-la ou justificá-la, constituindo-se em uma conversão. Alguns sujeitos utilizaram o menor número possível de registros diferentes em uma questão, realizando menos conversões e tiveram bom desempenho.

Sujeitos que utilizaram vários registros de representação realizando várias conversões apresentaram, em sua grande maioria, bom desempenho nas questões e sujeitos que não representaram adequadamente os objetos envolvidos na questão, não obtiveram sucesso, de acordo com Silva (2007). Problemas que solicitaram o uso de alguma linguagem específica diminuíram as possibilidades de escolha dos registros, influenciando no desempenho de alguns estudantes, que não fizeram uso adequado da linguagem requerida (SILVA, 2007).

A pesquisa de Silva (2007) apontou para a importância de explorar no ensino os objetos matemáticos por meio de diferentes registros de representação bem como de realizar diferentes conversões para um mesmo objeto, o que mostra de acordo com Duval (2009), para que a aprendizagem ocorra são necessárias duas ou mais representações do mesmo objeto matemático, pertencentes a sistemas semióticos diferentes.

Os trabalhos acima destacados (LINDEGGER, 2000; SILVA, 2005; SILVA, 2007) foram considerados relevantes por dedicarem-se a investigação do ensino e da aprendizagem da Trigonometria. Porém, é possível perceber que esses trabalhos limitam-se a estudar aspectos relativos ao ensino, sem considerar o principal responsável por isso, o professor. Não foram encontrados muitos trabalhos com esse aspecto, mas o de Maria José Lourenção Brighenti (2001) parece poder contribuir com essa questão.

Brighenti (2001, p. 38) investigou se uma proposta alternativa para o ensino e a aprendizagem de Trigonometria<sup>4</sup>, “poderia ser apropriada em diferentes turnos e escolas de nível médio, apontando e discutindo os principais resultados, no que tange ao ensino e a aprendizagem dos conceitos envolvidos, emergentes durante o processo de sua utilização”. Esse estudo refere-se ao trabalho desenvolvido em sua tese de doutorado defendida em 1998, na qual a autora trabalhou com a concepção de três professoras no que diz respeito à possibilidade de utilização dessa proposta em sala de aula.

Para esse estudo Brighenti (2001) realizou entrevistas semi-estruturadas com as três professoras envolvidas na pesquisa, logo após a aplicação e a conclusão das atividades com os alunos. Por meio de uma primeira e uma segunda análise, a autora conseguiu identificar oito categorias, das quais ela destaca as “concepções das professoras sobre o ensino de

---

<sup>4</sup> Essa proposta de ensino e aprendizagem foi sugerida pela autora em sua dissertação de Mestrado em 1994.

matemática”. Brighenti (2001, p. 39) coloca que por meio dessa categoria as professoras revelam “suas representações a respeito das concepções dos alunos sobre o ensino de matemática e a respeito de sua prática de ensino da matemática”.

Entre outras constatações Brighenti (2001) percebeu que as professoras ainda permanecem com a concepção tradicional de ensino e que apresentam pouca reflexão sobre sua prática, além de não valorizarem as dificuldades básicas dos alunos e de não acreditarem no potencial deles. A autora considera que o procedimento realizado nesta pesquisa:

[...] propiciou um certo desenvolvimento profissional às professoras envolvidas com o processo, ao experimentarem a inovação referente aos métodos e as técnicas para facilitar o ensino dos conceitos trigonométricos, realizando reflexões críticas enquanto vivenciavam a dinâmica sugerida e comparavam com suas práticas tradicionais (BRIGHENTI, 2001, p. 51).

É interessante perceber no estudo de Brighenti (2001) a preocupação em dar continuidade a seus estudos que se iniciaram com o trabalho junto aos alunos. Nesse aspecto o trabalho da autora se aproxima muito do foco dessa pesquisa que também teve início com uma monografia de especialização, buscando identificar a natureza das dificuldades dos alunos do Ensino Médio em Trigonometria e que agora pretende identificar a natureza do conhecimento sobre Trigonometria apresentado por professores de matemática que atuam na Educação Básica.

### 1.2.2 Pesquisas sobre conhecimentos docentes de professores que ensinam matemática

Trabalhos com diferentes abordagens dedicam-se a compreender os conhecimentos docentes dos professores. Uma parte desses trabalhos configura-se como um estudo teórico sobre o assunto, como é o caso de Bairral (2003), em um de seus trabalhos, o autor descreve um estudo teórico sobre o conhecimento profissional do professor, apresentando algumas contribuições para o campo de formação de professores de matemática.

Bairral (2003) analisou distintas investigações sobre o conhecimento profissional do professor e os respectivos domínios privilegiados nesses trabalhos. As abordagens dos autores, referentes ao conhecimento profissional do professor, elencados por Bairral (2003) nessa análise, foram sintetizados, conforme se pode observar no Quadro 1.

Quadro 1 – Conhecimento Profissional do Professor

(continua)

	<b>Sobre o construto " Conhecimento Profissional do Professor " ...</b>
Elbaz (1983)	Conhecimento essencialmente prático. - <i>Saberes experienciais e saberes práticos</i>
Schón (1983)	Conhecimento na ação baseado na experiência e na reflexão sobre a experiência.
Shulman (1986)	Conteúdo do conhecimento do professor ( <i>conhecimento preposicional, de casos, estratégico</i> ) - Conteúdo pedagógico, conteúdo da disciplina e conhecimento do currículo.
Bromme (1988, 1994)	Integração conhecimentos práticos e científicos. -Aspectos do conteúdo e aspectos psicológicos. Componentes: (1) matemática como disciplina/matéria escolar; (2) conhecimento e filosofia da matemática escolar; (3) conhecimento pedagógico e (4) conhecimento pedagógico específico de matemática.
Ernest (1989)	Categorias constituintes do CPP. -Conhecimento de matemática, processo ensino-aprendizagem, organização e gestão da classe, etc. -Crenças. -Atitudes positivas frente à matemática e ao seu ensino.
Fenema e Franke (1992)	Componente matemático; componente pedagógico; componente cognitivo; as crenças.
Ponte (1992)	Saber científico; Saber profissional; Saber comum.
Santos (1995) Nasser e Santos (1994)	Processos interativos entre a consciência metacognitiva, crenças-concepções e o conhecimento do professor dentro de um contexto educativo.
Blanco Nieto (1995, 1996)	(a) sobre matemática, (b) específico sobre o processo ensino-aprendizagem de matemática e (c) do conteúdo pedagógico sobre matemática. No conhecimento didático do conteúdo matemático, apresenta a componente estática e a dinâmica.
Bromme e Tillema (1995)	-Conhecimento orientando a atividade, com informação específica e informação necessária para definir e compreender os problemas cotidianos do profissional.
Ponte (1995)	Conhecimento do professor na ação: conhecimento de si mesmo + conhecimento do contexto de ensino. <i>Prática letiva</i> (conhecimento didático, conhecimento sobre a gestão da aula); <i>prática não letiva</i> ; <i>desenvolvimento profissional</i> .
Saviani (1996)	Atitudinal, crítico-contextual, saberes específicos; pedagógico, didático-curricular.
Connelly, Clandinin e Fang He (1997)	Aspectos do conhecimento prático pessoal: os internos e externos a aula; objetivos, princípios e filosofias pessoais; metáforas; ciclos e rotinas didáticas, e unidades narrativas.
Giménez (1997, 1999)	Atenção à componente crítica, aos elementos de desenvolvimento e melhora profissional, a formação construtiva e comunicativa.
Porlán, García e Martín del Pozo (1997, 1998)	O conhecimento profissional é: (1) prático, (2) integrador e profissionalizado (saberes acadêmicos, saberes baseados na experiência, as rotinas e guias de ação, as teorias implícitas), e (3) tentativo, evolutivo e processual.
Flores (1998)	Competência profissional centrada no trabalho coletivo, crítico e dialético.
Oliveira, Segurado e Ponte (1998)	Categorias do conhecimento didático: a matemática, os processos de aprendizagem, o currículo e a instrução.
Llinares (1998a, 1998b, 2000)	O processo de gerar conhecimento está vinculado aos contextos nos quais o conhecimento pode ser utilizado para resolver problemas e se desenvolve em diferentes lugares nos quais se produzem diferentes relações. É um conhecimento gerado com a utilização em situações concretas de ensino, sendo uma construção pessoal e que integra diferentes domínios (matemática, modos de representação para os conceitos matemáticos, sobre os estudantes como aprendizes, sobre o currículo, etc.) e considerando os aspectos afetivos.
Azcárate (1999)	Conhecimento profissional situado num plano epistemológico intermediado entre o saber acadêmico e o experiencial. Fontes fundamentais do conhecimento prático: as metadisciplinares, as disciplinares e as fenomenológicas.

Quadro 1 – Conhecimento Profissional do Professor

(conclusão)

Brasil (MEC, 1999)	Conjunto de saberes teóricos e experienciais. É aquele que permite ao professor gerenciar as informações de que dispõe e adequá-las estrategicamente sua ação, sem perder de vista os objetivos educacionais. Compreende 5 âmbitos: (1) conhecimentos sobre crianças, adolescentes, jovens e adultos; (2) sobre a dimensão cultural, social e política da educação; (3) cultura geral e profissional; (4) conhecimento pedagógico e (5) conhecimento experiencial contextualizado em situações educativas.
Mewborn (1999)	Professor reflexivo: conhecimento pessoal, conhecimento do ofício e o conhecimento proposicional.
Simon e Tzur (1999)	Tudo que os professores fazem, pensam, conhecem e creem contribui ao ensino. As intuições dos professores, habilidades, valores e sentimentos sobre o que fazem também são parte de sua prática.
Pimenta (2000)	Saberes da experiência, saberes das áreas específicas e saberes pedagógicos.
Porlan e Toscano (2000)	O saber profissional deve se organizar em esquemas de conhecimento teórico-práticos de caráter integrador que devem estar alimentado de distintas fontes de conteúdos profissionais: (i) das disciplinas científicas relacionadas, (ii) das disciplinas que estudam os problemas do ensino-aprendizagem de uma forma geral, (iii) da própria experiência e da experiência acumulada, e (iv) das didáticas específicas.
Schoenfeld (2000)	As crenças, os objetivos e o conhecimento.
Day (2001)	Pensamento e ação dos professores constituem o resultado da interação entre suas histórias de vida, a sua fase de desenvolvimento profissional, o cenário da sala de aula e da escola e os contextos mais amplos, sociais e políticos nos quais trabalham. O conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico não podem estar divorciados das necessidades pessoais e profissionais dos professores e dos seus propósitos morais.
Goffree e Onk (2001)	Conhecimento prático está relacionado com a dimensão pessoal, com o currículo, com as crenças, com conhecimentos adquiridos da experiência.
Bairral (2002)	O conhecimento do professor se desenvolve com o uso do conhecimento situado em situações concretas, se constrói integrando as características do discurso e os processos interativos de cada espaço do ambiente é um conhecimento distribuído, ou seja, hipertextual e gerenciado pessoalmente pelo próprio professor e socializado continuamente em diferentes contextos. Aspectos considerados: geométrico, estratégico-interpretativo, afetivo-atitudeal.

Fonte: Bairral (2003, p. 9)

A partir dessa síntese, Bairral (2003, p.10) observa que o conhecimento do professor precisa ser visto “como um construto que se move em diferentes domínios e está em constante desenvolvimento, que sofre (e provoca) influências do/no contexto do qual está integrado e dos processos de colaboração e interações profissionais diversas”.

Diferentemente do trabalho anterior, Ribeiro (2009) aborda em seu estudo o conhecimento matemático para o ensino. Procede realizando uma discussão sobre as bases teóricas da multiplicação de dois números decimais com um grupo de trabalho colaborativo num programa de formação continuada. Com esse trabalho o autor constatou que há uma falta de conhecimentos dos professores sobre como explicar aos seus alunos a forma de efetuar a multiplicação de dois números decimais, de forma compreensível e que lhes permita utilizar os algoritmos com compreensão.

A partir dessa constatação, Ribeiro (2009) considera que os professores “devem possuir um conhecimento matemático conciso, profícuo, sustentável, e saber utilizar a matemática de uma forma específica necessária à profissão docente” (RIBEIRO, 2009, p. 16). Ribeiro (2009, p.17) afirma que a prática do professor só poderá ser alterada se esses professores possuírem um saber de “ensinar a fazer, mais do que apenas um saber fazer” considerando que se isso não acontecer, seus alunos continuarão a utilizar os algoritmos sem efetiva compreensão. De acordo com autor, fundamentado em Iannone e Cockburn (2008), o desenvolvimento de um pensamento matemático conceitual de forma consciente por parte dos alunos só acontecerá se os próprios professores “encararem a matemática como uma rede de ideias, entendendo-a como uma estrutura global e padrões” (RIBEIRO, 2009, p.18).

Entre os possíveis focos para a formação de professores, Ribeiro (2009, p.21) aponta que é preciso considerar os professores “como profissionais reflexivos e criativos cujo desenrolar da prática passa também pela atomização de conceitos e experiências, que se entrelaçam entre si de modo a criar estruturas e a desenvolver práticas que são cada vez mais complexas e estruturadas”.

Outro trabalho dedicado a compreender os conhecimentos dos professores em relação à matemática é o de Rumstaim et al (2009), os autores buscaram identificar, por meio do discurso de uma professora de matemática que leciona em um curso preparatório para o vestibular e de Ensino Médio, os conhecimentos de acordo com as categorias de Shulman (1986). Eles também buscaram identificar se os objetivos do Ensino Médio são os mesmos do curso pré-vestibular. Para esse estudo eles gravaram em áudio as aulas da professora e realizaram entrevista com ela. Por meio da análise dos dados, os autores identificaram no discurso da professora os conhecimentos do conteúdo e didático e apontam que as categorias de conhecimentos elencados por Shulman (1986), por vezes se mostraram muito interligados, o que dificultava a análise inicialmente proposta.

Rumstaim et al (2009) concluíram que tanto no cursinho para o vestibular, quanto no Ensino Médio, o objetivo era fazer com que os alunos passassem no vestibular e que a descrição dos conhecimentos revelados pela professora ao se referir à sua prática, mostra-se superficial quando comparada à dos conhecimentos apresentados por Shulman (1986). Isso se deve ao entendimento dos autores de que a professora encontra-se influenciada pelo sistema que “engessa” sua prática, e de que à ideia de didática que a professora se refere, está relacionada “à habilidade de resolver exercícios, e não a relação entre os conteúdos e suas aplicações práticas, nem a preocupação de permitir que os alunos tentem resolvê-los” (RUMSTAIM et al, 2009, p.39).

Em relação ao saber de conteúdo da professora, Rumstaim et al (2009, p.40) concluíram que este está relacionado “a uma habilidade específica: saber resolver os exercícios propostos nas apostilas, pois, como ela mesma comenta na entrevista, o colégio e o cursinho onde ela leciona trabalham com apostilas”. Os autores concluem que a prática da professora deixa a desejar no que se refere à formação do cidadão, considerada como um dos objetivos do Ensino Médio.

Essas pesquisas (BAIRRAL, 2003; RIBEIRO, 2009; RUMSTAIM et al, 2009) abordam de diferentes formas os conhecimentos docentes, mas todas consideram a importância do professor possuir uma “bagagem” de conhecimentos para o ensino.

### 1.3 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE RAYMOND DUVAL PARA A ANÁLISE DOS DISCURSOS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Em uma das obras de Duval (2004)<sup>5</sup> são apresentadas as funções do discurso e as operações cognitivas de narração, descrição, explicação e raciocinamento<sup>6</sup>, cujas contribuições serão apresentadas por serem importantes para a análise dos discursos dos professores de matemática.

De acordo com Duval (2004), a análise do discurso em linguagem natural não deve ter apenas a função de comunicação, pois dessa forma, ela não daria conta de responder a todas as questões que surgem. Ele entende que “o discurso é o emprego de uma língua para ‘dizer alguma coisa’, a saber, para falar de objetos físicos, ideais ou imaginários, que não são somente as potencialidades significantes de uma língua” (DUVAL, 2004, p.86). O autor afirma, também, que a prática de um discurso é inseparável de certo funcionamento cognitivo.

Nessa perspectiva Duval (2004, p. 86) questiona sobre “as funções que deve cumprir o emprego de uma língua, não apenas para que se possa haver um discurso, mas para que seja possível a variedade de discursos que caracteriza nosso entorno cultural [...]”. Em relação a essa questão, o autor aponta a existência de dois planos radicalmente diferentes entre as funções que são mobilizadas no emprego de uma língua. O primeiro é o plano das funções comuns a todos os sistemas de representação, as quais são chamadas de meta-discursivas. E o segundo plano é o das funções específicas ao emprego de uma língua, que são chamadas de discursivas.

---

<sup>5</sup> Obra denominada “Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales” (DUVAL, 2004).

<sup>6</sup> Termo utilizado para expressar o “ato de raciocinar” por ser o que melhor traduz a palavra francesa “*raisonnement*”, originalmente empregada por Raymond Duval.

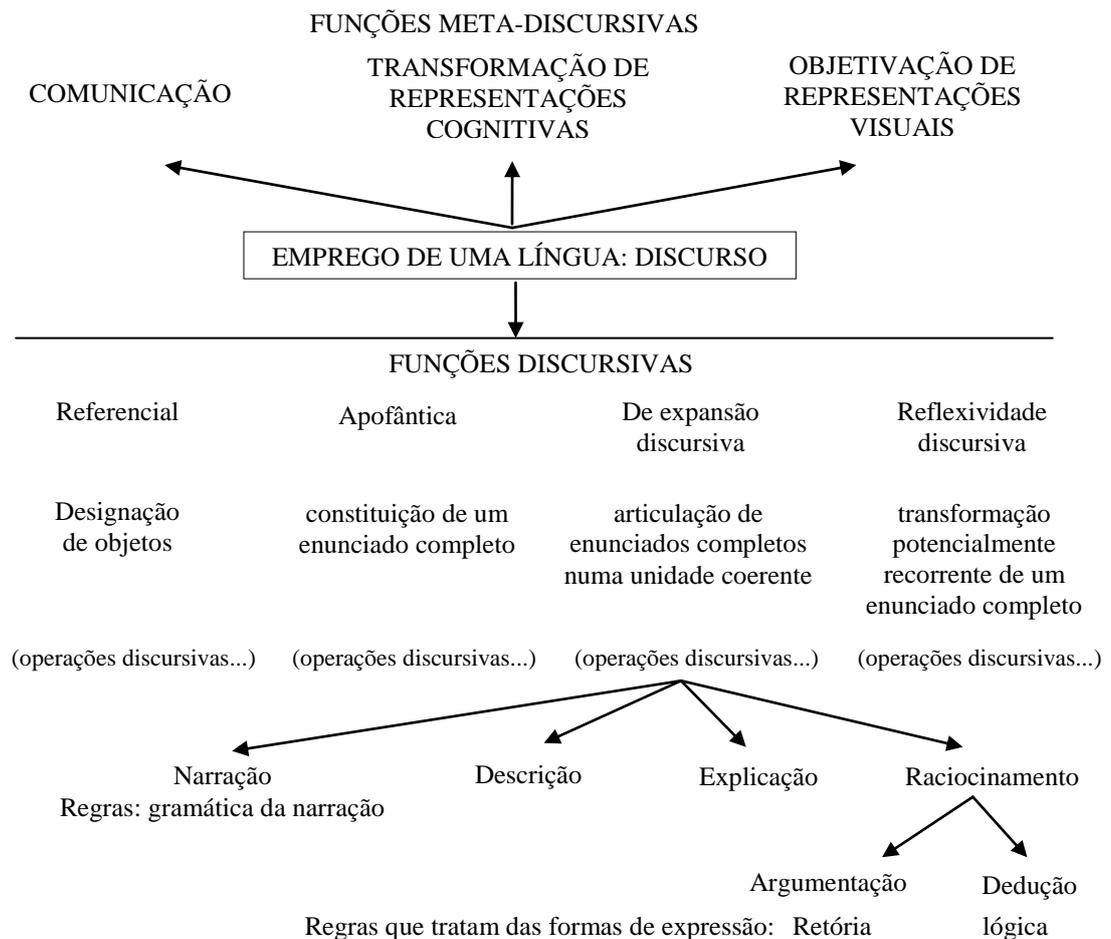
Em relação ao primeiro plano, Duval (2004) aponta três funções meta-discursivas que são: a comunicação, o tratamento e a objetivação. A função de comunicação é necessária para que haja uma organização que reagrupe os elementos que funcionam por si mesmos, pois a informação precisa transitar de um subsistema a outro, ou mesmo circular no interior de um espaço social. A segunda função, que é a de tratamento, é necessária para a própria atividade do conhecimento, considerando que toda informação precisa ter a possibilidade de ser transformada para que se possa extrair dela outras informações. A função de objetivação, que é a terceira função, é necessária para o desenvolvimento do controle que um sujeito pode ter sobre suas atividades e também sobre suas vivências ou sobre as potencialidades de um mundo imaginário ou pessoal. Por meio dessa função de objetivação, é possível que o sujeito tome consciência do que não era consciente até o momento.

Ainda em relação às três funções meta-discursivas Duval (2004) alerta para o fato que elas não podem ser reduzidas umas as outras. Como exemplo, o autor afirma que ao tentar compreender um discurso com fins de objetivação como se fosse um discurso com fins de comunicação, além de produzir um equívoco e uma incompreensão sobre o que se está dizendo, destrói a comunicação com qual se expressa. Com a confusão dessas três funções meta-discursivas, a produção ou a avaliação dos textos produzidos pelos alunos, em língua materna ou em matemática, “pode ter consequências desastrosas tanto na aprendizagem da expressão escrita como no raciocinamento” (DUVAL, 2004, p.88 – tradução nossa). A partir das colocações de Duval (2004) é possível entender que, quando o discurso está relacionado à função da comunicação, em que se pretende fazer com que a informação alcance diferentes âmbitos sociais, não seria coerente articular o foco desse discurso com a de tratamento, por exemplo. Isso porque na função de tratamento parte-se do princípio de que aquela informação já é algo partilhado pelo grupo, para então poder extrair dela novas informações. No caso da função de comunicação, essa informação poderia não ser partilhada ainda pelo grupo e a intenção seria justamente a de fazer com que essa informação fosse compreendida e não, necessariamente, que pudesse ser transformada.

Em relação ao segundo plano, que é o das funções discursivas, Duval (2004) afirma que estas são as funções cognitivas que um sistema semiótico deve cumprir para que seja possível um discurso. De forma geral, Duval (2004) entende que um sistema semiótico é considerado como uma língua, quando permite cumprir todas as funções discursivas. O autor aponta quatro funções discursivas que se deve cumprir: designar objetos; dizer alguma coisa sobre os objetos que designa, sobre a forma de uma proposição enunciada; vincular a proposição enunciada com outras em um todo coerente (descrição, inferência,...) e; assinalar o

valor, o modo ou o status combinado para uma expressão por parte de quem a anuncia. A estas funções Duval (2004) denomina de referencial, quando designa objetos; apofântica, quando são expressos enunciados completos; de expansão discursiva, quando há a articulação de enunciados completos em uma unidade coerente; de reflexividade discursiva, quando há transformação potencialmente recorrente de um enunciado completo. Essas funções podem ser mais bem observadas na Figura 2.

Figura 2 – Esquema das funções meta-discursivas e funções discursivas Segundo Raymond Duval (2004)



Fonte: Duval (2004, p.89)

Em relação às funções meta-discursivas e funções discursivas do emprego de uma língua, Duval (2004, p. 89) ainda afirma que:

A organização de um discurso depende sempre das funções discursivas que cumpre e das operações discursivas realizadas. A influência das funções meta-discursivas sobre a organização de um discurso se expressa na predominância dada a uma ou outra das quatro funções discursivas e na seleção de algumas operações específicas a esta função (tradução nossa).

Também é importante destacar o que Duval (2004) coloca em relação à análise de um discurso, que não pode ser realizado apenas sobre suas formas linguísticas de expressão. É preciso levar em consideração as funções discursivas que o discurso cumpre e as operações que mobiliza para poder cumpri-las. Lembrando que o cumprimento de apenas uma função discursiva pode mobilizar várias operações e que a análise do discurso se embasa em uma análise funcional, pois o emprego das línguas naturais é inseparável de sua função social de comunicação (DUVAL, 2004).

Dentre as quatro funções discursivas (referencial, apofântica, expansão discursiva, e reflexividade discursiva), Duval (2004, p. 94) coloca que a de expansão discursiva é considerada a mais importante por ser possível “articular diversos enunciados completos na unidade coerente de uma narração, de uma descrição, de uma explicação ou de um raciocinamento”. Ele afirma que uma língua não deve apenas expressar enunciados completos, mas também deve vinculá-los em uma unidade “discursiva tematicamente contínua e semanticamente não tautológica: relato, descrição, explicação, comentário, argumentação, dedução, cálculo, etc.” (DUVAL, 2004, p.113). Ou seja, uma língua precisa vincular diferentes enunciados relativos ao mesmo tema, de forma a explicar melhor o assunto, mas sem cair na redundância.

Duval (2004) também aponta que um dos principais problemas que surge na compreensão de um discurso está relacionado com o que ele deixa explícito ou implícito. Para exemplificar como duas frases sucessivas, sem conexões aparentes podem ser relacionadas, ele aponta o seguinte “Explodiu um botijão de gás. A casa queimou” o (DUVAL, 2004, p.113). Essas frases não possuem relação explícita, mas é possível inferir que se trata de causa e consequência, isso porque esta inferência se apoia em dois tratamentos. O primeiro tratamento refere-se a colocar em correspondência duas palavras que correspondem a primeira e a segunda frase, no caso ‘botijão de gás’ e ‘queimar’ que estão associadas à palavra ‘fogo’, as quais mobilizam as mesmas relações semânticas para as duas frases (DUVAL, 2004). O segundo tratamento, para o autor, refere-se à mobilização de um conhecimento, pois só é possível inferir que a primeira frase está relacionada ao fogo, se tiver o conhecimento, por exemplo, de que explodir um botijão de gás pode provocar um incêndio.

A partir dessas considerações, Duval (2004, p.113) coloca que “diante da importância das omissões, as reduções e os pressupostos do discurso espontâneo em língua natural, os primeiros modelos de compreensão de textos se centram no tipo de expansão discursiva no qual o vínculo é um conhecimento evidente que fica implícito”. Isso quer dizer que para que haja expansão de um discurso, entre outros aspectos, é necessária a explicitação

dos conhecimentos implícitos, os quais constituem como uma base de conhecimentos requeridos previamente.

A inferência para Duval (2004) é apenas uma forma particular de expansão discursiva. Ele considera que ela não pode dar conta do que pode ter de diferente na expansão discursiva de uma descrição, de um relato ou mesmo de um raciocinamento. E também afirma que os problemas de compreensão da expansão discursiva não se reduzem a uma explicitação dos conhecimentos implícitos, sendo que os textos que se distanciam de um discurso de prática oral e nos quais as regras de inferência são dadas explicitamente “com frequência resultam ser os que cuja apreensão e compreensão se manifestam como mais difíceis” (DUVAL, 2004, p. 114). Em relação a esse aspecto, o autor evidencia que é mais difícil compreender uma expansão discursiva a respeito de uma situação que não seja utilizada na comunicação oral.

No que se refere às operações da função de expansão discursiva, Duval (2004) afirma que para determiná-las é preciso partir da diferença entre os modos de progressão do discurso no qual um é caracterizado como lógico e o outro caracterizado como natural, por ser mais espontâneo.

O discurso que se restringe a produzir inferências, de acordo com Duval (2004) apresenta as progressões das proposições por meio de substituição das inferências anteriores pelas novas inferências. Ele coloca que uma expansão discursiva por inferência funciona por substituição como em um cálculo e que a compreensão do discurso desenvolvido segundo esta expansão requer que “cada vez se perceba a aplicação da regra utilizada, e se saiba o que é indicado explicitamente ou o que permanece implícito” (DUVAL, 2004, p.114).

Porém, Duval (2004) ressalta que não é dessa maneira que se faz a progressão em uma narração, uma descrição ou, inclusive, em uma explicação. Nesses casos as frases se adicionam umas nas outras pelo fato do discurso determinar progressivamente os objetos. O autor ainda afirma que a compreensão do discurso desenvolvido por esse modo de expansão requer “uma apreensão sinóptica de todas as frases e de todas as relações que existem entre elas” (DUVAL, 2004, p. 114).

