

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

DERLI KACZMAREK

**MODELAGEM NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UM VIÉS NA AÇÃO E
INTERAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

**PONTA GROSSA
2014**

DERLI KACZMAREK

**MODELAGEM NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UM VIÉS NA AÇÃO E
INTERAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Educação, do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa. Área de concentração: Educação. Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem.

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak

**PONTA GROSSA
2014**

Ficha Catalográfica
Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação BICEN/UEPG

Kaczmarek, Derli

K11 Modelagem no ensino da matemática: um viés na ação e interação do processo de ensino e aprendizagem/ Derli Kaczmarek. Ponta Grossa, 2014.
119f.

Dissertação (Mestrado em Educação - Área de Concentração: Educação), Universidade Estadual de Ponta Grossa. Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak.

1. Modelagem Matemática. 2. Ações e Interações. 3. Vygotsky. 4. Ensino e Aprendizagem. I. Burak, Dionísio. II. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Mestrado em Educação. III. T.

CDD: 510.7

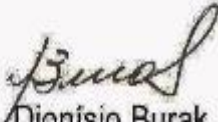
TERMO DE APROVAÇÃO

DERLI KACZMAREK


MODELAGEM NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UM VIÉS NA AÇÃO E INTERAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Educação, Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Orientador (a)


Prof. Dr. Dionísio Burak
UEPG


Prof. Dr. Tiago Emanuel Klüber
UNIOESTE


Profª Dra. Célia Finck Brandt
UEPG

Profª Dra. Ana Lúcia Baccon
UEPG

Ponta Grossa, 24 de março de 2014.

*Do pão ao colo,
Em agradecimento,
À memória de meus avós Estanislau e Zuzana,
Dedico!*

Agradecimentos

À Wanda Thereza (in memorian) e Vitorino (in memorian), meus pais, pela vida.

À sociedade, pela possibilidade de ir além...

À Roseli, minha tia, que mostrou o caminho.

À Marli, minha irmã, companheira de muitas caminhadas que, muitas vezes, tornou mais leve meu fardo (inclusive carregando minha mochila no caminho da escola).

Ao Luís Carlos, amor que me conduz e à Jéssica e Patrícia, nossas filhas, que alegram e motivam nosso caminhar.

Ao Laurence, pessoa maravilhosa, por compartilhar a leitura de caminhos por outros traçados.

À Helaine, querida amiga, pelo incentivo a buscar esta caminhada.

A todos os Professores por ensinarem as possibilidades, e em especial, ao Professor Tiago e às Professoras Célia e Ana Lúcia, pelo carinho com que mostraram o caminho qualificado.

Ao Professor Dionísio, meu orientador, pelo exemplo de como conduzir um caminho com maestria.

Aos meus alunos, pelos quais ousei trilhar novos rumos.

E a Deus, que me abençoou com a dádiva desta caminhada.

*Se pudesse deixar algum presente a você,
Deixaria aceso o sentimento de amor pela vida
dos seres humanos.
A consciência de aprender tudo o que
foi ensinado pelo tempo afora.
Lembraria os erros que foram cometidos
para que não mais se repetissem.
A capacidade de escolher novos rumos.
Deixaria para você, se pudesse,
O respeito àquilo que é indispensável:
Além do pão, o trabalho.
Além do trabalho, a ação.
E, quando tudo mais faltasse, um segredo:
o de buscar no interior de si mesmo, a resposta
e a força para encontrar a saída.*

(Mahatma Gandhi)

MODELAGEM NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UM VIÉS NA AÇÃO E INTERAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo descrever as ações e interações dos estudantes proporcionadas pelas atividades da Modelagem Matemática e estabelecer possíveis relações com a Teoria de Vygotsky. Dessa forma, a questão colocada à investigação ficou assim definida: Que ações e interações, dos estudantes, são identificadas nas atividades de Modelagem Matemática a partir do referencial Vygotskyano? Para tanto, foram descritas duas atividades desenvolvidas utilizando-se a Modelagem Matemática assumindo-se a concepção adotada por Burak (2010). A coleta dos dados foi realizada em uma escola pública municipal de Araucária, região metropolitana de Curitiba-Pr, local de trabalho da professora e pesquisadora. Os sujeitos da pesquisa são estudantes do Ensino Fundamental regular, sendo uma turma de nono ano e outra turma de sexto ano, envolvendo um total de 57 estudantes. As anotações no diário de campo do desenvolvimento das atividades e das observações realizadas, as atividades produzidas pelos estudantes e os seus depoimentos, fazem parte do material de análise. A pesquisa e o tratamento de dados, com ênfase em aspectos qualitativos, são pautados na perspectiva de Bogdan e Biklen (1994). As ações e as interações, percebidas e constantes nos dados coletados, foram tratadas na perspectiva da teoria de Vygotsky (2007; 2004; 1991; 1988). Os significantes, das ações e interações, foram considerados a partir do modelo de quatro fases do desenvolvimento do interesse, proposto por Hidi e Renninger (2006), categorizadas nos focos de interesse de Motivação (ambiente), Sustentação Externa (tarefas significativas), Mobilização (emergência do interesse pessoal) e Aprendizagem Autônoma. As ações categorizadas sinalizaram o processo de internalização do modo de pensar e agir, iniciados nas relações com o outro – o aprendizado impulsionando o desenvolvimento. Dessa forma, ações pontuadas pelos estudantes, como aprender, conhecer, entender, medir, fazer, pensar, inventar e falar, por exemplo, se refletiram em Aprendizagem Autônoma em decorrência da Motivação gerada pelo ambiente da escolha do tema de interesse e do desenvolvimento compartilhado das atividades – nas interações. Este fato corroborou a relevância do interesse e do papel do outro no desenvolvimento individual. O que se conclui é que a Modelagem Matemática liga-se estreitamente aos postulados de Vygotsky de que “aquilo que a criança é capaz de fazer com a assistência hoje, ela será capaz de fazer sozinha amanhã”: esse é o viés na ação e interação do processo de ensino e aprendizagem mediado pela Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Ações e Interações; Vygotsky; Ensino e Aprendizagem.

MODELLING IN MATH TEACHING: A WAY IN ACTION AND INTERACTION OF THE TEACHING AND LEARNING PROCESS

ABSTRACT

The goal of this paper is to describe the actions and interactions of the students afforded by activities of Math Modelling and to establish possible relations with the Vygotsky's Theory. This way, the question put in investigation has been defined like this: what are the actions and interactions of the students identified in the activities of Math Modelling as from of Vygotsky's reference? Therefore, were described two activities developed using the Math Modelling assuming the conception adopted for Burak (2010). The data collect was realized in a public school in Araucária, in the metropolitan region of Curitiba, state of Paraná, local of work of the teacher and researcher. The research subjects are students from regular middle school, a 8th grade class and a 5th grade class, involving a total of 57 students. The notes in the diary field the activities development and of the comments held, the activities produced by students and their testimony, are part of this material of analisys. The research and the data treatment, putting emphasys on qualitative aspects, are ruled by Bogdan's and Biklen's perspectives (1994). The actions and interactions noticed and invariable in the data collected were discussed in Vygotsky's theory (2007; 2004; 1991; 1988). The signifiers from actions and interactions were considered as from the four-phase model of interest development proposed by Hidi and Renninger (2006), classified as Triggered Situational Interest, Maintained Situational Interest, Emerging Individual Interest, and Individual Interest. The actions classified signalize the process of the internalization the way of think and act, launched in relations with another one - the learning impelling the development. This way, actions noticed by the students, like learn, know, understand, measure, do, think, invent and talk, e.g., show themselves in Individual Interest as result of the Triggered Situational Interest generated by the environment of choice of theme of interest and the shared development of activities - in interactions. This fact corroborated the interest prominence and the other person's role in the individual development. It follows that the Math Modelling tie itself straightly in the Vygotsky's principles, and one is "What the child is able to do with assistance today, will do tomorrow alone". This is the path in the action and interaction in teaching learning mediated by Math Modelling.

Keywords: Math Modelling; Actions and Interactions; Vygotsky; Teaching and Learning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1	Interpretação da Zona de Desenvolvimento Proximal.....	47
QUADRO 1	Focos de Interesse: 9º Ano.....	75
QUADRO 2	Frequência dos Significantes (9º ano).....	76
QUADRO 3	Focos de Interesse: 6º Ano.....	82
QUADRO 4	Frequência dos Significantes (6º Ano).....	83
QUADRO 5	Frequência dos Significantes nas Duas Turmas.....	89

SUMÁRIO

RESUMO	6
ABSTRACT	7
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	8
PALAVRAS INICIAIS	10
INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO 1 – Modelagem Matemática: Uma Trajetória Histórica	16
1.1 Aspectos Históricos e Formas de Conceber a Modelagem Matemática.....	16
1.2 Modelagem Matemática na Concepção de Burak.....	23
1.3 Aspectos que Justificam a Adoção da Concepção de Modelagem Assumida.....	28
CAPÍTULO 2 – Contribuições da Teoria de Vygotsky à Aprendizagem e à Matemática Escolar	32
2.1 Vygotsky e a Teoria Histórico-Cultural.....	32
2.2 Lei Genética Geral do Desenvolvimento Cultural e a Internalização.....	36
2.3 O Processo de Internalização e a Mediação Semiótica.....	39
2.3.1 A Mediação Semiótica e a Linguagem.....	40
2.4 O Brinquedo e a Internalização de Regras Sociais.....	42
2.5 A Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP).....	45
2.6 As Interações Sociais e o Espaço Escolar	48
CAPÍTULO 3 - Metodologia, Etapas e Procedimentos	52
3.1 A Questão Problematizadora e os Objetivos	52
3.2 Natureza da Pesquisa	53
3.3 A Pesquisa.....	54
3.3.1 Os Sujeitos.....	54
3.3.2 A Coleta de Dados.....	55
3.4 Desenvolvimento e Descrição das Atividades	56
3.4.1 Nono Ano: A primeira Atividade com Modelagem.....	57
3.4.2 Sexto Ano: A Segunda Atividade com Modelagem	62
CAPÍTULO 4 - Análise e Interpretação dos Dados	68
4.1 Análise da Primeira Atividade com Modelagem : 9º Ano.....	68
4.2 Análise da Segunda Atividade com Modelagem: 6º Ano.....	80
4.3 Análise das Ações e Interações nas Duas Turmas: Estabelecendo Relações.....	88
Considerações Finais	93
REFERÊNCIAS	99
ANEXOS	103

PALAVRAS INICIAIS

Durante os mais de vinte e cinco anos de atividade docente, muitas vezes me questionei se fizera a escolha certa e se essa batalha valeria à pena. Hoje, ao me lembrar dos primeiros anos em sala de aula – na época com 17 anos e lecionando para alunos entre quais, alguns já com seus 14 anos – percebo quantas mudanças foram vivenciadas ao longo desses anos. Mudanças que transformaram o mundo e também as pessoas.

Recentemente, em uma sala de aula, ainda tentando entender e buscar respostas para acompanhar as transformações que continuam acontecendo, ouvi nas palavras de meu antigo professor, e hoje meu orientador, o Professor Dionísio¹, que “se alguma revolução na educação acontecer está será na sala de aula”. Essas palavras me fizeram pensar o quanto pode a Educação, pois sou fruto de uma revolução que assim aconteceu: na sala de aula.

Aos dois anos, órfã de mãe e aos cinco, também de pai, meus avós maternos vislumbraram na escola – que não lhes abriu a porta por mais de dois meses – uma revolução possível em minha vida. Ter uma professora na família era para eles um motivo de muito orgulho e continuidade de um sonho que havia iniciado com a minha mãe. E esse orgulho me fez acreditar que podemos sonhar sonhos possíveis. Que a escola hoje, mesmo desacreditada por alguns é a revolução possível para muitos que acreditam e, “que amam a perseverança e sabem que é pelo caminho das pedras que se constroem grandes coisas”, como afirma o Professor Tiago².

Hoje acredito que o que move o mundo são as perguntas e não as respostas, e ainda não sei ao certo responder à professora Ana Lúcia³ “se escolhemos a teoria ou se a teoria nos escolhe”, mas sempre me rendo a pensar que sou seduzida por ela. E que, se ainda não encontrei todas as respostas que procuro, não poderei negar que perguntas continuem sendo feitas, pois como nos lembra a Professora Célia⁴, “sei que o pranto não nega o riso, assim como a noite não nega o dia, a neve não nega o sol, e assim como o que termina não nega o que principia”. (DANIEL CÉSAR, 2005).

¹ Fala de Dionísio Burak, em 05/07/2012, durante encontro do Grupo de Pesquisa e Estudo.

² Tiago Emanuel Klüber em sua dissertação de mestrado defendida em 2007.

³ Fala de Ana Lúcia Baccon, em 08/05/2013, durante encontro de Seminário de Dissertação.

⁴ Celia Finck Brandt em sua tese de doutorado defendida na UFSC em 2005.

INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, é possível observar que a escola perdeu muito do seu foco e com o avanço tecnológico, o espaço educacional se tornou algo sem grandes atrativos para a maioria dos estudantes, tornando-se apenas como um ponto de encontro para uma boa parte deles. O aumento do desinteresse fica evidente ao presenciarmos os estudantes inventando desculpas para chegarem atrasados às aulas, para não realizarem atividades dizendo que esqueceram o caderno mesmo ele estando na mochila, brincarem “escondidos” com o celular e usarem fone de ouvido durante as aulas. Outros educadores, ao tratar sobre o assunto, também expressam essa percepção: Lorenzato (2006); Nóvoa (1994); Snyders, (1996).

Uma reflexão sobre o meu trabalho docente enseja muitas questões, dentre as quais, avaliar duas décadas e meia de exercício da prática docente, frente a mudanças ocorridas nos programas curriculares oriundas de leis, diretrizes, nas metodologias de ensino e devidas a grandes transformações advindas do mundo moderno. Como não se indignar e permanecer na inércia ao ver docentes reproduzindo as mesmas aulas, os mesmos métodos ou ao ouvir docentes repetindo frases como, “a gente finge que ensina e os alunos fingem que aprendem”? Como deixar a escola parada no tempo que se faz urgente? Essas e muitas outras indagações pertinentes ao trabalho docente, à função social da escola, às mudanças de paradigmas e, sobretudo a falta de interesse observada, despertaram uma necessidade urgente de mudar encaminhamentos e propiciar atividades visando despertar nos estudantes, o prazer e a vontade de aprender.

A partir da perspectiva do processo de ensino e aprendizagem no contexto da Educação Matemática, esse trabalho foi proposto para contribuir com a pesquisa do processo de ensino e aprendizagem na área de Educação a partir das discussões decorrentes do trabalho docente e de todos os elementos decorrentes dele, num processo permanente de ação-reflexão-ação de distintas naturezas, direcionado pela Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática foi escolhida como metodologia de ensino para conduzir o processo de ensino e aprendizagem de Matemática como forma de promover também reflexões sobre esse tema, oportunizando aos alunos indagarem situações por meio da matemática, com possibilidades diversas de encaminhamentos sustentados pela indissociabilidade entre ensino e pesquisa,

presente nessa metodologia.

O despertar do interesse pela Modelagem Matemática, que será mais especificamente tratado ao longo desse trabalho, foi motivado a partir de temas que conferem a essa metodologia possibilidades de estudar situações que favorecem e possibilitam a inserção de outras áreas do conhecimento no contexto desse tema, e, que ainda, podem tornar as aulas de matemáticas muito mais significativas para nossos estudantes se constituindo em desafios. Esses desafios podem também ajudar a desvendar e a conhecer algumas formas de comportamentos manifestados pelos estudantes, sejam eles individuais, sociais ou culturais. Assim, a questão a ser investigada nesse trabalho, pode ser assim colocada: Que ações e interações, dos estudantes, são identificadas nas atividades de Modelagem Matemática a partir do referencial Vygotskyano?

Nessa perspectiva, o objetivo mais amplo do trabalho é descrever, por meio de reflexões analíticas, as ações e interações dos estudantes proporcionadas pelas atividades da Modelagem Matemática e estabelecer possíveis relações com a Teoria de Vygotsky.

Dessa forma, com o intuito de operacionalizar esta pesquisa, buscar-se-á:

1) Conhecer e aprofundar o estudo, a pesquisa e o desenvolvimento do campo da Modelagem Matemática como metodologia de ensino da Matemática, na Educação Básica;

2) Descrever as ações e interações dos estudantes, proporcionadas pelas atividades de Modelagem Matemática e estabelecer possíveis relações com a Teoria de Vygotsky;

3) Enumerar algumas contribuições do estudo para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Essa pesquisa é de enfoque qualitativo, realizada com análise em Bogdan e Biklen (1994) que discutem o conceito de pesquisas qualitativas. Para esses autores, a pesquisa Qualitativa ou Naturalística envolve a obtenção de dados descritivos, no contato direto do pesquisador com a situação estudada, na qual o processo deve ser mais destacado do que o produto, retratando a perspectiva dos participantes.

Assim, a partir das situações vividas na sala de aula, mediadas pela Modelagem Matemática, realizaram-se registros do desenvolvimento das atividades e das observações realizadas no decorrer destas, em forma de um diário de campo.

Outros dados empíricos foram obtidos por meio das produções escritas dos estudantes nas atividades realizadas e em seus depoimentos. Essa coletânea faz parte da análise.

O primeiro capítulo apresenta um breve histórico do surgimento da Modelagem Matemática no Brasil e seus precursores, pautado em estudos realizados por Biembengut (2009) e de Burak (2010). Observa-se que diferentes concepções surgiram por pesquisadores ao longo de suas trajetórias. São apresentadas as concepções de Barbosa (2004), Bassanezi (2002), Caldeira (2005) e Burak (2010), dentre as quais se justifica a assunção da concepção proposta por Burak (2010) adotada como referencial metodológico para o desenvolvimento das atividades.

A teoria de Lev Semynovich Vygotsky é apresentada no segundo capítulo, entendendo a grande contribuição em razão da sua preocupação com o desenvolvimento do ser humano e os processos de aprendizagem e desenvolvimento. Segundo o autor, os processos de aprendizado impulsionam os processos de desenvolvimento e é na relação com o outro, com a colaboração de alguém mais experiente, que a criança conseguirá atingir níveis de desenvolvimento cada vez mais elevados.

Com as contribuições dos estudos deixados por Vygotsky (2007; 2004; 1991; 1988) e de autores que se dedicam a entender e divulgar os seus postulados, como Oliveira (1997; 1992), Moysés (2006) e Rego (2000), dentre outros, pretende-se analisar as relações com o processo de ensino e aprendizagem mediado pela Modelagem Matemática buscando responder, entre outras que surgirem, a questão que fundamentou a existência dessa pesquisa.

O terceiro capítulo trata da metodologia, etapas e procedimentos. Neste capítulo são apresentados os sujeitos participantes da pesquisa realizada em uma escola pública da rede municipal, local de docência da professora e pesquisadora. São descritos os desenvolvimentos de duas atividades mediadas pela Modelagem Matemática, sendo a primeira realizada em uma turma do nono e a segunda em uma turma de sexto ano, do Ensino Fundamental regular. As anotações no diário de campo do desenvolvimento das atividades e registro das observações realizadas pela professora e pesquisadora, o material produzido pelos estudantes e os seus depoimentos, no final das atividades desenvolvidas, fazem parte do material de análise, que constitui o quarto capítulo.

O quarto capítulo trata da análise e as possíveis inferências a partir do material coletado sob a perspectiva de Bogdan e Biklen (1994). São utilizados os dados coletados (registros realizados no desenvolvimento das atividades e das observações realizadas pela professora e pesquisadora e, produções e relatos escritos realizados pelos estudantes), a teoria norteadora da Modelagem Matemática e da teoria de Vygotsky e o ensino de Matemática deflagrado pela experiência da professora e pesquisadora, com o objetivo de estabelecer as relações entre as ações ocorridas nos processos de interações entre todos os sujeitos e o objeto de conhecimento, no processo docente.