No que se refere às formas associadas à função de expansão discursiva, Duval (2004, p.116) afirma que são elas que permitem reconhecer em uma série de frases a unidade de um propósito “um passo de um raciocinamento, um episódio de um relato, a descrição de um objeto, a justificação de uma declaração, e não uma sucessão desarticulada de enunciados **que saltam de tema a outro**” [grifos do autor]. Ele também afirma que o assunto sobre a expansão discursiva está relacionado às diferentes formas pelas quais uma unidade apofântica

pode ser produzida em continuidade discursiva com outra unidade apofântica, as quais se embasam em uma similaridade entre as duas. Esta similaridade pode ser determinada por meio de duas dimensões: a) presença ou ausência de significantes comum às duas unidades e; b) a mediação ou não por meio de uma terceira unidade apofântica (DUVAL, 2004).

Por meio desses aspectos, Duval (2004, p.116) coloca que é possível obter “quatro formas fundamentais possíveis de expansão discursiva no registro de uma língua” (com **presença** de significante comum e **mediação** por meio de uma terceira unidade; com **ausência** de significante comum e **mediação** por meio de uma terceira unidade; com **presença** de significante comum e **não mediação** por meio de uma terceira unidade; com **ausência** de significante comum e **não mediação** por meio de uma terceira unidade).

Podemos exemplificar com as unidades apofânticas “o botijão de gás explodiu” e “a casa queimou” que não possuem significantes em comum, mas que possibilitam uma expansão discursiva por meio da mediação de uma terceira unidade apofântica: “a casa queimou porque o botijão de gás explodiu”. Essa expansão é possível por meio de uma unidade apofântica mediadora, pois a explosão de um botijão de gás provoca fogo.

Outro exemplo de similaridade é apresentado por Duval (2004) para apontar a possibilidade de expansão discursiva em virtude da dualidade sentido/referência. Duas unidades apofânticas podem ser similares semanticamente pelo fato de haver continuidade entre dois enunciados em ausência de significantes comuns:  $5^0 + 1$  e  $18/9$ . Nesse caso apesar do sentido diferente de cada uma das expressões elas fazem referência a um mesmo número. Essas duas unidades apofânticas expandem o discurso podendo ser substituídas pelo número 2.

Para análise dos discursos dos professores de matemática optou-se por trabalhar com a função discursiva de expansão discursiva, embora fosse possível trabalhar, também, com a função discursiva de reflexividade discursiva. Essa escolha se deve ao entendimento de que os discursos dos professores de matemática seriam mais bem interpretados pelas quatro formas de expansão discursiva de uma expressão (DUVAL, 2004) que serão apresentadas na sequência. A análise fundamentada na função discursiva de reflexividade discursiva (DUVAL, 2004) poderá ser realizada em outro momento, pois é uma função discursiva que permite compreender a relação que o locutor quer estabelecer com o interlocutor.

Se a análise fosse realizada em relação a discursos de crianças, também seria interessante considerar as funções discursivas: referencial e apofântica. Isso porque no discurso de um adulto entende-se que ele tem condições de designar um objeto ou de

constituir um enunciado completo por meio de um discurso, diferentemente do discurso de crianças, em que esses aspectos podem se constituir como um desafio.

Os textos podem combinar várias formas de expansão, mas o autor coloca que todos utilizam pelo menos uma dessas quatro formas. Ainda em relação a essas formas, ele afirma que “não se pode pretender uma aprendizagem da produção escrita e da compreensão de textos sem levar em consideração o desenvolvimento das capacidades de discriminação dessas quatro formas de expansão discursiva” (DUVAL, 2004, p. 117 – tradução nossa). Essas quatro formas podem mais bem observadas na Figura 3.

Figura 3 – As quatro formas de expansão discursiva de uma expressão segundo Duval (2004)

Mecanismos de expansão	<b>Similaridade interna</b> (continuidade sem um terceiro enunciado)	<b>Similaridade externa</b> (continuidade com um terceiro enunciado)
<b>Similaridade semiótica</b> (são recuperados alguns significantes)	<p>Expansão LEXICAL (recuperação do sentido de uma mesma unidade do vocabulário sob um modo fonético-auditivo ou gráfico-visual)</p> <p>Associações verbais, ocorrências</p> <p>Linguagem do inconsciente</p>	<p>Expansão FORMAL (recurso exclusivo aos símbolos: notações, escrita algébrica,...)</p> <p>Raciocinamento dedutivo (proposições de estrutura funcional)</p> <p>Cálculo proposicional, cálculos de predicados</p>
<b>Similaridade semântica</b> Lei de Frege: Significantes diferentes e mesmo objeto. (Invariância referencial estrita ou global)	<p>Expansão NATURAL (somente o conhecimento da linguagem corrente é suficiente)</p> <p>Descrição, Narração</p> <p>Argumentação retórica Silogismo aristotélico (proposição de estrutura temática predicativa)</p> <p>Raciocinamento pelo absurdo</p>	<p>Expansão COGNITIVA (exige o conhecimento de definições, regras e leis para um domínio de objetos)</p> <p>Explicação</p> <p>Raciocinamento dedutivo (proposição de estrutura temática condicional)</p> <p>Raciocinamento pelo absurdo</p>

Fonte: Duval (2004) citado por Tozetto (2010)

A **similaridade semiótica** corresponde à continuação dos enunciados por meio da repetição dos mesmos signos ou das mesmas palavras. E a **similaridade semântica** acontece quando há uma invariância referencial entre os enunciados, o que faz com que haja uma continuidade temática entre os enunciados, permitindo um progresso contínuo (DUVAL, 2004). O autor também alerta que a similaridade semiótica e a similaridade semântica não garantem a continuidade do discurso, sendo necessário considerar uma segunda dimensão, que é a necessidade ou não de se recorrer a um terceiro enunciado.

O caso mais comum, de acordo com Duval (2004), é quando a passagem de um enunciado para sua expansão acontece de forma direta, sem a necessidade de um terceiro enunciado. Isso acontece quando “somente o reconhecimento do léxico de base da língua utilizada é suficiente para reconhecer a similaridade semiótica ou uma similaridade semântica entre os enunciados” (DUVAL, 2004, p. 118). Esse caso é chamado de **similaridade interna** de dois enunciados.

Quando a passagem é indireta, ou seja, necessita da mediação explícita ou implícita de um terceiro enunciado, Duval (2004) denomina esse caso de **similaridade externa**. Ele também afirma que “não há expansão discursiva de um enunciado que não se baseie na combinação de uma similaridade semiótica ou semântica e de uma similaridade interna ou externa” (DUVAL, 2004, p. 119).

Essas questões são importantes por possibilitarem inferir sobre os sentidos e significados dos discursos. Nem sempre a similaridade semântica ou semiótica garante essa expansão, mas isso não impede que possamos recorrer a um terceiro enunciado.

É por meio dessa expansão discursiva que poderemos realizar as análises das respostas dos professores às várias questões propostas no instrumento de coleta de dados. Como esses discursos serão apresentados em língua natural estaremos em presença de expansões discursivas naturais ou cognitivas possibilitadas pelas respostas descritivas, narrativas, explicativas ou de raciocinamento respectivamente. As respostas descritivas e narrativas serão consideradas em uma mesma categorização no momento das análises, por serem consideradas por Duval (2004) como formas de expansão natural. Mas é importante destacar que se trata de discursos distintos. Descrever é apresentar os detalhes de determinado objeto ou situação indiferente de seu contexto e narrar é expor as sequências de um fato, considerando também o contexto da situação narrada.

Essa expansão discursiva assim caracterizada permitirá a identificação dos conhecimentos docentes de conteúdo, pedagógicos de conteúdo ou curriculares de conteúdo que são mobilizados pelos professores para enfrentar as dificuldades da prática educativa relacionada à aprendizagem da Trigonometria.

## CAPITULO 2

### PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DE COLETA E ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS

Este capítulo é dedicado à apresentação da abordagem da pesquisa, à descrição dos procedimentos metodológicos de coleta e análise dos dados, que incluem os instrumentos utilizados e a explicitação dos sujeitos. Também à descrição dos procedimentos metodológicos de organização e análise dos dados com a utilização do software Atlas.ti e dos resultados encontrados a partir da análise dos dados.

#### 2.1 TIPO DE PESQUISA, INSTRUMENTO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS PARA COLETA E ANÁLISE DE DADOS

Para o desenvolvimento dessa pesquisa adotamos uma abordagem qualitativa, de caráter descritivo e explicativo. Na abordagem qualitativa, Bortoni-Ricardo (2008, p. 32), coloca que não há como observar o mundo independentemente das práticas sociais e significados vigentes e que “a capacidade de compreensão do observador está enraizada em seus próprios significados, pois ele (ou ela) não é um relator passivo, mas um agente ativo”. No que se refere ao caráter descritivo, Gil (2002, p.42) coloca que é o tipo de pesquisa que “têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis”. Ele também esclarece que algumas pesquisas descritivas podem ir além da identificação da existência de relações entre variáveis, buscando determinar a natureza dessa relação, e nesse caso, tem-se uma pesquisa descritiva que se aproxima da explicativa. Esse parece ser o caso dessa pesquisa, já que em relação ao caráter explicativo, Moreira e Caleffe (2008, p.70) colocam que é o tipo de pesquisa “que têm como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos”.

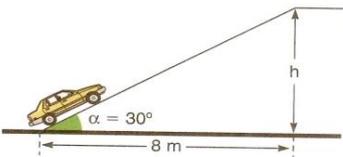
A escolha dessa abordagem de investigação se deve a concepção de que os dados de uma pesquisa não apresentam, por si mesmos, os fatores que levam à compreensão do fenômeno que está sendo estudado. É necessário, ainda, o olhar crítico e a interpretação do pesquisador e a consideração de diferentes fatores que estão envolvidos na pesquisa desenvolvida.

### 2.1.1 Procedimentos de coleta de dados: o instrumento

Para verificar a compreensão dos professores sobre Trigonometria e suas concepções a respeito do ensino e aprendizagem da trigonometria, foi elaborado um instrumento (Apêndice) com questões de trigonometria retiradas de uma prova aplicada a alunos do Ensino Médio, utilizado em uma situação real de sala de aula. Algumas questões compreendidas no instrumento, propostas aos professores, referem-se a interpretações sobre respostas apresentadas pelos alunos e outras a respeito dos processos de ensino e aprendizagem de conceitos de Trigonometria. As questões escolhidas foram aquelas compostas por respostas que compreendiam erros de conceituação ou de matemática básica. Uma das questões propostas na prova aplicada aos alunos, pode ser observada no Quadro 2.

Quadro 2 – Questão referente a Trigonometria no triângulo retângulo

1) A rampa de acesso a um estacionamento de automóveis faz um ângulo de  $30^\circ$  com o solo e, ao subi-la, um carro desloca-se horizontalmente 8 m de distância, conforme o desenho.



De acordo com os dados responda:

a) Qual a altura da rampa, representada por  $h$  no desenho?

b) Qual o comprimento da rampa inclinada?

Fonte: Atividade resolvida por alunos do Ensino Médio (DIONIZIO, BRANDT, 2011)

Três tipos de erros, cometidos pelos alunos, foram incluídos no instrumento aplicado aos professores, para que eles identificassem o tipo de erro cometido e apontassem uma possível intervenção para levar os alunos a refletirem sobre o erro cometido e superarem as dificuldades. Estamos denominando de erro, respostas dadas pelos alunos do Ensino Médio que apresentavam relações trigonométricas não válidas, erros de matemática básica ou erros de utilização de unidades de medidas. Na nossa concepção o foco no erro do aluno é importante, pois consideramos que ele deve ser o ponto de partida da reorganização da prática educativa do professor. Também consideramos importante a concepção de avaliação, que quando tem o papel apenas de classificar e apontar o que já aconteceu, está direcionada para a Pedagogia Tradicional, a qual possui um olhar estático sobre o educando, segundo Luckesi (2011). Esse olhar é contrário ao da prática da avaliação da aprendizagem, que tem o papel de subsidiar o que está sendo construído e que não espera resultados bem sucedidos, mas busca

auxiliar de “forma construtiva e eficiente o educando no seu autodesenvolvimento” (LUCKESI, 2011, p.21).

Julgamos que respostas dadas por alunos em questões de prova contêm uma riqueza de informações, que permitem ao professor entender em que estágio de desenvolvimento o aluno se encontra e, ao pesquisador, avaliar como o professor se posiciona frente aos erros cometidos, na sua identificação, e nas formas de superação. Concordamos com Hoffmann<sup>7</sup> citada por Santomauro (2010) quando afirma que “faz toda a diferença analisar as dimensões dos equívocos. Isto auxilia na indicação do que cada um precisa evoluir e como trabalhar para alcançar melhoras”. Na nossa compreensão, esses avanços se referem tanto aos alunos quanto aos professores.

O exemplo de erro cometido pelos alunos em virtude de utilização de relação trigonométrica errada pode ser observado na Figura 4.

Figura 4: Erro por utilizar a relação trigonométrica errada

<p>a) Qual a altura da rampa, representada por <math>h</math> no desenho?</p> <p><math>\cos 30^\circ = \frac{h}{8}</math></p> <p><math>\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{8}</math></p> <p><math>8\sqrt{3} = 2h</math></p> <p><math>h = \frac{8\sqrt{3}}{2}</math></p> <p><math>h = 4\sqrt{3}</math></p> <p><math>h = 4 \cdot 1,7</math></p> <p><math>h = 6,8</math></p>	<p><math>\cos 30^\circ = \frac{h}{8}</math></p> <p><math>\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{8}</math></p> <p><math>h = \frac{8\sqrt{3}}{2}</math></p> <p><math>8\sqrt{3} = 2h</math></p> <p><math>h = 4\sqrt{3}</math></p> <p><math>h = 4 \cdot 1,7</math></p> <p><math>h = 6,8</math></p>
---	---

Fonte: Atividade resolvida por alunos do Ensino Médio (DIONIZIO, BRANDT, 2011)

A situação apresentada na Figura 4 é entendida como uma possibilidade para o professor propiciar situações que leve o aluno a identificar corretamente as relações trigonométricas que permitiriam a solução do problema. Nesse caso o aluno demonstra não ter dificuldade em lidar com os conceitos de matemática básica, o professor poderia explorar diferentes possibilidades de trabalho.

Na Figura 5 é apresentado um exemplo de erro dos alunos no que se refere a matemática básica.

Figura 5: Erro de matemática básica

<p>a) Qual a altura da rampa, representada por <math>h</math> no desenho?</p> <p><math>\text{tg} = \frac{\text{oposto}}{\text{adjacente}}</math></p> <p>altura da rampa = 8 m</p> <p><math>\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 8 = x</math></p> <p><math>\frac{\sqrt{3} \cdot 8}{3} = x</math></p> <p><math>\frac{24\sqrt{3}}{3}</math></p>	<p><math>\text{tg} = \frac{\text{oposto}}{\text{adjacente}}</math></p> <p><math>\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{8}</math></p> <p><math>\sqrt{3} \cdot 8 = 3x</math></p> <p><math>\frac{\sqrt{3} \cdot 8}{3} = x</math></p> <p><math>\frac{3 \cdot 8}{3} = \frac{24}{3}</math></p>
--	---

Fonte: Atividade resolvida por alunos do Ensino Médio (DIONIZIO, BRANDT, 2011)

<sup>7</sup> HOFFMANN, Jussara. O jogo do contrário em avaliação. Porto Alegre: Mediação, 2005.

No caso da situação apresentada na Figura 5, o erro do aluno demonstra a dificuldade que ele tem de lidar com respostas que não apresentem um número exato. Isso fez com que ele efetuasse cálculos inválidos. Situações como essas indicam ao professor que ele precisa retomar conceitos de matemática básica e propor problemas que apresentem diferentes tipos de solução.

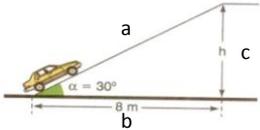
E em relação ao erro por utilização de relações matemáticas inválidas envolvendo unidades de medidas de naturezas diferentes, temos como exemplo a resolução apresentada pelo aluno na Figura 6.

Figura 6: Erro por utilização de relações matemáticas inválidas



De acordo com os dados responda:  
a) Qual a altura da rampa, representada por  $h$  no desenho?

$a = b + c$        $c = 22 \text{ metros}$   
 $30^\circ = 8 + c$   
 $30 - 8 = c$



De acordo com os dados responda:  
a) Qual a altura da rampa, representada por  $h$  no desenho?

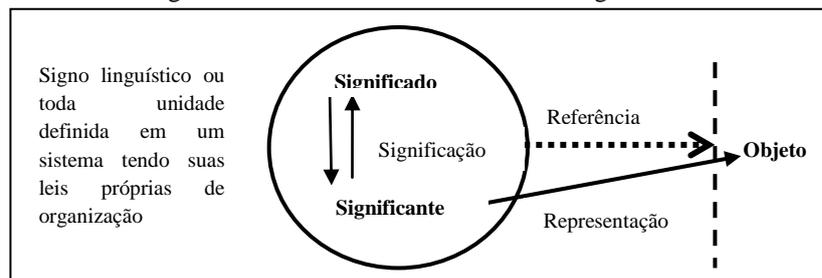
$a = b + c$        $c = 22 \text{ metros}$   
 $30^\circ = 8 + c$   
 $30 - 8 = c$

Fonte: Atividade resolvida por alunos do Ensino Médio (DIONIZIO, BRANDT, 2011)

A situação apresentada na Figura 6 permite algumas interpretações a partir do erro. Uma delas é que o aluno demonstra fragilidade no entendimento a respeito de unidades de medidas de naturezas diferentes. Demonstra também, que ele não compreende a correta utilização do teorema de Pitágoras. Tendo em vista esses aspectos, o professor precisa retomar os conceitos com o aluno e possibilitar situações para que ele entenda a validade das operações realizadas e as consequências que os cálculos errados poderiam trazer se fossem em uma situação real, por exemplo.

A partir de erros dos tipos apresentados nas Figuras 4, 5 e 6, ficou evidente a dificuldade dos alunos em utilizar a relação trigonométrica correta que permitiria a solução do problema. Isso pode ser explicado pela teoria de Duval (2009), no que se refere à estrutura triádica da significância, como é possível observar na Figura 7.

Figura 7: Estrutura triádica e diádica da significância



Fonte: Duval (2009, p.85)

Quando o erro é de matemática básica caracteriza uma significação atribuída pelo aluno que não é correta e ela se refere a operações matemáticas envolvendo letras ou números. A falta de compreensão das regras da matemática básica no caso da resposta do aluno apresentada na Figura 5, também não permite que o aluno encontre a resposta que corresponda ao objeto representado. A significação errônea não diz respeito a conceitos trigonométricos, mas a outras questões que também interferem nessa resolução. Essas regras envolvem operações presentes em igualdades numéricas e envolvem princípios aditivos e multiplicativos.

Quando o erro é relativo à utilização de relações trigonométricas erradas caracteriza uma significação atribuída pelo aluno às palavras seno, cosseno, tangente de forma a estabelecer razões entre medidas de lados de forma incorreta. No caso da Figura 4, o aluno atribui significação diferente ao cosseno que seria o resultado do quociente entre a medida do cateto adjacente pela hipotenusa. Essa significação tem por referência outro objeto de conhecimento (a tangente de  $30^0$ ), mas o valor procurado na tabela trigonométrica é relativo ao cosseno de  $30^0$ , o que não lhe permite fazer a conversão do que está apresentado na forma figural para a forma algébrica, para resolver o problema, o que está de acordo com o que Duval (2009) coloca ao dizer que a conversão das representações semióticas constitui como a atividade cognitiva mais difícil de adquirir para a maioria dos alunos. Neste caso a representação das relações presentes na forma figural, podem ser expressas por meio da linguagem algébrica ( $h = \text{tg } 30^\circ \cdot 8$ ), o que significa que o aluno não reconhece o objeto nos dois registros de representação (DIONIZIO, BRANDT, 2011).

Quando o erro é relativo ao estabelecimento de relações entre unidades de medidas diferentes caracteriza uma significação de natureza conceitual em relação às unidades de medida. É o caso também quando esse erro é relativo ao estabelecimento de relações não válidas matematicamente. No caso da resposta apresentada na Figura 6, também não seria possível que o aluno encontrasse a resposta para o problema, pois existe uma relação adequada para a situação, no entanto ele utiliza uma relação matemática inválida. Além disso, unidades de medidas diferentes são envolvidas nessa relação matemática (uma se refere à medida de comprimento e outra à medida de ângulo).

Também foi solicitado nesse instrumento, que o professor expressasse suas formas de proceder em relação ao processo de ensino da Trigonometria, em relação ao que é por ele considerado como mais importante nesse momento do ensino e também em relação às suas expectativas a aceitação da proposta de ensino pelos alunos.

Ainda nesse instrumento foram solicitadas, aos professores, respostas a questões específicas de Trigonometria, dentre as quais: Quantos graus mede um radiano? Como procederia ao ensinar esse conceito aos alunos? O que significa dizer que  $180^\circ$  é igual a  $\pi$  radianos?

As respostas dos professores às diferentes questões propostas no instrumento vão necessitar a mobilização de diferentes saberes e, como consequência, permitirão ao investigador compreender as formas de organização da prática educativa relativa ao ensino e aprendizagem da trigonometria.

A escolha do questionário como instrumento de coleta de informações se deve a natureza das questões que o compõe, as quais foram descritas anteriormente, e que requerem uma maior disponibilidade de tempo dos professores para responder. Essa disponibilidade de tempo, dificilmente seria viabilizada no ambiente escolar, devido à própria dinâmica desse ambiente de trabalho, o que favoreceu a opção pelo questionário. O questionário, composto por questões fechadas a respeito do perfil dos respondentes e abertas a respeito do conteúdo de trigonometria, apresenta algumas vantagens, de acordo com Moreira e Caleffe (2008): uso eficiente do tempo; anonimato para o respondente, possibilidade de uma alta taxa de retorno e perguntas padronizadas.

### 2.1.2 Procedimentos de coleta de dados: obtenção dos dados empíricos

Para iniciar a coleta de dados com os professores da rede estadual de ensino foi necessária uma autorização da Superintendência de Desenvolvimento Educacional do Paraná. Inicialmente esse pedido foi feito ao Núcleo Regional de Educação de Ponta Grossa, que fez o encaminhamento. A Superintendência é responsável por garantir o suporte físico que viabiliza o funcionamento dos estabelecimentos da rede estadual de educação básica. Cabe a ela promover a elaboração e implementação do plano de obras e manutenção dos prédios escolares, planejar e administrar questões relacionadas à infraestrutura escolar (como alimentação, mobiliário e equipamentos) e fornecer indicadores e dados estatísticos que subsidiem os gestores das escolas e a comunidade escolar.

A preferência pelos professores da rede estadual de educação básica se deve ao fato de que eles constituem um maior número em relação aos professores de matemática da rede privada, e, por essa razão, uma maior representatividade em se tratando da formação matemática dos alunos. No município de Ponta Grossa o número de escolas particulares que ofertam a segunda fase do Ensino Fundamental e o Ensino Médio é 38. E o número de escolas

da Rede Estadual de que ofertam essas mesmas etapas de ensino, inclusive Educação de Jovens e Adultos é 50.

Com a autorização da Superintendência em mãos, para a aplicação do instrumento de coleta de informações (Apêndice), foram selecionadas dez escolas da Rede Estadual de ensino, com o auxílio das informações contidas no site da Secretaria Estadual de Educação do Paraná. O critério para a escolha das escolas foi o número de professores que lecionam matemática. Foram selecionadas as escolas que possuem mais de nove professores, considerando todos os níveis de ensino (Ensino Fundamental - anos finais, Ensino Médio, Educação de Jovens e Adultos e salas de apoio) e todos os turnos (manhã, tarde e noite). No total foram contabilizados 118 professores, mas o número real pode ser menor pelo fato de alguns professores lecionarem em mais de uma escola.

Os questionários foram entregues para os diretores e equipe pedagógica, em cada uma das dez escolas, que ficaram responsáveis por entregar e recolher junto aos professores. Acompanhou o questionário um termo de consentimento que os professores deveriam assinar ao entregá-lo respondido. Esse termo de consentimento foi considerado importante para que os professores pudessem manifestar sobre sua decisão em participar da pesquisa e para autorizar a utilização e divulgação dos dados.

Dos 118 questionários entregues para as 10 escolas, apenas 20 retornaram, de 9 escolas. Em relação ao baixo retorno, os professores de matemática alegaram: não trabalhar com esse conteúdo na série em que lecionam; não ter tempo para respondê-lo devido às provas e trabalhos que possuíam para corrigir; que o questionário era extenso e difícil. E também sugeriram que as questões propostas fossem de múltipla escolha.

### 2.1.3 Caracterização dos sujeitos da pesquisa

Os 20 professores participantes dessa pesquisa responderam no instrumento de coleta de informações, questões que permitiram identificar o perfil desses profissionais, em relação a: idade; sexo; local de trabalho; contrato de trabalho; formação profissional; carga horária de trabalho semanal e tempo de serviço. Visando preservar suas identidades, para caracterizar o perfil de cada um dos sujeitos respondentes, a referência a eles será feita utilizando uma letra, acompanhada de um número, sendo que as letras serão iguais conforme as escolas que esses profissionais trabalham, e os números serão referentes a cada sujeito. Nesse caso teremos as escolas nominadas por A, B, C, D, E, F, G, H e I, e os sujeitos identificados pelos números 1,

2, 3,..., 20. Uma mesma escola pode caracterizar diferentes professores, no caso de mais de um professor lecionar naquela escola.

Os sujeitos também foram caracterizados em relação ao seu perfil que compreende idade, sexo, rede de ensino (estadual ou particular) e contrato de trabalho (quadro próprio do magistério, QPM<sup>8</sup>, ou Processo Seletivo Simplificado, PSS<sup>9</sup>). Além dessas informações é possível caracterizar esses professores de acordo com sua formação (curso de graduação, licenciado ou bacharel, curso de pós-graduação, PDE, mestrado ou especialização). Também com informações relativas ao número de aulas semanais e tempo de magistério. No Quadro 3 essas informações são apresentadas de forma sintética.

Quadro 3 – Perfil dos participantes da pesquisa

(continua)

PROFESSORES QPM								
Sujeitos	Idade	Sexo	Rede de ensino	Contrato de trabalho	Curso de graduação	Formação	Aulas por semana	Tempo de magistério
A1	-	F	Estadual	QPM	matemática	licenciatura; PDE; mestrado	20 a 40 h	mais de 15 anos
A2	43	M	Estadual	QPM	matemática	licenciatura e especialização	20 a 40 h	até 15 anos
B3	44	M	Estadual	QPM	matemática	licenciatura e especialização	até 20 h	até 15 anos
B4	43	M	Estadual e particular	QPM	matemática, ciências e direito	licenciatura e especialização	20 a 40 h	mais de 15 anos
C5	51	M	Estadual	QPM	matemática	licenciatura e especialização	até 20 h	mais de 15 anos
C6	55	M	Estadual	QPM	matemática	licenciatura e especialização	até 20 h	mais de 15 anos
C7	43	M	Estadual	QPM	matemática	licenciatura e especialização	20 a 40 h	mais de 15 anos
D8	44	M	Estadual	QPM	matemática	licenciatura	20 a 40 h	mais de 15 anos
E9	41	F	Estadual e particular	QPM	matemática	licenciatura e especialização	48h	até 15 anos
F10	42	F	Estadual	QPM	matemática	licenciatura; especialização; PDE	20 a 40 h	até 15 anos
F11	42	F	Estadual	QPM	matemática	licenciatura e especialização	20 a 40 h	mais de 15 anos
F12	34	F	Estadual	QPM	matemática	licenciatura e especialização	20 a 40 h	até 10 anos
F13	34	M	Estadual	QPM	matemática	licenciatura e especialização	20 a 40 h	até 10 anos
G14	26	F	Estadual	QPM	matemática	licenciatura	20 a 40 h	não respondeu
H15	48	F	Estadual	QPM	matemática	licenciatura e especialização	20 a 40 h	mais de 15 anos

<sup>8</sup> QPM são os professores concursados em caráter permanente e com habilitação específica para atuar na disciplina que lecionam.

<sup>9</sup> PSS são os professores temporários, contratados por tempo determinado para atender as necessidades específicas (licença médica, licença maternidade, aulas excedentes, etc.)

Quadro 3 – Perfil dos participantes da pesquisa

(conclusão)

PROFESSORES PSS								
Sujeitos	Idade	Sexo	Escola que trabalha	Contrato de trabalho	Curso	Formação	Aulas por semana	Tempo de magistério
C16	31	M	Estadual e particular	PSS	matemática	licenciatura	65h	até 5 anos
D17	37	F	Estadual	PSS	matemática	licenciatura e especialização	20 a 40 h	até 5 anos
F18	30	F	Estadual	PSS	matemática	licenciatura e especialização	até 20 h	até 5 anos
G19	41	F	Estadual	PSS	matemática	licenciatura e especialização	20 a 40 h	até 5 anos
I20	45	M	Estadual	PSS	matemática	licenciatura e especialização	20 a 40 h	até 5 anos

Fonte – Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores (Apêndice)

Alguns aspectos sobre o perfil dos respondentes serão retomados na interpretação inferencial dos dados, para auxiliar na compreensão das características dos conhecimentos docentes apresentadas por eles.

## 2.2 CATEGORIZAÇÃO, ORGANIZAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Como metodologia de análise foram utilizados os subsídios teóricos da proposta de Laurence Bardin, apresentada em sua obra “Análise de Conteúdo” (BARDIN, 2009). O recurso à análise de conteúdo, de acordo com a autora, se faz útil pela necessidade de se buscar compreender o que está além dos significados imediatos nas comunicações. Como objetivos do método de análise de conteúdo, ela aponta a superação da incerteza, que está relacionada ao desejo de rigor, e o enriquecimento da leitura, que se refere à necessidade de ir além das aparências.

Bardin (2009) afirma que a análise de conteúdo das mensagens, que deveria ser aplicada a todas as formas de comunicação, possui duas funções que podem ou não dissociar-se na prática:

- uma *função heurística*: a análise de conteúdo enriquece a tentativa exploratória, aumenta a propensão para a descoberta. É a análise de conteúdo “para ver o que dá”.
- uma função de “*administração de prova*”. Hipóteses sob a forma de questões ou de afirmações provisórias, servindo de diretrizes, apelarão para o método de análise sistemática para serem verificadas no sentido de uma confirmação ou de uma afirmação. É a análise de conteúdo “para servir de prova” (BARDIN, 2009, p.31).

Essas duas funções de análise de conteúdo, de acordo com a autora, podem coexistir de maneira complementar. Tudo vai depender da experiência de quem está analisando as mensagens e da natureza das informações (BARDIN, 2009).

Bardin (2009) descreve a divisão da análise de conteúdo em:

a) Pré-análise, que é a organização do material, na qual pode ser utilizado questionário, entrevista, observações ou análise documental. No caso dessa pesquisa, essa pré-análise compreendeu a organização do instrumento de coleta de informações qualitativas junto aos professores sobre natureza de erros apresentados por alunos em questões propostas numa prova aplicada numa sala de aula do Ensino médio, sobre formas de encaminhamentos metodológicos para superação dos erros e sobre conhecimentos específicos de Trigonometria. A pré-análise nessa pesquisa será contemplada no item 2.2.1.

b) descrição analítica, por meio da qual os dados da pesquisa são orientados pelo referencial teórico para os procedimentos de codificação dos assuntos trabalhados. Essa etapa, da presente pesquisa, compreendeu a definição de categorias para a análise dos dados empíricos, obtidos pelo instrumento, a categorização desses dados com o auxílio do software Atlas.ti 6.2 e a análise subsidiada pelo quadro teórico. Essa descrição analítica será contemplada no item 2.2.2.

c) Interpretação inferencial, por meio da qual os dados, depois de coletados e organizados, as reflexões e intuições são intensificadas, numa relação que permite a interpretação da mensagem.

### 2.2.1 Pré-análise: descrição dos procedimentos metodológicos para organização dos dados

Os dados do instrumento de coleta de informações foram categorizados tendo por subsídios os Registros de Representação Semióticas de Duval, no que se refere às funções discursivas do discurso e também aos conhecimentos docentes de Shulman (1986). Para a organização dos dados fornecidos pelo instrumento foi utilizado o software Atlas.ti (MURH, 2001).

O software Atlas.ti, de acordo com Walter e Bach (2009, p.3), “consiste em uma ferramenta para a análise de dados qualitativos que pode facilitar o gerenciamento e a interpretação dos mesmos”. De acordo com as autoras, se faz necessário que o pesquisador esteja previamente embasado em uma teoria para realizar a análise e proceder à codificação, e quanto mais o pesquisador conhecer sobre essa teoria, mais conseguirá explorá-la nas análises. Elas também ressaltam que é relevante que o pesquisador esteja fundamentado em uma metodologia de análise, sendo que o Atlas.ti “pode ser empregado em diferentes tipos de pesquisa, pois é flexível, podendo ser adaptado conforme os dados, objetivos e estratégia

da pesquisa. Contudo, é mais bem aproveitado em pesquisas qualitativas e subjetivas que sejam, no mínimo, um pouco estruturadas” (WALTER E BACH, 2009, p.6).

Em relação ao desenvolvimento do programa, Bandeira-de-Melo (2006) citado por Walter e Bach (2009) afirma que este consiste em um software de análise de dados qualitativos, sendo que seu protótipo inicial foi desenvolvido na Alemanha. A sigla **Atlas**, de acordo com as autoras, significa, em alemão, *Archiv fuer Technik, Lebenswelt und Alltagssprache* e pode ser traduzida como ‘arquivo para tecnologia, o mundo e a linguagem cotidiana’ e a sigla **ti** advém de *text interpretation*, que significa interpretação de texto.

Muhr (1991), citado Walter e Bach (2009), afirma que o projeto original do Atlas.ti foi influenciado pela *grounded theory*<sup>10</sup>, mas que o software pode ser empregado em diferentes estratégias de pesquisa e que o objetivo do software é desenvolver uma ferramenta que apoie e facilite a interpretação humana. A primeira versão comercial do Atlas.ti foi lançada em 1993 por Thomas Muhr e a partir de então diversas versões já foram criadas (WALTER E BACH, 2009).

Bandeira-de-Melo (2006) citado por Walter e Bach (2009, p.7) apresenta os quatro princípios norteadores da análise que pode ser realizada a partir do software:

- visualização: gerenciamento da complexidade do processo de análise, mantendo o contato do usuário com os dados;
- integração: a base de dados e todos os elementos construídos na análise são integrados em um único projeto, a unidade hermenêutica;
- casualidade (serendipity): promove a descoberta e os insights casualmente, isto é, sem a busca deliberada por aquilo que foi encontrado;
- exploração: a interação entre os diferentes elementos constitutivos do programa promove descoberta e insights.

Em relação aos elementos constitutivos do software, Walter e Bach (2009) fizeram uma adaptação da organização feita por Bandeira-de-Melo (2006), a qual pode ser observada no Quadro 3.

Quadro 4 – Elementos constitutivos dos Atlas.ti

(Continua)

<b>Elementos</b>	<b>Descrição</b>
Unidade Hermenêutica (Hermeneutic unit)	Reúne todos os dados e os demais elementos.
Documentos primários (Primary documents)	São os dados primários coletados. Em geral, são transcrições de entrevistas e notas de campo, mas suportam figuras e áudio (a versão atual também o faz em relação a imagens, áudio e vídeo). Os documentos primários são denominados Px, sendo que x é o número de ordem.
Citações (Quotes/quotation)	São segmentos de dados, como trechos relevantes das entrevistas que indicam a ocorrência de código. A referência da citação é formada pelo número do documento primário onde está localizada, seguido do seu número de ordem dentro do documento. Também constam da referência as linhas inicial e final, no caso de texto.

<sup>10</sup> Pinto e Santos (2012) entendem a *grounded theory* enquanto um estilo de pesquisa.

Quadro 4 – Elementos constitutivos dos Atlas.ti

(Conclusão)

Códigos (Codes)	São os conceitos gerados pelas interpretações do pesquisador. Podem estar associados a uma citação ou a outros códigos para formar uma teoria ou ordenação conceitual. Sua referência é formada por dois números: o primeiro refere-se ao número de citações ligadas ao código; e o segundo, ao número de códigos associados. Os dois números representam, respectivamente, seu grau de fundamentação (groundedness) e de densidade teórica (density).
Notas de análise (Memos)	Descrevem o histórico da pesquisa. Registram as interpretações do pesquisador, seus insights ao longo do processo de análise.
Esquemas gráficos (Netview)	Esta ferramenta auxilia a visualização do desenvolvimento da teoria e atenua o problema de gerenciamento da complexidade do processo de análise. Os esquemas gráficos são representações gráficas das associações entre códigos. A natureza dessas relações é representada por símbolos, descritos no Quadro 15.5.
Comentários (Comment)	Podem estar presentes em todos os elementos constitutivos. Devem ser utilizados pelos pesquisadores para registrar informações sobre seus significados, bem como para registrar o histórico da importância do elemento para a teoria em desenvolvimento.

Fonte: Walter e Bach (2009, p.8).

Tendo em vista essas considerações sobre o software Atlas.ti, os dados obtidos por meio do instrumento de coleta de informações foram digitados e salvos em formato 'doc' para compor os documentos primários. Na sequência foram criados os códigos para associação das respostas apresentadas pelos professores, os quais foram categorizados conforme adaptação da organização apresentada por Tozetto (2010), a autora fundamentou-se em Shulman (1986) para contemplar os conhecimentos docentes no que se refere ao conhecimento do conteúdo, conhecimento curricular do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo, e em Duval (2004) no que diz respeito às funções do discurso.

A organização apontada por Tozzeto (2010) foi utilizada como categoria para análise dos dados. Para cada uma das categorias foram criados os seguintes códigos no software Atla.ti:

- a) CCM\_N/D para a categoria conhecimento de conteúdo da matéria a ser ensinada (CCM) em relação às funções de expansão discursiva de narração ou descrição (N/D);
- b) CCM\_E para a categoria conhecimento de conteúdo da matéria a ser ensinada (CCM) em relação às funções de expansão discursiva de explicação (E);
- c) CCM\_R para a categoria conhecimento de conteúdo da matéria a ser ensinada (CCM) em relação às funções de expansão discursiva de raciocinamento (R);
- d) CPC\_N/D para a categoria conhecimento pedagógico de conteúdo (CPC) em relação às funções de expansão discursiva de narração ou descrição (N/D);
- e) CPC\_E para a categoria conhecimento pedagógico de conteúdo (CPC) em relação às funções de expansão discursiva de explicação (E);

- f) CPC\_R para a categoria conhecimento pedagógico de conteúdo (CPC) em relação às funções de expansão discursiva de raciocinamento (R);
- g) CC\_N/D para a categoria conhecimento curricular em relação às funções de expansão discursiva de narração e descrição;
- h) CC\_E para a categoria conhecimento curricular (CC) em relação às funções de expansão discursiva de explicação (E);
- i) CC\_R para a categoria conhecimento curricular (CC) em relação às funções de expansão discursiva de raciocinamento (R).

A articulação a respeito dessa forma de organização pode ser visualizada no Quadro 4, este quadro será utilizado para apresentar quantitativamente o número de respostas relativas a cada uma das categorias em cada questão do instrumento.

Quadro 5 – Organização para análise dos dados empíricos

Shulman (1986)	Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada (CCM)			Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (CPC)			Conhecimento Curricular (CC)			Sem resposta	
	Duval (2004)	N/D	E	R	N/D	E	R	N/D	E		R
Questão 1											
Questão 2											
...											

Fonte: Adaptado de Tozetto (2010)

O entendimento de que uma resposta se inclui na categoria de CCM (conhecimento de conteúdo da matéria a ser ensinada) se deve a identificação de elementos específicos da disciplina, em que os argumentos são fundamentados em aspectos relativos à sua validação enquanto campo de conhecimento. A resposta do professor será incluída nessa categoria se ele se referir a conhecimentos relativos à própria estrutura da disciplina, demonstrando que compreende o motivo pelo qual determinado conteúdo se apresenta de determinada forma e não de outra (SHULMAN, 1986, apud ALMEIDA & BIAJONE, 2007).

No que se refere à classificação enquanto CPC (conhecimento pedagógico de conteúdo), sua identificação se fundamenta na resposta dada pelo professor na qual ele apresenta aspectos relativos à forma como conduziria uma prática de ensino. Essa categoria está relacionada ao conhecimento do professor, não apenas sobre o conteúdo, mas sobre como esse conteúdo pode ser ensinado para os alunos (SHULMAN, 1986, apud ALMEIDA & BIAJONE, 2007).

Para a categoria CC (conhecimento curricular), as respostas foram identificadas com base nos elementos relativos à organização da disciplina como um todo. O que inclui o conhecimento do professor sobre os conteúdos que podem ser trabalhados nos diferentes

níveis de ensino e o conhecimento sobre os materiais instrucionais que podem ser utilizados. (SHULMAN, 1986, apud ALMEIDA & BIAJONE, 2007).

No que se refere à função de expansão discursiva e às quatro formas de operações discursivas, a categorização N/D (narração e/ou descrição) está relacionada a uma forma de expansão que Duval (2004) coloca como sendo “natural”, na qual somente o conhecimento da linguagem natural é suficiente para o entendimento da informação. Tanto a narração, quanto a descrição são entendidas sob esse aspecto, por que ambas fazem parte dessa expansão natural da qual o autor se refere.

A expansão natural se caracteriza pelo emprego comum da língua. Mobiliza simultaneamente a rede semântica de uma língua natural e os conhecimentos pragmáticos próprios do meio sociocultural dos locutores. O exemplo de Kintsch [...] ‘uma bomba de gás explodiu. A casa queimou’, é um exemplo de expansão natural. É, sobretudo, dessa forma de expansão a que tem sido estudada pelos gramáticos dos textos que tem tratado de analisar as regras de coerência do discurso (DUVAL, 2004, p. 120-121 – tradução nossa).

Em relação à categorização E (explicação), esta tem como especificidade a utilização de um raciocínio dedutivo, mas que também é expressa por meio da linguagem natural, porém exige o conhecimento de definições específicas do campo de conhecimento para compreensão do objeto. Essa característica pode ser identificada no discurso dos professores no momento em que eles buscam expressar seus conhecimentos utilizando definições próprias da matemática. Duval (2004) denomina essa forma de expansão de “Cognitiva”.

A expansão cognitiva se caracteriza pelo emprego especializado da língua natural. O léxico associativo utilizado se neutraliza devido a não expressar mais do que as significações estabelecidas pelas definições, pelos enunciados de resultados de demonstrações [...]. O léxico associativo se encontra então canalizado em uma terminologia restringida a um domínio de conhecimento. Esta forma de expansão discursiva pode envolver também, descrições, explicações técnicas ou teóricas além das demonstrações. No que concerne às demonstrações, a diferença com a forma de expansão natural está no fato de que as regras de substituição que se embasam somente na forma do símbolo já são pertinentes (DUVAL, 2004, p. 120 – tradução nossa).

A categoria R (raciocinamento) é a expansão denominada por Duval (2004) de “Formal”, pois é caracterizada pela utilização exclusiva de símbolos, que podem ser notações, escrita algébrica, ..., etc.

A expansão formal se caracteriza pela aplicação de regras de substituição que se embasam exclusivamente em símbolos que representam variáveis ou proposições, independentemente de sua significação. Estas regras permitem obter uma nova asserção através da substituição de símbolos em uma asserção de partida (DUVAL, 2004, p. 120 – tradução nossa).

A explicitação de que a análise do discurso, apenas por meio da aplicação de regras linguísticas, não daria conta de interpretar a intenção do interlocutor ao realizar o discurso, foi primeiramente realizada por Grize (1983)<sup>11</sup> citado por Duval (2004). Benveniste (1974)<sup>12</sup> citado por Duval (2004) trata de outro aspecto que também é importante de ser considerado na análise do discurso, que é o do sentido intencionado. Esse aspecto é relativo aos modos de compreender o que os professores estão dizendo em relação à prática pedagógica, relacionada aos processos de ensino e aprendizagem da trigonometria. Com isso é possível identificar as expressões referenciais, as expressões de atitudes proposicionais, os passos do raciocinamento, os episódios de uma narração, etc. Para responder as perguntas, o professor organiza seu discurso e utiliza unidades de sentidos intencionais (pois ele quer responder a pergunta).

O pesquisador precisa realizar a análise funcional desse discurso. De acordo com Duval (2004) essa análise só pode ser feita com base nas operações discursivas, que podem ser de quatro tipos: narração, descrição, explicação e raciocinamento. Por essa razão, essas quatro operações foram escolhidas como categorias para análise dos discursos dos professores participantes dessa pesquisa.

A organização do discurso dos professores vai depender das funções discursivas: apofântica (quando ele quer dizer algo), de designação (quando ele designa objetos), expansão discursiva (quando ele une as frases em um todo coerente) e de reflexividade discursiva (quando ele transforma de maneira potencialmente recorrente um enunciado completo). Vai depender igualmente das operações discursivas (ou ele narra algo, ou ele descreve algo, ou ele explica algo, ou ele expressa um raciocinamento de maneira dedutiva ou por argumentação retórica). Esse discurso vai compreender uma expansão discursiva de acordo com o modo em que ele foi formulado, isto é, por meio de uma narração, de uma descrição, de uma explicação, de um comentário, de uma argumentação, etc. Essa expansão permitirá ao pesquisador fazer inferências – interpretação inferencial, conforme Bardin (2009) – sobre a organização e reorganização da prática educativa pelo professor em relação aos processos de ensino e aprendizagem da Trigonometria em virtude dos erros dos alunos e das formas de superá-lo.

Por essa razão, é importante identificar as diferentes formas de expressão apresentadas no discurso dos professores, pois são elas que permitirão identificar o que está

---

<sup>11</sup> GRIZE, J. B. Schématisation et Logique naturelle. In : BOREL; GRIZE; MIÉVILLE (orgs.). **Essai de logic naturelle**. Berne : Peter Lang, 1983. p. 99-145.

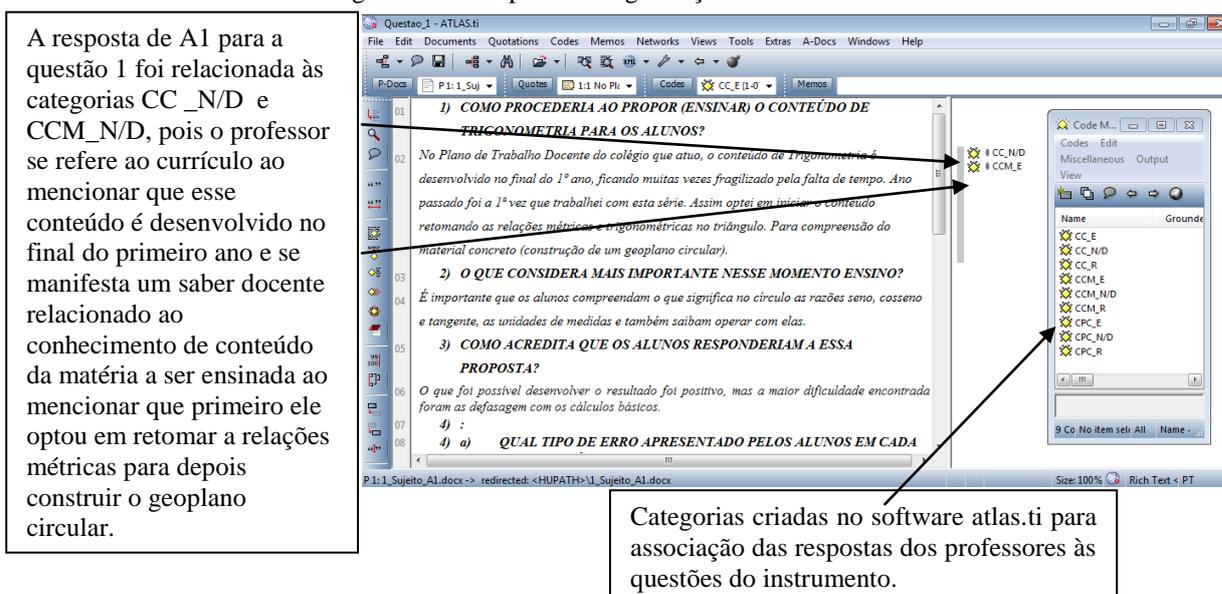
<sup>12</sup> BENVENISTE, E. **Problèmes de linguistique générale**, 2. Paris : Gallimard, 1974.

explícito ou implícito nesses discursos. A expansão do discurso só ocorrerá se forem feitas inferências e explicitação do que está implícito (DUVAL, 2004). Só desta forma o pesquisador poderá deixar clara sua compreensão sobre o posicionamento do professor tanto sobre os erros apresentados pelos alunos, como das formas de organização da prática educativa para a superação.

Em relação à expansão do discurso, Duval (2004) afirma que há duas formas de acontecer: uma lógica (por substituição) e outra natural (por acumulação). A expansão discursiva por substituição só acontece na língua formal. No caso da pesquisa, a maioria das respostas dos professores foi apresentada em língua natural. Portanto, a expansão discursiva será por acumulação de informações presentes nesses discursos.

Um exemplo de como foi feita a criação das categorias, com utilização do Atlas.ti 6.2, e de como as respostas dos professores foram associadas a essas categorias pode ser visualizado na Figura 8.

Figura 8 – Exemplo de categorização com auxílio do Atlas.ti 6.2



Fonte – Visualização do Atlas.ti 6.2

As categorias de respostas dos professores foram separadas conforme o contrato de trabalho e tempo de atuação no magistério: professores QPM (Quadro Próprio do Magistério); professores PSS (Processo Seletivo simplificado). Optou-se por essa organização para facilitar a visualização das respostas no momento de formar os esquemas gráficos com o Atlas.ti, e também, por acreditarmos que as respostas dos professores poderão apresentar características similares conforme o contrato de trabalho e o tempo de atuação no magistério. Uma síntese da organização referente as respostas dos 15 professores QPM para o instrumento A pode ser

observada no Quadro 6. Nesse quadro é apresentada a quantidade de respostas incluídas em uma mesma categoria e os sujeitos que apresentaram essa resposta.

Quadro 6 – Organização das respostas dos professores QPM para análise dos dados empíricos

(continua)

Shulman (1986)	Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada (CCM)			Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (CPC)			Conhecimento Curricular (CC)			Sem resposta	
	Duval (2004)	N/D	E	R	N/D	E	R	N/D	E		R
Questão 1			4 (A1, C6, G14, H15)		1 (B3)	10 (D8, C7, E9, C5, F12, A2, F13, F11, B4, G14)			2 (F10, H15)		
Questão 2	2 (G14, H15)		3 (A1, F10, F11)		9 (C6, B4, D8, E9, C7, C5, A2, F13, G14)			1 (B3)	1 (F12)		
Questão 3					15 (A1, A2, B3, B4, C5, C6, C7, D8, E9, F10, F11, F12, F13, G14, H15)						
Questão 4A1			15 (A1, A2, B3, B4, C5, C6, C7, D8, E9, F10, F11, F12, F13, G14, H15)								
Questão 4A2	1 (E9)		13 (A1, A2, B3, B4, C5, C6, C7, D8, F10, F11, F12, F13, H15)		1 (G14)	1 (F10)					
Questão 4A3			15 (A1, A2, B3, B4, C5, C6, C7, D8, E9, F10, F11, F12, F13, G14, H15)								
Questão 4B1			13 (A1, A2, B3, C5, C6, C7, D8, F10, F11, F12, F13, G14, H15)		10 (E9, F13, C7, D8, H15, F12, A2, F11, A1, B3)	2 (B4, C5)					
Questão 4B2			12 (C5, C6, F10, F13, H15, F12, A1, B3, C7, D8, E9, F11)		10 (A2, F13, H15, F12, A1, B3, C7, D8, E9, F11)	2 (B4, C5)					1 (G14)



Quadro 7 – Organização das respostas dos professores PSS para análise dos dados empíricos

(conclusão)

Questão 4A2		5 (C16, D17, F18, G19, I20)								
Questão 4A3	1 (F18)	4 (C16, D17, G19, I20)								
Questão 4B1		3 (C16, D17, F18)		3 (C16, D17, F18)	2 (G19, I20)					
Questão 4B2		3 (C16, D17, G19)		3 (C16, D17, G19)	2 (F18, I20)					
Questão 4B3		4 (C16, D17, F18, G19)		4 (C16, D17, F18, G19)	1 (I20)					
Questão 5		3 (C16, D17, F18)	3 (D17, G19, I20)							
Questão 6		5 (C16, D17, F18, G19, I20)	3 (D17, F18, I20)							
Questão 7				2 (C16, D17)	3 (F18, G19, I20)					

Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

### 2.2.2 Descrição analítica: dados obtidos por meio do Instrumento para coleta de informações

Para cada uma das questões, foi feita uma representação gráfica com o auxílio do software Atlas.ti. Essa representação só foi possível depois que as respostas foram categorizadas de acordo com os códigos criados para expressar os conhecimentos docentes e as operações discursivas, conforme mencionado no capítulo anterior.

As respostas dos professores QPM para a questão 1 “**COMO PROCEDERIA AO PROPOR CONTEÚDOS DE TRIGONOMETRIA PARA OS ALUNOS?**” foram organizadas conforme sua associação com as categorias. Ressalta-se que, por vezes, numa mesma resposta encontravam-se mais de uma categoria. Por essa razão sua essa resposta foi associada simultaneamente a essas categorias. Esse tipo de organização referente a questão 1 pode ser mais bem visualizada na Figura 9.



Nesse caso, o desafio se daria por meio da resolução de um problema real. Em relação à função de expansão discursiva a resposta ficou categorizada como de explicação, por ser necessária a apresentação de argumentos por parte de G14 de que as medições propostas envolveriam diferentes conceitos pertencentes à Trigonometria, ao afirmar:

G14 “*Como costumam não saber algo prático (semelhança de ‘triângulos’) e nem saber ou lembrar as razões trigonométricas no ‘triângulo retângulo’ eu as estabeleço e uso para resolver o problema (desafio), depois fazem exercício de fixação onde uso medidas de ângulos iguais e de lados  $\neq p/ q/$  percebam a dependência angular, os ângulos notáveis e compreendam melhor as funções em seguida”.*

A resposta de A1 também está ligada a mais de uma categoria porque parte de sua resposta está relacionada ao Conhecimento Curricular (CC) e outra parte ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (CPC). Na parte do discurso de A1 referente ao CC ele afirma:

A1 “*No Plano de Trabalho Docente do colégio que atuo, o conteúdo de Trigonometria é desenvolvido no final do 1º ano, ficando muitas vezes fragilizado pela falta de tempo. Ano passado foi a 1ª vez que trabalhei com esta série”*

Esse professor está apontando que a forma como o currículo é organizado, faz com que o trabalho com esse conteúdo seja realizado no 1º ano do Ensino Médio, não sendo possível aprofundar no assunto. A categorização dessa parte da resposta de A1 como de narração ou descrição em relação às operações de expansão discursivas, se deve ao fato da não utilização de termos específicos de um campo do conhecimento, permitindo o entendimento do discurso apenas pelo conhecimento da linguagem natural. Em outra parte do discurso A1 afirma:

A1 “*Assim optei em iniciar o conteúdo retomando as relações métricas e trigonométricas no triângulo. Para compreensão do material concreto (construção de um geoplano circular)”*

Essa parte da resposta de A1 foi categorizada como CPC por expressar a forma como o professor pretendia conduzir sua prática de ensino e como Explicação (E) pela utilização de termos que exigem o conhecimento sobre esse campo do conhecimento, no caso das relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo e da construção do geoplano.