Desse modo, para auxiliar na busca das ações e interações dos estudantes, num contexto em que a maior preocupação era a falta de interesse dos estudantes, buscamos os significantes expressos em seus depoimentos que denotaram, sob o nosso entendimento, o envolvimento de cada um deles, a partir do interesse. De acordo com Vygotsky (2010), devemos ficar atentos para não ignorar as necessidades e os incentivos eficazes em colocar as crianças em ação, porque todo avanço está conectado a uma mudança acentuada nas motivações, tendências e incentivos. Da mesma forma, Vygotsky (1991) afirma que todas as frases que dizemos, apresentam um pensamento oculto por detrás delas. Assim, “o pensamento propriamente dito é gerado pela motivação, isto é, por nossos desejos e necessidades, nossos interesses e emoções”. (VYGOTSKY, 1991, p. 129). Buscamos, assim, significantes que denotassem a motivação, oculta nos pensamentos dos estudantes, expressos em seus depoimentos.

Com os significantes encontrados, foram elaborados dois quadros seguindo o modelo de quatro fases do desenvolvimento do interesse proposto por Hidi e Renninger (2006) citado por Arruda; Passos e Fregolente (2012). Neste modelo, os autores propõem que uma situação de interesse é inicialmente disparada pelo ambiente (Motivação); a situação de interesse é mantida por meio de tarefas significativas e envolvimento pessoal (Sustentação Externa); seguida da emergência do interesse individual (Mobilização) e do desenvolvimento do interesse pessoal, com envolvimento do sujeito em atividades de longo prazo, utilizando métodos sistemáticos de questionamento e busca de respostas (Aprendizagem Autônoma).

Dessa forma, em nosso entendimento, os significantes encontrados representaram ação ou explicitaram a interação entre os estudantes e foram categorizados em Motivação, Sustentação Externa, Mobilização e Aprendizagem

Autônoma.

A conclusão evidencia a relevância do papel do outro no processo de desenvolvimento individual. Assim, ações como aprender, conhecer, entender, medir, fazer, pensar, inventar, falar, entre outras, se caracterizaram em Aprendizagem Autônoma em decorrência da Motivação gerada pelo ambiente da escolha do tema de interesse e do desenvolvimento compartilhado – nas interações. Este fato reforça a importância da Modelagem Matemática a partir da perspectiva do tema de interesse dos estudantes e do trabalho em grupo.

CAPÍTULO 1

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA TRAJETÓRIA HISTÓRICA

Este capítulo faz um breve histórico do surgimento da Modelagem Matemática no Brasil e seus precursores, conforme estudo realizado por Biembengut (2009) e Burak (2010). A formação inicial, bem como as trajetórias docentes dos precursores e demais pesquisadores influenciaram o surgimento de diferentes concepções de Modelagem. Após um sucinto relato das concepções de Bassanezi (2002), Caldeira (2005) e Barbosa (2004), apresenta-se a concepção de Burak (2010), assumida como norteadora desta pesquisa, seguida dos aspectos que justificaram a opção realizada.

1.1 Aspectos Históricos e Formas de Conceber a Modelagem Matemática

O homem conquistou terra, mar e céu, conseguindo prever e medir terremotos, tornados, maremotos, mergulhar em grandes profundidades e até pisar na lua. Evitou, reagiu e influenciou grandes catástrofes: a capacidade transformadora do homem foi também destruidora.

Uma das ciências que esteve sempre presente auxiliando a todas as grandes descobertas realizadas pelo homem ao longo de sua existência, foi a Matemática. Ensiná-la hoje, num mundo altamente desenvolvido, é um desafio constante presente na vida de cada educador, que assiste ao grande desenvolvimento científico e tecnológico da humanidade, através da janela de uma sala de aula contendo, na sua grande maioria, um quadro de giz e um livro didático.

Indiscutivelmente, quadro de giz e livro didático são grandes recursos auxiliares da prática docente. Contudo, podemos observar que os estudantes, seduzidos pela era virtual, preferem digitar a escrever, ouvir a fazer leitura e mandar mensagens a falar e interagir.

Como ensinar a Matemática, ciência milenar desenvolvida pelo homem para ajudá-lo na descoberta e conquista do mundo, despertando o fascínio de aprendê-la, numa geração repleta de facilidades e encantos virtuais? Esse é um grande desafio encontrado na prática de muitos docentes.

A Matemática traz, em seu amplo campo de relações, regularidades e

coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. (BRASIL, 1997).

Estudos e pesquisas têm buscado apontar formas de dinamizar o ensino nas suas diversas áreas. A resolução de problemas, o uso das tecnologias da informação e comunicação, a etnomatemática, a história da matemática, o uso de jogos e a Modelagem Matemática são alguns exemplos de propostas metodológicas que visam à melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática. A Modelagem Matemática, citada dentre essas tendências de ensino de Matemática, segundo Burak (2007), propicia ao estudante a liberdade para raciocinar, conjecturar, estimar e dar vazão ao pensamento criativo estimulado pela curiosidade e motivação.

O termo Modelagem Matemática como processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema de alguma área do conhecimento, segundo estudo de Biembengut (2009), já era encontrado no início do século XX, por exemplo, na literatura de Engenharia e Ciências Econômicas. Nos EUA, evidências do uso da Modelagem são encontradas a partir do ano de 1958. Mas na década de 1960, com um movimento utilitarista definido como aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade, o debate sobre modelagem se intensificou impulsionando a formação de pesquisadores sobre o tema.

Para Burak (1987) o uso da Modelagem Matemática em outras ciências, pode ser presumido desde as últimas décadas do século XIX. O autor cita, como um dos exemplos, a tentativa de Ebbinghaus, em medir a aprendizagem através de um gráfico chamado curva de retenção, em Psicologia, em 1885.

Na educação brasileira, a influência dos movimentos educacionais pela Modelagem Matemática, aconteceu quase que simultaneamente com a participação de representantes brasileiros na comunidade internacional de Educação Matemática:

A modelagem matemática na educação brasileira tem como referência singulares pessoas, fundamentais no impulso e na consolidação da modelagem na Educação Matemática, tais como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil. Graças a esses precursores, discussões desde *como se faz* um modelo matemático e *como se ensina* matemática ao mesmo tempo permitiram emergir a linha de pesquisa de *modelagem matemática no ensino brasileiro*. (BIEMBENGUT, 2009, p.8).

Ainda, segundo a autora, Aristides Camargo Barreto, um dos precursores brasileiros no uso da modelagem a aplicações de modelos na sala de aula, tomou conhecimento sobre a modelagem matemática no ano de 1960, ao cursar engenharia. A ideia de fazer uso, então, da modelagem se deu quando atuava como professor na Pontifícia Universidade Católica/RJ, em 1970. Barreto utilizava-se de modelos matemáticos como estratégia de ensino nas disciplinas de Fundamentos da Matemática Elementar e Prática de Ensino da Licenciatura em Matemática e de Cálculo Avançado para engenheiros em programas de Pós-Graduação.

Sua proposta implicava apresentar uma situação-problema capaz de motivar os estudantes a aprender a teoria matemática; ensinar a teoria, e então retornar à situação problema para matematizá-la (modelar) e respondê-la.

Barreto dispunha de uma coleção de modelos matemáticos de diversas áreas realizados por ele ou pelos seus estudantes, sob a sua orientação, os quais o levaram a defender sua proposta em diversos eventos de Educação Matemática, nacionais e internacionais, conquistando assim, muitos adeptos. Rodney Bassanezi foi um deles.

Bassanezi percebeu a oportunidade de introduzir a proposta de Barreto, na década de 1980, ao coordenar um curso para 30 professores de Cálculo Diferencial Integral (CDI), na região sul do Brasil, com duração de uma semana.

Bassanezi teria proposto aos participantes do curso que se reunissem por duas horas e apresentassem um problema que envolvesse CDI. O momento crucial para que Bassanezi propusesse a Modelagem Matemática na resolução de problemas de biologia aplicados ao CDI – bio-matemática, foi quando, duas horas mais tarde, percebeu que os problemas apresentados pelos participantes do curso, na grande maioria, eram os mesmos que se apresentavam nos livros textos. Bassanezi narra:

O interesse em trabalhar com modelagem matemática surgiu quando, numa reunião com professores de Cálculo de algumas instituições do sul do país em 1981, percebemos o distanciamento entre a prática pedagógica e a participação efetiva do educador no meio em que está inserido. [...] A criatividade, a busca de situações novas ou mesmo o interesse em valorizar seu trabalho como educadores estavam resumidos aos assuntos e problemas dos livros didáticos adotados, quase-sempre divorciados do ambiente e da realidade de cada um. (BASSANEZI, 2002, p. 203).

Segundo Burak (2010) a introdução da Modelagem Matemática no Brasil é

especialmente reportada a Ubiratan D’Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi, ambos do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, IMECC, da Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, que através de livros, cursos de especialização, artigos, palestras e orientações de mestrado e doutorado, difundiram essa alternativa para o ensino de Matemática.

O primeiro curso de pós-graduação em Modelagem, sob a coordenação de Bassanezi foi realizado em 1982, em Guarapuava-PR. Segundo Burak, a FAFIG - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava, hoje denominada UNICENTRO – Universidade Estadual do Centro-Oeste, “foi a primeira Instituição de Ensino Superior no Paraná a abrir-se à proposta de ensino por meio da Modelagem Matemática”. (BURAK, 2010, p.17).

Com o desenvolvimento de algumas experiências e o início de trabalhos de conclusão de mestrado voltados para o ensino e especializações, segundo o autor, no final da década de 1980, tem início, em âmbito nacional, a formação de uma massa crítica a respeito da Modelagem Matemática e suas concepções. A partir dessa década, os programas de mestrado que se instalaram e “tiveram a preocupação com o ensino de Matemática, de Química, de Física e outros, contribuíram para um novo pensamento em relação às áreas de conhecimento e do seu aprendizado”. (Idem, p. 17).

Assim, o número de pesquisas, relatos de experiências em sala de aula apresentados em eventos, o interesse e a participação de professores em cursos de extensão e pós-graduação e publicações, têm se intensificado propondo a inclusão na grade curricular da “modelagem no ensino como disciplina ou como parte do programa da disciplina Metodologia do Ensino de Matemática.” (BIEMBENGUT, 2009, p. 8-9).

Enquanto alternativa metodológica para o Ensino Fundamental e Médio, a Modelagem Matemática, teve como marco a dissertação de mestrado defendida por Burak em 1987, na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Campus de Rio Claro.

A dissertação de Burak, *‘Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série’*, estabelece um paralelo entre o ensino tradicional e o ensino por meio da Modelagem Matemática no qual aborda alguns aspectos pedagógicos, entre eles, a criatividade e o interesse, de modo a conduzir o professor a refletir sobre sua prática educativa.

O Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino (CREMM)⁵ apresenta um mapeamento de trabalhos acadêmicos no Brasil. Os trabalhos acadêmicos estão classificados de acordo com dois focos de pesquisa: práticas pedagógicas e questões teóricas. Referente a práticas pedagógicas da Modelagem Matemática, o mapeamento realizado apresenta atualmente a existência de 18 dissertações no Ensino Fundamental e 19 no Ensino Médio.

Das primeiras propostas surgiram os primeiros adeptos que com o mesmo encanto ousaram desenvolver essas propostas nos mais diversos níveis da educação: Básica, Superior, Formação Continuada e Pós-Graduação.

Biembengut (2009) afirma que através das primeiras experiências, possibilidades, avanços e dificuldades foram apontados. Dificuldades, como por exemplo, em proporcionar atividades (cursos e eventos) suficientes para atender todos os educadores de matemática e que estão sendo dirimidas com a inclusão da disciplina à grade curricular de cursos de formação de professores de matemática e com os eventos e projetos de pesquisa e de extensão. Os resultados conduziram pesquisas, que uma vez divulgadas, levaram outros às novas práticas, novas pesquisas e novas concepções. Dessa forma, novas concepções e novos caminhos contribuíram para o crescimento do número de pesquisas e experiências.

As diferenças de concepção evidenciadas pelos precursores-pesquisadores, segundo Biembengut, vistas coletivamente, são provocadas pela formação e experiência de cada um dos envolvidos. As ações pedagógicas resultam de uma soma de circunstâncias que se originam das ligações entre os sujeitos da educação, compreendendo a localização e demais atributos como sócio-geográfico-cultural de cada um deles. Assim:

As variações de concepção podem ser julgadas pelas proporções em que ajudaram a proposta sobreviver e multiplicar-se. Muito embora existam concepções distintas, é essencial não perder de foco estas distinções nos aspectos que convergem no entendimento de que a modelagem pode contribuir não somente para aprimorar o ensino e a aprendizagem matemática, mas especialmente, para provocar uma reação e interação entre corpo docente e discente envolvidos na contínua e necessária produção do conhecimento, que surtirá efeitos no contexto social. Uma partilha mútua de experiências adquiridas. Conforme Maturana e Varela (2001, p. 71), no fazer se conhece e “todo ato de conhecer produz um mundo”. (BIEMBENGUT, 2009, p.27).

⁵ <http://www.furb.br/cremm/portugues/index.php>. Acesso em 09/10/2013.

Ao decorrer dos anos, os adeptos da Modelagem Matemática foram assumindo formas distintas de concebê-la. Epistemologicamente, essas concepções distintas, são reveladas por suas trajetórias.

Bassanezi (2002) apresenta a Modelagem como um método a ser aplicado em várias situações de ensino-aprendizagem, com o intuito de estimular alunos e professores de matemática a desenvolverem habilidades como modeladores.

Na tentativa de se explicar, para entender ou agir sobre uma parte da realidade, Bassanezi afirma que o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo. Define, então, dois tipos de modelos: o primeiro denominado de Modelo Objeto, é a representação de um objeto ou fato concreto, cujas características são a estabilidade e a homogeneidade das variáveis. A sua representação pode ser dada por um desenho, um esquema comportamental, um mapa, etc., sendo considerado parcial por deixar escapar variações individuais e pormenores do objeto ou fenômeno.

O segundo modelo, denominado de modelo teórico, é aquele vinculado a uma teoria geral existente. Este se constrói em torno de um modelo objeto com um código de interpretação. Para isso precisa conter as mesmas características que o sistema real (representar as mesmas variáveis essenciais existentes no fenômeno e suas relações obtidas por meio de hipóteses ou de experimentos).

Bassanezi (2002, p.20), então, define Modelo Matemático como sendo “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. A Modelagem Matemática é entendida pelo autor como sendo um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos, ou seja, “a arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” (idem, p.24).

Para Caldeira a modelagem advém de projetos, sem a preocupação com a reprodução dos conteúdos colocados no currículo, no entanto, sem perder os conceitos universais da matemática. O autor acredita na eficácia da Modelagem posta como uma concepção de Educação Matemática que pode “oferecer aos professores e alunos um *sistema de aprendizagem* como uma nova forma de entendimento das questões educacionais da Matemática.” (CALDEIRA, 2005, p. 3).

A Modelagem Matemática na visão de Caldeira é discutida como uma concepção de Educação Matemática incorporada nas práticas dos professores,

considerando além do aspecto metodológico, possíveis proposições matemáticas produzidas por meio dos vínculos sociais:

Pensar a Modelagem Matemática como um dos possíveis caminhos de uma nova forma de estabelecer, nos espaços escolares, a inserção da maneira de pensar as relações dos conhecimentos matemáticos e a sociedade mais participativa e democrática. (CALDEIRA, 2009, p.33).

Para isso, Caldeira ainda aponta a necessidade de discutir os fundamentos epistemológicos que sustentam tais concepções, e a partir daí, fazer as próprias escolhas. Nessa visão, se souber identificar de que modo se pode conhecer a Matemática, ela se tornará um conhecimento vivo entre nós: será dado um grande passo, rompendo o determinismo e a imutabilidade presente na matemática escolar.

Para Barbosa, as atividades de Modelagem contribuem para desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas, potencializando a influência das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática. Assim:

[...] o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas as atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo. (BARBOSA, 2004, p. 73).

O autor concebe a integração curricular, que pode se materializar através de configurações diferentes, conforme as condições de cada sala de aula, de cada escola, da experiência e confiança de cada professor. Acredita que nessa perspectiva a Modelagem pode ser uma contribuição para alargar as possibilidades de construção e consolidação de sociedades democráticas.

As concepções de Modelagem Matemática defendidas por Bassanezi (2002), Caldeira (2005) e Barbosa (2004) apontam para aspectos educacionais de grande relevância, os quais auxiliaram em suas trajetórias, na efetiva produção do conhecimento. Destaca-se:

- Contribuir para desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas, potencializando a influência das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática, utilizando o ambiente de Modelagem associado à problematização e investigação, conforme proposto por

Barbosa;

- Utilizar a Modelagem Matemática como sendo um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos, ou seja, a arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos, cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual, tal como apresentada por Bassanezi;

- Discutir a Modelagem Matemática como uma concepção de Educação Matemática incorporada nas práticas dos professores, considerando, além do aspecto metodológico, possíveis proposições matemáticas produzidas por meio dos vínculos sociais, conforme citado por Caldeira.

Conforme explicitado brevemente há diferenças significativas entre as concepções, do mesmo modo que há aproximações. Nesse sentido, Klüber e Burak (2008) apresentam algumas discussões. Para eles, a utilização da Modelagem Matemática de acordo com o nível de ensino, bem como as concepções acerca da visão de matemática, de ensino e de ciência, devem ser consideradas por se tratarem de estudantes diferentes em diferentes condições, seja da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio) ou do Ensino Superior.

Ainda segundo Klüber e Burak (2008), as concepções de Burak, Barbosa e Caldeira são explicitamente embasadas em teorias de ensino e aprendizagem, em visões antropológicas e sociais o que resulta, dessa forma, em implicações para a Modelagem Matemática no âmbito do ensino e aprendizagem da Matemática.

As diferentes concepções permitem a escolha de uma que se aproxime do nível de ensino e do que se pretende, com a sua utilização. A concepção escolhida será descrita a seguir.

1.2 Modelagem Matemática na Concepção de Burak

Para Burak (2010), a forma de conceber a modelagem, construída ao longo de sua carreira como docente e pesquisador, pode diferir de outros autores e de outras visões de ciência, mas atende aos objetivos de se trabalhar com a Modelagem como uma metodologia de ensino para a Educação Básica. Essa visão é sustentada pelas teorias construtivista, sociointeracionista e de aprendizagem significativa e, em uma visão epistemológica de Ciência que se alinha às perspectivas dos paradigmas: pós-moderno, a partir dos estudos de Santos (2006) e do pensamento complexo, na perspectiva de Morin (2006). Esta maneira de

conceber a Modelagem é entendida em uma perspectiva de Educação Matemática cuja natureza contempla diversas áreas do conhecimento, dentre as quais, além da Matemática, a Psicologia, a Sociologia, a Filosofia, a Antropologia e a Língua Materna.

O amadurecimento frente à Modelagem Matemática posta para as necessidades da Educação Básica surgiu pela necessidade de uma nova realidade, apresentada pela construção do conhecimento matemático, em especial, por sujeitos que não dominam as ferramentas matemáticas. Frente a essa realidade, o objetivo da Modelagem Matemática é o de tornar o ensino mais dinâmico e mais significativo orientado por uma concepção de Educação Matemática fundamentada nas ciências humanas sociais. Nessa visão:

A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões. (BURAK, 1992, p. 62).

É nesse esclarecimento que Burak acredita se evidenciar a preocupação da Modelagem centrada no ensino e aprendizagem da Matemática. A concepção de Modelagem Matemática defendida por Burak (2012) e assumida como norteadora desta pesquisa, parte de duas premissas: 1ª) o interesse do grupo de pessoas envolvidas e; 2ª) a coleta de dados no ambiente onde se dá o interesse

Nessa concepção, o trabalho com modelagem tem seu princípio no interesse entendido como ponto de partida para o desenvolvimento de qualquer atividade humana. Esse princípio encontra sua sustentação em argumentos fundamentados na Psicologia. Assim, um ensino deflagrado pelo professor nessa forma de ver e conceber a Modelagem Matemática toma outra configuração, pois o processo é compartilhado com o grupo de alunos. Daí decorrem aspectos importantes a serem destacados, como: maior interesse do(s) grupo(s) e interação maior no processo de ensino e de aprendizagem.

Para a aprendizagem, Burak entende que o procedimento gerado a partir do interesse do grupo ou dos grupos, resulta em ganho, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam, com aquilo que apresenta, para eles, significado, por isso tornam-se corresponsáveis pela aprendizagem.

Há, ainda, a possibilidade de uma dinâmica maior no ensino, pela ação e

pelo envolvimento do próprio grupo na perspectiva da busca, da construção e da socialização desse conhecimento dentro do grupo e, posteriormente aos demais grupos.

Nessa forma de encaminhamento, concebida pela Modelagem Matemática enquanto metodologia para o ensino com vistas à aprendizagem de Matemática na Educação Básica, o papel do professor fica redefinido, pois ele passa a se constituir como mediador do conhecimento matemático. Como mediador, o professor promove discussões e debates, valoriza e discute com os estudantes, as soluções por eles encontradas. Dessa forma, “o professor estabelece pontes cognitivas entre o conhecimento historicamente construído e o conhecimento do estudante”. (BURAK, 2012, p.81).

Outro fator relevante diz respeito às etapas sugeridas, as quais diferem em relação às etapas mais clássicas do trabalho com Modelagem utilizada na perspectiva da Matemática Aplicada: o problema, a fase exploratória, a construção do modelo e, a análise e interpretação dos dados. As etapas sugeridas por Burak, “expressam e refletem o resultado dos direcionamentos que se sucederam ao trabalho realizado no âmbito da Educação Básica, em mais de 80 cursos” (BURAK, 2012, p.89).

Para o desenvolvimento de uma atividade com Modelagem Matemática Burak (2004, 2008, 2010, 2012), sugere cinco etapas: 1) escolha de um tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; 5) análise crítica das soluções. Segundo o autor, essas etapas podem sofrer alterações, pois não representam etapas rígidas, mas advindas de uma forma natural de encaminhamento. (BURAK, 2012).

A escolha de um tema deve partir do interesse manifestado pelo grupo ou pelos grupos de estudantes envolvidos. O professor pode fornecer subsídios importantes para a tomada de decisão dos grupos. Quando a escolha recai sobre mais de um tema, o professor pode combinar de tratar sobre um, e depois o outro.

O cumprimento dos programas curriculares ajuda a aumentar a ansiedade do professor nesse momento, pois, inicialmente os temas podem, aparentemente, não ter relação com a Matemática. Para Burak, a preocupação com o cumprimento do conteúdo curricular previsto é um aspecto que nada contribui com a educação de um cidadão do século XXI, muito menos com o ensino de Matemática, pois:

O lado “seguidor” que se desenvolve no estudante, subtrai-lhe a possibilidade de desenvolver sua autonomia, iniciativa e liberdade de conjecturar, e, com isso, inibe o desenvolvimento de muitas competências necessárias à formação de um cidadão capaz de fazer diferença em sua comunidade, tudo em nome de uma visão de currículo completamente superada, no entanto, somente em termos teóricos, pois se faz presente na rotina do ensino de matemática na maioria das nossas escolas. (BURAK, 2012, p. 90).

A pesquisa exploratória acontece de forma espontânea. Buscar informações para conhecer mais sobre determinado tema, no local onde se localiza o interesse, é uma etapa importante na formação de um estudante mais crítico e atento, além de se constituir uma das premissas para o trabalho nessa visão de Modelagem.

Para a busca de um conhecimento mais amplo e detalhado de uma situação ou um objeto, é necessária a organização dos procedimentos. Qual a forma mais adequada para a coleta dos dados? Quais tipos de instrumentos devem ser construídos? Quais devem ser as características das questões a serem formuladas? Como devem ser formuladas?

A pesquisa exploratória possibilita a inserção dos estudantes em atividades que desenvolvem atitudes e posturas de investigação, tornando-os mais atentos e sensíveis às questões que extrapolam esse objeto ou questão.

Os dados encontrados nessa etapa da Modelagem são de natureza descritiva e qualitativa, mas há dados também de natureza quantitativa sobre o tema a ser trabalhado, os quais poderão ser úteis para o levantamento das questões ou situações-problema.

No *levantamento do problema, ou dos problemas*, é de vital importância o papel do professor na qualidade de mediador, pois esse momento pode contribuir significativamente no desenvolvimento da autonomia e na formação crítica do estudante.

Inicia-se, nessa etapa, a ação matemática propriamente dita. A capacidade de articular os dados e formular problemas, a partir da situação pesquisada, se constitui em valores formativos e atitudinais de enorme valor educativo.

Essa etapa se alia à ampliação da capacidade cidadã de traduzir e transformar situações do cotidiano em situações matemáticas, para quantificar uma situação e, nas ciências sociais e humanas, buscar as soluções que muitas vezes não são matemáticas, mas de atitudes e comportamentos, no entendimento de que:

O desenvolvimento da autonomia do estudante perpassa pela liberdade de

conjecturar, construir hipóteses, analisar as situações e tomar decisões. O “erro” deve ser entendido como uma aproximação da verdade, pois é mais educativo e preferível o erro resultante de um processo de pensamento do que uma resposta correta emitida ao acaso, quando o estudante não é capaz de justificar o porquê da resposta dada. O levantamento de problemas é, ainda, uma ação cognitiva por excelência, porque é resultado de um encadeamento que promove a intuição e lógica. (BURAK, 2012, p. 95).

A resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema confere à Modelagem Matemática a etapa que faz uso de todo o ferramental matemático já disponível, dando importância e significado aos conteúdos matemáticos. Essa etapa permite ao professor, na condição de mediador, a construção do conhecimento matemático novo, caso seja necessário, pois não raras às vezes os problemas superam, ou estão além dos conhecimentos já adquiridos e das ferramentas disponíveis pelos estudantes. São situações que expõem com diferencial as ações do professor como mediador. Permite também a criação de alternativas, como por exemplo, valendo-se das situações empíricas para os primeiros resultados e aproximações, para depois desenvolver o conteúdo de forma analítica, com formalização e sistematização matemática.

A perspectiva da resolução de problemas, diferente da forma encontrada na maioria dos livros didáticos, ganha contornos e significados diferentes constituindo-se em outro aspecto positivo da Modelagem Matemática nessa perspectiva, pois: 1) os problemas são elaborados a partir dos dados coletados no campo; 2) prioriza a ação do estudante na sua elaboração; 3) parte sempre de uma situação contextualizada; 4) favorece a criatividade; 5) confere maior significado ao conteúdo matemático usado na resolução; 6) confere a tomada de decisão.

A maioria dos conteúdos trabalhados no âmbito da Educação Básica, mais precisamente no Ensino Fundamental, vale-se de modelos matemáticos já construídos, portanto a construção de modelos matemáticos não se constitui nesse nível de escolaridade, como prioridade. Nessa forma de conceber a Modelagem o modelo pode ser entendido como uma representação, como por exemplo, uma lista de preços de supermercado, um mapa, ou a construção de uma planta baixa. No entanto, mesmo não se constituindo em modelos preditivos, permitem a tomada de decisão. Nessa fase é muito importante a utilização da linguagem para desenvolver a ideia de modelo.

Destaca-se ainda que, a confecção experimental de um modelo, nessa fase

de escolarização, permite alcançar os objetivos como: conjecturar, levantar hipótese, experimentar, refletir, desenvolver a autonomia, a capacidade de buscar novas estratégias e encaminhamentos.

A Modelagem Matemática, na visão da Educação Matemática, contempla, além das Ciências Naturais, as Ciências Humanas e Sociais, “não mudando em nada os fundamentos da Matemática, os seus métodos, as suas leis, mas permite ao professor uma perspectiva mais ampla sobre o ensino dessa ciência e, assim, muda tudo, no contexto da educação geral”. (BURAK, 2012, p. 98).

A análise crítica da(s) solução (ções) do(s) problema(s) se propõe fazer as considerações e analisar as hipóteses abordadas no levantamento dos problemas. Possibilita o aprofundamento de aspectos matemáticos e os não-matemáticos: ambientais, sociais, culturais e antropológicos, envolvidos no tema. É um momento de interação entre os grupos, de trocas de ideias e reflexões, que pode fortalecer aspectos referentes à formação de valores e de atitudes.

As discussões decorrentes de uma constatação matemática, que resultaram em uma situação-problema, as consequências das decisões tomadas, as relações, as repercussões em vários níveis e as possíveis relações sob diversos enfoques, constituem-se pontos essenciais no processo educativo mediado pela Modelagem Matemática.

As etapas sugeridas por Burak subsidiaram o desenvolvimento das atividades com a Modelagem Matemática, neste trabalho. Considera-se que, ao mudar a forma tradicional de encaminhamento do trabalho docente, essas etapas serviram como diretriz de uma nova metodologia a ser utilizada.

1.3 Aspectos que Justificam a Adoção da Concepção de Modelagem Assumida

Ao considerar o ponto de vista do processo de ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica, principalmente aos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) o qual representa a área de atuação docente que se destina esse estudo, entende-se que é necessário considerar alguns pontos importantes os quais serão explicitados a seguir.

O primeiro diz respeito ao fato de que, os educandos, neste nível de ensino, detêm o uso de ferramentas matemáticas com limitações, pelo fato de ainda estarem

em processo de construção do conhecimento destas.

Klüber (2010) desenvolveu um estudo sobre aspectos evidenciados em discussões do grupo de pesquisa e na leitura assistemática de trabalhos de Modelagem, orientados por Burak, no âmbito da Educação Matemática. Nesse estudo, o autor abordou cinco pontos que emergiam naturalmente nas descrições dos trabalhos acadêmicos analisados: 1) construção e o desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos – os quais ocorrem de forma dinâmica e na busca de uma relação entre educador e educando; 2) contextualização das situações – entendida como a relação entre os conteúdos e temas nos diversos contextos: social, econômico, cultural, da própria matemática e outros; 3) integração com outras áreas do conhecimento – muito próxima a uma atitude interdisciplinar, pois permite o diálogo com outros campos; 4) socialização favorecida pelo trabalho em grupo – compreendida como o processo de interação entre os estudantes, o educador e a sociedade como um todo; e 5) ruptura com o currículo linear – que se constitui em uma das características mais importantes, pois com ela, não são os conteúdos que determinam o problema, mas o contrário.

Em suas interpretações, o autor evidenciou que a Modelagem potencializa a concretização destes pontos, na medida em que favorece outras possibilidades de encaminhamentos que superam as formas usuais de ensino. Dessa forma, a Modelagem pode ser uma forte aliada dos professores de matemática e de outros que buscam romper com a hegemonia da transmissão, pois “possibilita um diálogo e outros caminhos, deslocando o sentido usual, que seria do professor para o aluno, para a interação, cooperação e colaboração no processo de ensino e de aprendizagem” (KLÜBER, 2010, p.111).

A reprodução das aulas de Matemática nos moldes tradicionais tem se mostrado em nosso entendimento, ineficaz para a construção do conhecimento. Percebe-se que é necessário despertar nos estudantes o entusiasmo e o gosto em aprendê-la.

O segundo ponto é o fato de que, nessa fase de escolaridade, é que se constroem e solidificam os conceitos e o conhecimento matemático.

O ensino de Matemática prestará sua contribuição, conforme explicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN'S (1997), à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a

iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. O aluno precisa perceber a Matemática como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação.

As etapas de encaminhamento da Modelagem Matemática, sugeridas por Burak (2004, 2008, 2010, 2012) apontam a possibilidade de colocar os estudantes em situações que favoreçam o desenvolvimento, da autonomia, da formação crítica, da tomada de decisão, do trabalho coletivo e do aprofundamento de aspectos matemáticos e não-matemáticos, entre outros pontos, considerando as exigências dos PCN'S.

O terceiro, de igual importância com os demais, é o ponto inicial do viés desta pesquisa: o aumento da falta de interesse dos estudantes, percebida no decorrer dos anos de exercício docente. A partir daí, entende-se a Modelagem Matemática como referencial metodológico que permita construir conhecimento matemático partindo de temas de interesse dos estudantes.

Compreende-se que despertar o interesse é a porta de entrada para a construção efetiva do conhecimento. Segundo Rego, a articulação entre as dimensões intelectuais e afetivas na constituição humana é o caminho proposto por Vygotsky, capaz de entender o sujeito em sua totalidade. Assim:

Segundo ele são os desejos, necessidades, emoções, motivações, interesses, impulsos e inclinações do indivíduo que dão origem ao pensamento e este, por sua vez, exerce influência sobre o aspecto afetivo-volitivo. Como é possível observar, na sua perspectiva, cognição e afeto não se encontram dissociadas no ser humano, pelo contrário, se inter-relacionam e exercem influências recíprocas ao longo de toda a história do desenvolvimento do indivíduo. Apesar de diferentes, formam uma unidade no processo dinâmico do desenvolvimento psíquico, portanto, é impossível compreendê-los separadamente. É justamente por isso que aponta para a necessidade de uma abordagem unificadora dos aspectos intelectuais e afetivos no estudo do funcionamento psicológico. (REGO, 2000, p.122).

As etapas e os procedimentos, sugeridos por Burak, são sustentados pelo interesse do grupo de estudantes como premissa do trabalho com Modelagem.

Portanto, assume-se a concepção que concorda por pensar o nível de escolaridade próprio para a fase em que os estudantes se encontram: a proposta apresentada por Burak. A preocupação de Burak, centrada no processo de ensino e aprendizagem, sustentada nas teorias da cognição, epistemológicas e sociológicas

“possibilita ao estudante tornar-se um buscador, mais do que um seguidor, aquele em permanente busca do conhecimento, de novos campos, novas visões, que interroga, discute, reflete e forma suas convicções”. (BURAK, 2012, p.88).

A crescente preocupação com a qualidade do sistema educacional em nosso país atrai os olhares para a questão do ensino com vistas à aprendizagem. “Uma das exigências posta para se alcançar à elevação do nível da qualidade na educação é aprimorar o conhecimento sobre esse processo, de forma a torná-lo mais capaz de responder às exigências deste novo tempo”. (MOYSÉS, 2006, p. 9).

A psicologia da educação é uma das áreas chamadas a dar a sua contribuição. Ainda, segundo Moysés (2006), o conhecimento teórico que nela vem se acumulando, sobre os processos de aprender e ensinar, inclui inúmeras sugestões para essa melhoria, num processo dinâmico, apontando sugestões também para o campo da pesquisa pedagógica.

Buscar-se-á em Vygotsky, no capítulo a seguir, algumas dessas contribuições.

CAPÍTULO 2

CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE VYGOTSKY À APRENDIZAGEM E À MATEMÁTICA ESCOLAR

A psicologia tem se mostrado uma grande aliada principalmente na área de investigação da Educação. Não se pode deixar de considerar também que, na Educação Matemática, em que todos os olhares se voltam para estudar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a psicologia tem dado inegáveis contribuições. A teoria de Vygotsky, sem dúvida, pode ser assim considerada. Este capítulo apresenta alguns dos conceitos estudados e desenvolvidos por Vygotsky (2007, 2004, 1991, 1998).

Sem a ingênua pretensão de esgotar os estudos das suas contribuições, o que se pretende é analisar a sua teoria acerca das relações convergentes com a Modelagem Matemática com a intenção de responder, entre outras, a questão que fundamentou a existência dessa pesquisa: “Que ações e interações, dos estudantes, são identificadas nas atividades de Modelagem Matemática a partir do referencial Vygotskyano?”.

2.1 Vygotsky e a Teoria Histórico-Cultural

Lev Semynovich Vygotsky nasceu em 17 de novembro de 1896 em Orsha, cidade provinciana em Bielo-Rússia. Cresceu e viveu alguns anos em Gomel na companhia de seus pais e seus sete irmãos. Aos 17 anos completou o curso secundário. De 1914 a 1917 estudou Direito e Literatura na Universidade de Moscou. Nesse período frequentou também os cursos de História e Filosofia mas não recebeu título acadêmico por essas atividades. Mais tarde, o interesse em compreender o desenvolvimento psicológico do ser humano, o levou a cursar medicina em Moscou e depois em Kharkov. Aos 28 anos casou-se com Rosa Smekhova, com quem teve duas filhas.

Vygotsky foi convidado para trabalhar no Instituto de Psicologia de Moscou, onde mudou-se em outono de 1924, após a exposição de uma palestra no II Congresso de Psicologia em Leningrado. Fundou posteriormente, o Instituto de Estudos das Deficiências.

Vítima de tuberculose por 14 anos, faleceu em 11 de junho de 1934, em Moscou.

Escreveu cerca de duzentas obras.

Sua teoria recebeu fortes críticas no governo de Stalin o qual proibiu a publicação de suas obras no período de 1936 a 1956 . A teoria de Vygotsky só pode ser conhecida pelo Ocidente a partir de 1962, data da primeira edição americana do livro *Pensamento e Linguagem*. Em 1984, chegou ao Brasil com a publicação do livro *A Formação Social da Mente*.

Teve como principais colaboradores, Alexander Romanovich Luria (1902-1977) e Alexei Nikolaievich Leontiev (1904-1979), os quais, segundo Rego:

Constituíram a chamada “troika”, que traduzia as aspirações, o idealismo e a efervescência cultural de uma sociedade pós-revolucionária. Como avalia Luria: “Com Vygotsky como líder reconhecido, empreendemos uma revisão crítica da história e da situação da psicologia na Rússia e no resto do mundo. Nosso propósito, superambicioso como tudo na época, era criar um novo modo, mais abrangente, de estudar os processos psicológicos humanos”. (REGO, 2000, p. 29-30).

A entrada de sua obra no Brasil, de maneira muito lenta, iniciou-se na segunda metade da década de 70, mas foi o processo de democratização vivido no país na década de 80 que ofereceu condições favoráveis “à retomada das discussões educacionais numa perspectiva crítica, assim como à implementação de medidas inovadoras nos sistemas de ensino e à reação contra o dogmatismo teórico que predominara na década anterior.” (MAINARDES, 2000).

Segundo Rego (2000), Vygotsky tecia contundentes críticas às tendências predominantes na psicologia soviética, nas primeiras décadas do século XX, consideradas antagônicas. A corrente mecanicista representada por um grupo que, “baseado em pressupostos da filosofia empirista, via a psicologia com características de ciência natural que devia se deter na descrição das formas exteriores de comportamento, entendidas como habilidades mecanicamente constituídas”; por outro lado, inspirada nos princípios da filosofia idealista, a corrente idealista, “entendia a psicologia como ciência mental, acreditando que a vida psíquica humana não poderia ser objeto de estudo da ciência objetiva, já que representava uma manifestação do espírito”. (REGO, 2000, p.28)

Por acreditar que ambas não fundamentavam a construção de uma teoria consistente sobre os processos psicológicos tipicamente humanos, Vygotsky fazia a

proposição de uma abordagem na qual seria possível descrever e explicar as funções psicológicas superiores usando os métodos e princípios do materialismo dialético.

Em sua formação filosófica, Vygotsky recebeu forte influência das idéias filosóficas de Marx e Engels. Por isso, fazia uso das categorias intelectuais da dialética. Sustentava, pelo materialismo dialético, a necessidade de captar os fenômenos psíquicos como processos em movimento:

No cerne do sistema psicológico vygotskyano, encontra-se uma teoria do desenvolvimento mental ontogenético que é, também, uma teoria histórica do desenvolvimento individual. Trata-se, portanto, de uma concepção genética de um fenômeno genético, em que é possível tirar, sem dúvida, um ensinamento epistemológico. De fato, as épocas históricas de mudanças revolucionárias parecem refinar a sensibilidade do pensamento humano e predispô-lo a tudo que diz respeito à gênese, à transformação, à dinâmica, o devir e à evolução. (IVIC, 2010, p.12).

O ponto de partida da teoria histórico-cultural ou sociocultural do psiquismo humano de Vygotsky, também conhecida como abordagem sociointeracionista, segundo Lucci (2006), reside nas funções psicológicas dos indivíduos, as quais, para explicar a consciência - o objeto de estudo da sua psicologia, Vygotsky classificou em elementares e superiores.

Nesse sentido, Lucci afirma que:

As funções psicológicas elementares são de origem biológica; estão presentes nas crianças e nos animais; caracterizam-se pelas ações involuntárias (ou reflexas); pelas reações imediatas (ou automáticas) e sofrem controle do ambiente externo. Em contrapartida, as funções psicológicas superiores são de origem social; estão presentes somente no homem; caracterizam-se pela intencionalidade das ações, que são mediadas. Elas resultam da interação entre os fatores biológicos (funções psicológicas elementares) e os culturais, que evoluíram no decorrer da história humana. Dessa forma, Vygotsky considera que as funções psíquicas são de origem sociocultural, pois resultaram da interação do indivíduo com seu contexto cultural e social. (LUCCI, 2006, p.7).