O professor H15 também teve sua resposta relacionada a duas categorias por apresentar um discurso com referências ao Conhecimento Curricular (CC) e ao Conhecimento de Conteúdo da Matéria (CCM) ao afirmar:

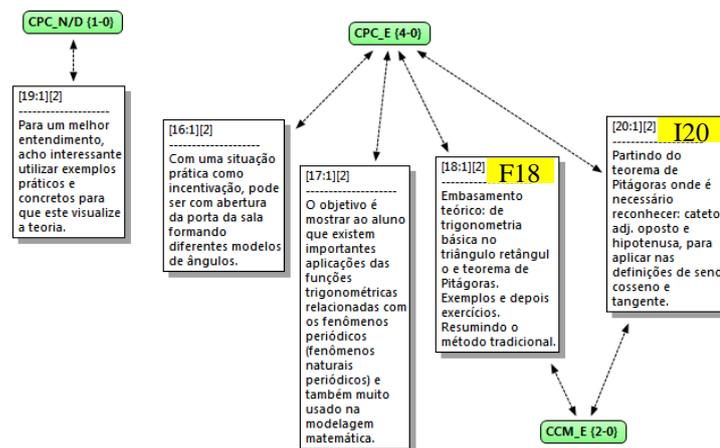
H15 “*Os procedimentos tomados ao ensinar trigonometria é retomar o estudo do triângulo retângulo (lados e ângulos) em seguida trabalhar o básico da*

*trigonometria no triângulo retângulo, para depois seguir no círculo trigonométrico. Fundamentando sempre no triângulo retângulo (lados e ângulos)”*

Nesse discurso H15 faz referência à sequência de conteúdos necessários para o trabalho com a Trigonometria e aponta os conhecimentos específicos da disciplina que são necessários para esse trabalho. Por serem conhecimentos relativos a um campo específico, no caso a matemática e, mais especificamente a Trigonometria, as duas partes da resposta de H15 foram categorizadas como de Explicação (E), em relação às operações de expansão discursiva.

A descrição analítica das respostas dos professores PSS, seguiu a mesma categorização das respostas dos professores QPM. A categorização dessas respostas, referente à questão 1 pode ser visualizada na Figura 10.

Figura 10 – Respostas dos professores PSS para a questão 1



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Para a questão 1, as respostas de 4 dos 5 professores PSS foram categorizadas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e operação de expansão discursiva de explicação (CPC\_E) e duas dessas respostas, foram simultaneamente categorizadas como Conhecimento de Conteúdo da Matéria e operação de expansão discursiva, também de explicação (CCM\_E). A resposta de I20 foi relacionada a essas duas categorias por demonstrar preocupação com a forma de conduzir o ensino (CPC) e preocupação com os conteúdos que precisariam ser trabalhados (CCM):

I20 “Partindo do teorema de Pitágoras onde é necessário reconhecer: cateto adj. oposto e hipotenusa, para aplicar nas definições de seno, cosseno e tangente”

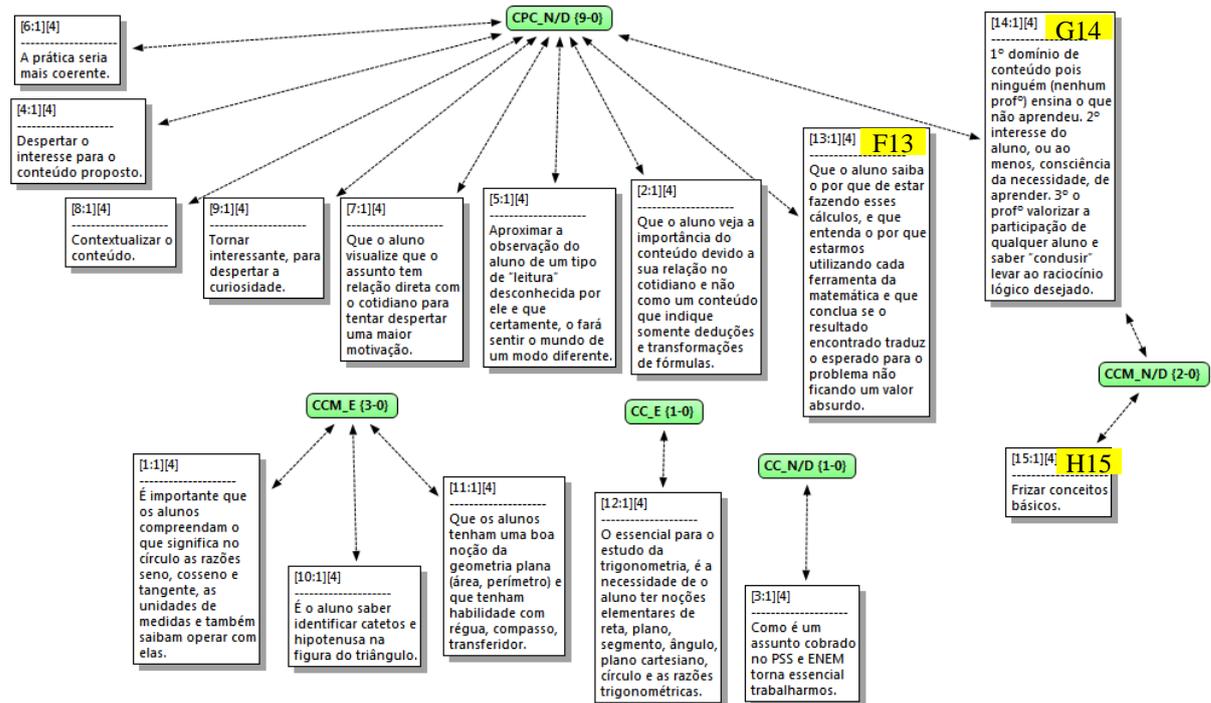
Para essas duas categorias as respostas foram categorizadas como operação de expansão discursiva de explicação devido à necessidade de se conhecer do que trata o

Teorema de Pitágoras e os elementos do triângulo que são necessários para a aplicação das razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente. Mesmo que o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo se refira ao método tradicional, o que também se expressa na resposta de F18:

F18 “*Embasamento teórico: de trigonometria básica no triângulo retângulo e teorema de Pitágoras. Exemplos e depois exercícios. Resumindo o método tradicional*”

Em relação às respostas dos professores QPM para a questão 2 “**O QUE CONSIDERA MAIS IMPORTANTE NESTE MOMENTO DO ENSINO?**”, elas também foram organizadas conforme sua associação com as categorias e houve respostas que encontravam-se mais de uma categoria. A organização referente à questão 2 pode ser mais bem visualizada na Figura 11.

Figura 11 – Respostas dos professores QPM para a Questão 2



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

As respostas dos professores para a questão 2, foram categorizadas como as três categorias de conhecimento e como função de expansão discursiva de narração ou descrição e de explicação. Os dados empíricos a seguir descritos exemplificam as respostas categorizadas como CPC, outra como CCM e a terceira como de CCM e CPC. Como resposta para a categoria CPC, F13 afirma:

F13 “*Que o aluno saiba o por que de estar fazendo esses cálculos, e que entenda o por que estamos utilizando cada ferramenta da matemática e que conclua se o*

*resultado encontrado traduz o esperado para o problema não ficando um valor absurdo”*

Por meio dessa resposta F13 indica que o professor entende que esse encaminhamento pedagógico levaria o aluno a entender o que está fazendo de cálculos, identificaria uma aplicação da matemática e teria a capacidade de concluir sobre os resultados alcançados. Essa afirmação permite expandir o discurso do professor de modo que possamos inferir que essas capacidades e habilidades só seriam possíveis por meio dessa forma de encaminhamento do processo de ensino, por meio do qual o aluno teria uma participação mais ativa. A resposta de H15, categorizada como CCM indica que o professor só se refere aos conhecimentos específicos da matéria a ser ensinada sem indicativos de procedimentos metodológicos para organização da prática educativa, permitindo inferir, por meio da expansão do discurso, que basta focar nos conteúdos de ensino para atribuição de significação aos objetos de ensino (conceitualização):

H15 *“Frizar conceitos básicos”*

A parte da resposta de G14 categorizada como CCM indica que o professor acredita ser essencial o domínio de conteúdos:

G14 *“1º domínio de conteúdo pois ninguém (nenhum profº) ensina o que não aprendeu”*

No entanto, na continuidade de sua fala, podemos inferir que ele julga não ser suficiente ao apontar a necessidade de procedimentos metodológicos mais adequados e eficientes para o ensino, e por essa razão, parte de sua resposta categorizada como CPC:

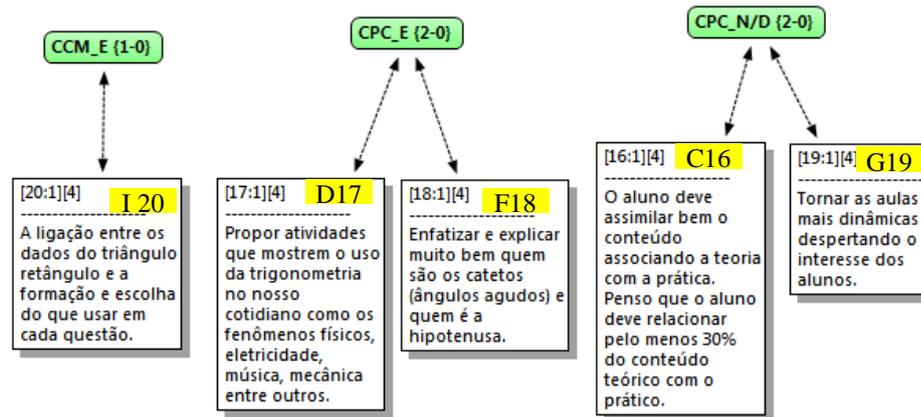
G14 *“2º interesse do aluno, ou ao menos, consciência da necessidade, de aprender. 3º o profº valorizar a participação de qualquer aluno e saber “condusir” levar ao raciocínio lógico desejado”*

Por meio da expansão discursiva, podemos inferir que somente o domínio de conhecimentos por parte do professor é insuficiente para um bom ensino e como consequência a aprendizagem dos alunos. Além desse domínio, o professor deve ser capaz de despertar o interesse dos alunos, conscientizá-los da importância de aprender e valorizar a participação do aluno no processo de ensino, condições julgados inseparáveis do domínio de conhecimento do conteúdo, por parte do professor. É possível inferir e explicitar que, por meio da expansão discursiva possibilitada por essa função de narração, que esses comportamentos e atitudes esperados só poderão acontecer se o professor organizar e

conduzir o processo de ensino voltado no despertar deste interesse. Essa conscientização não deve tornar o estudante um receptor passivo de informações e reproduzidor de regras e procedimentos mecanizados, ao contrário, que o leve a participar ativamente deste processo.

Para a questão 2, as respostas dos professores PSS foram categorizadas conforme a Figura 12.

Figura 12 – Respostas dos professores PSS para a questão 2



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

A categorização das respostas dos professores PSS para a questão 2 não foi homogênea. A resposta de I20 foi identificada como Conhecimento de Conteúdo da Matéria e operação de expansão discursiva de explicação (CCM\_E), devido à preocupação do professor com aspectos específicos do conteúdo e a utilização de uma linguagem que exige o entendimento que a utilização adequada dos dados do triângulo permite encontrar a solução de um determinado problema, por meio das razões trigonométricas:

I20 "A ligação entre os dados do triângulo retângulo e a formação e escolha do que usar em cada questão"

As respostas de D17 e F18 foram categorizadas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e operação de expansão discursiva de explicação (CPC\_E) pela preocupação dos professores com ações educativas que possibilitem a aprendizagem dos alunos:

D17 "Propor atividades que mostrem o uso da trigonometria no nosso cotidiano como os fenômenos físicos, eletricidade, música, mecânica entre outros".

F18 "Enfatizar e explicar muito bem quem são os catetos (ângulos agudos) e quem é a hipotenusa"

Para a compreensão do discurso desses professores é preciso o entendimento da relação que existe entre o conteúdo de Trigonometria e os fenômenos físicos do cotidiano, no caso da resposta de D17, e do entendimento do que são catetos e o que é hipotenusa, para

compreender o motivo pelo qual F18 enfatiza a importância de ensinar esses conceitos para os alunos. O que justifica sua categorização como de operação de expansão discursiva de explicação.

As respostas de C16 e G19 pertencem às categorias de Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e operação de expansão discursiva de narração/descrição (CPC\_N/D) por também estarem relacionadas à prática pedagógica do professor:

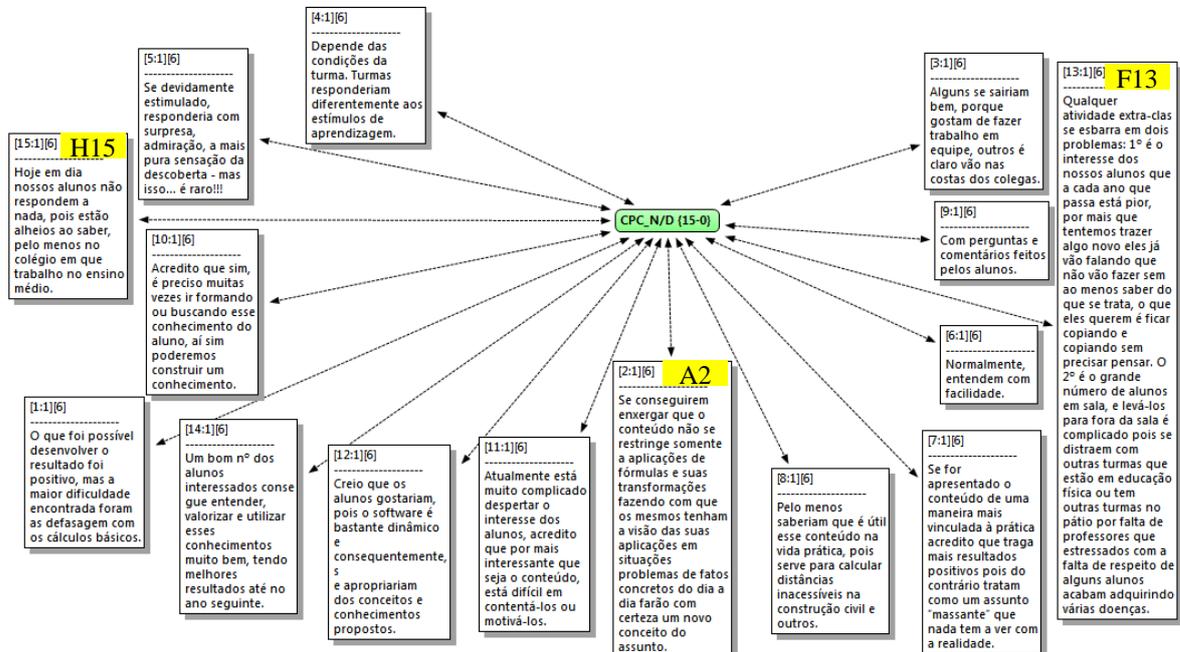
C16 “O aluno deve assimilar bem o conteúdo associando a teoria com a prática. Penso que o aluno deve relacionar pelo menos 30% do conteúdo teórico com o prático”

G19 “Tornar as aulas mais dinâmicas despertando o interesse dos alunos”

Por meio da expansão do discurso desses professores é possível inferir que para o aluno assimilar o conteúdo e para que as aulas sejam mais dinâmicas, é preciso ações pedagógicas que favoreçam.

As respostas dos professores QPM para a questão 3 “**COMO ACREDITA QUE OS ALUNOS RESPONDERIAM A ESTA PROPOSTA?**” podem ser mais bem visualizadas na Figura 13.

Figura 13 – Respostas dos professores QPM para a questão 3



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Todas as respostas para essa questão 3 foram categorizadas como CPC por estarem relacionadas com aceitação ou não dos alunos à proposta de ensino apresentada pelos professores. Essa categorização pode ser identificada na resposta de H15, em que o professor

expressa seu descontentamento em relação à aceitação de seus alunos que não correspondem às práticas de ensino:

H15 *“Hoje em dia nossos alunos não respondem a nada, pois estão alheios ao saber, pelo menos no colégio em que trabalho no ensino médio”*

Essa resposta permite inferir que a culpa do desinteresse pelas propostas do professor é dos alunos, revelando que ele não poderá fazer nada para reverter esse quadro. Nesse caso a crença do professor em relação aos saberes pedagógicos de conteúdo não contribui para que ele pense em propostas motivadoras e de envolvimento participativo dos alunos para despertar o interesse em aprender e superar dificuldades. Também na resposta de F13, em que além da falta de interesse dos alunos, aponta a dificuldade em relação a questões de organização da escola que dificulta sua prática de ensino:

F13 *“Qualquer atividade extra-classe esbarra em dois problemas: 1º é o interesse dos nossos alunos que a cada ano que passa está pior, por mais que tentemos trazer algo novo eles já vão falando que não vão fazer sem ao menos saber do que se trata, o que eles querem é ficar copiando e copiando sem precisar pensar. O 2º é o grande número de alunos em sala, e levá-los para fora da sala é complicado pois se distraem com outras turmas que estão em educação física ou tem outras turmas no pátio por falta de professores que estressados com a falta de respeito de alguns alunos acabam adquirindo várias doenças”*

No caso de F13, por meio da expansão desse discurso, pode-se inferir que os saberes pedagógicos de conteúdo não são suficientes para permitir ao professor alteração do quadro que se apresenta. Novamente a culpa é atribuída a outrem: a escola, o aluno,....., etc. Pode-se inferir que os saberes pedagógicos de conteúdo deveriam respaldar a organização da prática educativa do professor levando-o a enfrentar os desafios e a superar as dificuldades.

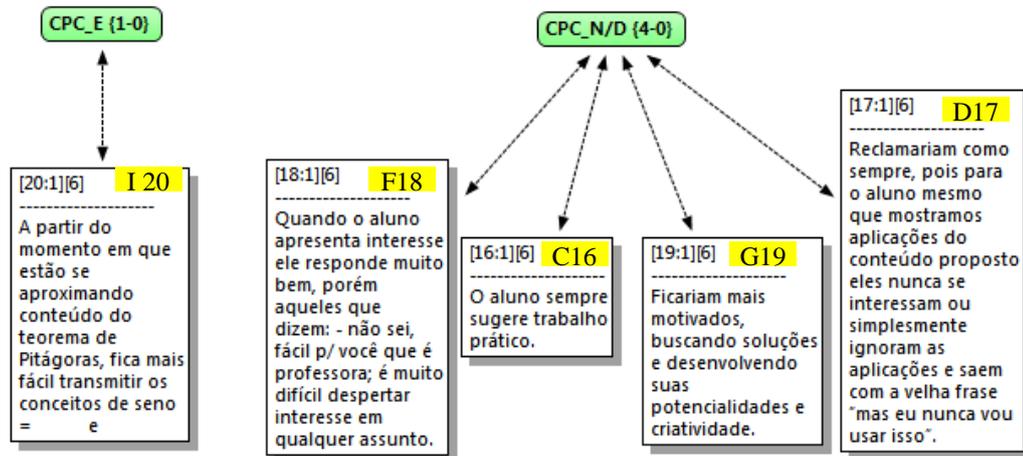
No que se refere à função de expansão discursiva de narração ou descrição, todas as respostas foram categorizadas dessa forma, por que apenas o conhecimento da linguagem corrente é suficiente para o entendimento dos discursos desses professores para essa questão. Na resposta de A2, por exemplo, ele afirma que:

A2 *“Se conseguirem enxergar que o conteúdo não se restringe somente a aplicações de fórmulas e suas transformações fazendo com que os mesmos tenham a visão das suas aplicações em situações problemas de fatos concretos do dia a dia farão com certeza um novo conceito do assunto”*

Por meio da resposta de A2 é possível o entendimento de que se os alunos souberem em que irão aplicar os conhecimentos trabalhados em sala de aula, eles certamente terão outro conceito sobre o assunto. Nesse caso, A2 não utiliza nenhuma definição específica de um campo do conhecimento.

Em relação à questão 3, as organização das respostas dos professores PSS pode ser visualizada na Figura 14.

Figura 14 – Respostas dos professores PSS para a questão 3



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

As respostas dos professores para essa questão 3 foram todas categorizadas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (CPC), porém 1 delas foi categorizada como de operação de expansão discursiva de explicação (E) e as outras 4 como de narração/descrição (N/D). O discurso de I20 categorizado como CPC\_E, além de estar se referindo a forma de aceitação, ou não, dos alunos sobre a prática do professor, é formado por uma linguagem que exige o entendimento de que se o aluno compreendesse o Teorema de Pitágoras ficaria mais fácil a compreensão das relações trigonométricas:

I20 "A partir do momento em que estão se aproximando conteúdo do teorema de Pitágoras, fica mais fácil transmitir os conceitos de seno =  $\frac{co}{h}$ , cos =  $\frac{ca}{h}$ , e tg =  $\frac{co}{ca}$ ,"

As respostas de C16, D17, F18 e G19 foram categorizadas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e como de operação de expansão discursiva de narração/descrição (CPC\_N/D), por também estarem se referindo a forma de aceitação, ou não, dos alunos sobre a prática do professor e por permitirem o entendimento de seus discursos apenas com o domínio da linguagem corrente:

C16 "O aluno sempre sugere trabalho prático"

D17 "Reclamaríamos como sempre, pois para o aluno mesmo que mostramos aplicações do conteúdo proposto eles nunca se interessam ou simplesmente ignoram as aplicações e saem com a velha frase 'mas eu nunca vou usar isso'"

F18 “Quando o aluno apresenta interesse ele responde muito bem, porém aqueles que dizem: - não sei, fácil p/ você que é professora; é muito difícil despertar interesse em qualquer assunto”

G19 “Ficariam mais motivados, buscando soluções e desenvolvendo suas potencialidades e criatividade”

A questão 4 foi separada em dois itens: a e b. O item “a” continha a seguinte pergunta: “**QUAL O TIPO DE ERRO APRESENTADO PELOS ALUNOS EM CADA UMA DAS SITUAÇÕES?**”. E o item “b” continha a seguinte pergunta: “**QUE TIPO DE INTERVENÇÃO PODE REALIZAR O PROFESSOR PARA QUE OS ALUNOS REFLITAM SOBRE O ERRO COMETIDO E SUPEREM TAL DIFICULDADE EM CADA UMA DAS SITUAÇÕES?**”, referindo-se aos erros apresentados no item “a” cada um desses itens apresentava ao professor três situações: a situação 1 refere-se ao erro apresentado pelos alunos, numa prova aplicada ao Ensino Médio, decorrente da utilização de relações trigonométricas não válidas, a situação 2 a erros na utilização de unidades de medidas e a situação 3 a erros de matemática básica. No Quadro 8 é possível visualizar mais bem essa organização.

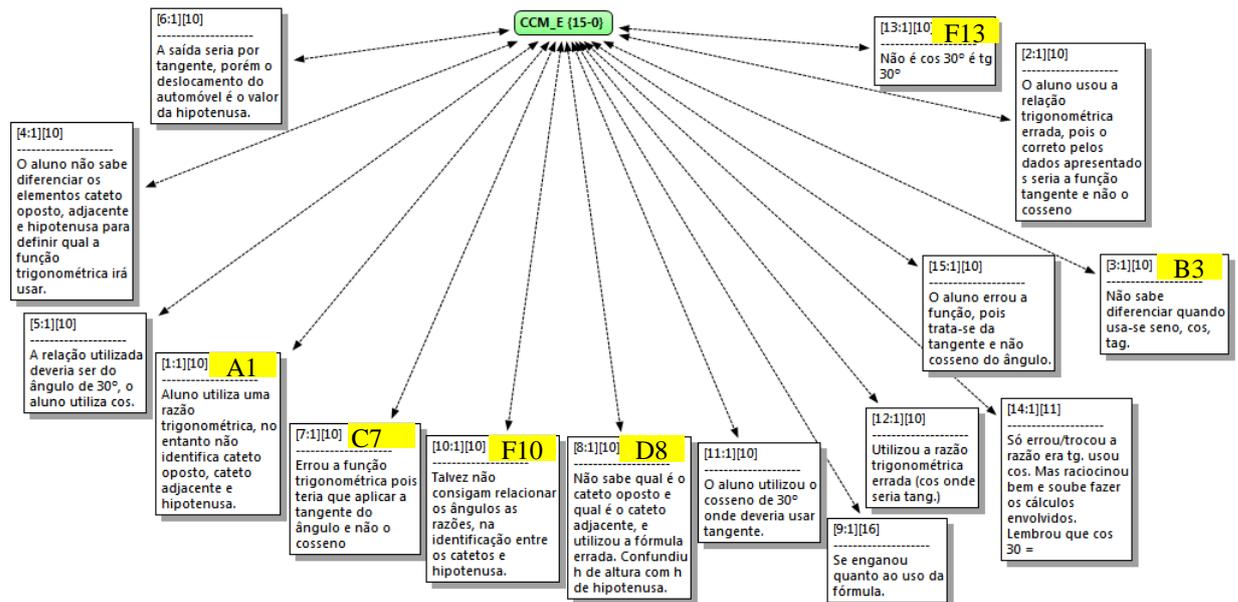
Quadro 8 – organização da questão 4

	Situação 1	Situação 2	Situação 3
Item “a” “Qual tipo de erro apresentado pelos alunos em cada uma das situações?”	decorrente da utilização de relações trigonométricas não válidas	erros na utilização de unidades de medidas	erros de matemática básica
item “b” “Que tipo de intervenção pode realizar o professor para que os alunos reflitam sobre o erro cometido e superem tal dificuldade em cada uma das situações?”	decorrente da utilização de relações trigonométricas não válidas	erros na utilização de unidades de medidas	erros de matemática básica

Fonte: A autora.

As respostas dos professores QPM para a situação 1 do item “a”, da questão 4 podem ser visualizadas na Figura 15.

Figura 15 – Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “a”, situação 1



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

As respostas dos professores para a situação 1 da questão 4, item “a”, foram todas categorizadas como CCM\_E (Conhecimento de Conteúdo da Matéria) e como operação de expansão discursiva de explicação, por apresentarem conhecimentos relacionados ao conteúdo da matéria a ser ensinada, no caso a Trigonometria. A resposta de D8 apresenta, por exemplo, argumentação com aspectos específicos do conteúdo e utiliza termos que se referem ao próprio campo de conhecimento matemático, ao tratar de cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa:

D8 “Não sabe qual é o cateto oposto e qual é o cateto adjacente, e utilizou a fórmula errada. Confundiu  $h$  de altura com  $h$  de hipotenusa”

O mesmo acontece com a resposta de B3, que apresenta as demais relações trigonométricas para argumentar que o aluno não sabe diferenciá-las:

B3 “Não sabe diferenciar quando usa-se seno, cos, tag”

Da mesma forma F13 ao dizer que o aluno utilizou  $\cos 30^\circ$  quando deveria ter utilizado a  $\operatorname{tg} 30^\circ$ , o que também pode ser observado nas respostas de C6 e F11:

F13 “Não é  $\cos 30^\circ$  é  $\operatorname{tg} 30^\circ$ ”

C6 “A saída seria por tangente, porém o deslocamento do automóvel é o valor da hipotenusa”

F11 “O aluno utilizou o cosseno de  $30^\circ$  onde deveria usar tangente”

A análise desses professores recai sobre o conhecimento da matéria e não se refere à outra dimensão também presente para a aprendizagem, como por exemplo, a dimensão psicológica. Pode-se inferir que esses professores não procuram identificar a natureza do erro apresentado pelo aluno e sim somente categorizá-lo frente ao corpo de conhecimentos mais formalizado da área de matemática.