Alexander Romanovich Luria, no livro *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem* (1988) afirma que Vygotsky, influenciado por Marx⁶, concluiu que as origens das formas superiores de comportamento consciente deveriam ser achadas nas relações sociais que o indivíduo mantém com o mundo exterior.

⁶ Karl Heinrich Marx (1818 -1883), intelectual e revolucionário alemão, fundador do materialismo histórico, autor de "O Capital" obra na qual faz uma extensa análise da sociedade capitalista.

Ainda, segundo Luria (1988), Vygotsky gostava de chamar este modo de estudo de psicologia cultural, histórica ou instrumental. Cada termo reflete um traço diferente da nova maneira de estudar a psicologia proposta por ele. Cada qual destaca fontes diferentes do mecanismo geral pelo qual a sociedade e a história social moldam a estrutura daquelas formas de atividade que distinguem o homem dos animais.

O termo instrumental se refere à natureza, basicamente mediadora de todas as funções psicológicas complexas.

O aspecto cultural envolve os meios socialmente estruturados pelo qual a sociedade organiza os tipos de tarefas que a criança em crescimento enfrenta e os tipos de instrumentos mentais e físicos que dispõe para dominar aquelas tarefas. A linguagem, segundo Vygotsky, é um desses instrumentos básicos inventados pela humanidade.

O elemento histórico funde-se com o cultural. Os instrumentos usados pelo homem para dominar o ambiente e o seu próprio comportamento, foram inventados e aperfeiçoados ao longo da história social do homem. A linguagem, a escrita e a aritmética, tornam a sabedoria do passado analisável e passível de aperfeiçoamento no futuro, expandindo os poderes do homem.

Em razão da sua preocupação com o desenvolvimento do ser humano e o processo de aprendizado e o desenvolvimento em aspectos sociais, a teoria de Lev Semynovich Vygotsky trouxe um avanço para os estudos de Matemática. Vygotsky, tal como afirma Rego:

Deve-se no estudo dos mecanismos psicológicos mais sofisticados (as chamadas funções psicológicas superiores), típicos da espécie humana: o controle do comportamento, atenção e lembrança voluntária, memorização ativa, pensamento abstrato, raciocínio dedutivo, capacidade de planejamento etc.. (REGO, 2000, p. 24-25).

Dessa forma, a autora indica:

Um dos pontos centrais de sua teoria é que as funções superiores são de origem sócio-cultural e emergem de processos psicológicos elementares, de origem biológica (estruturas orgânicas). Ou seja, segundo ele, a complexidade de estrutura humana deriva do processo de desenvolvimento profundamente enraizado nas relações entre história individual e social (REGO, 2000, p. 26).

Segundo Oliveira, falar da perspectiva de Vygotsky é falar da dimensão social do desenvolvimento humano, pois, “suas proposições contemplam, assim, a dupla

natureza do ser humano, membro de uma espécie biológica que só se desenvolve no interior de um grupo cultural”. (OLIVEIRA, 1992, p. 24).

Para definir a especificidade da teoria de Vygotsky, Ivic (2010, p.15) usaria uma série de palavras e de fórmulas chave: sociabilidade do homem, interação social, signo e instrumento, cultura, história, funções mentais superiores. E numa única expressão diria que a teoria de Vygotsky é uma “teoria socio-histórico-cultural do desenvolvimento das funções mentais superiores” ainda que ela seja chamada mais frequentemente de “teoria histórico-cultural” (grifos do autor).

2.2 Lei Genética Geral do Desenvolvimento Cultural e a Internalização

O pensamento marxista, presente na formação filosófica de Vygotsky, levou-o a tentar explicar as formas mais complexas da vida consciente do homem, não no interior do cérebro ou da alma, mas nas formas histórico-sociais de sua existência:

Baseado na abordagem materialista dialética da análise da história humana acredito que o comportamento humano difere qualitativamente do comportamento animal, na mesma extensão em que diferem a adaptabilidade e desenvolvimento dos animais. O desenvolvimento psicológico dos homens é parte do desenvolvimento histórico geral de nossa espécie e assim deve ser entendido. [...] A abordagem dialética, admitindo a influência da natureza sobre o homem, por sua vez, age sobre a natureza e cria, através das mudanças nela provocadas, novas condições naturais para sua existência. Essa posição representa o elemento-chave de nossa abordagem do estudo e interpretação das funções psicológicas superiores e serve com base dos novos métodos de experimentação e análise que defendemos. (VYGOTSKY, 2007, p. 62-63).

Segundo Moysés (2006), apropriando-se da ideia marxista, segundo a qual o homem, por meio de instrumentos, modifica a natureza e a si mesmo, Vygotsky concebeu a noção de signo. Assim, da mesma forma que o instrumento, concebido por Marx, estaria mediatizando a vida laboral do homem, para Vygotsky, o signo – instrumento psicológico por excelência – estaria mediatizando não só o pensamento, como também o próprio processo social do homem.

A ideia básica entendida por Vygotsky é a de que ao usar os signos (a linguagem, os sistemas de contagem, técnicas mnemônicas, sistemas simbólicos algébricos, esquemas, mapas, desenhos e todo tipo de signos convencionais), o homem modifica suas próprias funções psicológicas superiores.

Dessa forma, a invenção e o uso de signos como meios auxiliares para

solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, etc.) é análoga à invenção e uso de instrumentos, só que no campo psicológico. O signo age como instrumento da atividade psicológica, porém, os instrumentos são elementos externos ao indivíduo, cuja função é provocar mudanças nos objetos e controlar os processos da natureza. Os signos, instrumentos psicológicos, são orientados para o próprio sujeito, para dentro do indivíduo, ao controle das ações psicológicas suas ou de outras pessoas.

Na sua forma mais elementar, portanto, o signo representa uma marca externa que auxilia o homem em tarefas que necessitem memória e atenção.

Ao deixar evidente que toda função psicológica interna, inerente à estrutura psíquica do sujeito, foi antes uma função social, surgida num processo de interação, Vygotsky formulou a Lei Genética Geral do Desenvolvimento Cultural:

Qualquer função presente no desenvolvimento cultural da criança aparece duas vezes, ou em dois planos distintos. Primeiro, aparece no plano social, e depois, então, no plano psicológico. Em princípio, aparece entre as pessoas e como uma categoria interpsicológica, para depois aparecer na criança, como uma categoria intrapsicológica. Isso é válido para atenção voluntária, a memória lógica, a formação de conceitos e o desenvolvimento da vontade. [...] A internalização transforma o próprio processo e muda sua estrutura e funções. As relações sociais ou relações entre as pessoas estão na origem de todas as funções psíquicas superiores. (VYGOTSKY, 1981b, p. 163 apud MOYSÉS, 2006, p. 28).

Em uma análise da afirmativa de que a internalização transforma o próprio processo e muda a sua estrutura e funções, Vygotsky constata que cada função psíquica que é internalizada, implica uma nova reestruturação mental, implicando também em alargamento e enriquecimento psico-intelectual. Esse processo se dá por uma razão muito simples: “ao começar a ser internalizada, a nova função irá interagir com outras já existentes na mente da criança”. (MOYSÉS, 2006, p. 29)

Baquero (1998) destaca que se deve conceituar a internalização como criadora de consciência e não como a receptora de conteúdos externos na consciência, pois os processos de internalização:

Aludem à constituição dos Processos Psicológicos Superiores (PPS) e se relacionam tanto com aspectos de desenvolvimento cognitivo como da “personalidade” do sujeito, ou da atividade psicológica geral; quer dizer, põe-se em jogo tanto o desenvolvimento do pensamento, a capacidade de argumentação, como o desenvolvimento dos sentimentos e da vontade. Do mesmo modo, a interiorização de uma função psicológica implica uma reorganização mais ou menos geral do funcionamento psicológico, mesmo

entre domínios diferenciáveis como a capacidade de raciocinar e o desenvolvimento do comportamento voluntário. (BAQUERO, 1998, p.34).

Vygotsky (2007) chama de internalização, a reconstrução interna de uma operação externa. Um exemplo de internalização estudado por ele é o que ocorre no processo de transformação da linguagem egocêntrica em fala interior. A linguagem egocêntrica (comparada ao pensamento em voz alta) usada pela criança, no início, para acompanhar suas ações e liberar suas tensões, com o passar dos anos, passa a ajudar no planejamento das soluções (fala interior silenciosa).

É necessária a compreensão das relações intrínsecas entre as tarefas externas e a dinâmica do desenvolvimento, e considerar a gênese dos conceitos como função do crescimento cultural e social global da criança, que não afeta apenas o conteúdo, mas também o seu modo de pensar.

Na adolescência, porém, todas as funções existentes passam a ser incorporadas numa nova estrutura, formam uma nova síntese, passam a fazer parte de um novo todo complexo; as leis que regem este todo determinam também o destino de cada parcela individual. A capacidade para regular as nossas ações pessoais, utilizando meios auxiliares, só atinge o seu completo desenvolvimento na adolescência.

Se a sociedade não coloca os adolescentes perante tarefas no mundo cultural, profissional e cívico dos adultos, se não lhes fizer novas exigências e não estimular o seu intelecto, obrigando-os a defrontar-se com uma sequência de novos objetivos, o seu pensamento não conseguirá atingir os estádios de desenvolvimento mais elevados, ou atingi-lo-á apenas com grande atraso.

A adolescência é menos um período de consumação do desenvolvimento do que de transição e crise. O caráter transitório do pensamento do adolescente torna-se particularmente evidente quando observamos o funcionamento real dos conceitos acabados de adquirir.

O adolescente formará e utilizará muito corretamente um conceito, numa situação concreta, mas sentirá uma estranha dificuldade em exprimir esse conceito por palavras, e a definição verbal, em muitos casos, será muito mais restritiva do que seria esperar pela forma como o adolescente utilizou o conceito. A mesma desconexão, segundo Vygotsky (2007), ocorre no pensamento dos adultos, mesmo em níveis de desenvolvimento muito avançado. Este fato, segundo ele, comprova que os conceitos evoluem de forma muito diferente na elaboração deliberada e

consciente da experiência, em termos de lógica.

2.3 O Processo de Internalização e a Mediação Semiótica

A ideia de que o homem é capaz de fazer relações, planejar, comparar, lembrar, operar mentalmente sobre o mundo, supõe um processo de representação mental. Assim, conforme estudos de Vygotsky (2007) trabalhamos em nossa mente com algum tipo de representação, de signo que substitui o real. Essa capacidade permite ao homem libertar-se do espaço e do tempo presente, fazer relações mentais nas ausências das próprias coisas, imaginar e ter intenções.

Essas possibilidades de operação mental não constituem uma relação direta com o mundo fisicamente presente, pois “a relação é mediada pelos signos internalizados que representam os elementos do mundo, libertando o homem da necessidade da interação concreta com os objetos do seu pensamento”. (OLIVEIRA, 1997, p. 35)

O grupo cultural onde o indivíduo se desenvolve, fornece formas de organizar e perceber o real, portanto, os sistemas de representação da realidade e a **linguagem**, são socialmente dados.

Para Martins (1999), objetos, eventos, relações, etc., que fazem parte da dinâmica da internalização, passam por uma série de transformações em função da significação que têm ou adquirem no meio social. Portanto, o que é internalizado não são as coisas, mas sim sua significação, o que só se dá através de sistemas sógnicos gestuais e/ou verbais.

Pimentel (1999) aponta que a noção de internalização se dá no processo dialógico que permeia os encontros intersubjetivos e considera como *linguagem* todo e qualquer tipo de sistema de sinais linguísticos capaz de produzir comunicação humana. A comunicação é caracterizada, então, como o instrumento primordial de mediação entre o social e o individual.

Ainda, segundo Pimentel (1999), a mediação do outro e a mediação semiótica são aspectos correlacionados e intrínsecos ao processo de internalização, existindo assim, uma interdependência dos planos inter e intra-subjetivo na interação com o outro (mais experiente) e na relação entre signos, entre os quais, o sistema linguístico. Ao utilizar meios linguísticos auxiliares para que uma criança consiga realizar uma atividade, da qual sozinha ela não é capaz, o professor está

promovendo uma articulação com mediadores semióticos, possibilitando o desenvolvimento de funções psicológicas que estão em fase de amadurecimento, ou seja, na perspectiva histórico-cultural relativa ao **desenvolvimento proximal**.

Ainda sobre **mediação semiótica**, Pimentel (1999, p. 22) apresenta de uma forma simplificada, duas dimensões: a mediação e a semiose. Na mediação, há um processo em que se tem um terceiro elemento que intercepta a relação do sujeito com o objeto. Na semiose são envolvidas a atribuição, a modificação e a multiplicidade de significados criados pelo homem na sua relação com instrumentos técnicos (para agir sobre a natureza) e em relação aos instrumentos psicológicos (signos, para agir sobre as pessoas). A criação de sistemas de signos, na perspectiva histórico-cultural, é a característica básica que diferencia o homem do animal.

Os signos são semióticos, explicita Pino (1991), e caracterizam uma verdadeira comunicação (polissêmica) que se baseia na capacidade humana de interpretar, (re) interpretar e multiplicar interpretações.

A idéia de **mediação** é central para a compreensão das concepções de Vygotsky sobre o desenvolvimento humano como processo sócio-histórico. Dessa ideia, segundo Oliveira, insurgem dois aspectos complementares:

Se por um lado a idéia de mediação remete a processos de representação mental, por outro lado refere-se ao fato de que os sistemas simbólicos que se interpõem entre sujeito e objeto de conhecimento têm origem social. Isto é, é a cultura que fornece ao indivíduo os sistemas simbólicos de representação da realidade e, por meio deles, o universo de significações que permite construir uma ordenação, uma interpretação, dos dados do mundo real. Ao longo de seu desenvolvimento o indivíduo internaliza formas de culturalmente dadas de comportamento, num processo em que atividades externas, funções interpessoais, transformam-se em atividades internas, intrapsicológicas. (OLIVEIRA, 1992, p.27).

Um fator de grande relevância para nós educadores é que a apropriação e o domínio dos instrumentos de mediação são indicadores de sucesso, pois representam fonte de desenvolvimento.

2.3.1 A Mediação Semiótica e a Linguagem

Em um de seus estudos, Vygotsky (1991) concluiu que o momento de maior significado no curso de desenvolvimento intelectual, acontece quando a fala e a atividade prática, consideradas linhas independentes de desenvolvimento,

convergem. Esse momento dá origem às formas puramente humanas de inteligência prática e abstrata.

A linguagem constitui-se no instrumento semiótico mais desenvolvido, pois permite a orientação ao outro e a si, em atividades mediadas em princípio comunicativas, tendo um lugar privilegiado na interiorização dos processos psicológicos superiores: é o instrumento central de mediação. Baquero (1998) afirma:

Enquanto as ferramentas físicas se orientam essencialmente para a ação sobre o mundo externo, colaborando para a transformação da natureza ou do mundo físico, os instrumentos semióticos parecem estar orientados principalmente para o mundo social, para os outros. Deve-se notar que a linguagem, como exemplo de um dos instrumentos semióticos mais versáteis e desenvolvidos, reúne a potencialidade de poder ser dirigido e utilizado com funções e características diversas. (BAQUERO, 1998, p. 38).

Para a compreensão do processo de desenvolvimento da linguagem, Vygotsky considera dois momentos caracterizados pela fala: a fala socializada e a fala interna. Entre esses dois momentos aparece a fala egocêntrica. Na fala egocêntrica, significados apresentados pela cultura são internalizados e ganham sentidos, os quais promovem mudanças significativas nas relações dos indivíduos com o seu meio social. À medida que as crianças internalizam o conjunto de significados, passam a controlar o seu comportamento e os de outrem. “A história do processo de internalização da fala social é também a história da socialização do intelecto”. (VYGOTSKY, 1991, p. 30).

O discurso interior, segundo Vygotsky, se desenvolve através de uma lenta acumulação de mudanças funcionais e estruturais, que se desliga do discurso externo da criança simultaneamente com a diferenciação das funções social e egocêntrica do discurso, e finalmente as estruturas do discurso, dominadas pela criança, se transformam nas estruturas básicas do seu pensamento.

Esse entendimento do autor conduz a outro entendimento de fundamental relevância em seus estudos: o desenvolvimento do pensamento é determinado pela linguagem, ou seja, pelos instrumentos linguísticos do pensamento e pela experiência sociocultural da criança. O crescimento intelectual da criança depende do seu domínio, dos meios sociais de pensamento, ou seja, da linguagem.

O pensamento verbal não é uma forma natural de comportamento, inata, mas é determinado pelo processo histórico-cultural e tem propriedades e leis

específicas que não podem ser encontradas nas formas naturais do pensamento e do discurso. Se admitirmos o caráter histórico do pensamento verbal, devemos considerá-lo sujeito de todas as premissas do materialismo histórico, que são válidas para qualquer fenômeno histórico na sociedade humana, ou melhor, governado pelas leis gerais do desenvolvimento histórico da sociedade humana.

A capacidade, especificamente humana para a linguagem, segundo Vygotsky:

[...] habilita as crianças a providenciarem instrumentos auxiliares na solução de tarefas difíceis, a superar a ação impulsiva, a planejar uma solução para um problema antes de sua execução e a controlar seu próprio comportamento. Signos e palavras constituem para as crianças, primeiro e acima de tudo, um meio de contato social com outras pessoas. As funções cognitivas e comunicativas da linguagem tornam-se, então, a base de uma forma nova e superior de atividade nas crianças. (VYGOTSKY, 1991, p. 31).

A linguagem, como necessidade da vida social, é consolidada na interação produzindo e expressando sentidos e significados. A pessoa, enquanto integrante de um grupo, pode desenvolver a capacidade crítica ao pensar sobre sua realidade, trocando conhecimentos, dando sugestões, resignificando o real concreto (objetivo) em nível intrasubjetivo, negociando significados e sentidos. (CAMARGO, 1999).

O processo de internalização, portanto, se consolida por meio do exercício social.

2.4 O Brinquedo e a Internalização de Regras Sociais

Como docentes podemos perceber facilmente a grande atração que os brinquedos exercem em nossos estudantes, sejam eles crianças ou adolescentes. Qual professor não flagrou um estudante, criança ou adolescente, fazendo um aviãozinho de papel? Ou, fazendo do seu apontador um carrinho, circulando as “estradas” existentes entre o livro e o caderno? Uma ponte construída com a régua e dois cadernos? Uma bolinha de papel querendo atingir um determinado alvo?

Estes comportamentos podem representar, para alguns professores, como um ato de indisciplina, desinteresse ou desatenção. No entanto, podemos ver em todos esses exemplos o papel do brinquedo agindo como fonte de satisfação de nossos estudantes.

Podemos, então, definir o brinquedo como uma atividade que apenas dá

prazer à criança?

Segundo Vygotsky, seria incorreto por dois motivos: o primeiro é que muitas atividades dão às crianças experiências de prazer muito mais intenso, como por exemplo, chupar chupeta; e segundo, porque existem jogos que só dão prazer se o resultado for favorável para ela, caso contrário, são acompanhados de desprazer.

Mas é impossível ignorar que o brincar satisfaz certas necessidades da criança e, se ignorarmos as necessidades da criança e os incentivos que são eficazes para colocá-la em ação, “nunca seremos capazes de entender o seu avanço de um estágio do desenvolvimento para outro, porque todo avanço está conectado com uma mudança acentuada nas motivações, tendências e incentivos”. (VYGOTSKY, 2007, p. 108).

Os brinquedos são inventados justamente quando as crianças em idade pré-escolar começam a experimentar tendências irrealizáveis, onde ela envolve-se num mundo ilusório e imaginário. Nesse mundo, chamado por Vygotsky de brinquedo, seus desejos podem ser realizados, esse mundo que desperta um processo psicológico novo para a criança, é conhecido também como imaginação. Nos adolescentes e nas crianças em idade pré-escolar, a imaginação é o brinquedo sem ação.

Da mesma forma que uma situação imaginária tem de conter regras de comportamento, todo jogo com regras contém uma situação imaginária. Dessa forma, o desenvolvimento a partir de jogos em que há uma situação imaginária às claras, regras ocultas para jogos e uma situação imaginária oculta, delineia a evolução do brinquedo das crianças. (VYGOTSKY, 2007, p. 112).

Algumas noções elementares para a vida adulta são apresentadas na criança, pelo brinquedo. Segundo o autor, são aquisições que no futuro tornar-se-ão seu nível básico de ação e moralidade. Dentre as aquisições, estudadas por Vygotsky, destacamos:

- No brinquedo, o pensamento está separado dos objetos, e a ação surge das ideias e não das coisas. A ação regida por regras começa a ser determinada, portanto, pelas ideias e não, pelas coisas;
- A criação de uma situação imaginária é a primeira manifestação da emancipação da criança em relação às restrições situacionais;
- A criança opera com um significado alienado numa situação real;
- A criança segue o caminho do menor esforço, faz o que gosta, porque o

brinquedo está associado ao prazer, ao mesmo tempo em que aprende a seguir os caminhos mais difíceis, subordinando-se a regras, renunciando ao que ela quer;

- O maior autocontrole da criança ocorre na situação de brinquedo;
- Satisfazer às regras é uma fonte de prazer: a regra vence porque é o impulso mais forte, é interna, de autocontenção e autodeterminação;
- O brinquedo cria uma nova forma de desejo, ensina a desejar, relacionando os seus desejos a um “eu” fictício, ao seu papel no jogo e as suas regras.

Martins (1999, p. 62) afirma que para Nicolopoulou & Cole (1993), “Vygotsky orienta-se em seu trabalho pela ideia de que a coerência da vida mental individual e social é estruturada pelos sistemas de regras (o que o aproxima de Durkheim e dos trabalhos iniciais de Piaget)”. Entende-se autonomia como a capacidade para a autodisciplina e autodeterminação, e ainda, saída de uma situação de dependência de uma autoridade para uma situação circunscrita por um sistema de regras impessoais, aceito e compartilhado voluntariamente. Ou seja, incumbir-se de sentimentos morais universais, transformando regras como “naturais” para a vida do indivíduo.

Em termos de desenvolvimento moral, ainda, segundo Martins (1999), o sujeito não desenvolve uma moral submetendo-se, mas cria várias moralidades a partir do exercício dos significados que medeiam suas relações com o seu meio.

Ainda, segundo Vygotsky (2007), sob o ponto de vista do desenvolvimento, a criação de uma situação imaginária pode ser considerada como um meio para desenvolver o pensamento abstrato. A divisão entre trabalho e brinquedo, fundamental na idade escolar, é possível com base às ações conduzidas por meio do desenvolvimento correspondente às regras. Na idade escolar, o brinquedo preenche um papel específico que permeia a atitude em relação à realidade, e tem sua continuação interior na instrução escolar e no trabalho: atividade compulsória baseada em regras.

Vygotsky conclui que o brinquedo contém todas as tendências do desenvolvimento de forma condensada, sendo uma grande fonte de desenvolvimento, que fornece ampla estrutura fundamental para mudanças da necessidade e da consciência. A subordinação rigorosa às regras, quase impossível na vida, torna-se possível no brinquedo. Na idade escolar, o brinquedo permeia a atitude em relação à realidade. A criação de uma nova relação entre o campo do significado e o campo da percepção visual cria a zona de desenvolvimento proximal

da criança. Esta é a essência do brinquedo.

2.5 A Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)

Para Vygotsky (2007) a lei geral do desenvolvimento das funções mentais superiores pode ser aplicada em sua totalidade aos processos de aprendizagem das crianças pelo fato de criar a zona de desenvolvimento proximal. Ou seja:

O aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação de seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança. (VYGOTSKY, 2007, p. 103).

Resulta desse entendimento que aprendizado não é desenvolvimento, tampouco os seus processos coincidem. Entretanto, o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental, colocando em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer. Ou seja, aprendizado e desenvolvimento estão inter-relacionados desde o primeiro dia de vida da criança.

Para descobrir as reais relações entre o processo de desenvolvimento e a capacidade de aprendizagem, Vygotsky (2007) aponta a necessidade de determinação de pelo menos dois níveis de desenvolvimento: o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento proximal.

O primeiro compreende o desenvolvimento das funções mentais estabelecidas como resultado de certos ciclos de desenvolvimento, já completados. Dito de uma maneira mais simples revela a solução de problemas pela criança, de maneira mais independente, definindo funções que já amadureceram.

A zona de desenvolvimento proximal define as funções que ainda não amadureceram e que estão em processo de maturação, permitindo delinear o futuro imediato da criança do seu estado dinâmico de desenvolvimento.

Esse é um dos fatos que coloca o aprendizado à frente do desenvolvimento: o aprendizado cria a zona de desenvolvimento proximal, despertando processos internos de desenvolvimento.

O conceito de zona de desenvolvimento proximal, desenvolvido por Vygotsky, apresenta implicações educacionais, pois todo bom ensino é aquele que

se direciona para as funções psicológicas emergentes. Assim, o ensino deve atuar no limite da zona de desenvolvimento proximal, estimulando os processos internos maturacionais que terminam por se efetivar, passando a constituir a base para novas aprendizagens. (SINDER, 1997).

Ainda, sobre desenvolvimento proximal, Moysés completa que:

No que tange ao desenvolvimento das funções psíquicas dos alunos, o conceito de zona de desenvolvimento proximal foi, sem dúvida, o principal suporte para que o professor pudesse levá-los ao desenvolvimento de tais funções. Ao lado dele, também as idéias acerca da atividade compartilhada e da relação entre atividade e consciência ajudaram nessa tarefa. (MOYSÉS, 2006, p. 162).

Acerca de como é efetivada a zona de desenvolvimento proximal de Vygotsky em sala de aula, Moysés relata que:

Ao contrário da aula tradicional, o tempo que o professor passava orientando as atividades, indo até as carteiras dos alunos, era muito maior do que aquele em que expunha algo para a turma. Também oposta àquele tipo de aula era a forma de organizar a turma: em grupo, na maioria das vezes. Criou-se, assim, a interação, a possibilidade de troca. Favoreceu-se, dessa forma, o aparecimento, nos alunos, de novas zonas de desenvolvimento proximal, bem como a expansão de zonas já existentes. Diante de situações em que ficava patente algum tipo de dificuldade coletiva, a atitude do professor era a de dar pistas, chamando a atenção para certas particularidades. Desta forma, os alunos iam superando suas próprias dificuldades. [...] Desenvolvendo o trabalho com eles, pude perceber a riqueza e a importância do uso de estratégias que visam levar o aluno ao desenvolvimento cognitivo, estratégias essas inspiradas na teoria sócio-histórica. (MOYSÉS, 2006, p. 162).

Entende-se que é na zona de desenvolvimento proximal que pode ocorrer a intervenção pedagógica do professor, buscando o desenvolvimento no processo de ensino e aprendizagem do aluno.

Nas palavras de Vygotsky (1991, p. 117), a zona de desenvolvimento proximal (ZDP) ocorre quando:

A criança é capaz de imitar uma série de ações que ultrapassam suas próprias competências, mas somente dentro de limites. Por meio da imitação, a criança é capaz de desempenhar muito melhor quando acompanhada e guiada por adultos do que quando deixada sozinha, e pode fazer isso com entendimento e independência. A diferença entre o nível de tarefas resolvidas que podem ser desempenhadas com orientação e auxílio de adultos e o nível de tarefas resolvidas de modo independente é a ZDP.

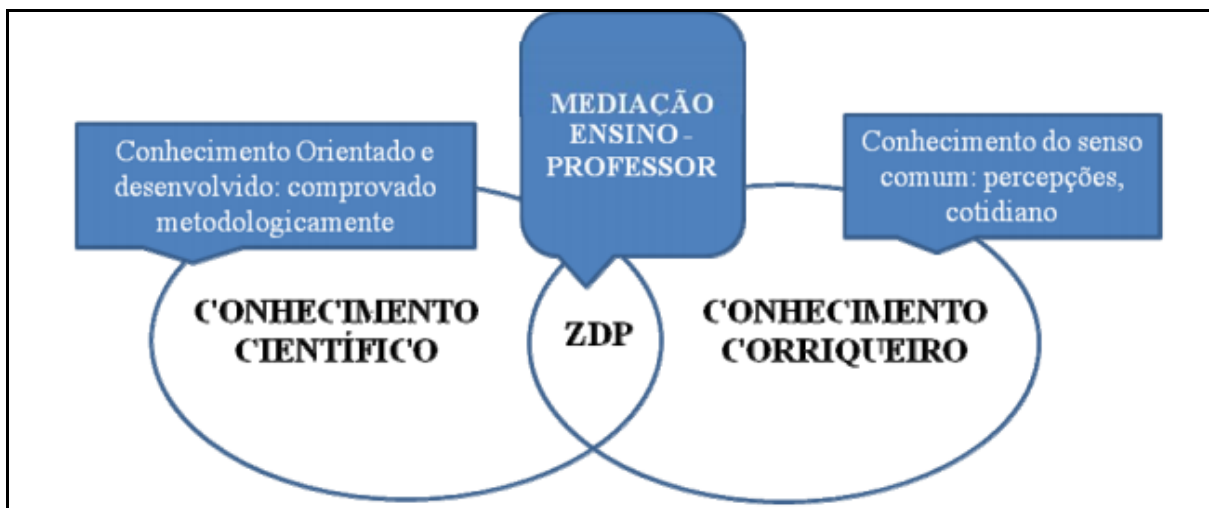
Completando a pedagogia de Vygotsky e trazendo para o estudo do ensino

de Matemática, torna-se importante citar os preceitos onde “ensinar o que o aluno já sabe é pouco desafiador e ir além do que ela pode aprender é ineficaz. O ideal é partir do que ela domina para ampliar seu conhecimento.” (PELLEGRINI, 2001, p. 25).

Interessante notar que Vygotsky aponta que só ocorre o aprendizado quando o indivíduo entra em contato com um determinado ambiente, sendo possível construir o seu próprio aprendizado.

Pode-se observar a figura abaixo, em relação à interpretação da ZDP:

FIGURA 1 – Interpretação da Zona de Desenvolvimento Proximal



FONTE: Interpretação da Leitura de Vygotsky e Leontiev sobre ZDP. (In: CUNHA, 2011, p. 04).

Pode-se verificar também uma mudança psicopedagógica no modelo utilizado antigamente, no qual o professor era apenas aquele que repassava o conteúdo, transmitia o conhecimento e o aluno recebia. Ao conceber o professor como mediador do processo de ensino e aprendizagem, a teoria de Vygotsky trouxe grandes contribuições.

Para Vygotsky o desenvolvimento intelectual do indivíduo se dá por meio de um processo social, histórico e cultural, no qual esse mesmo indivíduo é capaz de interagir com o meio e a linguagem tem o papel principal como instrumento de mediação. Assim, segundo Vygotsky, para o desenvolvimento do indivíduo, as interações são, além de necessárias, fundamentais.

Vale ressaltar também que a interação entre professor e aluno, na construção do conhecimento matemático escolar, é um dos objetivos da Modelagem

Matemática. Também a interação entre os sujeitos e o objeto de conhecimento é reforçada pelo papel de mediação do professor no processo de ensino e aprendizagem, nessa metodologia.

2.6 As Interações Sociais e o Espaço Escolar

O espaço escolar é um dos cenários onde as crianças exercitam a sociabilidade. Para Vygotsky (2007), a sociabilidade da criança é o ponto de partida de suas interações com o entorno. O ser humano tem seu prolongamento nos outros. A interação cultural também se dá com os adultos, no processo de aquisição e apropriação da linguagem.

Vygotsky aponta em seus estudos que aprendizado e desenvolvimento estão inter-relacionados desde o primeiro dia de vida da criança. Ele pondera que, embora a criança inicie sua aprendizagem muito antes de freqüentar a escola, a aprendizagem escolar introduz algo fundamentalmente novo no seu desenvolvimento. Por isso, as relações entre desenvolvimento e aprendizagem ocupam lugar de destaque na educação.

Outro ponto de vital importância, no desenvolvimento das funções psicológicas superiores, é o papel desempenhado pela aprendizagem. Desse ponto de vista, para que ocorra o completo desenvolvimento do indivíduo, ele depende da aprendizagem que ocorre, pelas interações, num determinado grupo cultural.

Vygotsky explica que a linguagem constitui as suas significações no processo social e histórico. Quando os indivíduos passam a ter acesso a estas significações, elas se interiorizam e servirão de base para que possam significar suas experiências, e serão estas significações resultantes que constituirão suas consciências, mediando, desse modo, suas formas de sentir, pensar e agir. A aquisição da linguagem oral é o primeiro salto qualitativo no desenvolvimento. O segundo se dá com a aquisição da linguagem escrita.

A linguagem, como necessidade da vida social, é consolidada na interação produzindo e expressando sentidos e significados. A pessoa, enquanto integrante de um grupo, pode desenvolver a capacidade crítica ao pensar sobre a sua realidade, trocando conhecimentos, dando sugestões, resignificando o real concreto (objetivo) em nível intrasubjetivo, negociando significados e sentidos. (CAMARGO, 1999).

A educação, sendo muito ligada ao desenvolvimento, o qual ocorre no meio

sociocultural real, coloca o problema da relação entre desenvolvimento e aprendizagem no centro das discussões sobre educação escolar. Na concepção sociocultural de desenvolvimento, os vínculos sociais das crianças fazem parte de sua própria natureza enfocando o desenvolvimento desta em seu aspecto dinâmico e dialético. Assim, com a colaboração do adulto (ou outro mais experiente), segundo Vygotsky, a criança é exposta a aprendizagens novas para que ela adquira aquilo que sozinha não conseguiria, favorecendo a zona de desenvolvimento proximal:

As modalidades de assistência adulta na zona de desenvolvimento proximal são múltiplas: demonstrações de métodos que devem ser imitados, exemplos dados à criança, questões que façam apelo à reflexão intelectual, controle dos conhecimentos por parte do adulto, mas também, e em primeiro lugar, colaboração nas atividades partilhadas como fator construtivo de desenvolvimento. (IVIC, 2010, p. 33).

Ao estudar o desenvolvimento dos conceitos científicos na infância, Vygotsky mostra que o desenvolvimento dos alicerces psicológicos necessários para o ensino das matérias de base não precede esse ensino, mas desabrocha numa contínua interação com os seus contributos. Descobriu, então, que a aprendizagem geralmente precede o desenvolvimento. Certos hábitos e qualificações são adquiridos pela criança, num dado domínio, antes de aprender a aplicá-los consciente e deliberadamente. Não existe um paralelismo completo entre o curso do ensino e o desenvolvimento das correspondentes funções.

A teoria Vygotskiana anuncia, portanto, que a escola deve adiantar-se ao desenvolvimento do indivíduo, pois a aprendizagem impulsiona o desenvolvimento, o qual permite novas aprendizagens, as quais voltam a impulsionar o desenvolvimento e assim sucessivamente.

Para Pimentel (1999), as experiências de aprendizagem proporcionam desenvolvimento das capacidades de generalização e de descontextualização, as quais são fundamentais para que se entenda, por exemplo, como se processa o aprendizado de conceitos abstratos.

O processo de generalização é explicado a partir dos conceitos estabelecidos, segundo Vygotsky (1991), numa rede conceitual hierárquica: o conceito da palavra “flor” é usado, pela criança, da mesma forma que o conceito da palavra “rosa”, justapostos, intercambiáveis, durante algum tempo. Com a generalização da noção de flor, pelo aprendizado de outras palavras como

“margarida”, por exemplo, estes passam a ser conceitos subordinados àquele, formando-se uma cadeia organizada de significados.

A descontextualização, por outro lado, se dá ao deslocamento de um conceito aprendido. À medida que se generaliza, por exemplo, o conceito de “casa”, a criança passa a compreender o significado de “oca”, que possui funções semelhantes à primeira ideia de casa internalizada, mantendo a especificidade de “casa indígena”. A generalização (formação de classes ou categorias conceituais) e a descontextualização (possibilidade de evocar conceitos e significados que abrangem um número maior de situações) são funções mentais possíveis a partir das interações sociais.

Sobre a aprendizagem escolar, Vygotsky traz importantes contribuições. Arriscaremo-nos a enumerá-las, entendendo o elo indefectível existente entre cada ponto apresentado, lançando mão da época escolar vivida e pensada por Vygotsky, há cerca de oito décadas, mas pensando-a no presente:

- O desenvolvimento dos alicerces psicológicos necessários para o ensino das matérias de base não precede esse ensino, mas desabrocha numa contínua interação com os contributos do ensino. Assim, o currículo não pode determinar quando um princípio geral se torna claro para determinada criança e se deva, então, avançar para outro. Quando a criança aprende uma operação aritmética ou mesmo um conceito científico, o desenvolvimento dessa operação ou do conceito está apenas no início, evidenciando que a curva de desenvolvimento não coincide com a curva da aprendizagem, mas que a aprendizagem precede o desenvolvimento;

- O ensino de uma determinada matéria influencia o desenvolvimento das funções superiores para além dos confins dessa matéria específica. As principais funções psíquicas mobilizadas pelo estudo de várias matérias são interdependentes, as suas bases comuns são constituídas pela consciência e pelo domínio deliberado da matéria, os principais contributos dos primeiros tempos de escola. As descobertas estimulam o desenvolvimento das funções psicológicas num único processo complexo. Destas descobertas, segue-se que todas as matérias escolares fundamentais atuam como uma disciplina formal, facilitando ou não, a aprendizagem das outras;

- Em cooperação, com o auxílio externo, todas as crianças podem fazer mais do que o que conseguiriam por si sós — embora apenas dentro dos limites impostos pelo seu grau de desenvolvimento;

- No desenvolvimento das crianças, a imitação e o ensino desempenham um papel de primeira importância, colocando em evidência as qualidades especificamente humanas do cérebro, conduzindo a criança a atingir novos níveis de desenvolvimento. A imitação é imprescindível para se aprender a falar, bem como para aprender as matérias escolares. Possibilitará que a criança, posteriormente realize sozinha aquilo que só é capaz de fazer, no momento, em cooperação. Portanto, o único tipo correto de pedagogia segue em avanço relativamente ao desenvolvimento e ao guia; tendo por objetivo não as funções maduras, mas as funções em vias de maturação;

- Vygotsky considera a existência de dois níveis de desenvolvimento. Um corresponde a tudo aquilo que a criança pode realizar sozinha e o outro, a tudo aquilo que a criança poderá realizar com a ajuda de outra pessoa mais experiente que ela. Entre esses dois níveis, há uma zona de transição, na qual o ensino deve atuar, pois é pela interação com outras pessoas que serão ativados os processos de desenvolvimento. Esses processos depois de interiorizados farão parte do primeiro nível de desenvolvimento, abrindo espaço para novas possibilidades de aprendizagem.

- Para cada matéria de ensino, há um período em que a influência dessa matéria é mais proveitosa, porque a criança se encontrará mais receptiva. O período de escolaridade, como um todo, é um período ótimo para o ensino de operações que exigem consciência e controle deliberado. O ensino destas operações impulsiona ao máximo o desenvolvimento das funções psicológicas superiores na altura da sua maturação. Isto se aplica também ao desenvolvimento dos conceitos científicos a que a escola primária introduz as crianças.

Finalizando, a sua “investigação mostra que o desenvolvimento dos alicerces psicológicos necessários para o ensino das matérias de base não precede esse ensino, mas desabrocha numa contínua interação com os contributos do ensino”. (VYGOTSKY, 1991, p.87).

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA, ETAPAS E PROCEDIMENTOS

Neste capítulo descreve-se o contexto e os procedimentos da pesquisa. Inicia-se lembrando a questão de investigação, os objetivos e a metodologia da pesquisa.

A seguir, são explicitados o cenário do desenvolvimento, a descrição dos sujeitos envolvidos e das atividades desenvolvidas a partir do referencial metodológico da Modelagem, em sala de aula.

As atividades são descritas a partir dos registros no diário de campo, elaborado pela professora pesquisadora sob a orientação das etapas propostas por Burak (2012), já descritas no capítulo 2.