Essa explicitação da identificação da natureza do erro também está associada ao conhecimento de conteúdo e pode ser inferida nas respostas dos demais professores ao afirmarem que as razões entre medidas de lados foram estabelecidas de forma errada pelos alunos ou que eles não identificaram corretamente o cateto oposto e adjacente em relação ao ângulo. Nas respostas de A1, C7 e F10, se algum quadro teórico fosse utilizado pelo professor para sustentar seus argumentos poder-se-ia inferir que a natureza do erro poderia estar sendo interpretada numa outra dimensão, a cognitiva do ato de conhecer, por exemplo. Esses professores afirmam que:

A1 *“Aluno utiliza uma razão trigonométrica, no entanto não identifica cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa”*

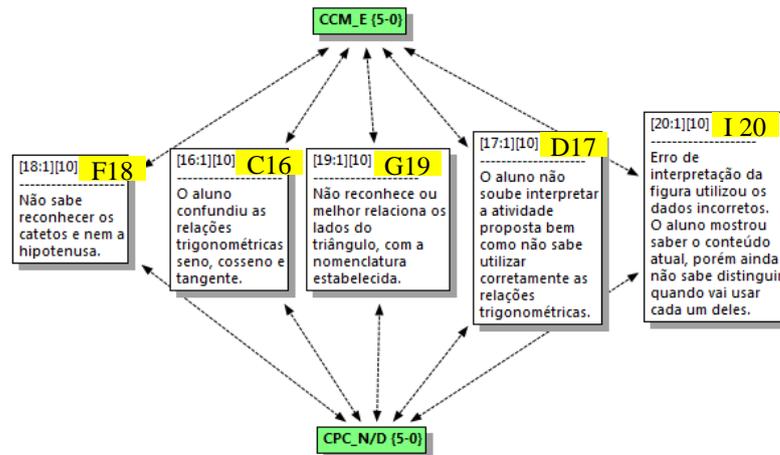
C7 *“Errou a função trigonométrica pois teria que aplicar a tangente do ângulo e não o cosseno”*

F10 *“Talvez não consigam relacionar os ângulos as razões, na identificação entre os catetos e hipotenusa”*

Caso a interpretação desses professores se fundamentassem na dimensão cognitiva, essas relações estabelecidas erroneamente poderiam ser oriundas de atribuições de significações diferentes, as nomenclaturas (DUVAL, 2004), ou então, invariantes operatórios equivocados (conceitos e teoremas em ação, segundo Vergnaud, 1990) e estariam sendo interpretadas frente a outro tipo de saber necessário ao professor para organização de sua prática educativa.

As respostas dos professores PSS para o item “a” (Qual tipo de erro apresentado pelos alunos em cada uma das situações?), situação 1 (decorrente da utilização de relações trigonométricas não válidas) da questão 4, pode ser visualizada na Figura 16.

Figura 16 – Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “a”, situação 1



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Todas as respostas dos professores PSS para a situação 1 do item “a” foram categorizadas como Conhecimento de Conteúdo da Matéria e operação de expansão discursiva de explicação (CCM\_E). Os professores C16, F18 e G19 apresentam argumentos sobre conteúdos específicos da disciplina, ao afirmarem que o aluno confundiu ou não reconhece as relações trigonométricas e os elementos do triângulo retângulo:

C16 “O aluno confundiu as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente”

F18 “Não sabe reconhecer os catetos e nem a hipotenusa”

G19 “Não reconhece, ou melhor, relaciona os lados do triângulo, com a nomenclatura estabelecida”

Esses professores também utilizam uma linguagem que exige o conhecimento de que os termos utilizados referem-se aos lados dos triângulos, que recebem uma nomenclatura específica dependendo da posição em que estão em relação ao ângulo conhecido.

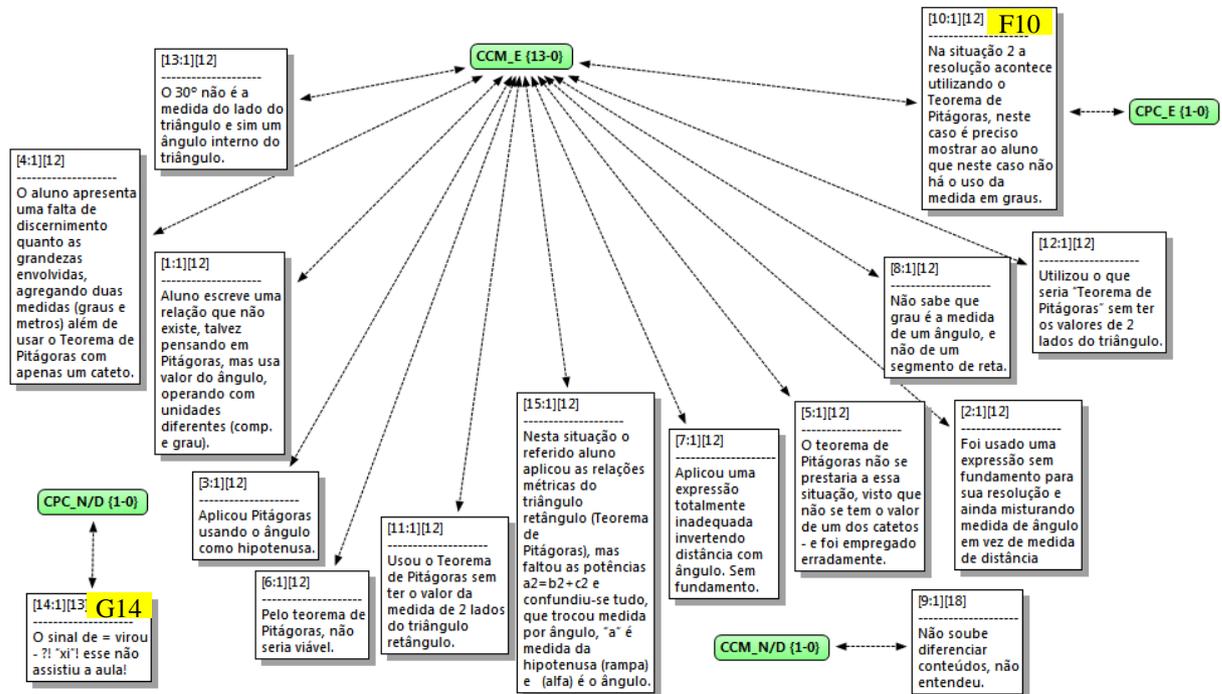
As respostas de D17 e de I20 também apresentam argumentos referentes a conteúdos específicos da disciplina e exige o conhecimento da linguagem utilizada pelo professor, porém esses professores referem-se à falta de interpretação do aluno, evidenciando que o aluno sabe o conteúdo, mas não utilizou de forma correta:

D17 “O aluno não soube interpretar a atividade proposta bem como não sabe utilizar corretamente as relações trigonométricas”

I20 “Erro de interpretação da figura utilizou os dados incorretos. O aluno mostrou saber o conteúdo atual, porém ainda não sabe distinguir quando vai usar cada um deles”

As respostas dos professores QPM para a situação 2 (erros na utilização de unidades de medidas) do item “a” (Qual tipo de erro apresentado pelos alunos em cada uma das situações?) da questão 4 podem ser visualizadas na Figura 17.

Figura 17 – Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “a”, situação 2



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Nessa situação 2, do item “a” da questão 4, além da categoria de Conhecimento de Conteúdo da Matéria (CCM) apareceram respostas que foram categorizadas como Conhecimento Pedagógico de conteúdo (CPC), em relação às operações de expansão discursivas de narração ou descrição e de explicação. A categoria CPC, de narração ou descrição está presente na resposta de G14 que explicita, por meio de seu discurso, que o aluno não soube resolver o problema porque não assistiu à aula, ao afirmar:

G14 “O sinal de = virou -?! “xi”! esse não assistiu a aula!”

Esse aspecto permite inferir que G14 acredita que o fato do professor “dar” aulas para seus alunos é o suficiente para que eles aprendam a utilizar corretamente os conceitos ensinados. E por essa resposta de G14 ser categorizada como operação de expansão discursiva de narração ou descrição, é devida a utilização de termos comuns, que não exigem conhecimentos específicos de um campo do conhecimento para o entendimento de seu discurso.

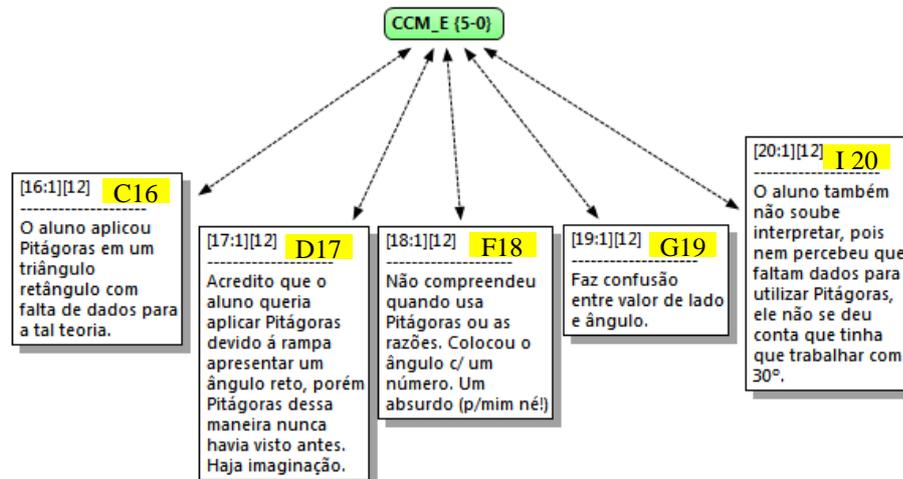
A resposta de F10 foi incluída em duas categorias, por apresentar como resposta:

F10 “Na situação 2 a resolução acontece utilizando o Teorema de Pitágoras neste caso é preciso mostrar ao aluno que neste caso não há o uso da medida em graus”

Essa afirmação está relacionada tanto ao CCM, em que ele argumenta sobre o conteúdo que o aluno precisa aprender, quanto ao CPC, devido a sua preocupação de seja ensinado para o aluno (tarefa do professor) que no teorema de Pitágoras as unidades de medidas que se trabalham são as de comprimento e não de grau. Ambas as categorias da resposta de F10 foram elencadas como operações de expansão discursivas de explicação devido à necessidade de se conhecer sobre as unidades de medidas para o trabalho com o teorema de Pitágoras.

Para a situação 2, do item “a”, da questão 4, as respostas dos professores PSS foram categorizadas conforme é possível visualizar na Figura 18.

Figura 18 – Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “a”, situação 2



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

A respostas dos professores PSS, para a situação 2 do item “a”, também foram todas categorizadas como Conhecimento de Conteúdo da Matéria e operação de expansão discursiva de explicação (CCM\_E) por apresentarem aspectos relativos a própria disciplina e exigirem o conhecimento da linguagem específica da matemática. As respostas de C16, G19 e I20 estão relacionadas à categoria de CCM\_E pela explicação que os professores apresentam de que o erro do aluno está no fato dele utilizar o Teorema de Pitágoras sem os dados necessários e de que ele não percebeu a necessidade de utilização do ângulo apresentado no triângulo para encontrar a solução do problema, assim como o D17 e o F18 que apresentam argumentos relativos à própria disciplina e, além disso, expressam sua indignação diante do erro do aluno:

C16 “O aluno aplicou Pitágoras em um triângulo retângulo com falta de dados para a tal teoria”

G19 “Faz confusão entre valor de lado e ângulo”

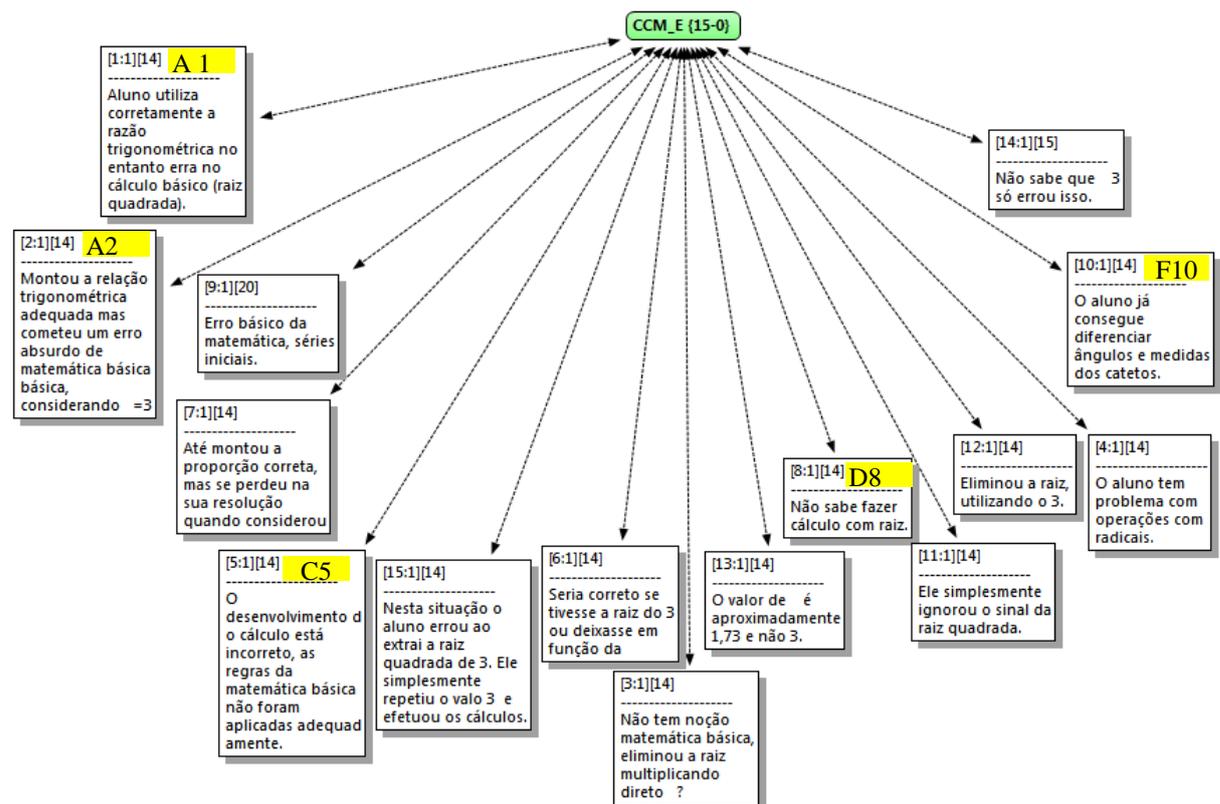
I20 “O aluno também não soube interpretar, pois nem percebeu que faltam dados para utilizar Pitágoras, ele não se deu conta que tinha que trabalhar com  $30^\circ$ ”

D17 “Acredito que o aluno queria aplicar Pitágoras devido á rampa apresentar um ângulo reto, porém Pitágoras dessa maneira nunca havia visto antes. Haja imaginação”

F18 “Não compreendeu quando usa Pitágoras ou as razões. Colocou o ângulo c/ um número. Um absurdo (p/mim né!)”

Para a situação 3 (erros de matemática básica) do item “a” (Qual tipo de erro apresentado pelos alunos em cada uma das situações?) da questão 4, a categorização das respostas dos professores QPM pode ser visualizada na Figura 19.

Figura 19 – Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “a”, situação 3



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Assim como na situação 1, desse item “a” da questão 4, as respostas de todos os professores na situação 3 foram todas categorizadas como CCM (Conhecimento de Conteúdo da Matéria) com operação de expansão discursivas de explicação, por apresentarem conhecimentos relacionados à Trigonometria e conhecimentos específicos da matemática. A

resposta de F10, por exemplo, permite inferir que sua consideração se deve a sua comparação com a situação 2, apresentada anteriormente, em que o aluno erra ao trabalhar com unidades de medidas diferentes como se fossem a mesma coisa, ao afirmar que:

F10 “O aluno já consegue diferenciar ângulos e medidas dos catetos”

Esse professor faz referência à situação anterior para justificar que o aluno está no caminho certo, porém não deixa claro o tipo de erro que o aluno cometeu e a quê se refere quando diz erro de matemática básica. As respostas de A1, A2, D8 e C5 também exemplificam a referência dos professores a conteúdos específicos da disciplina:

A1 “Aluno utiliza corretamente a razão trigonométrica, no entanto erra no cálculo básico (raiz quadrada)”

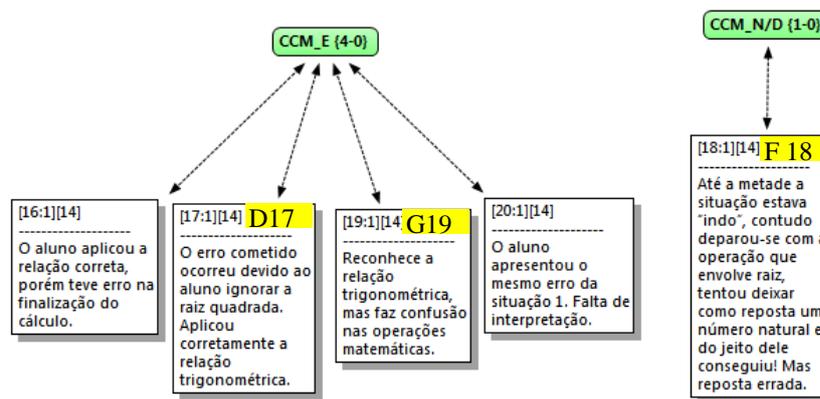
A2 “Montou a relação trigonométrica adequada, mas cometeu um erro absurdo de matemática básica, considerando  $\sqrt{3} = 3$ ”

D8 “Não sabe fazer cálculo com raiz”

C5 “O desenvolvimento do cálculo está incorreto, as regras da matemática básica não foram aplicadas adequadamente”

Em relação à situação 3, do item “a”, da questão 4, é possível as respostas dos professores PSS na Figura 17.

Figura 20 – Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “a”, situação 3



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Para essa situação 3, nas respostas dos professores PSS também foram todas categorizadas como Conhecimento de Conteúdo da Matéria (CCM), porém uma das respostas foi categorizada como operação de expansão discursiva de narração/descrição (N/D) diferentemente das outras 4 respostas que foram incluídas na categoria de explicação (CCM\_E) por apresentarem aspectos relativos a própria disciplina e exigirem o conhecimento da linguagem específica da matemática. A resposta de F18 permite o entendimento de que o

aluno não soube como terminar de resolver a situação a partir do momento em que ele se deparou com uma raiz quadrada, o que não exige o conhecimento específico de conteúdo para entender o que o professor afirmou por meio de seu discurso:

F18 “Até a metade da situação estava “indo”, contudo deparou-se com a operação que envolve raiz, tentou deixar como resposta um número natural e do jeito dele conseguiu! Mas resposta errada”

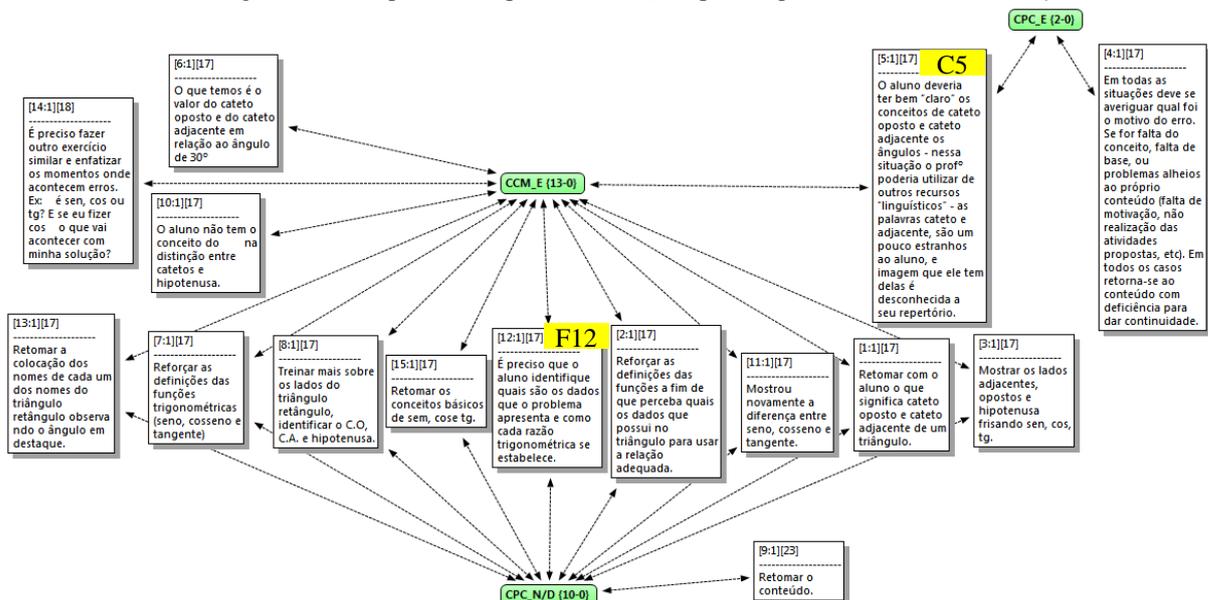
As respostas de D17 e de G19, diferentemente da resposta de F18, exigem o entendimento de que o aluno aplicou a relação trigonométrica que permitiria a solução do problema, porém ao se deparar com a raiz quadrada ele não extraiu a raiz de 3:

D17 “O erro cometido ocorreu devido ao aluno ignorar a raiz quadrada. Aplicou corretamente a relação trigonométrica”

G19 “Reconhece a relação trigonométrica, mas faz confusão nas operações matemáticas”

A categorização das respostas dos professores QPM para a situação 1 (decorrente da utilização de relações trigonométricas não válidas), do item “b” (Que tipo de intervenção pode realizar o professor para que os alunos reflitam sobre o erro cometido e superem tal dificuldade em cada uma das situações?) pode ser visualizada na Figura 21.

Figura 21 – Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “b”, situação 1



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Nessa situação 1, do item “b” apareceram diferentes relações entre as categorias dos 15 professores QPM, 9 apresentaram respostas categorizadas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo em relação as operações de expansão discursivas de narração ou

descrição (CPC\_N/D) e como Conhecimento de Conteúdo da Matéria em relação as operações de expansão discursivas de explicação (CCM\_E). Um exemplo dessa categorização pode ser observado na resposta de F12, o qual afirma que:

*F12 “É preciso que o aluno identifique quais são os dados que o problema apresenta e como cada razão trigonométrica se estabelece”*

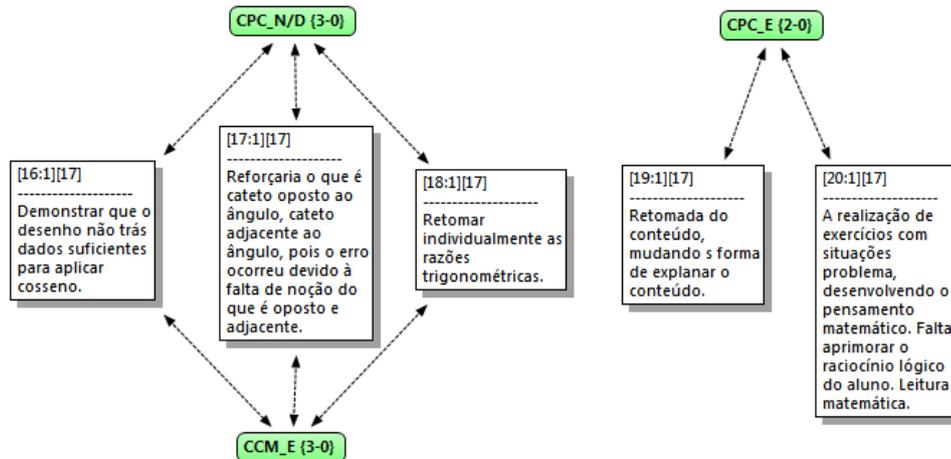
Está relacionada a CPC por ser possível explicitar desse discurso, que o professor entende que, para que o aluno identifique a forma correta de se resolver o problema, é necessária uma prática pedagógica voltada para isso. Porém, o professor não deixa claro que tipo de ação seria necessária para isso, por isso a categorização de operação de expansão discursiva, de narração ou descrição. A categorização dessa resposta de F12 como CCM\_E se deve a sua referência aos conteúdos que precisam ser trabalhados e sua referência a termos, como razão trigonométrica, que supõe o conhecimento específico para o entendimento de que se trata das relações trigonométricas que envolvem as medidas dos lados e dos ângulos que o problema fornece e que permitem a solução do problema.

A resposta de C5 foi relacionada a mais de uma categoria: Conhecimento de Conteúdo da Matéria em relação às operações de expansão discursivas de explicação (CCM\_E) e Conhecimento Pedagógico de Conteúdo em relação às operações de expansão discursivas, também de explicação (CPC\_E). Isso porque além de se referir a conteúdos e a termos específicos da matemática (CCM\_E), ele esclarece o que deveria ser feita na intervenção pedagógica para que o aluno superasse a dificuldade apresentada. Para isso ele utiliza uma linguagem mais acadêmica o que justifica sua categorização como operação de expansão discursiva de explicação:

*C5 “O aluno deveria ter bem “claro” os conceitos de cateto oposto e cateto adjacente os ângulos - nessa situação o prof<sup>o</sup> poderia utilizar de outros recursos “linguísticos” - as palavras cateto e adjacente, são um pouco estranhos ao aluno, e imagem que ele tem delas é desconhecida a seu repertório”*

As respostas dos professores PSS em relação à situação 1, do item “B”, da questão 4, podem ser visualizadas na Figura 22.

Figura 22 – Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “b”, situação 1



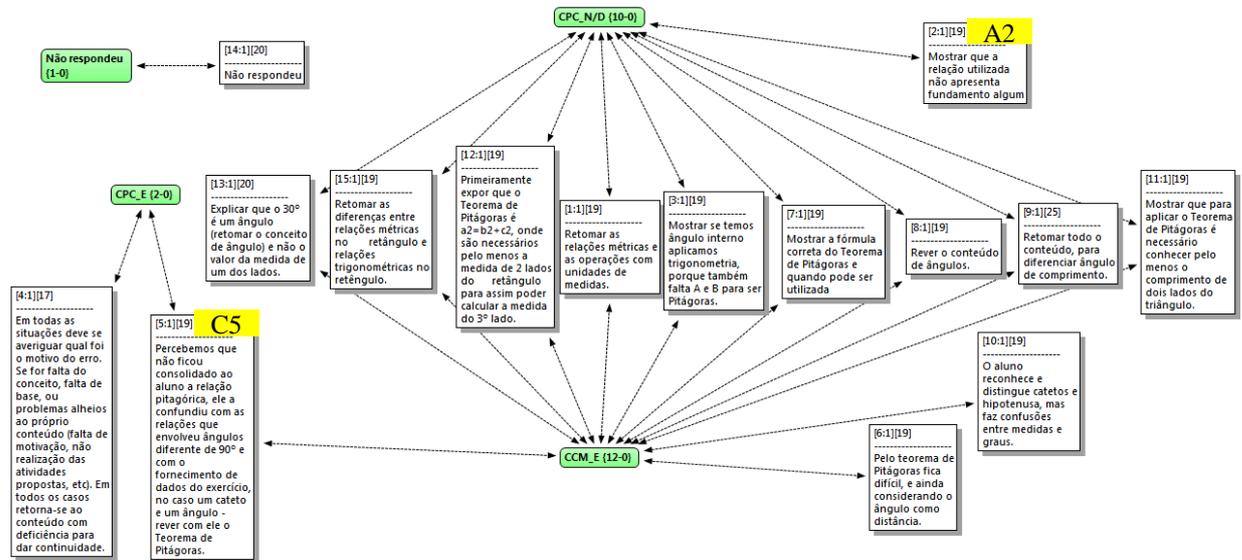
Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Das respostas dos 5 professores PSS para a situação 1, do item “b”, 3 foram categorizadas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo em relação às operações de expansão discursivas de narração ou descrição (CPC\_N/D) e como Conhecimento de Conteúdo da Matéria em relação às operações de expansão discursivas de explicação (CCM\_E) assim como as respostas dos professores QPM para a mesma situação desse item “b”. A resposta de D17 explicita quais os conteúdos que precisam ser retomados, o que justifica sua categorização como CCM\_E. O fato D17 mostrar certa preocupação com a retomada dos conteúdos, porém sem deixar claro como isso seria feito é o motivo de sua categorização como CPC\_N/D:

D17 “Reforçaria o que é cateto oposto ao ângulo, cateto adjacente ao ângulo, pois o erro ocorreu devido à falta de noção do que é oposto e adjacente”

A categorização das respostas dos professores QPM relativas à situação 2 (erros na utilização de unidades de medidas), do item “b” (Que tipo de intervenção pode realizar o professor para que os alunos reflitam sobre o erro cometido e superem tal dificuldade em cada uma das situações?) da questão 4, pode ser visualizada na Figura 23.