3.1 A Questão Problematizadora e os Objetivos

É inegável que a Matemática está presente no dia a dia de todas as pessoas e apropriar-se dela, mais do que necessário, é indispensável.

Por outro lado, os anos de dedicação docente mostraram que, além de não fazer parte do rol das disciplinas preferidas pelos estudantes, muitos adquirem uma disposição a também não gostar do professor dessa disciplina. Outro fator que tem se mostrado preocupante, principalmente nos últimos anos, é o aumento do desinteresse demonstrado pelos estudantes. Esse é um quadro que exige constante esforço para ser revertido.

O que fazer para que aprender Matemática se torne mais atraente? Como tornar o ensino de Matemática mais interessante para os estudantes?

Esta pesquisa se propõe a investigar as ações e interações decorrentes da utilização da Modelagem Matemática, no contexto da Educação Matemática, como possibilidade de mudança desse quadro.

Sob o olhar de um professor, após vivenciar mais de duas décadas de uma forma tradicional de ensino de matemática, o que muda em relação ao uso da Modelagem Matemática? Se ocorrerem mudanças, como elas se evidenciam? Quais aspectos devem ser destacados?

Tais reflexões conduziram à elaboração da seguinte questão: Que ações e

interações, dos estudantes, são identificadas nas atividades de Modelagem Matemática a partir do referencial Vygotskyano?

Para buscar respostas a essa questão, buscamos descrever, por meio de reflexões analíticas, as ações e interações dos estudantes proporcionadas pelas atividades da Modelagem Matemática e estabelecer possíveis relações com a Teoria de Vygotsky.

3.2 Natureza da Pesquisa

Com vistas a investigar as ações e interações, dos estudantes, em atividades desenvolvidas utilizando-se a Modelagem Matemática como metodologia norteadora do processo de ensino e aprendizagem, nas aulas de Matemática, entende-se que a natureza desta pesquisa é de cunho qualitativo. A pesquisa qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), visa compreender o processo mediante o qual pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados, para melhor compreender o comportamento e experiência humanos.

A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento. Como os problemas são estudados no ambiente em que eles ocorrem naturalmente, sem qualquer manipulação intencional do pesquisador, os autores chamam esse tipo de estudo de “Naturalístico”. Assim, a pesquisa Qualitativa ou Naturalística envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada. O contexto de realização desta pesquisa é o ambiente natural de exercício docente, sendo duas turmas de estudantes, dos anos finais do ensino regular, de uma escola pública. Este fato possibilita interagir com os sujeitos de forma natural, não intrusiva e não ameaçadora como alertado pelos autores.

Outra característica apresentada por Bogdan e Biklen (1994) é que os dados coletados são considerados ricos em descrições de pessoas, situações e acontecimentos, são dados da realidade. O pesquisador precisa ficar atento para o maior número possível de elementos presentes na situação estudada, pois um aspecto supostamente trivial pode ser essencial para a melhor compreensão do problema que está sendo estudado.

Os autores aludem ao fato de que a preocupação com o processo é muito maior que com o produto. O significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida

devem se constituir como focos de atenção especial por parte do pesquisador, pois ao considerar os diferentes pontos de vista, os estudos qualitativos permitem iluminar o dinamismo interno das situações, os quais normalmente ficam inacessíveis ao observador externo.

3.3 A Pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma escola pública do município de Araucária, região metropolitana de Curitiba, local de trabalho da professora e pesquisadora: uma escola da periferia do município, que funciona em dois turnos com turmas dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e à noite com Educação de Jovens e Adultos (EJA / anos iniciais), todas pertencentes à rede municipal de ensino.

3.3.1 Os Sujeitos

Foram escolhidas duas turmas sendo uma do nono ano (composta 32 alunos) e a outra do sexto ano (composta por 25 alunos), as quais representam a entrada e saída do ciclo dos anos finais do Ensino Fundamental. De acordo com Alves-Mazzotti (2002, p. 162) a escolha dos participantes é proposital na pesquisa qualitativa, pois, “o pesquisador os escolhe em função das questões de interesse do estudo e também das condições de acesso e permanência no campo e disponibilidade dos sujeitos”. No entendimento da professora pesquisadora, essas são turmas que merecem grande estudo e atenção, pois, são os pólos com maior índice de preocupação: o sexto ano pelo alto percentual de reprovação e o nono ano, pelo desinteresse demonstrado pelos estudantes.

Como comportamento geral, as duas turmas apresentavam características muito diferenciadas. A descrição das turmas será feita de acordo com a percepção da professora e pesquisadora no seu trabalho docente e também no que fora relatado nas reuniões pedagógicas e conversas do dia a dia, com os demais professores que atuavam nas mesmas turmas. Essa descrição diz respeito ao período anterior à realização das atividades de Modelagem Matemática.

O nono ano, normalmente muito apático e desinteressado. A participação dos estudantes no desenvolvimento de atividades era limitada a uma pequena minoria, os demais apenas reproduziam o que era feito. As atividades que os

estudantes mais gostavam de realizar, segundo os próprios estudantes, era copiar atividades do livro. As aulas de matemática, portanto, não eram as preferidas. Seus cadernos, contudo, estavam sempre com todas as atividades “copiadas”. Nesta turma, as atividades foram realizadas em grupos de três ou quatro participantes.

No sexto ano, a característica principal era a agitação. Os estudantes se mostravam participativos, gostavam de auxiliar os professores em tarefas corriqueiras, de fazer registros escritos no quadro de giz, porém eram extremamente agitados e apresentavam dificuldade em concentrar-se nas atividades realizadas. Optou-se, nessa turma, pela realização das atividades com os estudantes reunidos em duplas.

3.3.2 A Coleta de Dados

Considerando a perspectiva de Bogdan e Biklen (1994, p.200) de que, na pesquisa qualitativa, “os detalhes específicos são pistas úteis para a compreensão do mundo dos sujeitos”, foi realizada a coleta de dados.

Os dados, para realização desta pesquisa, foram obtidos por meio dos seguintes instrumentos: 1) registro do desenvolvimento das atividades e das observações realizadas, no diário de campo; 2) coleta de atividades produzidas; 3) depoimentos escritos pelos estudantes.

Observar um fenômeno social significa, segundo Triviños, que determinado evento social, simples ou complexo, tenha sido abstratamente separado de seu contexto para ser estudado, em seus atos, atividades, significado, relações, etc., ou seja, em sua dimensão singular. Dessa forma, individualizam-se ou agrupam-se os fenômenos dentro de uma realidade que é indivisível, fundamentalmente “para descobrir seus aspectos aparentiais e mais profundos, até se captar, se for possível, sua essência numa perspectiva específica e ampla, ao mesmo tempo, de contradições, dinamismos, de relações, etc.” (TRIVIÑOS, 2011, p.153).

Com o propósito de captar a essência e adentrar na profundidade dos aspectos aparentiais, buscando estabelecer significantes e significados nas ações percebidas nos estudantes, foram realizadas as observações.

Nos grupos foram observadas as ações e interlocuções dos estudantes nos momentos em que a presença da professora era solicitada em busca de auxílio, portanto pela participação direta e também, pela participação indireta, observando o

modo pelo qual cada grupo interagiu e desenvolvia as atividades. No diário de campo foi registrado, além das observações, o desenvolvimento das atividades coletivas.

Na sala de aula os registros foram feitos, pela professora pesquisadora, de maneira mais sucinta. Esses breves relatos eram utilizados numa descrição posterior, mais detalhada, que ocorria no final de cada aula quando eram utilizados os registros dos estudantes, em seus cadernos ou nas atividades entregues. Além das descrições, foram registradas também as impressões, dúvidas e reflexões surgidas no decorrer do desenvolvimento das atividades.

No término das atividades, foi solicitado aos alunos o registro de um depoimento sobre o trabalho realizado envolvendo o tema. Foram coletados 30 depoimentos⁷ escritos do nono ano e 22 do sexto ano. Da análise dos depoimentos foram elaboradas categorias e alguns momentos serão trazidos para corroborar ou ilustrar uma exemplificação.

As anotações no diário de campo, o material produzido pelos estudantes e os seus depoimentos, fazem parte do material de análise.

Propõe-se buscar respostas às questões fundamentadoras desta pesquisa, recorrendo aos materiais produzidos pelos estudantes, aos registros no diário de campo realizado pela professora pesquisadora e o referencial teórico apresentado nos capítulos anteriores. Com esses instrumentos, deseja-se “pegar nos objectos e acontecimentos e levá-los ao instrumento sensível da sua mente de modo a discernir o seu valor como dados”. (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p.200).

Tendo em vista o objetivo de identificar ações e interações percebidas durante a realização de atividades com a Modelagem Matemática a luz do referencial teórico de Vygotsky serão descritas, a seguir, duas atividades desenvolvidas por meio da Modelagem.

3.4 Desenvolvimento e Descrição das Atividades

A primeira atividade foi realizada em uma turma de nono ano e a segunda, em uma turma de sexto ano, ambas do Ensino Fundamental da mesma escola.

Como já mencionado, no nono ano, os alunos trabalharam em grupos de três

⁷ Para preservar o nome dos estudantes nos depoimentos, serão utilizados D1, D2, D3,... , D32, não havendo relação com o número da chamada.

ou quatro alunos. Nas turmas de sextos anos o trabalho foi realizado em dupla. Essa divisão foi diferenciada pela própria dinâmica das turmas. No sexto ano, devido à agitação e facilidade de distração, optou-se pelo trabalho em duplas. No nono ano, optou-se em fazer grupos maiores com três ou quatro alunos, com a intenção de dinamizar e “agitar” a turma considerada mais apática e introvertida.

3.4.1 Nono ano: A Primeira Atividade com Modelagem

A primeira atividade vivenciada no âmbito do trabalho docente com a Modelagem deu-se em uma turma de nono ano do Ensino Fundamental. Essa turma, formada por 32 alunos, foi a “escolhida” numa tentativa sócio-afetiva de despertar mais interesse nos estudantes que se mostravam demasiadamente apáticos e desmotivados. Como já relatado:

A turma de 9º ano em que a pesquisa foi realizada compõe-se de 32 estudantes. É considerada, pelo grupo de professores, uma classe tranquila, no entanto, muito apática. Os alunos não são assíduos e também não se empenham em fazer lições de casa. Na escola, gostam de sentar em duplas ou trios para desenvolverem atividades. Mas não se intimidam em pegar um caderno com todas as respostas e copiá-las, somente para cumprir com a obrigação de tê-las registradas, sem a preocupação de entendê-las. Sentindo uma necessidade extrema e urgente de motivar esses estudantes, de fazê-los sujeitos do processo de ensino e aprendizagem, utilizei a Modelagem Matemática como metodologia de ensino. (KACZMAREK, BURAK, 2012).

Os questionamentos sobre a própria postura docente e o desejo de se sentir sujeito mais atuante, no processo de ensino e aprendizagem, aliados à necessidade de tirar os estudantes da inércia intelectual em que permaneciam, foram maiores do que a insegurança e o medo de romper com uma forma usual de ensino.

Foram usadas as cinco etapas sugeridas por Burak (2004) e apresentadas, anteriormente, no capítulo dois: 1) escolha de um tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; 5) análise crítica das soluções.

Para a escolha do tema, foi feita uma proposta aos estudantes para que escolhessem um assunto do interesse deles, sobre o que gostariam de aprender, nas aulas de matemática. Esse questionamento causou espanto em alguns: “Você está louca, professora?” Na opinião deles, o professor era quem deveria decidir isso.

Após insistir sobre a mesma pergunta, as respostas alternaram entre “nada”,

“não sei” e “qualquer coisa”. Então foi pedido que cada aluno dissesse o que mais gostava de fazer. As repostas foram: jogar videogame (6), ouvir música (5), dormir (6), assistir TV (5), ficar no computador (4), não fazer nada (5) e comer (1).

Foi pedido a eles que se reunissem em grupos de três ou quatro participantes para fazer uma apresentação na sala, para os colegas, sobre o que mais gostavam de fazer. Imediatamente a turma se agitou para formar os grupos, quase sem prestar atenção no que foi solicitado.

_ Mas sobre o quê, professora?

_ O que a gente deve fazer?

Todos ficaram agitados e queriam que fosse decidido pela professora sobre qual assunto deveriam apresentar. Pediram nova votação, mas nessa votação eles se mostraram mais pensativos e apenas três temas apareceram: música, futebol e comida.

Na aula seguinte, aconteceram as apresentações. Os temas apresentados pelos estudantes foram música e futebol, o grupo que escolheu o tema comida acabou desistindo deste tema. Fizeram uso de músicas, vídeos, cartazes, desenhos, todos com muita criatividade, porém pouca explanação oral.

Após cada apresentação, os grupos que assistiam, faziam uma avaliação escrita dizendo o que mais gostaram ou não em cada apresentação e que nota de 0,0 a 2,0⁸ dariam ao grupo.

Terminadas as apresentações, os comentários escritos pelos grupos foram lidos e alguns debates surgiram sobre as questões apresentadas. A turma concluiu que as apresentações que mais atraíram a atenção de todos foram sobre futebol. Algumas questões foram surgindo: todos gostam de futebol? Quais os times de maior torcida? E na sala de aula? Qual aluno da turma já tinha assistido a um jogo em um estádio? Existia algum estádio no município? Quais as diferenças entre um campo e uma quadra para jogar futebol? Quem na turma já conhecia um estádio? Qual era o tamanho oficial de um campo de futebol?

Na aula seguinte, iniciou-se a pesquisa exploratória: todos os grupos deveriam pesquisar as medidas oficiais de um campo de futebol, fazendo o croqui de um campo.

Foi observado que mesmo sendo solicitada apresentação dos croquis por

⁸ Valores utilizados nas atividades avaliativas (somatória).

grupos, apenas três estudantes (de grupos diferentes) não haviam feito a atividade individualmente. Fato este que já mostrou o envolvimento da turma. Outro motivo de entusiasmo e alvoroço se deu pelo fato de que alguns alunos tinham usado medidas diferentes uma vez que é considerado um tamanho mínimo e um máximo para o comprimento e largura, não existindo uma única medida oficial.

Como nenhum dos estudantes dessa turma já tinha ido a um estádio, foi sugerido por um aluno que a turma fosse até a quadra esportiva para medi-la e para poder comparar as medidas entre a quadra e o campo oficial. A idéia foi aceita também com muito alvoroço (as aulas de matemática habitualmente eram na própria sala ou raramente, no laboratório de informática). A turma foi à quadra.

Alguns estudantes usaram régua, outros passos, outros pés, para obter as medidas. Outro lembrou uma régua de madeira, maior que as que eles possuíam que fora usada em algumas aulas e pediu emprestada. Uns observavam aos outros para ver se alguém tinha uma idéia melhor.

Quando o primeiro grupo terminou, foi questionado pelos colegas porque só haviam medido metade da quadra. Ao darem a resposta que “a outra metade era igual, deveria ter a mesma medida” alguns saíram explicando para os outros que não precisariam medir o restante da quadra. Alguns alunos se dirigiram à professora para confirmar a possibilidade de não precisar medir o outro lado da quadra.

Na sala novamente, iniciou-se o levantamento do problema. A turma foi questionada sobre o que fazer com os dados obtidos e um dos estudantes sugeriu que fosse feita uma comparação do tamanho da quadra e do campo oficial. Os grupos se reuniram com o objetivo de calcular a diferença entre a quadra da escola e o campo oficial, considerando as medidas máximas. Nos cálculos encontraram muita dificuldade nas operações com números racionais decimais. A presença da professora nos grupos para auxílio nos cálculos foi muito solicitada, o que gerou muito barulho.

Havia pequenas diferenças, nas medidas do comprimento e da largura da quadra, encontradas pelos grupos: 30,25m x 16m; 30,16m x 14,45m; 29,88m x 16,96m. As diferenças entre as medidas do campo oficial e da quadra foram calculadas pelos alunos, mas ao perguntar, em um dos grupos, quanto 89,75m representava em relação à distância entre dois pontos, eles não sabiam aproximar.

As medidas do comprimento e da largura da quadra, das medidas máximas

oficiais e as diferenças encontradas pelos grupos⁹ foram escritas no quadro em forma de tabela e com o uso de calculadora, foram feitas as intervenções e correções sobre os cálculos das diferenças encontradas. Também se aproveitou o momento para o trabalho da leitura correta das medidas, operações com decimais e uso da vírgula na calculadora.

Outra questão surgiu nos debates, no decorrer das atividades: quantas quadras caberiam dentro de um campo oficial?

Para resolução do problema e desenvolvimento das atividades, cada grupo deveria usar as medidas encontradas para descobrir quantas quadras caberiam dentro de um campo.

Um aluno¹⁰ falou:

- Já sei: *basta dividir o comprimento do campo pelo comprimento da quadra.*

(A1)

_ *E a medida do outro lado?* (A2)

_ *Também dividimos.* (A1)

_ *E se os resultados forem diferentes?* (A3)

_ *Vamos dividir pra saber. Podemos usar a calculadora?* (A2)

Os grupos dividiram.

Utilizando as medidas de um dos grupos, foram anotados os registros das divisões no quadro. Em seguida, foi perguntado aos alunos o que o resultado de cada uma representava.

_ *Cabem quase quatro comprimentos e mais de cinco larguras da quadra no campo.* (A4)

_ *E o que queremos saber?* (professora)

_ *Quantas quadras cabem no campo?* (A5)

_ *Podemos dar a resposta que estamos procurando?* (professora)

_ *Temos que usar o espaço dentro do campo.* (A5)

_ *Professora, isso não é área?* (A5)

_ *Claro, temos que dividir as duas áreas.* (A 6)

Alguns alunos perguntavam se para saber a área deveriam multiplicar ou

⁹ Optou-se pelo trabalho de cada grupo com a medida encontrada para garantir que um grupo não buscasse no outro respostas prontas. As diferenças foram discutidas e constatadas pelos discentes, como encontradas pela falta do uso de uma medida e de um instrumento padrão.

¹⁰ Para garantir o anonimato dos estudantes utilizou-se convencionar chamá-los A1, A2, A3, A4, ..., A32, não havendo correspondência com o número da chamada.

somar as medidas (confusão entre os conceitos de perímetro e área de uma figura geométrica plana).

Para tentar esclarecer essa dúvida foi pedido que cada estudante recortasse um retângulo, de tamanho diferente do colega do grupo, em um papel quadriculado. Em seguida descobrissem quantos quadradinhos havia dentro dele.

Após os comentários, esclarecimento de dúvidas e as explicações foram pedidos aos estudantes que transformassem os retângulos em dois triângulos idênticos e em seguida foi perguntado qual seria então a área de cada triângulo.

Foram construídos os modelos matemáticos das áreas do quadrado, retângulo e triângulo. Perguntado aos alunos quem lembrava já ter usado alguma delas, 23 alunos levantaram a mão.

Muitos assuntos surgiram nas aulas posteriores: operações, principalmente com números racionais decimais, simetria, comparações, aproximações, cálculos envolvendo circunferências, triângulos, perímetros e áreas, todos surgidos a partir das questões iniciais: Quantas quadras caberiam dentro de um estádio de futebol?

A maior dúvida docente, nesse momento, referente ao uso da modelagem, era sobre o fato de que um assunto dava início ao outro. Isso estava correto? Não deveria ser programado antecipadamente o tempo para cada atividade? Até quando as atividades se desenrolariam? Havia se perdido o controle das aulas?

A resposta sobre o número de quadras que caberiam dentro de um campo oficial de tamanho máximo, foi de 22 para a maioria dos grupos.

Como análise crítica das soluções, podemos registrar que muitas questões foram aparecendo no desenvolvimento da atividade e que avançaram as dimensões de um campo de futebol: à distância percorrida por um jogador durante 90 minutos de jogo e as profissões que mais exigem condicionamento físico, o preço do ingresso para assistir um jogo de futebol e o valor de um salário mínimo, o salário dos jogadores e o salário de um trabalhador comum, as atividades voluntárias beneficentes desenvolvidas por alguns jogadores e o mau comportamento de outros.

Uma das alunas disse ao final de uma aula que já estava cansada de tanto falar em futebol. Um colega respondeu que só um burro não gostava de falar sobre isso. Surgiu entre os dois colegas uma discussão em torno de se saber quem, na sala, concordava com um ou com outro. E na escola?

Com a idéia de se fazer uma pesquisa na escola, outras questões foram levantadas: qual seria o time vencedor no Campeonato Brasileiro de Futebol, o

“Brasileirão”? Qual o time com maior torcida na escola? Foi organizada uma pesquisa com 10 perguntas e com visitas em todas as nove turmas do bloco dos anos finais do Ensino Fundamental.

As questões usadas nas entrevistas, elaboradas pelo coletivo, na sala de aula foram as seguintes:

- 1) Você gosta de futebol? () sim () não
- 2) Você acha que o futebol é uma maneira de tirar /evitar que os jovens se percam nas drogas? () sim () não
- 3) Você concorda com os investimentos na copa-2014? () sim

Se acha que se deveria investir mais na saúde, educação e outros () não

- 4) Idade-
- 5) Cidade onde nasceu-
- 6) Time preferido-
- 7) O que influenciou a “escolha do time”?
- 8) Nome de um jogador-
- 9) Nome de um estádio-
- 10) Palpite para o campeão 2012-

Ao entrar nas salas, com as devidas autorizações dos professores regentes, cada aluno dirigia-se a um estudante da sala e entrevistava-o. Após percorrer todas as salas, os grupos tabularam os dados. No laboratório de informática, foram construídos gráficos referentes às respostas obtidas pelos grupos.

3.4.2 Sexto Ano: A Segunda Atividade com Modelagem

Na turma de sexto ano, foi perguntado aos estudantes as diversas situações nas quais poderíamos usar Matemática. Um aluno dizia uma palavra e os outros diziam como a Matemática estava ali presente. Surgiram palavras como “banho”, por exemplo. Então todos iam complementando: conta de luz, conta de água, quantidade de água, tempo gasto, chuveiro, preço do chuveiro, etc. Depois de algumas palavras ditas com uma chuva de respostas, os estudantes tentavam encontrar uma palavra em que os demais não conseguissem encontrar o uso da Matemática, como por exemplo, “sentar”. Após um rápido silêncio, as respostas surgiam: comprar uma cadeira custa dinheiro, podemos medir a cadeira, o tempo que sentamos... Havia um silêncio seguido de grande agitação em todo o momento

como se fosse uma grande brincadeira.

Foi perguntado se havia Matemática em tudo, até mesmo nas coisas que eles mais gostavam de fazer. Um a um, os alunos foram dando suas respostas, as quais foram escritas no quadro. Entre as respostas, do que eles mais gostavam, apareceu videogame, skate, futebol, humor e celular. Eliminando as palavras com menor número de respostas, uma segunda votação foi feita para definir apenas um desses temas; o vencedor foi o videogame.

Então foi solicitado que os alunos sentassem em duplas e escrevessem uma situação-problema referente ao tema escolhido. Como atividade, os alunos deveriam pesquisar nome e preços de algum videogame. A maioria deles se manifestou dizendo que já sabia o nome e até o preço que foi pago no videogame que haviam ganhado ou gostariam de ganhar.

Na aula seguinte, as questões elaboradas pelos alunos começaram a ser lidas para todos, sem dizer inicialmente de quem eram as questões elaboradas por eles. Depois era feita a resolução no quadro de acordo com o que estava resolvido na própria atividade. As resoluções eram discutidas e os alunos levantaram outras sugestões de resolução e de questões que poderiam ser levantadas em cada problema apresentado.

Os alunos começaram a perceber que as questões eram suas e dos colegas e começaram a pedir para que fosse lida a questão que o seu grupo tinha elaborado.

_ Essa resposta está certa? Como você "A1" faria?

_ Tem certeza que está errada? Por quê? Como você faria?

Se alguma questão estava resolvida errada, quando começava a discussão sobre ela, após alguns questionamentos, o grupo se adiantava para dizer que tinha cometido algum erro. Então era solicitado que um deles refizesse no quadro.

As situações elaboradas por eles apresentaram variedade nas operações a serem utilizadas, como por exemplo:

Problema 1: *Patrik comprou um jogo de zumbi. Ele precisava matar 400 zumbis, mas só conseguiu matar 262. Quantos zumbis faltam?*

Problema 2: *Num jogo de videogame uma fase completa equivale a 150 pontos. Quantos pontos eu farei se completar 10 fases?*

Problema 3: *Em um jogo de videogame, Mário acertou 15 em 20 tentativas. Escreva na forma irredutível a fração que representa as jogadas que Mário acertou. (atividade similar ao do livro didático)*

Problema 4: *Jorge adora jogar videogame e sua mãe disse que ele só podia jogar $\frac{3}{5}$ de seus jogos. Quantos jogos, Jorge pode jogar?*

Problema 5: *Mariana juntou no seu cofrinho R\$350,00 e foi na loja comprar um videogame e ele custa à vista R\$258,00. Quanto ainda sobrou para Mariana?*

Em uma das folhas de atividades entregues, um problema que fora escrito e riscado chamou a atenção: *Lucas jogou $\frac{3}{9}$ dos jogos, depois $\frac{4}{9}$ e mais $\frac{5}{9}$. Quanto Lucas jogou?* Foi perguntado à dupla por que haviam riscado o problema. Um dos alunos disse que ele não dava certo.

_ Por quê?

_ Porque “em cima” (numerador) passa de nove.

Foi solicitado que todos os alunos copiassem o problema no caderno e tentassem resolver. Eles afirmavam que não dava pra resolver. A frase “pense bem” foi repetida várias vezes. Então, iniciou-se um silêncio.

Após alguns segundos de silêncio, um aluno após outro, começou a trazer o caderno perguntado se o que fez estava certo. A resposta encontrada era $\frac{12}{9}$. Insistiam:

_ Como isso está certo? Ele só tem nove jogos.

Alguns arriscaram:

_ Só se ele roubou três.

_ Se ele roubou três, é dele, então não está certo do mesmo jeito.

Foi perguntado se alguém poderia jogar doze jogos diferentes tendo apenas nove.

_ Ah! Já sei: ele tem nove jogos e emprestou três, então jogou doze jogos.

O estudo sobre adição e subtração de números racionais fracionários, foi dessa maneira, ampliado.

Os demais problemas também foram resolvidos no quadro juntamente com a classe e depois, analisadas as respostas. Quando erradas, as próprias duplas diziam o que haviam feito e por que erraram. Outras perguntas eram sugeridas para os problemas.

Retomamos a pesquisa sobre preços e nomes de videogame e um aluno perguntou se a professora já havia jogado e qual jogo. Após a resposta, esse aluno perguntou à classe:

_ Será que a professora conseguiria ganhar de alguém daqui da sala? (Risos)

Foi iniciada a elaboração de uma situação problema de forma coletiva, escrita

no quadro e copiada pelos estudantes, da qual nasceu o seguinte problema:

Derli¹¹ estava jogando Super-Mario.

Moedas = valor 7

Cogumelo = valor 15

Maçã = valor 17

Quantos pontos ela fez se pegou 10 moedas, 2 cogumelos e 28 maçãs?

Após a resolução feita pelas duplas, a história continuou:

O (A) 'Aluno'¹² *pegou 35 moedas, 3 cogumelos e 12 maçãs. Quantos pontos ele fez? Quem ganhou? Qual a diferença entre os pontos?*

Como o resultado não foi favorável aos alunos, eles pediram para que o problema continuasse, sugerindo uma quantidade maior aos objetos com valor maior a eles, até que conseguissem ganhar da professora. Assim foi feito.

Quando acabadas as leituras e correções um aluno sugeriu que agora deveríamos jogar videogame, já que era a atividade ganhadora na escolha.

_ Como vamos jogar se não temos um videogame? (Professora)

_ Eu trago o meu, professora.

_ E só você vai jogar? E nós? E se estragarmos o seu videogame? Vamos imaginar que decidimos comprar um videogame para jogar na escola. Quanto custa?

(Professora)

_ Mil e pouco.

_ Quinhentos reais.

_ Duzentos e pouco.

_ Dois mil e seiscentos reais.

_ O preço depende do quê? (Professora)

_ Da marca, novidade, lançamento...

_ Qual é o mais caro? E mais barato?

_ X-Box, Play 3. (Outros nomes)

_ Minha mãe comprou um pra mim e pagou R\$1600,00.

_ Profe, vamos comprar um Play 2 que custa R\$ 340,00 e pronto!

_ O que acham, pode ser? (Concordaram) Mas como vamos pagar?

(Professora)

_ Minha mãe vende coxinhas, a gente poderia vender.

¹¹ Foi sugerido o nome da professora

¹² Cada aluno usou o seu nome.

_ *Vamos limpar quintal; fazer um bazar; fazer algum serviço.*

_ *Vamos fazer um bazar ou catar papel e latinhas.*

_ *Latinhas dá mais dinheiro.*

Hipoteticamente nasceu a idéia da compra de um aparelho de videogame e das suas experiências de vida surgiram sugestões de como se conseguir, também hipoteticamente, o dinheiro necessário.

Ficou decidido que, a melhor maneira de se conseguir o que se desejava era juntar e vender latinhas.

A turma resolveu comprar um videogame Play Station II que custava R\$340,00. A turma estava com 24 alunos presentes neste dia.

Algumas questões foram escritas e coletivamente foram sendo resolvidas.

a) *Se cada aluno contribuir com o mesmo valor, quanto cada um terá que pagar?*

Os alunos efetuaram a divisão de 340 por 24, encontrando 14. Como estavam em duplas, foi possível acompanhar os resultados alertando àqueles que erraram para que refizessem. A divisão foi registrada no quadro com o auxílio de todos, seguida da solicitação de que os alunos fizessem a prova real da divisão, multiplicando 14 por 24. Como o resultado não era o valor de 340, chegou-se a conclusão de que era necessário dividir 4 (resto) por 24, porque ainda faltariam R\$4,00 para que se conseguisse o valor para a compra do videogame. Dessa forma os alunos entenderam a necessidade de continuar a divisão (introdução do conteúdo de operações com números racionais decimais).

Com os devidos cálculos, chegou-se à conclusão que cada aluno teria que dispor de R\$14,16 e ainda faltariam R\$ 0,16. Com entendimento de que não se poderia mais dividir R\$ 0,16 por 24 alunos, a sugestão da turma foi que cada um teria que arrecadar R\$14,20.

Efetuando novamente a prova real, no quadro, os alunos perceberam que desta vez sobraria R\$ 0,80.

_ *Quem ficará com o dinheiro restante? (Professora)*

_ *Você compra balas pra nós! (Alunos)*

_ *Será que vou conseguir comprar 24 balas com R\$ 0,80? (Professora)*

_ *Se não der, você paga o que faltar, já que você não irá ajudar pra juntar o dinheiro. (Alunos).*

(Todos riram, alguns disseram que preferiam chicletes).

Houve uma rica discussão sobre os valores encontrados.

A ideia de juntar latinhas ensejou muitas discussões, pois muitos moradores da região são catadores, outros usam a reciclagem para melhorar a renda.

Foi retomada a questão problematizadora – compra de um videogame com a participação dos alunos na elaboração.

*b) Resolvemos juntar latinhas para vender. Se 1 kg de latinhas (60 latas) é vendido por R\$ 1,20, quantos quilos de latinha nós teremos que juntar?*¹³

Os estudantes sugeriram que fosse dividido R\$ 340,00 por R\$ 1,20. Essa divisão foi feita no quadro para iniciar a construção do entendimento para esse tipo de divisão. Com o resultado encontrado foi 283,3 a turma sugeriu que fosse respondido que teriam que arrecadar 284 kg de latinhas. Todos acharam que era uma quantidade muito grande, mas um deles sugeriu que fosse dividido para que todos tivessem que arrecadar a mesma quantidade. Foram realizadas as duas divisões utilizando-se 283,3 por 24 e também 284 por 24 para se trabalhar com a prova real e estimativa. Como resultados foram encontrados 11,80 kg e 11,83 kg. Houve também a sugestão de usar como resposta 12 kg. Foi realizada a prova real com todos os valores. Foi respondido que cada um teria que juntar 12 kg de latinhas.

Para finalizar, foi perguntado pela professora:

_ Que outra questão nós poderíamos descobrir? (professora)

Depois de algum tempo em silêncio, com a sugestão dada, foi elaborada a seguinte pergunta:

c) Se cada um juntar 12 kg de latinhas, quantas latinhas serão?

A resposta para essa questão foi respondida sem auxílio da professora: cada aluno teria que juntar 720 latinhas.

Um aluno completou dizendo que durante um ano todo ele teria que juntar duas latinhas por dia, incluindo sábados e domingos. Outro disse que colocava areia dentro da latinha, antes de amassá-la para que ela ficasse mais pesada. Tais situações mereceram outras discussões¹⁴.

Essa atividade durou duas semanas, ou seja, 8 aulas. Como os estudantes ficavam em duplas, havia grande agitação durante a elaboração das questões, mas muita concentração durante as resoluções.

¹³ Os valores referentes quantidade de latinha necessária para se ter 1 kg (60 latinhas) e o valor pago (R\$ 1,20) foi informado pelos estudantes.

¹⁴ As discussões decorrentes dessas expressões dos alunos serão abordadas na análise dessa atividade, no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Neste capítulo será apresentada a análise referente aos dados coletados no desenvolvimento das atividades, descritas no capítulo anterior, na perspectiva de Bogdan e Biklen (1994). Com vistas aos objetivos propostos, serão apresentadas as ações e interações vivenciadas entre os estudantes sob a observação e participação da professora e pesquisadora, mediadas pela Modelagem Matemática e fundamentadas na teoria de Vygotsky (2010; 2007; 2004; 1991; 1988).

4.1 Análise da Primeira Atividade com Modelagem: 9º Ano

Como primeira atividade em sala de aula com o uso da modelagem, houve uma dificuldade inicial no que diz respeito à elaboração da questão central, face às diversas questões propostas pelos estudantes. De fato, esse seria o ponto principal. No entanto, discutir questões levantadas pelo grupo de alunos não era uma dinâmica usual, as questões a serem estudadas, eram previamente decididas pela professora, isso causou certo desconforto inicial.

Outro ponto a ser considerado, talvez pela própria inexperiência ao uso da Modelagem, foi o tempo despendido às atividades. Pois, respondida uma questão, outra era iniciada automaticamente, gerando certa insegurança ao fato de se estar ou não desenvolvendo a Modelagem de forma mais ou menos apropriada.

Essas e outras dúvidas foram relatadas ao professor orientador, o qual afirmou que com o uso frequente da Modelagem certas dúvidas iriam se dissipando e o interesse da turma sobre o assunto é que determinaria, em última instância, o tempo de duração de uma atividade.

A Modelagem Matemática, na visão de Burak (2010, p.36) “satisfaz as necessidades de um ensino de matemática, mais dinâmico, revestido de significado nas ações desenvolvidas, tornando o estudante mais atento, crítico e independente”. Ao mesmo tempo, segundo o autor, favorece a construção do conhecimento matemático pelas inúmeras possibilidades de um mesmo conteúdo ser visto várias vezes no decorrer do desenvolvimento de um tema.

Sob o olhar da Teoria de Vygotsky, o professor tem o papel de mediador e

possibilitador das interações entre os estudantes e o objeto de conhecimento. Cabe a ele a promoção de situações que incentivem a curiosidade e permitam o aprendizado dos estudantes.

Um fator a ser considerado é o que Vygotsky chama de zona de desenvolvimento proximal, percebido durante os diálogos de medição da quadra e no momento de tabulação dos dados referentes às entrevistas dos estudantes para elaboração dos gráficos. A proximidade com os estudantes, durante a realização das atividades, possibilitou a observação de situações de troca e de auxílio, além do limiar de cada estudante, para mediação do professor na construção de conceitos. É o que se evidencia na conversa entre colegas dos grupos: *“precisamos conferir o número de sim e de não das entrevistas para ver se tem o total de entrevistas (grupo 1); cara, essa tua vírgula está no lugar errado, você escreveu 26,0 m e é 2,60m. A altura da trave é um pouco menor que a altura dessa sala e 26 m sei lá, acho que é um prédio (grupo 2).*

Nas duas situações, podemos recorrer ao conceito de zona de desenvolvimento proximal, conforme Vygotsky. Para um dos estudantes, o estabelecimento de igualdade entre o número de entrevistados e respostas já faz parte do seu nível de desenvolvimento real. Porém, para o outro, representa um nível a ser atingido sob a colaboração de um companheiro mais “capaz”. O mesmo acontece em relação à altura da trave. Não se trata de apontar um erro do colega ou simplesmente comparar as resoluções, é preciso ter desenvolvido conceitos para estabelecer relações entre o conjunto universo de entrevistados e os dados escritos assim como, no outro caso, estimar a distância da medida registrada para relacioná-la com o objeto real.

Tal diálogo dificilmente seria observado em uma aula direcionada de uma forma tradicional, pois, o que se observa é que os mesmos alunos se destacam dando sugestões e respostas no desenvolvimento de atividades coletivas. Através destes diálogos, observam-se os níveis que precisam de intervenção em cada um dos estudantes.

Segundo Vygotsky (2007), o caráter transitório do pensamento do adolescente torna-se particularmente evidente quando observamos o funcionamento real dos conceitos acabados de adquirir. O adolescente formará e utilizará muito corretamente um conceito numa situação concreta, mas sentirá uma estranha dificuldade em exprimir esse conceito por palavras e a definição verbal, em muitos

casos, será muito mais restritiva do que seria de esperar pela forma como o adolescente utilizou o conceito. Vale lembrar que a Modelagem Matemática favorece a elaboração de conceitos, pois, “a construção do conhecimento matemático é favorecida pelas inúmeras possibilidades de um mesmo conteúdo ser visto várias vezes no decorrer do desenvolvimento de um tema”. (BURAK, 2010, p.36).

O favorecimento da troca e da colaboração entre os estudantes, propiciada pela Modelagem Matemática é também uma categoria presente nas manifestações dos estudantes, como em D5, ao afirmar que: “... *foi uma coisa muito diferente e interessante e tivemos todos juntos e unidos para que pudéssemos medir a quadra e eu gostei muito de trabalhar uma coisa diferente...*”.

Compreende-se que o favorecimento da troca e da colaboração se dá por meio do diálogo. A linguagem, como necessidade da vida social, é consolidada na interação produzindo e expressando sentidos e significados, e por essa razão: habilita as crianças a providenciarem instrumentos auxiliares na solução de tarefas difíceis, a superar a ação impulsiva, a planejar uma solução para um problema antes de sua execução e a controlar seu próprio comportamento. Signos e palavras se constituem para as crianças, primeiro e acima de tudo, como um meio de contato social com outras pessoas. (VYGOTSKY, 1991).

O D4, por exemplo, afirmou que perdeu a vergonha falando de um assunto que agrada a todos. Em nossas observações, registramos o isolamento de alguns alunos do grupo que não queriam sair da sala para entrevistar as outras turmas. Esse aluno (D4), habitualmente muito tímido, não queria entrar na turma em que foram realizadas as primeiras entrevistas afirmando que tinha vergonha. Foi então, encorajado pela professora a procurar um amigo, colega, conhecido ou alguém que também estivesse isolado, porque ninguém o conhecia para ser entrevistado. O aluno parou na porta discretamente e disse que conhecia um dos meninos daquela sala e que era seu vizinho: foi o seu primeiro entrevistado. Na mesma sala, o D4 fez também a sua segunda entrevista. Nas outras turmas, passou a agir da mesma maneira: da porta olhava para a turma (parecia procurar um conhecido) e entrava.

Primeiramente entende-se que a metodologia possibilitou a oportunidade de fazer um trabalho diferenciado. O aluno mostrava-se tímido, mas pela dinâmica da atividade de Modelagem Matemática, superou, ao menos naquele momento, a timidez conforme relatado pelo D4: “*Eu achei interessante essas pesquisas, porque eu perdi a vergonha e conheci melhor as pessoas, falando de um assunto muito bom*”.

que é o futebol que é a paixão dos brasileiros”.