Figura 23 – Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “b”, situação 2



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

A categorização das respostas dos professores para essa situação 2 da questão 4, item “b” ficou parecida com a situação 2 do item “a”. Dos 15 professores QPM, 9 apresentaram respostas categorizadas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo em relação às operações de expansão discursivas de narração ou descrição (CPC\_N/D) e como Conhecimento de Conteúdo da Matéria em relação às operações de expansão discursivas de explicação (CCM\_E). Novamente a resposta de C5, foi categorizada como Conhecimento de Conteúdo da Matéria em relação às operações de expansão discursivas de explicação (CCM\_E) e Conhecimento Pedagógico de Conteúdo em relação às operações de expansão discursivas de explicação (CPC\_E), ao afirmar que:

C5 “Percebemos que não ficou consolidado ao aluno a relação pitagórica, ele confundiu com as relações que envolveu ângulos diferente de  $90^\circ$  e com o fornecimento de dados do exercício, no caso um cateto e um ângulo - rever com ele o Teorema de Pitágoras”

O discurso de C5 permite explicitar que é preciso rever com o aluno o Teorema de Pitágoras por que ele não compreendeu que esse teorema é utilizado apenas para triângulos retos. A linguagem utilizada por C5 exige o entendimento da relação existente entre um triângulo com ângulos de  $90^\circ$  e triângulos com ângulos diferentes, para compreensão do que ele aponta como necessário rever com o aluno. Por isso sua categorização como operação de expansão discursiva de explicação.

A resposta de A2 foi categorizada apenas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo em relação às operações de expansão discursivas de narração ou descrição (CPC\_N/D), por estar relacionada com a ação educativa que o professor precisaria realizar

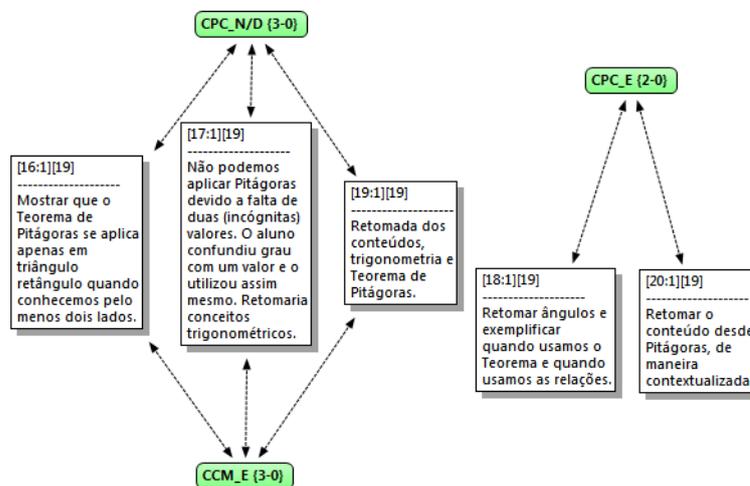
para que o aluno superasse a utilização da relação apontada pelo professor como sem fundamento, mas sem apontar qual é essa relação:

A2 “Mostrar que a relação utilizada não apresenta fundamento algum”

A2 também não deixa evidente, por meio de seu conhecimento pedagógico, qual ação seria mais efetiva nessa situação, o que aponta para um CPC fragilizado, já que não lhe permite apontar caminhos para a superação da dificuldade do aluno.

Para a situação 2, do item “b”, da questão 4, as respostas dos professores PSS podem ser visualizadas na Figura 24.

Figura 24 – Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “b”, situação 2



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

As respostas de 3 professores PSS para a situação 2, do item “b” foram categorizadas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e operação de expansão discursiva de narração ou descrição (CPC\_N/D) e como Conhecimento de Conteúdo da Matéria e operação de expansão discursiva de explicação (CCM\_E), assim como na situação anterior. As respostas dos outros 2 professores foram categorizadas apenas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e operações de expansão discursivas de explicação (CPC\_E) devido as explicações que os professores apresentam em relação a forma como o conteúdo deve ser retomado para que os alunos compreendam. Na resposta de F18 o professor refere-se aos conteúdos que precisam ser trabalhados (categoria E), mas sua preocupação está em mostrar para o aluno a diferença que existe entre o teorema de Pitágoras e as relações trigonométricas (categoria CPC):

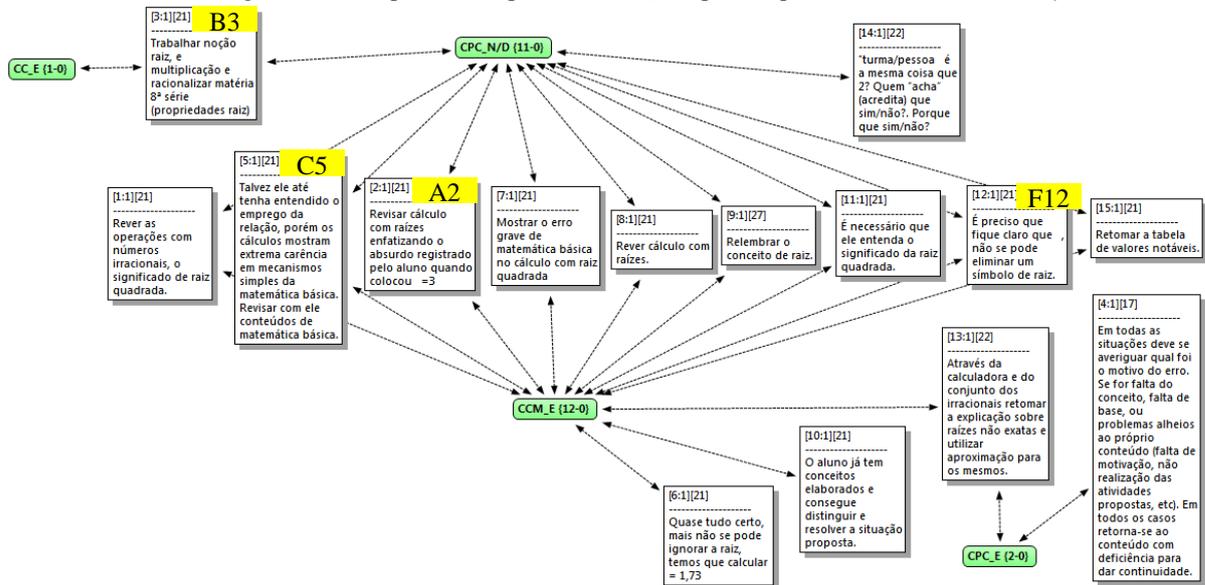
F18 “Retomar ângulos e exemplificar quando usamos o Teorema e quando usamos as relações”

Esse professor evidencia que o erro do aluno decorre da dificuldade de diferenciação entre essas formas de resolver o problema e que cabe ao professor utilizar exemplos para mostrar ao aluno quando utilizá-las. Esse entendimento também se estende para a resposta de I20, pois o professor considera que o conteúdo específico deve ser retomado de maneira contextualizada.

I20 “Retomar o conteúdo desde Pitágoras, de maneira contextualizada”

Em relação à situação 3 (erros de matemática básica), do item “b” (Que tipo de intervenção pode realizar o professor para que os alunos reflitam sobre o erro cometido e superem tal dificuldade em cada uma das situações?) da questão 4, as respostas dos professores QPM foram categorizadas conforme é possível visualizar na Figura 25.

Figura 25 – Respostas dos professores QPM para a questão 4, item “b”, situação 3



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

As respostas dos professores para essa situação 3, apresentaram características semelhantes as categorizações das outras duas situações do item “b” da questão 4 (situação 1 e 2). As respostas de A2, C5 e F12 são exemplos da categorização como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e operação de expansão discursiva de narração ou descrição (CPC\_N/D) e como Conhecimento de Conteúdo da Matéria e operação de expansão discursiva de explicação (CCM\_E):

A2 “Revisar cálculo com raízes enfatizando o absurdo registrado pelo aluno quando colocou  $\sqrt{3} = 3$ ”

C5 “Talvez ele até tenha entendido o emprego da relação, porém os cálculos mostram extrema carência em mecanismos simples da matemática básica. Revisar com ele conteúdos de matemática básica”

F12 “É preciso que fique claro que  $\sqrt{3} \neq 3$ , não se pode eliminar um símbolo de raiz”

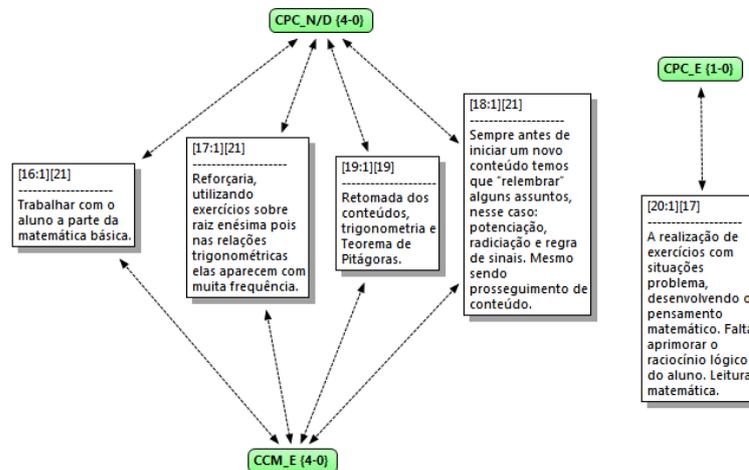
Apenas uma categoria que não havia sido apresentada nas outras situações apareceu nessa situação 3: o Conhecimento Curricular como operação de expansão discursiva de explicação (CC\_E). A resposta de B3 foi incluída nessa categoria pela referência que esse professor faz aos conteúdos que foram trabalhados na 8ª série e que precisam ser retomados.:

B3 “Trabalhar noção raiz, e multiplicação e racionalizar matéria 8ª série (propriedades raiz)”

A consideração dessa resposta como a categoria de explicação se deve a argumentação do professor sobre os conhecimentos específicos que precisariam ser trabalhados no ano anterior para que o aluno pudesse superar a dificuldade.

Para a situação 3, do item “B”, da questão 4, as respostas dos professores PSS podem ser visualizadas na Figura 26.

Figura 26 – Respostas dos professores PSS para a questão 4, item “b”, situação 3



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Assim como nas demais situações desse item, 4 respostas dos professores PSS para a situação 3, do item “b” foram categorizadas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e operação de expansão discursiva de narração ou descrição (CPC\_N/D) e como Conhecimento de Conteúdo da Matéria e operação de expansão discursiva de explicação (CCM\_E). A resposta de F18 pode exemplificar essa categorização, pela preocupação do professor em retomar os conteúdos trabalhados, mas sem deixar claro de que forma isso seria feito (CPC\_N/D) e pela ênfase dada aos conteúdos específicos que precisam ser trabalhados para que os alunos consigam superar a dificuldade (CCM\_E):

F18 “Sempre antes de iniciar um novo conteúdo temos que “relembrar” alguns assuntos, nesse caso: potenciação, radiciação e regra de sinais. Mesmo sendo prosseguimento de conteúdo”

Os professores D17 e C16 também são exemplos dessa forma de categorização:

D17 “Reforçaria, utilizando exercícios sobre raiz enésima pois nas relações trigonométricas elas aparecem com muita frequência”

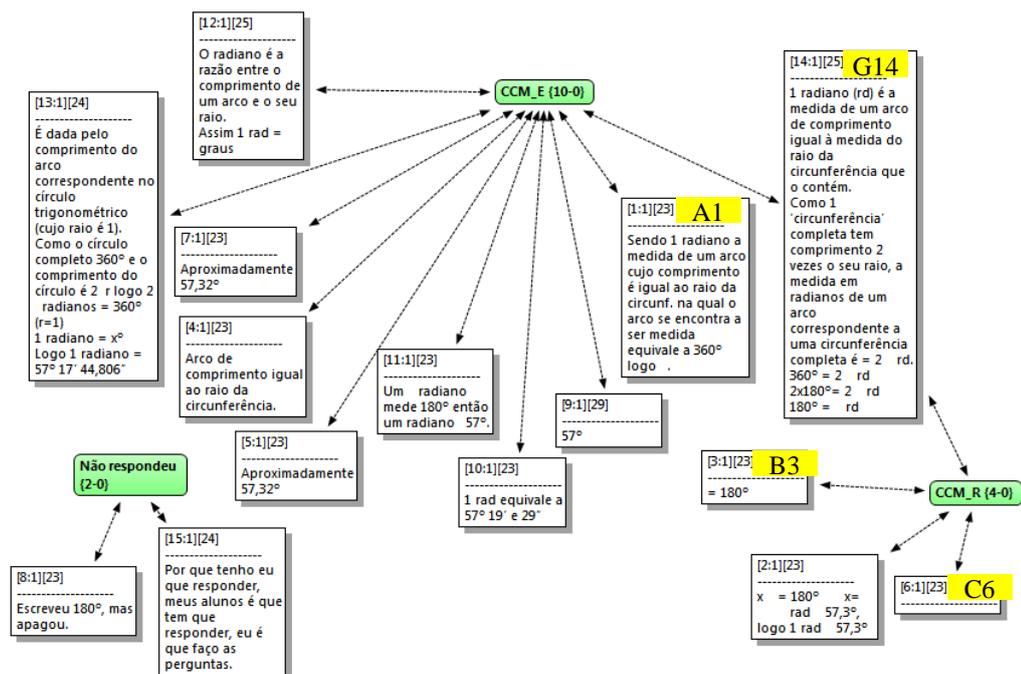
C16 “Trabalhar com o aluno a parte da matemática básica”

A resposta de 1 professor PSS foi categorizada como de Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e operações de expansão discursivas de explicação (CPC\_E) para essa situação. O professor I20 se refere a questões mais relacionadas ao ensino e as formas de aprender do aluno (CPC) e também está considerando os conteúdos específicos e habilidades específicas necessárias no desenvolvimento do aluno (E):

I20 “A realização de exercícios com situações problema, desenvolvendo o pensamento matemático. Falta aprimorar o raciocínio lógico do aluno. Leitura matemática”

Em relação às respostas dos professores QPM para a questão 5 “QUANTOS GRAUS MEDE UM RADIANO?”, a organização pode ser mais bem visualizada na Figura 27.

Figura 27 – Respostas dos professores QPM para a questão 5



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Nas respostas dos professores para a questão 5, apareceu a categoria Conhecimento de Conteúdo da Matéria como operação de expansão discursiva de explicação (CCM\_E) e de raciocinamento (CCM\_R). A resposta de G14 foi incluída nessas duas categorias porque, apesar desse professor mobilizar apenas o conhecimento de conteúdo para essa resposta, ele fez uso de dois tipos de linguagem: uma em língua natural que exige o domínio de conhecimentos específicos sobre o conteúdo (explicação, expansão cognitiva) e outra exclusivamente com a utilização de símbolos (raciocinamento, expansão formal). A resposta de G14 foi categorizada como CCM\_E por ele afirmar que:

*G14 “1 radiano (rd) é a medida de um arco de comprimento igual à medida do raio da circunferência que o contém. Como 1 ‘circunferência’ completa tem comprimento  $2\pi$  vezes o seu raio, a medida em radianos de um arco correspondente a uma circunferência completa é  $= 2\pi rd$ ”*

Nessa parte da resposta de G14 busca explicar quantos graus mede um radiano recorrendo ao conhecimento sobre a matéria e utiliza de forma de expansão cognitiva. A categorização da resposta de G14 como CCM\_R, se deve a continuidade de seu discurso por meio da linguagem formal:

*G14 “ $360^\circ = 2\pi rd$ ,  $2 \times 180^\circ = 2\pi rd$ ,  $180^\circ = \pi rd$ ”*

Esse professor explicou como se encontra o valor de um radiano e na sequência apresentou uma demonstração de como se chega a esse valor. As respostas de B3 e de C6 não aparecem completas na Figura 18. Os professores apresentam como resposta:

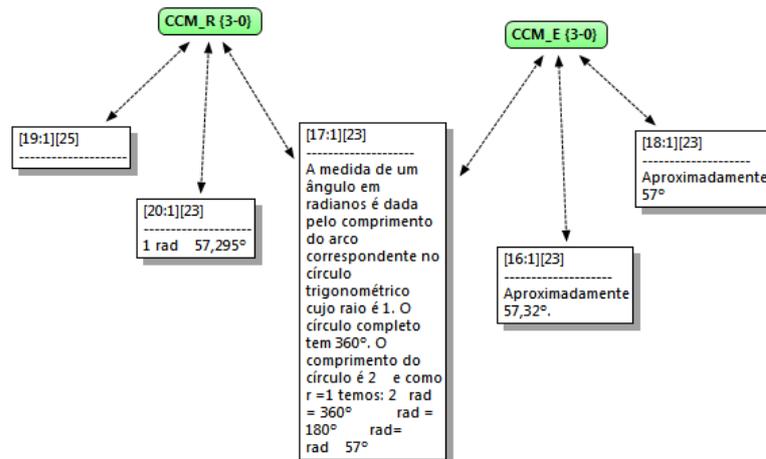
*B3 “ $\pi = 180^\circ$ ”*

*C6 “ $\pi rd = 180^\circ$ ”*

Ambos recorrem a exclusiva utilização de símbolos na resposta para a questão 5, sendo categorizadas como operação de expansão discursiva de raciocinamento.

Para a questão 5, as respostas dos professores PSS pode ser visualizada na Figura 28.

Figura 28 – Respostas dos professores PSS para a questão 5



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

As respostas dos professores PSS para essa questão, assim como as respostas dos professores QPM, foram todas categorizadas como categoria Conhecimento de Conteúdo da Matéria (CCM). A diferença entre as respostas está no fato de 2 delas pertencerem categoria de operação de expansão discursiva de explicação (CCM\_E), outras 2 de operação de expansão discursiva de raciocínio (CCM\_R) e uma delas estar incluída em ambas as categorias. Como categorização CCM\_R, temos as respostas de G19 e de I20 em que os professores utilizam apenas da linguagem formal, por meio da demonstração de como se chega ao valor de um grau em radianos:

$$G19 \text{ "1 rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57,29^\circ\text{"}$$

$$I20 \text{ "1 rad} \cong 57,295^\circ\text{"}$$

As respostas de C16 e de F18 foram categorizadas como CCM\_E por estarem relacionadas ao conhecimento da matéria e pela linguagem que, nesse caso "graus", que em matemática possui uma especificação de se referir a medidas de ângulos:

$$C16 \text{ "Aproximadamente } 57,32^\circ\text{"}$$

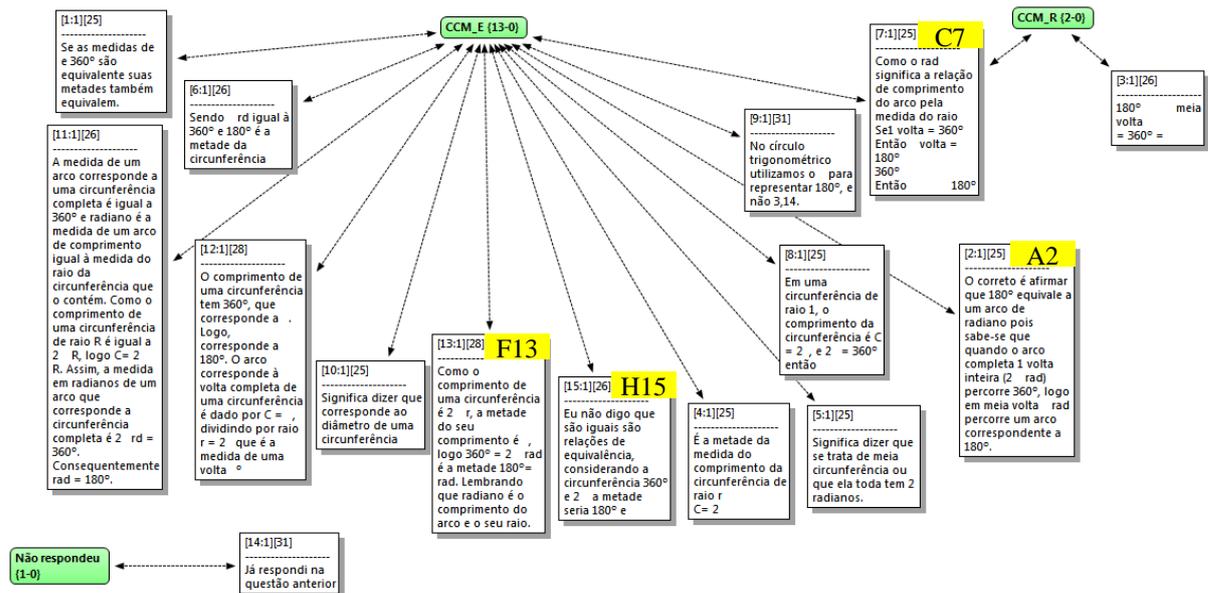
$$F18 \text{ "Aproximadamente } 57^\circ\text{"}$$

A resposta de D17 foi categorizada como CCM\_E e CCM\_R ao mesmo tempo, devido a explicação inicial do professor em língua natural, referente ao conhecimento da matéria e depois a explicação em forma de demonstração, utilizando uma linguagem formal:

D17 “A medida de um ângulo em radianos é dada pelo comprimento do arco correspondente no círculo trigonométrico cujo raio é 1. O círculo completo tem  $360^\circ$ . O comprimento do círculo é  $2\pi r$  e como  $r=1$  temos:  $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$   $\pi \text{ rad} = 180^\circ$   $\text{rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$ ”

Na Figura 29 é possível visualizar a categorização referente às respostas dos professores QPM para a Questão 6 “O QUE SIGNIFICA DIZER QUE  $180^\circ$  É IGUAL A  $\pi$  RADIANOS?”.

Figura 29 – Respostas dos professores QPM para a questão 6



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

A respostas dos professores para a questão 6 foi categorizada de forma semelhante a questão 5. Todas as respostas estão relacionadas ao Conhecimento de Conteúdo de Matéria a ser ensinada (CCM), porém C7 apresentou uma resposta que pertence tanto à operação de expansão discursiva de explicação (CCM\_E) como a de raciocinamento (CCM\_R), ao afirmar que:

C7 “Como o rad significa a relação de comprimento do arco pela medida do raio,  $\alpha = \frac{l}{r}$ ,  $\alpha = \frac{2\pi r}{r}$ ,  $\alpha = 2\pi$ , Se 1 volta =  $360^\circ$ , então  $\frac{1}{2}$  volta =  $180^\circ$ ,  $2\pi \longrightarrow 360^\circ$ ; então  $\pi 180^\circ$ ”

A resposta de C7 foi categorizada dessa forma por apresentar uma explicação sobre o ‘rad’ e na sequência ser feito o uso de símbolos para seu discurso. As respostas de A2, F13 e H15 são exemplos da categorização como CCM\_E, em que os professores apresentam em suas respostas aspectos relativos a própria disciplina, com uma linguagem que exige conhecimento específico do conteúdo:

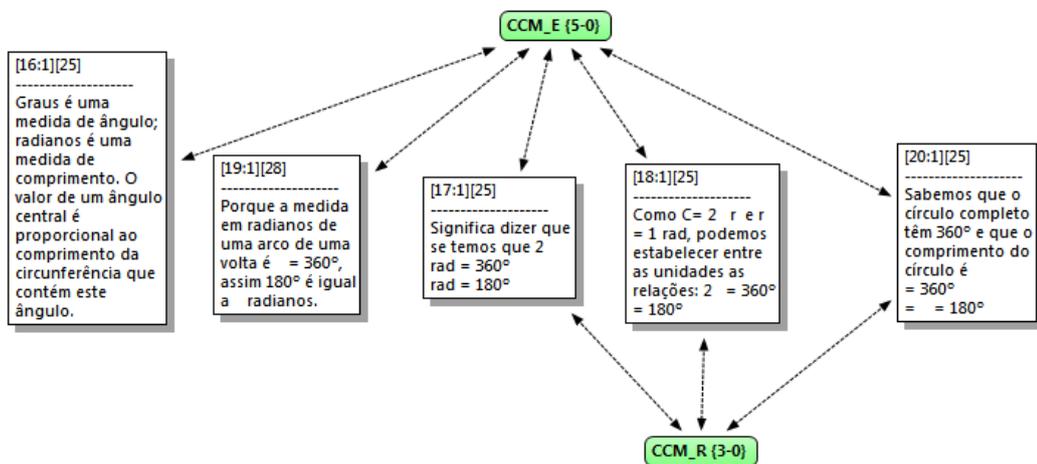
A2 “O correto é afirmar que  $180^\circ$  equivale a um arco de  $\pi$  radiano pois sabe-se que quando o arco completa 1 volta inteira ( $2\pi$  rad) percorre  $360^\circ$ , logo em meia volta  $\pi$  rad percorre um arco correspondente a  $180^\circ$ ”

F13 “Como o comprimento de uma circunferência é  $2\pi r$ , a metade do seu comprimento é  $\pi r$ , logo  $360^\circ = 2\pi$  rad é a metade  $180^\circ = \pi$  rad. Lembrando que radiano é o comprimento do arco e o seu raio”

H15 “Eu não digo que são iguais são relações de equivalência, considerando a circunferência  $360^\circ$  e  $2\pi$  a metade seria  $180^\circ$  e  $\pi$ ”

As respostas dos professores PSS, para a questão 6, podem ser visualizadas na Figura 30.

Figura 30 – Respostas dos professores PSS para a questão 6



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Nas respostas dos professores PSS para a questão 6, todas foram categorizadas como Conhecimento de Conteúdo da Matéria (CCM) e operação de expansão discursiva de explicação. Das 5 respostas, 3 foram categorizadas também como operação de expansão discursiva de raciocinamento (R). As respostas de D17, F18 e I20 também foram categorizadas como CCM\_R e como CCM\_E, por apresentarem argumentos em linguagem natural e formal, necessitando o conhecimento específico da linguagem que está sendo utilizada:

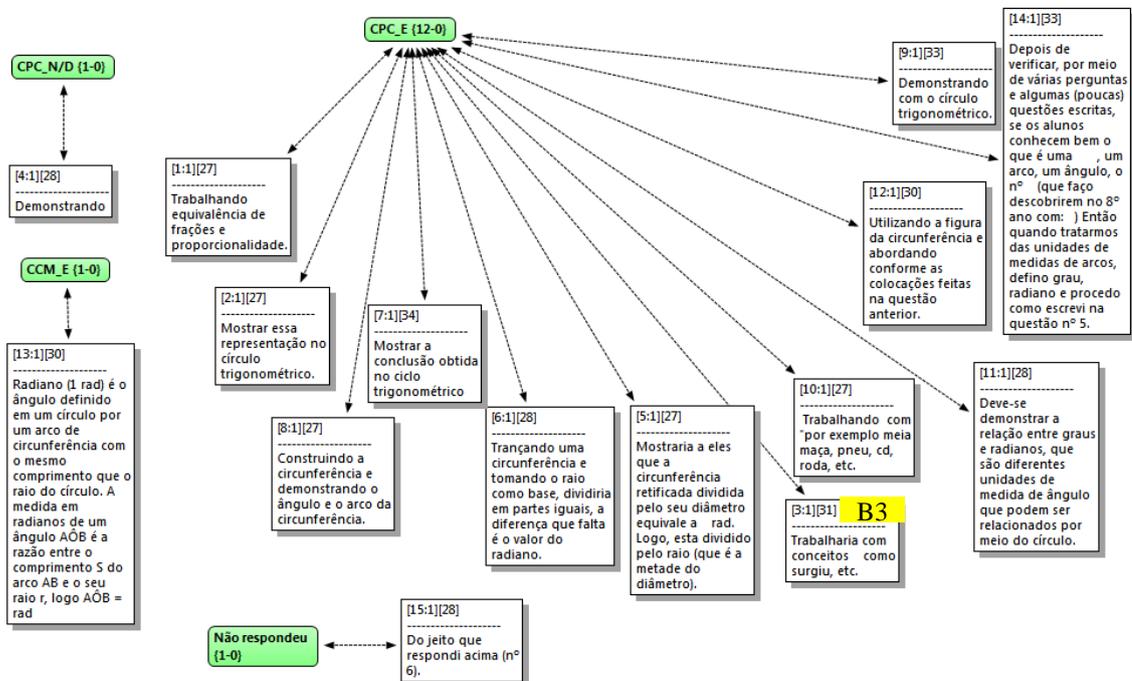
D17 “A medida de um ângulo em radianos é dada pelo comprimento do arco correspondente no círculo trigonométrico cujo raio é 1. O círculo completo tem  $360^\circ$ . O comprimento do círculo é  $2\pi r$  e como  $r = 1$  temos:  $2\pi$  rad =  $360^\circ$   
 $\pi$  rad =  $180^\circ$       $\text{rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$ ”

F18 “Como  $C = 2\pi r$  e  $r = 1$  rad, podemos estabelecer entre as unidades as relações:  $2\pi = 360^\circ$   $\pi = 180^\circ$ ”

I20 “Porque a medida em radianos de uma arco de uma volta é  $2\pi$  rad =  $360^\circ$ , assim  $180^\circ$  é igual a  $\pi$  radianos”

A categorização das respostas dos professores QPM para a questão 7 “**COMO PROCEDERIA AO ENSINAR ESSE CONCEITO AOS ALUNOS?**” pode ser visualizada na Figura 31. Essa pergunta refere-se às questões 5 e 6.

Figura 31 – Respostas dos professores QPM para a questão 7



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Para a questão 7, 12 das 15 respostas apresentadas pelos professores QPM, estão relacionadas ao Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e à operação de expansão discursiva de explicação (CPC\_E). A resposta de F11, por exemplo, foi categorizada dessa forma pela preocupação do professor demonstrar para os alunos a diferença entre as unidades de medida de graus e radianos e as medidas de ângulos:

F11 “*Deve-se demonstrar a relação entre graus e radianos, que são diferentes unidades de medida de ângulo que podem ser relacionados por meio do círculo*”

É possível inferir por meio do discurso desse professor, que ele considera que o aluno só irá se apropriar do referido conhecimento se ele perceber como este é formado, cabendo ao professor a tarefa de demonstrar esse caminho de formação do conteúdo. A categorização dessa resposta de F11 como operação de expansão discursiva de explicação se deve a utilização de termos específicos da matemática pelo professor. As respostas de A3, B2, C7 e D8 também são exemplos de resposta foram incluídas na categoria CPC\_E pelos mesmos motivos que F11.

A3 “*Trabalharia com conceitos  $\pi$  como surgiu, etc*”

B2 “Mostraria a eles que a circunferência retificada dividida pelo seu diâmetro equivale a  $\pi$  rad. Logo, esta dividido pelo raio (que é a metade do diâmetro)”

C7 “Mostrar a conclusão obtida no ciclo trigonométrico”

D8 “Construindo a circunferência e demonstrando o ângulo e o arco da circunferência”

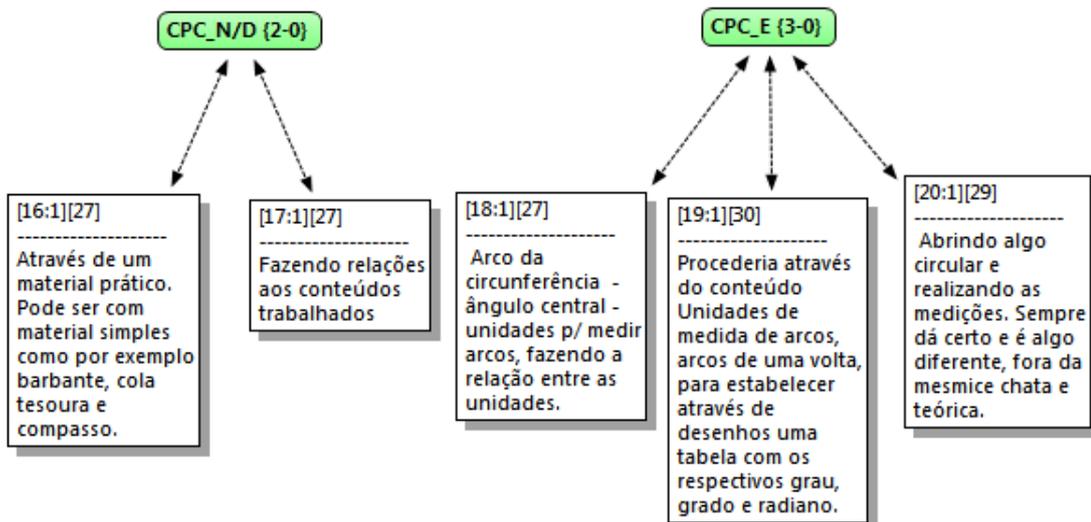
A resposta de F13, para essa questão 7, foi categorizada como Conhecimento de Conteúdo da matéria e operação de expansão discursiva de explicação (CCM\_E) por não apresentar em seu discurso elementos relativos ao ensino:

F13 “Radiano (1 rad) é o ângulo definido em um círculo por um arco de circunferência com o mesmo comprimento que o raio do círculo. A medida em radianos de um ângulo  $A\hat{O}B$  é a razão entre o comprimento  $S$  do arco  $AB$  e o seu raio  $r$ , logo  $A\hat{O}B = \frac{S}{r} \text{ rad}^{\circ}$ ”

A atenção desse professor esteve voltada para o conteúdo específico e linguagem utilizada por ele exige o domínio dos termos empregados, que no caso são relativos à própria matemática.

As respostas dos professores PSS, para à questão 7, podem ser visualizadas na Figura 32.

Figura 32 – Respostas dos professores PSS para a questão 7



Fonte: Instrumento de coleta de informações aplicado para os professores de matemática (Apêndice)

Para essa questão 7, as respostas dos professores PSS foram todas categorizadas como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (CPC), sendo 2 respostas categorizadas como operação de expansão discursiva de narração/descrição (CPC\_N/D) e outras 2 respostas como operação de expansão discursiva de explicação (CPC\_E). As respostas de C16 e D17 foram categorizadas como CPC, devido a preocupação dos professores com aspectos relativos ao

ensino, em que C16 entende que há necessidade de utilização de material prático e D17 a articulação com os demais conteúdos trabalhados e foram categorizadas como operação de expansão discursiva de narração/descrição (N/D), por não exigirem um conhecimento específico da linguagem empregada para compreensão do discurso dos professores.:

C16 *“Através de um material prático. Pode ser com material simples, como por exemplo, barbante, cola tesoura e compasso”*

D17 *“Fazendo relações aos conteúdos trabalhados”*

As respostas de F18, G19 e I20 foram categorizadas como CPC\_E por, além da preocupação com aspectos relativos ao ensino, empregarem uma linguagem que exige o conhecimento específico do conteúdo ao qual os professores estão se referindo.

F18 *“Arco da circunferência - ângulo central - unidades p/ medir arcos, fazendo a relação entre as unidades”*

G19 *“Procederia através do conteúdo Unidades de medida de arcos, arcos de uma volta, para estabelecer através de desenhos uma tabela com os respectivos grau, grado e radiano”*

I20 *“Abrindo algo circular e realizando as medições. Sempre dá certo e é algo diferente, fora da mesmice chata e teórica”*

A categorização dessas respostas dos professores será abordada no próximo tópico (Interpretação inferencial: organização da prática educativa, erro dos alunos e conhecimento de conteúdo) para a interpretação a luz dos referenciais teóricos que sustentam essa pesquisa.

### 2.2.3 Interpretação inferencial: organização da prática educativa, erro dos alunos e conhecimento de conteúdo

Para interpretação inferencial dos dados, optou-se pela adaptação de um instrumento elaborado por Arruda et al. (2011), citado por Baccon (2011), que contempla a análise dos conhecimentos docentes, com um olhar mais específico sobre o professor. O qual foi denominado “Instrumento para análise das expansões discursivas com base nos conhecimentos docentes dos professores”. A adaptação desse instrumento pode ser visualizada no Quadro 9.

Quadro 9 – Instrumento para análise das expansões discursivas com base nos conhecimentos docentes dos professores

<i>Conhecimentos docentes (Shulman)</i> <i>Registros de Representações Semióticas (Duval)</i>	<b>1</b> <b>Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada</b>	<b>2</b> <b>Conhecimento Pedagógico de Conteúdo</b>	<b>3</b> <b>Conhecimento Curricular</b>
<b>A</b> <b>Expansão Natural</b> <b>(por meio da linguagem natural)</b>	<u>Setor 1A</u> Narração/descrição pelo professor a respeito do conhecimento de conteúdo da matéria a ser ensinada.	<u>Setor 2A</u> Narração/descrição pelo professor a respeito do conhecimento pedagógico de conteúdo.	<u>Setor 3A</u> Narração/descrição pelo professor a respeito do conhecimento curricular.
<b>B</b> <b>Expansão Cognitiva</b> <b>(por meio de definições, leis e regras para o domínio de objetos)</b>	<u>Setor 1B</u> Explicação pelo professor sobre o conhecimento de conteúdo da matéria a ser ensinada.	<u>Setor 2B</u> Explicação pelo professor sobre o conhecimento pedagógico de conteúdo.	<u>Setor 3B</u> Explicação pelo professor sobre o conhecimento curricular.
<b>C</b> <b>Expansão Formal</b> <b>(por meio de símbolos, notações, escrita algébricas, ...)</b>	<u>Setor 1C</u> Raciocinamento apresentado pelo professor relativo ao conhecimento de conteúdo da matéria a ser ensinada.	<u>Setor 2C</u> Raciocinamento apresentado pelo professor relativo ao conhecimento pedagógico de conteúdo.	<u>Setor 3C</u> Raciocinamento apresentado pelo professor relativo ao conhecimento curricular.

Fonte: Adaptado de Arruda et al. (2011) citado por Baccon (2011)

Com base nesse instrumento, e levando em consideração as especificações de cada setor, foram distribuídas as respostas de cada professor para todas as questões categorizadas conforme identificação no seu discurso. O Quadro 10 permite visualizar como foram categorizadas as respostas de cada professor.

Quadro 10 – Instrumento para caracterização dos conhecimentos docentes dos professores

PROFESSOR ...	1 Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada	2 Conhecimento Pedagógico de Conteúdo	3 Conhecimento Curricular
<b>A</b> Expansão Natural (por meio da linguagem natural)	<u>Setor 1A</u> Questões	<u>Setor 2A</u> Questões	<u>Setor 3A</u> Questões
<b>B</b> Expansão Cognitiva (por meio de definições, leis e regras para o domínio de objetos)	<u>Setor 1B</u> Questões	<u>Setor 2B</u> Questões	<u>Setor 3B</u> Questões
<b>C</b> Expansão Formal (por meio de símbolos, notações, escrita algébricas, ...)	<u>Setor 1C</u> Questões	<u>Setor 2C</u> Questões	<u>Setor 3C</u> Questões

Fonte: Adaptado de Arruda et al. (2011) citado por Baccon (2011)

A interpretação inferencial relativa às respostas dos professores para as questões do instrumento foi guiada por três eixos, assim nominados: 1) conhecimento do professor para a organização da prática pedagógica para aprendizagem do conteúdo; 2) conhecimentos do professor frente ao erro dos alunos e possibilidades para superação; 3) domínio dos conhecimentos específicos do conteúdo pelo professor. Esses eixos foram escolhidos porque o instrumento de coleta de dados continha questões a eles relacionados. O Quadro 11 facilita a compreensão de quais questões representam cada um dos eixos.

Quadro 11 – Questões relacionadas aos eixos norteadores da interpretação inferencial

EIXOS	QUESTÕES
1 (conhecimento do professor para a organização da prática pedagógica para aprendizagem do conteúdo de Trigonometria)	- <b>Questão 1</b> (Como procederia ao propor (ensinar) o conteúdo de Trigonometria para os alunos?) - <b>Questão 2</b> (O que considera mais importante nesse momento ensino?) - <b>Questão 3</b> (Como acredita que os alunos responderiam a essa proposta?) - <b>Questão 4, item B, situação 1 (4B1), situação 2 (4B2) e situação 3 (4B3)</b> (Que tipo de intervenção pode realizar o professor para que os alunos reflitam sobre o erro cometido e superem tal dificuldade em cada uma das situações?) - <b>Questão 7</b> (Como procederia ao ensinar esse conceito aos alunos?)
2 (conhecimentos do professor frente ao erro dos alunos e possibilidades para superação)	- <b>Questão 4, item A, situação 1 (4A1), situação 2 (4A2) e situação 3 (4A3)</b> (Qual tipo de erro apresentado pelos alunos em cada uma das situações)
3 (domínio dos conhecimentos específicos do conteúdo de Trigonometria pelo professor)	- <b>Questão 5</b> (Quantos graus mede um radiano?) - <b>Questão 6</b> (O que significa dizer que $180^\circ$ é igual a $\pi$ radianos?)

Fonte: A autora.

Seis dos vinte professores foram selecionados para realização das interpretações e inferências. A escolha desses professores foi feita de forma aleatória (sorteio) para não caracterizar tendenciosidade por parte do pesquisador na seleção de dados empíricos. Esses

professores apresentarão um perfil que poderá ser interpretado em relação aos processos de ensino e aprendizagem da trigonometria.

### Professor A1

A caracterização dos professores apresentada no item 2.1.3 e a compreensão dos conhecimentos docentes foram contempladas na interpretação inferencial dos dados. No Quadro 12 é possível visualizar a caracterização dos conhecimentos docentes referente ao professor A1.

Quadro 12 – Caracterização dos conhecimentos docentes do professor A1

<b>PROFESSOR A1</b>	<b>1 Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada</b>	<b>2 Conhecimento Pedagógico de Conteúdo</b>	<b>3 Conhecimento Curricular</b>
<b>A Expansão Natural (por meio da linguagem natural)</b>		(3) (4B1) (4B2) (4B3)	
<b>B Expansão Cognitiva (por meio de definições, leis e regras para o domínio de objetos)</b>	(1) (2) (4A1) (4A2) (4A3) (4B1) (4B2) (4B3) (5) (6)	(7)	
<b>C Expansão Formal (por meio de símbolos, notações, escrita algébricas, ...)</b>			

Fonte: Adaptado de Arruda et al. (2011) citado por Baccon (2011)

A1 é do sexo feminino, não informou sua idade, trabalha na Rede de Ensino Estadual, pertencente ao regime QPM, sua formação é em matemática, além de ter feito PDE<sup>14</sup> e mestrado. Essa professora trabalha de 20 a 40 horas semanais e possui mais de 15 anos de atuação no magistério. A escola em que A1 trabalha é localizada no centro da cidade e possui mais de 1800 alunos matriculados entre o Ensino Médio regular e ensino profissionalizante. É uma escola que possui uma boa estrutura com biblioteca, laboratório de informática, etc.

As respostas apresentadas por A1 nos permitem inferir que os conhecimentos docentes que prevalecem em seus discursos é o de Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada. Para essas respostas A1 utiliza uma linguagem específica da Trigonometria para se referir a esse conhecimento o que configura esses discursos como operação de expansão

<sup>14</sup> O PDE é uma política pública de Estado do Paraná, regulamentado pela Lei Complementar nº 130 de 14 de julho de 2010 que estabelece o diálogo entre os professores do ensino superior e os da educação básica, através de atividades teórico-práticas orientadas, tendo como resultado a produção de conhecimento e mudanças qualitativas na prática escolar da escola pública paranaense (<http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br>).

discursiva de explicação. Duval (2004) denomina essa forma de expansão como “Cognitiva” cuja característica é o emprego especializado da língua natural.

Podemos caracterizar os conhecimentos docentes de A1 como, predominantemente, referentes ao conteúdo da matéria, pois suas respostas para as questões 1, 2, 4B1, 4B2 e 4B3, categorizadas no Setor 1B, são relativas ao conhecimento do professor para a organização da prática pedagógica, *eixo 1*. As questões 4A1, 4A2 e 4A3, categorizadas também no Setor 1B são relativas ao *eixo 2*, pois são referentes aos tipos de erros dos alunos que são justificados com argumentos referentes à falta de compreensão de conteúdos específicos da disciplina que, de acordo com A1, os alunos não conseguiram compreender. E também para as respostas das questões 5 e 6, relativas ao *eixo 3*, pois são referentes ao domínio dos conhecimentos específicos do conteúdo de Trigonometria pelo professor.

O Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada, que se apresenta de forma notável nas respostas da professora A1, envolve aspectos da produção (conhecimento formalizado), representação e validação epistemológica do conteúdo em questão, conforme apontam Almeida e Biajone (2005). Ainda em relação a esse conhecimento, Shulman (2001) afirma que o professor precisa saber os motivos pelos quais o conteúdo se apresenta de determinada forma e não de outra. Esse aspecto pode ser observado no discurso de A1 no momento em que ela afirma:

Questão 4B1 “Retomar com o aluno o que significa cateto oposto e cateto adjacente de um triângulo”

Questão 4A2 “Aluno escreve uma relação que não existe, talvez pensando em Pitágoras, mas usa valor do ângulo, operando com unidades diferentes (comp. e grau)”

Ao enfatizar que é preciso retomar com o aluno as significações dos termos utilizados para representar as medidas dos lados dos triângulos e ao focar que o aluno opera com medidas de unidades diferentes, A1 expressa que esse aluno ainda não consegue atribuir significação para esses termos e como consequência, não têm condições de resolver o problema. Na questão 2 do *eixo 1* (*O que considera mais importante nesse momento ensino?*) a professora deixa claro que o importante é que os alunos dominem os conhecimentos específicos:

“É importante que os alunos compreendam o que significa no círculo as razões seno, cosseno e tangente, as unidades de medidas e também saibam operar com elas”

Essa professora demonstra uma maior preocupação com a formalização do conhecimento matemático pelo aluno e acaba não recorrendo aos conhecimentos de outra natureza para interpretar o erro cometido por ele e para buscar formas de superação desse erro. É interessante notar que, embora essa professora atue no magistério há mais de 15 anos e que possua formação no PDE e mestrado, ela não coloque em evidência as três categorias de conhecimentos propostas por Shulman. Isso leva a inferir que esses fatores (formação e tempo de magistério) podem não estar diretamente relacionados com as práticas pedagógicas dos professores, mas no caso de A1, está relacionada à linguagem que ela utiliza para se referir aos conhecimentos da matéria, pois na maior parte de seu discurso, ela fez uso de termos específicos da Trigonometria.

### Professor C6

A caracterização dos conhecimentos docentes referente ao professor C6 pode ser visualizada no Quadro 13.

Quadro 13 – Caracterização dos conhecimentos docentes do professor C6

<b>PROFESSOR C6</b>	<b>1 Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada</b>	<b>2 Conhecimento Pedagógico de Conteúdo</b>	<b>3 Conhecimento Curricular</b>
<b>A Expansão Natural (por meio da linguagem natural)</b>		(2) (3)	
<b>B Expansão Cognitiva (por meio de definições, leis e regras para o domínio de objetos)</b>	(1) (4A1) (4A2) (4A3) (4B1) (4B2) (4B3) (6)	(7)	
<b>C Expansão Formal (por meio de símbolos, notações, escrita algébricas, ...)</b>	(5)		

Fonte: Adaptado de Arruda et al. (2011) citado por Baccon (2011)

C6 é do sexo masculino, possui 55 anos, trabalha na Rede Estadual de Ensino, pertencente ao regime QPM, sua formação é em matemática, com especialização na área. Esse professor trabalha de 20 a 40 horas por semana e possui mais de 15 anos de atuação no magistério. O professor C6 trabalha em uma escola que oferta exclusivamente Educação de jovens e Adultos e está situada no centro da cidade.

Os conhecimentos docentes que prevalecem nas respostas de C6, assim como A1, são os Conhecimentos de Conteúdo da Matéria a ser ensinada (Setor 1B). Esse professor também parece estar mais preocupado com a formalização dos conhecimentos matemáticos e

acaba deixando de lado os Conhecimentos Pedagógicos e Curriculares. O discurso utilizado pelo professor C6 para se referir aos Conhecimentos de Conteúdo da Matéria, também se configuram como operação de expansão discursiva de explicação, ou seja, a forma de expansão “Cognitiva”, em que a língua natural é empregada de forma especializada e com termos específicos da área de conhecimento em questão (DUVAL, 2004).

Nas respostas de C6, para as questões do *eixo 1*, como a questão 1 (*Como procederia ao propor (ensinar) o conteúdo de trigonometria para os alunos*), por exemplo, em que C6 respondeu:

*“Começar o mais básico possível, como por exemplo analisando um ângulo. Depois tomando o triângulo retângulo falaria que foi tomado o lado oposto ao ângulo tido como base e dividido pela hipotenusa dará sempre o mesmo resultado mesmo que se aumente estes lados”*

Fica evidente a importância atribuída aos conteúdos específicos da trigonometria pelo professor. Embora o professor cite que começaria “o mais básico possível”, não parece que sua principal preocupação seja com a forma como o ensino seria conduzido e sim com o que seria trabalhado, com o domínio conceitual e procedimental do conteúdo, conforme apontam Almeida e Biajone (2005) ao se referirem a categoria de Conhecimentos de Conteúdo da Matéria a ser ensinada proposta por Shulman (1986).

Nas respostas de C6 para as questões 4B (*Que tipo de intervenção pode realizar o professor para que os alunos reflitam sobre o erro cometido e superem tal dificuldade em cada uma das situações?*), acreditava-se que apareceriam respostas mais direcionadas aos Conhecimentos Pedagógicos de Conteúdo, porém, no caso de C6, também foram configuradas como Conhecimentos de Conteúdo da Matéria a ser ensinada, as quais foram categorizadas conforme o Setor 1B.

Situação 1 “O que temos é o valor do cateto oposto e do cateto adjacente em relação ao ângulo de 30°”

Situação 2 “Pelo teorema de Pitágoras fica difícil, e ainda considerando o ângulo como distância”

Situação 3 “Quase tudo certo, mais não se pode ignorar a raiz, temos que calcular  $\sqrt{3} = 1,73$ ”

Nesse caso o professor limita-se a apontar o que o aluno fez, mas não expressa possíveis formas de superar a dificuldade apontada por ele. Questões do *eixo 2* e *eixo 3*

também estão presentes nessa característica de categoria conteúdo apresentada pelo professor, presentes no Setor 1B.

A clientela com a qual o professor trabalha (EJA) pode favorecer essa forma de encarar a matéria como um conhecimento voltado para as próprias questões do conteúdo de Trigonometria. Podemos inferir que isso acontece porque, esse professor pode não sentir a necessidade de elaborar diferentes formas de ensino para conseguir a disciplina da turma ou para fazer com que os alunos aprendam, já que normalmente se trabalha com adultos, que por si mesmos se esforçam para compreender o que está sendo ensinado, mesmo que a forma de conduzir o ensino pelo professor não seja a mais adequada.

### Professor F11

Em relação à caracterização dos conhecimentos docentes de F11, esta pode ser observada no Quadro 14.

Quadro 14 – Caracterização dos conhecimentos docentes do professor F11

PROFESSOR F11	1 Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada	2 Conhecimento Pedagógico de Conteúdo	3 Conhecimento Curricular
A Expansão Natural (por meio da linguagem natural)		(3) (4B1) (4B2) (4B3)	
B Expansão Cognitiva (por meio de definições, leis e regras para o domínio de objetos)	(2) (4A1) (4A2) (4A3) (4B1) (4B2) (4B3) (6) (5)	(1) (7)	
C Expansão Formal (por meio de símbolos, notações, escrita algébricas, ...)			

Fonte: Adaptado de Arruda et al. (2011) citado por Baccon (2011)

F11 é do sexo feminino, possui 42 anos, trabalha na Rede Estadual de Ensino, pertencente ao regime QPM, possui formação inicial em Matemática e especialização. A professora F11 trabalha de 20 a 40 horas por semana, com mais de 15 anos de atuação no magistério. A escola em que F11 trabalha fica situada em um dos maiores bairros da cidade e atende a quase 2000 alunos, entre Ensino Fundamental e Ensino Médio.

A professora F11 também apresenta a maior parte das respostas relativas aos Conhecimentos de Conteúdo da Matéria a ser ensinada. Essa característica identificada por meio das respostas categorizadas no setor 1B se configura nas questões dos três eixos norteadores. Destacamos a resposta da professora para questão 2, do *eixo 1* (*O que considera*

*mais importante nesse momento ensino?)* em que a professora parece considerar que o mais importante ao iniciar o conteúdo de Trigonometria, seja domínio de conteúdos já trabalhados e as habilidades para lidar com os instrumentos:

*“Que os alunos tenham uma boa noção da geometria plana (área, perímetro) e que tenham habilidade com régua, compasso, transferidor”*

Nessa resposta Talvez a intenção dessa professora fosse a de criar essas condições que ela julga necessárias para o ensino, mas em seu discurso isso não parece ser seu objetivo, já que ela aponta o que é preciso, mas não esclarece de que forma ela identificaria esses aspectos e como os recuperaria se não se fizessem presentes.

Em outras respostas da professora, categorizadas no Setor 2A, como para a questão 3 (*Como acredita que os alunos responderiam a essa proposta?*) pertencente ao **eixo 1** embora sua resposta tenha sido categorizada como conhecimento Pedagógico de Conteúdo, podemos inferir que ela acaba se isentando de sua responsabilidade de fazer o melhor enquanto educadora. Isso porque no momento em que a dificuldade é apontada como resultado do desinteresse dos alunos fica a impressão de que enquanto professor não há o que se fazer para facilitar a compreensão dos conteúdos pelos alunos, e por isso não se faz necessário buscar diferentes propostas de ensino:

*“Atualmente está muito complicado despertar o interesse dos alunos, acredito que por mais interessante que seja o conteúdo, está difícil em contentá-los ou motivá-los”*

Talvez esse aspecto se apresente devido aos longos anos dedicados ao magistério, sem alcançar os resultados esperados. O que pode ter acontecido, pelo fato dela ter privilegiado questões referentes à própria estrutura da disciplina, que são os Conhecimentos de Conteúdo da Matéria a ser ensinada de acordo com Shulman (2001), conforme foi possível observar em suas respostas. Podemos inferir que essa professora já não considera mais que suas ações podem alterar o quadro de desinteresse dos alunos o que dificulta sua busca por alternativas que favoreçam sua prática em sala de aula.

### Professor F13

A caracterização dos conhecimentos docentes de F13 pode ser observada no Quadro 15.

Quadro 15 – Caracterização dos conhecimentos docentes do professor F13

PROFESSOR F13	1 Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada	2 Conhecimento Pedagógico de Conteúdo	3 Conhecimento Curricular
A Expansão Natural (por meio da linguagem natural)		(2) (3) (4B1) (4B2)	
B Expansão Cognitiva (por meio de definições, leis e regras para o domínio de objetos)	(4A1) (4A2) (4A3) (4B1) (4B2) (4B3) (6) (5) (7)	(1) (4B3)	
C Expansão Formal (por meio de símbolos, notações, escrita algébricas, ...)			

Fonte: Adaptado de Arruda et al. (2011) citado por Baccon (2011)

F13 é do sexo masculino, possui 34 anos, trabalha na Rede Estadual de Ensino, pertencente ao regime QPM, sua formação é em matemática, com especialização na área. Esse professor trabalha de 20 a 40 horas por semana e possui menos de 10 anos de atuação no magistério. F13 trabalha na mesma escola que F11 que fica situada em um dos maiores bairros da cidade e atende a quase 2000 alunos, entre Ensino Fundamental e Ensino Médio.

O professor F13 apresenta a mesma característica presente nos conhecimentos docentes dos demais professores. Nove, das 12 respostas desse professor foi categorizada como Conhecimentos de Conteúdo da Matéria a ser ensinada, conforme o Setor 1B, pelo privilégio que esse professor atribui a aspectos específicos da disciplina. Ele demonstra preocupação sobre o motivo pelo qual o conteúdo de trigonometria se apresenta dessa maneira e não de outra (SHULMAN, 2001), conforme é possível observar em suas respostas para a questão 4B (*Que tipo de intervenção pode realizar o professor para que os alunos reflitam sobre o erro cometido e superem tal dificuldade em cada uma das situações?*):

Situação 1 “Retomar a colocação dos nomes de cada um dos nomes do triângulo retângulo observando o ângulo em destaque”

Situação 2 “Explicar que o  $30^\circ$  é um ângulo (retomar o conceito de ângulo) e não o valor da medida de um dos lados”

Situação 3 “Através da calculadora e do conjunto dos irracionais retomar a explicação sobre raízes não exatas e utilizar aproximação para os mesmos”.

Podemos inferir que, no entendimento do professor F13, o erro do aluno se deve a falta de compreensão de aspectos específicos do conteúdo, que precisam ser retomados e apresentados pelo professor para que os alunos compreendam. Esse professor também não explora os Conhecimentos Pedagógicos de Conteúdo ou os Conhecimentos Curriculares para apresentar uma proposta de reorganização da prática pedagógica.

### Professor G14

A caracterização dos conhecimentos docentes referente ao professor G14 pode ser visualizada no Quadro 16.

Quadro 16 – Caracterização dos conhecimentos docentes do professor G14

PROFESSOR G14	1 Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada	2 Conhecimento Pedagógico de Conteúdo	3 Conhecimento Curricular
A Expansão Natural (por meio da linguagem natural)	(2)	(2) (3) (4A2) (4B3)	
B Expansão Cognitiva (por meio de definições, leis e regras para o domínio de objetos)	(1) (4A1) (4A3) (4B1) (5)	(1) (7)	
C Expansão Formal (por meio de símbolos, notações, escrita algébricas, ...)	(5)		

Fonte: Adaptado de Arruda et al. (2011) citado por Baccon (2011)

G14 é do sexo feminino, possui 26 anos, trabalha na Rede Estadual de Ensino, pertencente ao regime QPM, sua formação é em matemática. Trabalha de 20 a 40 horas por semana e não respondeu sobre seu tempo de atuação no magistério. A escola em que G14 trabalha fica em uma dos bairros da cidade e atende cerca de 1000 alunos de Ensino Fundamental e Médio.

A professora G14 não respondeu a questão 4B2 e a questão 6. Dentre as questões que respondeu, a caracterização ficou entre os Conhecimentos de Conteúdo da Matéria a ser ensinada, predominantemente no Setor 1B, e os Conhecimentos Pedagógicos de Conteúdo, em sua maioria no Setor 2A. Na resposta da professora para questão 1 (*Como procederia ao propor (ensinar) o conteúdo de trigonometria para os alunos?*), pertencente ao **eixo 1**, a professora não economiza palavras para explicar como procederia. Ela utiliza tanto

argumentos referentes a questões pedagógicas como argumentos referentes a aspectos específicos da disciplina (Setor 1B e Setor 2B):

*“Utilizo a sequência dos conteúdos a meu favor, no 1º ano do ensino médio trabalhando bem os conceitos de relação e função, então quando proponho o “desafio”: como alguém mediria a altura de uma grande árvore ou prédio sem precisar subir/escalar este. Como costumam não saber algo prático (semelhança de ‘triângulos’) e nem saber ou lembrar as razões trigonométricas no ‘triângulo retângulo’ eu as estabeleço e uso para resolver o problema (desafio), depois fazem exercício de fixação onde uso medidas de ângulos iguais e de lados  $\neq$  p/ q/ percebem a dependência angular, os ângulos notáveis e compreendam melhor as funções em seguida”*

No que se referem às questões pedagógicas, estas estão relacionadas aos modos pelo qual o conteúdo será apresentado aos alunos, conforme apontam Almeida e Biajone (2005) ao tratarem dos Conhecimentos Pedagógicos de Conteúdo propostos por Shulman (1986). Podemos inferir que a professora G14, pode ter assimilado que o trabalho com os conteúdos específicos estão atrelados a forma como estes serão apresentados para os alunos.

### Professor F18

No Quadro 17 é possível visualizar a caracterização dos conhecimentos docentes referente à F18.

Quadro 17 – Caracterização dos conhecimentos docentes do professor F18

<b>PROFESSOR F18</b>	<b>1 Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada</b>	<b>2 Conhecimento Pedagógico de Conteúdo</b>	<b>3 Conhecimento Curricular</b>
<b>A Expansão Natural (por meio da linguagem natural)</b>	(4A3)	(3) (4B1) (4B3)	
<b>B Expansão Cognitiva (por meio de definições, leis e regras para o domínio de objetos)</b>	(1) (4A1) (4A2) (4B1) (4B3) (5) (6)	(1) (2) (4B2) (7)	
<b>C Expansão Formal (por meio de símbolos, notações, escrita algébricas, ...)</b>	(6)		

Fonte: Adaptado de Arruda et al. (2011) citado por Baccon (2011)

F18 é do sexo feminino, possui 30 anos, trabalha na Rede Estadual de Ensino, por meio do contrato PSS e sua formação é em matemática. Trabalha até 20 horas por semana e possui menos de 5 anos de atuação no magistério. A escola em que F18 trabalha é mesma de F13 e F11 que fica situada em um dos maiores bairros da cidade e atende a quase 2000 alunos, entre Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Os conhecimentos apresentados pela professora F18, ao observar o Quadro 17, parecem estar divididos entre os Conhecimentos de Conteúdo da Matéria a ser ensinada e os Conhecimentos Pedagógicos de Conteúdo. Porém, apesar da categorização apresentar esse aspecto, ao observarmos as respostas de F18, percebemos que essa categorização não expressa efetivamente a prática dessa professora, mas ao contrário, o que deveria ser sua prática. Na resposta da professora para a questão 1 (*Como procederia ao propor (ensinar) o conteúdo de trigonometria para os alunos?*) pertencente ao **eixo 1** e categorizada pelos Setores 1B e 2B, por exemplo, ela trata de questões pedagógicas ao se referir ao método tradicional, mas fica evidente que sua preocupação não está na forma como esse conteúdo será trabalhado, mas sim o que será trabalhado de Trigonometria:

*“Embasamento teórico: de trigonometria básica no triângulo retângulo e teorema de Pitágoras. Exemplos e depois exercícios. Resumindo o método tradicional”*

Esse aspecto está relacionado ao que Shulman (1986) citado por Almeida e Biajone (2005), coloca como aspectos relativos a compreensão dos processos de produção, representação e validação do conhecimento.

A fragilidade dos Conhecimentos Pedagógicos dessa professora, também ficam evidentes em sua resposta para a questão 3, na qual afirma que:

*“Quando o aluno apresenta interesse ele responde muito bem, porém aqueles que dizem: - não sei, fácil p/ você que é professora; é muito difícil despertar interesse em qualquer assunto”.*

Nesse momento podemos inferir que essa professora expressa sua descrença em relação aos métodos de ensino, embora tenha menos de 5 anos de atuação no magistério.

Essas análises não esgotam as possibilidades de interpretação que poderiam surgir em relação aos conhecimentos dos professores e essa também não foi a intenção. Assim como não tivemos a intenção de julgar ou classificar o conhecimento de cada professor aqui pesquisado, mas apenas refletir sobre o conhecimento docente de cada um destes diante das situações propostas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste trabalho foram discutidos alguns aspectos relativos aos conhecimentos docentes dos professores de matemática que atuam na Educação Básica sobre Trigonometria. Porém não foram esgotadas todas as possibilidades. A opção por analisar os conhecimentos docentes de acordo as categorias propostas por Shulman (1986, 2001), com a utilização dos subsídios teóricos de Duval (2004) para análises dos discursos e de Bardin (2009) para a análise de conteúdo, permitiu uma organização dos dados empíricos na busca de resposta para o seguinte problema de pesquisa “Como se caracterizam os conhecimentos sobre Trigonometria e qual a natureza dos conhecimentos relativos a questões sobre a aprendizagem e o ensino de Trigonometria apresentado por professores de matemática que atuam na Educação Básica?”.

Diante desse problema, buscou-se como objetivos de pesquisa: caracterizar os conhecimentos sobre Trigonometria apresentado por professores de matemática que atuam na Educação Básica e desvelar a natureza dos conhecimentos de professores de matemática que atuam na Educação Básica em relação a questões sobre o ensino e a aprendizagem da Trigonometria. O caminho percorrido na busca desses objetivos nos levou a escolher Shulman (1986, 2001) para subsidiar as análises referentes aos conhecimentos docentes. Essa escolha se deve à clareza com a qual o autor expressa os conhecimentos necessários à prática educativa do professor e o seu entendimento de que existe uma base de conhecimentos para o ensino. A base de conhecimentos a qual ele refere-se configura como um conjunto de conhecimentos, habilidades, compreensão de tecnologias, atitude ética e de responsabilidade coletiva, que o professor precisa para ensinar (SHULMAN, 2001).

Tendo em vista essa base de conhecimentos para o ensino, Shulman (2001) elenca sete categorias de conhecimento para o desenvolvimento cognitivo do professor. Porém, Almeida e Biajone (2005) destacam que, dessas categorias de conhecimentos, três delas são inicialmente apresentadas em uma de suas primeiras obras sobre o assunto e posteriormente são retomadas e ampliadas nos demais trabalhos. Essas categorias são: Conhecimento de Conteúdo da Matéria a ser ensinada; Conhecimento Pedagógico da Matéria e; Conhecimento curricular. Devido à importância dada a essas três categorias de conhecimento (por serem tomadas como a base para as demais categorias), consideramos importante fundamentarmos as respostas dos professores com base nessas três categorias.

Para uma análise mais esclarecedora sobre os conhecimentos dos professores a respeito da Trigonometria e sobre questões referentes ao ensino e a aprendizagem da Trigonometria, além das categorias dos conhecimentos docentes de Shulman (1986), entendemos que seria importante considerar uma teoria que contemplasse uma análise dos discursos. Por esse motivo foram elencadas as funções discursivas do sistema semiótico e as operações de expansão das funções discursivas que cumprem esses discursos, com as contribuições de Duval (2004), para subsidiar as análises. De acordo com o autor, para que seja feita uma análise funcional do discurso, é preciso tomar por base as operações discursivas, que podem ser de quatro tipos: narração, descrição, explicação e raciocinamento. Essas quatro operações foram escolhidas como categorias para análise dos discursos dos professores participantes dessa pesquisa.

Na busca de uma metodologia para a análise dos dados, encontramos na Análise de Conteúdo de Bardin (2009) uma possibilidade. A divisão da autora para a análise de conteúdo permeou todo o trabalho. Inicialmente considerou-se a pré-análise, em que foi feita a organização do material, por meio da elaboração do questionário para coleta de dados e da definição das categorias para análise. Na sequência procede-se com a descrição analítica, em que os dados empíricos foram categorizados de acordo com o referencial teórico, com o auxílio do *software* Atlas.ti. E por último, foi feita a interpretação inferencial, na qual os dados empíricos foram analisados com base no referencial teórico, tornando possível a inferência sobre os resultados obtidos.

Por meio dessa forma de organização e diante das categorias de conhecimentos docentes propostas por Shulman (1986, 2001) e das funções de expansão discursiva de Duval (2004), podemos apresentar como uma possível resposta a nosso problema de pesquisa, que os conhecimentos dos professores sobre Trigonometria se caracterizam prioritariamente como conhecimentos específicos de conteúdo da matéria e como forma de expansão cognitiva, que se caracteriza pela utilização de termos específicos da disciplina para justificar as formas de condução do ensino. Essa caracterização dos conhecimentos dos professores nos permite fazer inferências sobre suas implicações na aprendizagem dos alunos sobre o conteúdo de Trigonometria.

A partir do momento em que os professores privilegiam um conhecimento, em detrimento de outros, o ensino e aprendizagem ficam comprometidos. A ênfase que os professores atribuíram aos conhecimentos de conteúdo revela o quanto esse aspecto é considerado como prioritário para eles. Esses professores tem sim razão em dar importância a essa questão, pois para uma efetiva aprendizagem, é importante o domínio do conteúdo.

Porém, no momento de ensino, não é apenas o domínio de conteúdo que irá garantir a aprendizagem dos alunos. A dinâmica da sala de aula exige muito mais que isso. Concordamos com Shulman (2001) no momento em que ele afirma que existe uma base de conhecimentos para ensino, por meio da qual se revela um complexo corpo de conhecimentos e habilidades para o desempenho eficaz desse ensino.

Nessa base de conhecimentos precisam estar presentes tanto conhecimentos referentes aos conteúdos, como conhecimentos pedagógicos e curriculares. O conhecimento dos conteúdos está fortemente presente na característica apresentada pelos professores de matemática que atuam na Educação Básica no que se refere à Trigonometria, conforme apontam os dados dessa pesquisa. Porém o Conhecimento Pedagógico da Matéria, que Shulman (2001) aponta como tendo um interesse particular por identificar a bagagem distintiva de conhecimento para o ensino, não tem sido privilegiada como deveria por esses professores. Talvez esse seja um reflexo da formação inicial desses professores. Esse é um aspecto preocupante, pois conforme o autor nos alerta trata-se de um conhecimento que representa uma mistura entre o que vai ser ensinado e a forma escolhida para ensinar esse conteúdo para levar o aluno a compreender e a se interessar pelo conteúdo.

Em uma pesquisa desenvolvida em outro momento pela pesquisadora (DIONIZIO, BRANDT, 2011), junto aos alunos, foi possível observar a dificuldade que eles apresentam em conceituar os objetos matemáticos em Trigonometria. Isto porque os alunos não conseguiam relacionar a situação apresentada na atividade com a relação trigonométrica que permitiria a solução. Duval (2004) permite uma explicação para essa situação por meio da estrutura triádica da significância, em que o autor explica que para ser remetido ao objeto de conhecimento, é preciso atribuir o significado adequado a um significante (representação). Para isso, o trabalho com a Trigonometria em sala de aula deveria explorar os objetos matemáticos por meio de diferentes registros de representação, enfatizando a relação existente entre essas diferentes formas de representação. Essa forma de trabalho poderia levar os alunos a compreenderem as características do objeto de conhecimento e não apenas de sua representação. Essas considerações sobre os conteúdos matemáticos nos remetem aos conhecimentos pedagógicos de conteúdo por mostrarem preocupação tanto com o conhecimento a ser ensinado como as possibilidades de se trabalhar com esse conhecimento.

O Conhecimento Curricular, também não é algo característico do conhecimento desses professores. Esse conhecimento é importante por se referir ao entendimento do conjunto de conteúdos que são trabalhados com os alunos ao longo dos anos e em cada nível específico, além dos materiais disponíveis para o trabalho com determinados conteúdos,

conforme aponta Shulman (1986), citado por Almeida e Biajone (2005). O conhecimento referente a esse aspecto se faz importante, pois conforme o próprio autor esclarece, só é possível a escolha adequada do conteúdo a ser trabalhado ou do material a ser utilizado, se esse professor domina esses conhecimentos.

Se esses conhecimentos (pedagógicos e curriculares) não são revelados pelos professores de matemática que atuam na Educação Básica, juntamente com os conhecimentos de conteúdo da matéria, as consequências poderão ser observadas na aprendizagem dos alunos, já que os professores possuem uma ligação direta com essa aprendizagem. E isso pode explicar os motivos pelos quais os alunos apresentam dificuldade em compreender conceitos básicos de Trigonometria e principalmente em resolver problemas ou aplicar esses conhecimentos a situações que não sejam as de sala de aula, conforme apontam as pesquisas que tratam do assunto (LINDEGGER, 2000; SILVA, 2005; SILVA, 2007; DIONIZIO, BRANDT, 2011).

Atingimos nossos objetivos de pesquisa ao identificarmos como característica dos conhecimentos sobre Trigonometria apresentada por professores de matemática que atuam na Educação Básica, o predomínio do conteúdo da matéria a ser ensinada, conforme mencionado anteriormente. Também, ao desvelarmos que a natureza dos conhecimentos desses professores está relacionada à forma como eles concebem o ensino e aprendizagem da matemática. Por meio das respostas apresentadas pelos participantes dessa pesquisa, pudemos inferir que eles consideram a matemática como um conjunto de conhecimentos formais, prontos e acabados e que precisam ser ‘transmitidos’ para os alunos. Nesse processo, é dada maior ênfase para as regras necessárias a resolução dos problemas, do que para a compreensão do conceito matemático em questão e o significado que isso pode, ou não, ter para o aluno. Esse aspecto pode estar relacionado à forma como esses professores aprenderam durante a Educação Básica ou mesmo nos cursos de formação de professores.

Os resultados dessa pesquisa, apesar de representar uma pequena parcela dos trabalhos que poderiam ser feitos, contribui para que seja repensada a forma como tem sido conduzido o trabalho com a Trigonometria pelos professores em sala de aula. Esse aspecto, possivelmente, pode ser ampliado para outros conteúdos da matemática, já que a maneira como foi conduzida a análise, nos permite outras interpretações. Ressaltamos que em momento algum tivemos a intenção de julgar ou classificar o modo, a forma ou o estilo de gestão de cada professor aqui pesquisado, como bom ruim, certo ou errado, mas apenas refletir sobre o conhecimento docente de cada um destes diante de uma situação de avaliação e aprendizagem.

Entendemos que é preciso um olhar mais atento com relação aos processos de formação inicial, que podem estar favorecendo a primazia do conteúdo, em detrimento do conhecimento sobre a forma como esse conteúdo será ensinado e do conhecimento sobre a atribuição de significado aos objetos matemáticos pelos sujeitos. Os professores só podem escolher diferentes formas de trabalhar com os conteúdos e de avaliar a aprendizagem dos alunos, se os seus conhecimentos lhe derem essa possibilidade. E, embora o professor possa e precise buscar conhecimento por iniciativa própria, os cursos de formação de professores se caracterizam como um espaço privilegiado para que os professores tenham contato com esses diferentes conhecimentos necessários à prática docente.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, P. C. A. de; BIAJONE, J. A formação inicial dos professores em face dos saberes docentes. Associação Nacional de Pós-Graduação em Educação. Reunião Anual da ANPED, n. 28, 2005. **Anais...** Caxambu - MG. Disponível em: <[www.anped.org.br/28/textos](http://www.anped.org.br/28/textos)>. Acesso em: 10 set. 2012.
- BACCON, A. L. P. **Um ensino para chamar de seu: uma questão de estilo.** 153 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.
- BAIRRAL, M. Natureza do Conhecimento Profissional do Professor: contribuições teóricas para a pesquisa em educação matemática. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro, fev./2003, n.41, p.11-33. Disponível em: <<http://www.gepeticem.ufrrj.br/ambiente/docs/publicacao/Bairral%20Gepem%2041%202003.pdf>>. Acesso em: 10 set. 2012.
- BANDEIRA-DE-MELLO, R.. In: GODOI, C. K; BANDEIRA-DE-MELLO, R.; SILVA, A. B. da (Orgs). **Pesquisa qualitativa em estudos organizacionais: paradigmas, estratégias e métodos.** São Paulo: Saraiva, 2006.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 2009.
- BENVENISTE, E. **Problèmes de linguistique générale, 2.** Paris : Gallimard, 1974.
- BORTONI-RICARDO, S. M. **O professor pesquisador: introdução à pesquisa qualitativa.** São Paulo: Parábola Editorial, 2008.
- BOYER, C. B. **História da matemática.** 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
- BRANDT, C. F. **Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração decimal.** 246 f. Tese (Doutorado em Educação Científica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio: Matemática. Brasília: MEC, 1999.
- \_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares nacionais: ensino médio +: Ciências da Natureza e suas tecnologias /** Ministério da educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. – Brasília: MEC, SEMTEC, 2005. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 20 nov 2010.
- BRIGHENTI, M. J. L. Concepções de professores sobre o ensino de Matemática: um estudo sobre a relação teoria/prática de aprendizagem. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 3, p. 37-52, 2001.

Disponível em: <[http://www.usc.br/biblioteca/mimesis/mimesis\\_v22\\_n3\\_2001\\_art\\_03.pdf](http://www.usc.br/biblioteca/mimesis/mimesis_v22_n3_2001_art_03.pdf)>. Acesso em: 23 jul. 12.

DIONIZIO, F. A. Q.; BRANDT, C. F. Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – EDUCERE, 10., 2011, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC, 2011. p. 4408-4421.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

\_\_\_\_\_. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (FascículoI). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

\_\_\_\_\_. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Organização Tânia M.M. Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GRIZE, J. B. Schématisation et Logique naturelle. In : BOREL; GRIZE; MIÉVILLE (orgs.). **Essai de logic naturelle**. Berne : Peter Lang, 1983. p. 99-145.

GUELLI, O. **Contando a história da matemática**: dando corda na trigonometria. 8. ed. São Paulo: Ática, 1999.

LINDEGGER, L. R. de M. **Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo**: uma proposta da manipulação de modelos. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000. Disponível em:<[http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos\\_teses/MATEMATICA/Dissertacao\\_Lindegger.pdf](http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_Lindegger.pdf)>. Acesso em: 12 ago. 2011.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem**: componente do ato pedagógico. São Paulo: Cortez, 2011.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MOREIRA, P. C.; DAVI, M. M. M. S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**, Jan/Fev/Mar/Abr 2005, n.28. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n28/a05n28.pdf>>. Acesso em: 26 mai. 2012.

MUHR, T. ATLAS/ti: a prototype for the support of text interpretation. **Qualitative Sociology**, v.14, n.4, p. 349-371. 1991. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2F00989645?LI=true>>. Acesso em: 26 mai. 2012.

RIBEIRO, C. M. Conhecimento Matemático para Ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais. **Bolema**. 2009. Ano 22, n.34, p. 1-26. Disponível em: < <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/3297/2792>>. Acesso em: 10 set. 2012.

RUMSTAIM, A. de C. et al. Um estudo sobre os conhecimentos de uma professora de matemática, segundo Lee Shulman. **Horizontes**, v. 27, n.1, p. 33-41, jan./jun., 2009. Disponível em: <[http://www.usf.edu.br/itatiba/mestrado/educacao/uploadAddress/33\\_41%5B14024%5D.pdf](http://www.usf.edu.br/itatiba/mestrado/educacao/uploadAddress/33_41%5B14024%5D.pdf)>. Acesso em: 10 set. 2012.

SANTOMAURO, B. Como corrigir os erros dos alunos com o objetivo de ajudá-los a avançar. *Nova Escola*, São Paulo, v.1, n. 231, p. 84-85. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br>>. Acesso em: 30 jan. 2013.

SHULMAN, Lee S. Conocimiento y enseñanza. In: **Estudios públicos**, 83. Centro de Estudios Públicos. Traduzido por Alberto Ide. Chile: Santiago, 2001 (1987). p.163-196.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v.15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA, L. M. da. **Estratégias de Utilização de Registros de Representação Semiótica na Resolução de Problemas Matemáticos**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007. Disponível em: <<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000441901>>. Acesso em: 28 fev. 2011.

SILVA, S. A. da. **Trigonometria no Triângulo Retângulo: construindo uma aprendizagem significativa**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: <[http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/silvio\\_alves\\_silva.pdf](http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/silvio_alves_silva.pdf)>. Acesso em: 28 fev. 2011.

TOZETTO, A. S. **Letramento para a docência em matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2010, 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2010. Disponível em: <[http://bicentede.uepg.br/tde\\_busca/arquivo.php?codArquivo=578](http://bicentede.uepg.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=578)>. Acesso em: 26 maio 2012.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches em didactique de mathématiques**, v. 10, n. 23, p.133-170, 1990.

WALTER, S.; BACH, T. M. Adeus papel, marca-textos, tesoura e cola: inovando o processo de análise de conteúdo por meio do Atlas.ti. In: SEMINÁRIO EM ADMINISTRAÇÃO, 12., 2009, São Paulo. **Anais...** São Paulo, 2009. Disponível em: <<http://www.ead.fea.usp.br/semead/12semead/resultado/trabalhosPDF/820.pdf>>. Acesso em: 28 fev. 2012.

**APÊNDICE – INSTRUMENTO DE COLETA DE INFORMAÇÕES:  
CONHECIMENTOS DOCENTES SOBRE TRIGONOMETRIA**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO  
MESTRADO E DOUTORADO – UEPG**

Prezado (a) Professor (a)

As informações recolhidas por meio deste questionário ajudarão a compreender melhor o processo de ensino e aprendizagem da trigonometria. As suas respostas serão anônimas: jamais elas serão analisadas ou divulgadas individualmente. Nós relataremos apenas o conjunto de respostas das várias escolas que participam desta pesquisa. Esta é a primeira parte dessa pesquisa que é formada por duas etapas e possivelmente o (a) Sr. (a) será solicitada para participar da 2ª etapa, juntamente com os demais professores de matemática desta Rede de Ensino.

Maiores informações sobre essa pesquisa encontram-se no documento que o (a) Sr. (a) precisa assinar ao entregar este questionário. E a qualquer momento com a pesquisadora, por e-mail: faqditionizio@hotmail.com ou por telefone: (42) 9945-7123.

Pedimos para que respondam as informações abaixo e a todas as questões para que possamos ter um parâmetro no momento de análise dos dados, de forma alguma essas informações serão utilizadas para identificá-lo (a).

Desde já agradeço,  
Fátima Aparecida Queiroz Dionizio

**DATA DE NASCIMENTO:** \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_ **SEXO:** ( ) Masculino ( ) Feminino

**LOCAL DE TRABALHO - Escola:** ( ) Estadual ( ) Particular ( ) Não trabalha

**CONTRATO DE TRABALHO** ( ) PSS ou CLT; ( ) QPM; ( ) Não trabalha

**FORMAÇÃO PROFISSIONAL:** ( ) Matemática ( ) outra \_\_\_\_\_

**TIPO DE FORMAÇÃO:** ( ) Licenciatura incompleta ou em curso; ( ) Graduado – não-licenciado; ( ) Licenciatura completa; ( ) Especialização; ( ) PDE; ( ) Mestrado; ( ) Doutorado; ( ) outra \_\_\_\_\_

**CARGA HORÁRIA SEMANAL EM COM AULAS DE MATEMÁTICA (com hora atividade)**

( ) Não trabalha ( ) até 20 horas aula; ( ) de 20 até 40 horas aula; ( ) \_\_\_\_\_ horas aula

**TEMPO DE MAGISTÉRIO EM MATEMÁTICA:**

( ) Nunca lecionou; ( ) Até 5 anos; ( ) Até 10 anos; ( ) Até 15 anos; ( ) Mais de 15 anos \_\_\_\_\_

1) Como procederia ao propor (ensinar) o conteúdo de Trigonometria para os alunos?

---



---



---

2) O que considera mais importante nesse momento ensino?

---



---



---

3) Como acredita que os alunos responderiam a essa proposta?

---



---



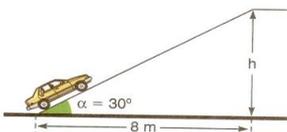
---



---

- 4) Em uma avaliação de matemática do 2º ano do Ensino Médio, foi proposta aos alunos a seguinte atividade referente ao conteúdo de Trigonometria:

1) A rampa de acesso a um estacionamento de automóveis faz um ângulo de  $30^\circ$  com o solo e, ao subi-la, um carro desloca-se horizontalmente 8 m de distância, conforme o desenho.



De acordo com os dados responda:

- a) Qual a altura da rampa, representada por  $h$  no desenho?  
b) Qual o comprimento da rampa inclinada?

Observou-se nessa turma uma parte dos alunos apresentou respostas semelhantes as seguintes situações:

### Situação 1

a) Qual a altura da rampa, representada por  $h$  no desenho?

$$\cos 30^\circ = \frac{h}{8} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{8} \quad \left. \begin{array}{l} h = 8\sqrt{3} \\ h = 4\sqrt{3} \\ h = 4 \cdot 1,7 \\ h = 6,8 \end{array} \right\}$$

### Situação 2

De acordo com os dados responda:

a) Qual a altura da rampa, representada por  $h$  no desenho?

$$\begin{array}{l} a = b + c \\ 30^\circ = 8 + c \\ 30 = 8 + c \end{array} \quad C = 22 \text{ metros}$$

### ➤ Situação 3

a) Qual a altura da rampa, representada por  $h$  no desenho?

adjacente  
oposta  
hipotenusa

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{8} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 = h$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot 8}{2} = 3 \cdot 8 = 24$$

$$\frac{24}{2} = 12$$

- a) Qual tipo de erro apresentado pelos alunos em cada uma das situações?

### Situação 1

---



---



---



---

**Situação 2**

---

---

---

**Situação 3**

---

---

---

- b) Que tipo de intervenção pode realizar o professor para que os alunos reflitam sobre o erro cometido e superem tal dificuldade em cada uma das situações?

**Situação 1**

---

---

---

**Situação 2**

---

---

---

**Situação 3**

---

---

---

- 5) Quantos graus mede um radiano?

---

---

- 6) O que significa dizer que  $180^\circ$  é igual a  $\pi$  radianos?

---

---

- 7) Como procederia ao ensinar esse conceito aos alunos?

---

---

**Sobre as informações prestadas:**

( ) autorizo a divulgação das informações desde que seja preservada minha individualidade.

Rubrica: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_