Vamos adentrar na “vergonha” declarada pelo aluno, pelo âmbito da comunicação. Relembrando os estudos de Pimentel (1999), a noção de internalização se dá no processo dialógico, que permeia os encontros intersubjetivos, considerando como “linguagem” todo e qualquer tipo de sistema de sinais linguísticos capaz de produzir comunicação humana. A comunicação vivenciada e relatada pelo estudante pode então, ser caracterizada como o instrumento primordial de mediação entre o social e o individual. Evidencia-se assim, que a comunicação, na atividade em grupo, propiciada pela **Modelagem Matemática**, representou uma ação primordial de **mediação entre o social e o individual**.

Para Vygotsky (2007), a sociabilidade da criança é o ponto de partida de suas interações com o entorno. O espaço escolar é um dos cenários onde as crianças e, no nosso caso, adolescentes, exercitam a sociabilidade. A linguagem, como necessidade da vida social é consolidada na interação produzindo e expressando sentidos e significados como se constata na manifestação de D9: *“treinamos a conversação, como se fosse para vender algo às pessoas que você não conhece”*.

O depoimento do aluno D9 nos remete ao depoimento de D4: ao vencer a timidez para entrevistar os colegas da escola, o estudante desenvolvia e “treinava” a conversação, o que pode ser considerado um indicador de sucesso no que se refere à apropriação da linguagem. Como citamos anteriormente, a linguagem constitui-se no instrumento semiótico mais desenvolvido e que a apropriação e o domínio, desse e de outros instrumentos de mediação, pelo estudante, são indicadores de sucesso, pois representam fonte de desenvolvimento. Esse é um fator de grande relevância para nós educadores e como se observa, foi favorecido pela Modelagem.

Os depoimentos dos estudantes mostraram aquilo que na Modelagem Matemática se apresenta como um dos pontos fortes dessa metodologia: a interação entre alunos pertencentes a cada grupo, alunos dos diversos grupos e professor da classe. No caso em análise, identificou-se também a interação com os alunos de outras turmas da escola.

No âmbito da aprendizagem a interação é tratada por Vygotsky. Sua importância decorre de, como afirma Camargo (1999, p.67), “O homem se torna sujeito da história, parte integrante do grupo social ao qual pertence na medida *em que participa ativamente dele*”. Como a seguir, no depoimento de D5, *“Estivemos*

todos juntos e unidos para que pudéssemos medir a quadra”, estabelecendo interações com seus pares; trocando informações e conhecimentos; negociando significados, sentidos atribuídos aos fatos, objetos e pessoas com as quais convive. Isso também se verifica no depoimento de D8 quando manifesta: *“Eu gostei muito na hora que saímos da sala para ver o que os outros alunos achavam sobre futebol, isso distraiu muito e juntou duas coisas futebol com matemática”*. Verifica-se nitidamente a dinâmica troca de informações, entre os estudantes, bem como o sentido atribuído ao fato relacionado sobre futebol, além da troca de informações em relação aos times de futebol. A interação favorecida nas atividades de Modelagem permitiu também estabelecer uma visão que supera a disciplinar, tão comum e constante nas aulas atuais.

Sob o ponto de vista da Modelagem Matemática, a interação ocorre pela forma de organizar a dinâmica do trabalho em grupos, geralmente grupos de 3 a 4 participantes, ou de outras formas, como nas turmas do 6º ano, em que pelas circunstâncias e características dos estudantes, optou-se pela organização em duplas. Ainda sob o ponto de vista da teoria de Vygotsky a interação se completa no espaço escolar.

Segundo diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p.43), como incentivador da aprendizagem, o professor estimula a cooperação entre os alunos, tão importante quanto à própria interação adulto/criança. A possibilidade de confrontação daquilo que cada estudante pensa com o que pensam os colegas, seu professor e demais pessoas com quem convive, conforme descrito por D15 *“... só não achei legal, porque meu time não apareceu muito nessa pesquisa, achei legal também porque deu pra saber que time mais é torcido na escola e tal”*, e reafirmado por D16 *“... interessante saber o que os alunos acham sobre os assuntos pesquisados por nós”*, é uma forma de **oportunizar**, aos estudantes, a formulação de argumentos (dizendo, descrevendo, expressando), de comprová-los (convencendo, questionando) e de compará-los. Além da interação entre professor e aluno, a interação entre alunos desempenha papel fundamental na formação das capacidades cognitivas e afetivas.

Conclui-se, inicialmente, que as atividades de Modelagem Matemática ensejam uma dinâmica, constituída pelas ações e interações, diferente das usuais em aulas de Matemática. Essa dinâmica atrai a atenção e o interesse dos estudantes, pois, a eles é deliberada a escolha do tema, bem como, a escolha dos

grupos e das estratégias e ações que darão início às atividades. Portanto, entende-se que o fator de maior relevância nas ações e interações dos estudantes, nesta pesquisa, perpassa pelo interesse, o qual, possibilitado pela Modelagem Matemática, notoriamente teve papel central.

Sob o olhar de Vygotsky, o professor tem o papel de mediador e possibilitador das interações entre os estudantes e o objeto de conhecimento. Cabe a ele a promoção de situações que incentivem a curiosidade e permitam o aprendizado, ou seja, que despertem o interesse dos estudantes.

O interesse tem sido objeto de investigações por pesquisadores das mais diversas áreas. De pensadores como Ebbinghaus (1885/1964) e James (1890), educadores e psicólogos como Dewey (1913), Claparèd (1905), Arnold (1906), Fryer (1931) e Barlett (1932) aos atuais como Krapp, Hidi, Renninger (2004), segundo os quais, “o construto do conceito de interesse vem sendo investigado como uma variável motivacional”. (NEVES, 2013, p.4).

Neste viés, Hidi e Renninger (2006) citado por Arruda; Passos e Fregolente (2012) propõem um modelo de quatro fases sobre o desenvolvimento do interesse, que pode ser adaptado para uma situação de pesquisa: (i) uma situação de interesse é inicialmente disparada pelo ambiente (motivação); (ii) a situação de interesse é mantida por meio de tarefas significativas e envolvimento pessoal (sustentação externa); (iii) emergência do interesse individual (mobilização); (iv) desenvolvimento do interesse pessoal, com envolvimento do sujeito em atividades de longo prazo, utilizando métodos sistemáticos de questionamento e busca de respostas (aprendizagem autônoma).

Embora se entenda, assim como os autores, que “a motivação ou a mobilização são conceitos-chaves para explicar o engajamento desse indivíduo em uma ação” será utilizada, neste momento, a distinção de que “a mobilização implica mobilizar-se (“de dentro”), enquanto a motivação enfatiza o fato de que se é motivado por alguém ou por algo (“de fora”). (CHARLOT, 2000, p.55 apud ARRUDA; PASSOS; FREGOLENTE, 2012, p.29).

Para nos auxiliar na condução das análises, das ações e interações decorrentes do trabalho pedagógico desenvolvido por meio da Modelagem Matemática, à luz do referencial Vygotskyano, faremos uso do modelo de quatro fases do desenvolvimento do interesse de Hidi e Renninger (2006) citado por Arruda; Passos e Fregolente (2012), na perspectiva de encontrar significantes que

evidenciem o interesse dos estudantes, em seus depoimentos, a partir da dinâmica diferenciada nestas aulas.

Ao estudar o papel do brinquedo no desenvolvimento intelectual das crianças, Vygotsky (2010) chama a atenção para o fato não podermos ignorar as necessidades e os incentivos eficazes para colocá-las em ação, sob o risco de nunca sermos capazes de “entender seu avanço de um estágio do desenvolvimento para outro, porque todo avanço está conectado com uma mudança acentuada nas motivações, tendências e incentivos”. (VYGOTSKY, 2010, p.108). Entendemos que essa necessidade se estende à toda vida escolar.

Da mesma forma, Vygostky (1991) nos lembra que em todas as frases ditas na vida real, existe algum tipo de subtexto, ou seja, um pensamento por detrás delas. Assim, “o pensamento propriamente dito é gerado pela motivação, isto é, por nossos desejos e necessidades, nossos interesses e emoções”. (VYGOTSKY, 1991, p. 129).

Será analisado, então, em que reside o foco de interesse nas ações e interações dos estudantes, a partir das expressões ou palavras encontradas pela professora pesquisadora, explícita ou implicitamente, nos depoimentos e nas observações realizadas. Essas palavras ou expressões serão denominadas significantes. Mesmo considerando a interdependência entre os significantes, eles serão agrupados por categorias e subdivididos entre as quatro fases para o desenvolvimento do interesse, anteriormente citadas: 1) Motivação (ambiente); 2) Sustentação Externa (tarefas significativas); 3) Mobilização (emergência do interesse pessoal); 4) Aprendizagem Autônoma (desenvolvimento do interesse pessoal).

A partir de um quadro, elaborado pela professora pesquisadora, no qual os significantes foram entendidos como **resultantes de uma ação ou da interação**, serão analisados, segundo os depoimentos dos estudantes, o que gerou e manteve o interesse dos mesmos, durante a realização das atividades. E, nesse contexto, serão estabelecidas as possíveis relações com a Teoria Vygotskyana.

Para Vygotsky (1991) “por trás de cada pensamento há uma tendência afetivo-volitiva, que traz em si a resposta ao último “por que” de nossa análise do pensamento”. (VYGOTSKY, 1991, p.129). Portanto, uma compreensão plena e verdadeira do pensamento de outrem só é admissível quando percebemos sua base afetivo-volitiva. No caso de nossa pesquisa, entendemos que os estudantes foram motivados, em suas ações, pela metodologia diferenciada possibilitada pela

Modelagem Matemática. Nesse contexto, as interações entre os estudantes e o objeto de conhecimento, observadas e evidenciadas em seus depoimentos, salientam a importância do contexto emocional das relações afetivas do sujeito historicamente situado no mundo, defendida nos estudos de Vygotsky.

QUADRO 1 – Focos de Interesse: 9º Ano

(continua)

FOCOS DE INTERESSE	AÇÃO	Estudantes	INTERAÇÃO	Estudantes
1 MOTIVAÇÃO (ambiente)	Aula diferente	D2, D3, D5, D8, D10, D12, D13, D14, D15, D22	Assunto bom	D7
			Sáímos	D7, D12
			Falamos	D8, D27
			Fomos	D14
			Conhecemos	D12
			Distraiu	D7
			Entrevistamos	D8
2 SUSTENTAÇÃO EXTERNA (tarefas significativas)	Sair da sala	D8, D9, D15, D13, D11, D14, D7,	Ser em grupo	D3, D11, D12
	Medir a quadra	D3, D11		
	Pesquisar na Net	D 13	A gente...	D11, D14, D15, D30
	Desenhos	D3		
	Trabalhar nos computa-dores	D14		
3 MOBILIZAÇÃO (emergência do interesse pessoal)	Gostei	D1, D3, D5, D7, D9, D10, D11, D12, D14, D15, D16, D19, D26, D28, D30	Aula legal	D2, D8, D11, D14, D15, D16, D17, D24, D25, D27
	Interessante	D2, D4, D5, D8, D12, D13, D16, D19, D20	Colocar a fofoca em dia	D11

QUADRO 1 – Focos de Interesse: 9º Ano

(continuação)

FOCOS DE INTERESSE	AÇÃO	Estudantes	INTERAÇÃO	Estudantes
4 APRENDIZAGEM AUTÔNOMA (desenvolvimento do interesse pessoal)	Saber	D10, D12, D13, D15, D16, D19, D23, D26	Entrevistar	D8, 10
	Perder a vergonha	D4	Conhecer	D10, D16, D13, D20, D30,
	Fazer	D3, D14	Treinar a conversação	D9, D15
	Pesquisar	D4		
	Medir	D13, D5, D16	Realizarmos	D3
	Ver	D7	Conseguimos	D14
	Entender	D16	Vender algo que não conhece	D9

FONTE: A autora

QUADRO 2 - Frequência dos Significantes (9º ano)

FOCOS DE INTERESSE	FREQUÊNCIA
Motivação (ambiente)	19
Sustentação Externa (tarefas significativas)	23
Mobilização (emergência do interesse pessoal)	35
Aprendizagem Autônoma (desenvolvimento do interesse pessoal)	29

Fonte: A Autora

Para a elaboração do quadro, a **interação** foi pensada pela professora pesquisadora, como uma **ação partilhada**. Nesse sentido, a “aula diferente” entendida como um significante da ação centrada no Foco de Interesse 1- Motivação (ambiente) teve como um dos significantes o “assunto bom”, cuja escolha foi realizada pelos próprios estudantes, portanto, na interação. Mesmo sendo citado no depoimento de apenas um dos estudantes, (D7), devemos lembrar que as atividades decorrentes da aula se deram a partir da escolha de um tema de interesse comum,

no caso desta turma, o futebol. Também foi considerado que a “aula diferente” proporcionou a interação dos estudantes em atividades não comumente usadas, expressas por significantes utilizados na terceira pessoa do plural (fomos, saímos, conhecemos) evidenciando, dessa forma, a participação do outro.

Análoga às atribuições dos significantes do foco de interesse 1 – Motivação (ambiente), foram distribuídos os significantes do foco de interesse 2 – Sustentação Externa (tarefas significativas), e assim, sucessivamente. Contudo, é importante explicar que, no foco de interesse 3 – Mobilização, a emergência do interesse pessoal foi manifestada, no entendimento da professora pesquisadora, pelas expressões como “gostei” e “interessante”. Entendemos que esses significantes reafirmaram o engajamento dos estudantes e, por estarem ligados, em seus depoimentos, à “aula legal”, este foi associado como decorrente da possibilidade da realização do trabalho em grupo, portanto, resultante da interação.

No quadro, podemos observar que a aula diferente foi uma ação que possibilitou que ações fossem partilhadas, portanto, promoveu interações.

Dessa forma, o ambiente motivador foi, inicialmente, a aula diferente e decorrente dela se deu a mobilização com emergência do interesse pessoal expressa pela “aula legal” entendida como uma ação partilhada.

A Modelagem permitiu além da escolha de um tema de interesse dos estudantes, que eles escolhessem seus grupos, definissem problemas e as estratégias de soluções. Em uma aula tradicional, o professor define o modo em que o trabalho será realizado.

A dinâmica diferente, propiciada pela Modelagem, evidencia a interdependência e a correlação existente dos quatro focos de interesse apresentados. É o que pode ser comprovado pelas manifestações dos estudantes: *“eu gostei [mobilização/ação] por ser uma aula diferente [motivação/ação], principalmente fazer o gráfico [aprendizagem autônoma/ação] e por ser em grupo [mobilização/interação]”* (D3) *“foi um trabalho diferenciado [motivação/ação], [...] no qual entrevistamos [aprendizagem autônoma/interação] os outros alunos, sabemos quem gosta e quem não gosta de futebol, podemos sair da sala [sustentação externa/ação], essa é a parte mais legal [mobilização/interação]”* (D8).

Como citada desde a introdução deste trabalho, é grande a preocupação quanto ao desinteresse demonstrado pelos estudantes: a matemática não está entre as disciplinas preferidas por eles. Nos relatos, percebe-se que, ao propiciar a

Modelagem Matemática, uma metodologia diferente da usual, esse quadro pode ser alterado atraindo o gosto dos estudantes. Na opinião de D7, *“Isso distraiu muito [motivação/interação], e juntou duas coisas: futebol com matemática, isso fez os alunos gostarem mais de matemática...”* e *“porque invés da gente ficar fazendo conta, a gente saiu, foi trabalhar nos computadores [sustentação externa/ação], bom, nós fomos [motivação/interação] pela primeira vez nesse ano na sala de computação, nós conseguimos fazer gráficos diferentes e em 3D [aprendizagem autônoma/interação]”,* na opinião de D14.

Para Burak (2012) tão importante quanto o trabalho com os aspectos matemáticos das situações, é a abordagem dos aspectos não matemáticos, “pois consideramos que são formadores de valores e de atitudes que são permanentes, pois, nessa fase de sua formação, esses valores são desenvolvidos e incorporados”. (BURAK, 2012, p.100)

Ao *“conhecer gostos de outros alunos e saber que todos têm gostos diferentes [aprendizagem autônoma/interação]”* (D10); abre-se a possibilidade do respeito às diferentes opiniões dos estudantes entrevistados. Considerando que se tratam de estudantes adolescentes e que têm presenciado e reproduzido exemplos de desrespeito entre torcidas rivais, *“saber [aprendizagem autônoma/ação] o time que cada um acha que vai ser campeão e suas opiniões sobre o que o futebol pode ser útil. Apesar de o futebol ser uma arte muito conhecida, teve muitos que não sabiam o que responder sobre as perguntas. Teve pessoas que até estavam desinformadas sobre o futebol, mas o bom é que não teve preconceito com a opinião do outro”* (D13) demonstra a formação de valores e atitudes que poderão se fazer presentes na vida dos estudantes.

Se o estudante entende que *“É bom saber [aprendizagem autônoma/ação] as opiniões, palpites de alunos diferentes uns dos outros”* (D16), ainda que *“... não achei legal, porque meu time não apareceu muito nessa pesquisa, achei legal [mobilização/interação] também porque deu pra saber que time mais é torcido na escola e tal”* (D15), estará vivendo um momento de grande significado para as interações sociais.

Construir conhecimentos, na perspectiva de Vygotsky, implica numa ação partilhada sugerindo assim, um redimensionamento do valor das interações sociais no contexto educacional. Essas passam a ser entendidas como condições

necessárias para a produção de conhecimentos por parte dos alunos, particularmente aquelas que permitam **o diálogo, a cooperação e troca** de informações mútuas, o confronto de pontos de vista divergentes e que impliquem na divisão de tarefas na qual cada um tem uma responsabilidade que, somadas, resultarão no alcance de um objetivo comum. Cabe, portanto, “ao professor não somente permitir que elas ocorram como também promovê-las no cotidiano das salas de aula”. (REGO, 2000, p.110)

O trabalho em grupo, gerado a partir do interesse do grupo ou dos grupos, conforme Burak (2012) resulta em ganho para a aprendizagem, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam e que apresentam significado para eles, por isso tornam-se corresponsáveis pela aprendizagem.

Vygotsky (2004) afirma que o interesse tem sentido universal na vida da criança. Assim, como uma espécie de motor natural do comportamento infantil, o interesse é a expressão verdadeira de uma tendência instintiva, é a indicação de que a atividade de uma criança coincide com as suas necessidades orgânicas. Eis porque a regra básica requer a construção de todo o sistema educacional e de todo o ensino a partir dos interesses da criança, e em nosso caso estudantes adolescentes, levados em conta com exatidão.

Entende-se que o tema trabalhado a partir do interesse, numa metodologia diferenciada, norteou os relatos dos estudantes. Não se nega, porém, que dificuldades tenham sido enfrentadas pelos estudantes na realização das atividades. Entretanto, o interesse conduziu o desenvolvimento do trabalho, num sentido de superação, relegando as dificuldades a um segundo plano. Um dos estudantes se manifestou dizendo *“Eu achei um trabalho interessante [mobilização/ação], mas deu muito trabalho para concluir. Eu estava com preguiça de fazer esse trabalho, mas foi bom, deu para conhecer [aprendizagem autônoma/interação] as pessoas”* (D20).

Finalizando a análise da primeira atividade, conclui-se que o fortalecimento da troca e da colaboração entre os estudantes criou a zona de desenvolvimento proximal. As interações dos estudantes entre si e com o professor, com o trabalho em grupos, o fortalecimento da comunicação e da linguagem, do papel fundamental desempenhado na formação das capacidades cognitivas e afetivas, se deram com a contribuição da dinâmica diferente, propiciada pela Modelagem Matemática, centrada no interesse dos estudantes.

4.2 Análise da Segunda Atividade com Modelagem: 6º Ano

Os anos de exercício docente possibilitaram a percepção de uma grande diferença entre o perfil dos alunos do 6º e do 9º ano do Ensino Fundamental: a participação nas aulas. Enquanto no 6º ano, os alunos disputam a vez de ir ao quadro resolver alguma atividade, fazer leitura, recolher ou distribuir atividades, dar respostas sem medo de errar ou serem criticados por ela, no 9º ano, o desejo de ir ao quadro, por exemplo, já inexistente.

As aulas nas turmas de 6º ano, em decorrência disso, são mais turbulentas, os alunos são mais agitados. Será esse o motivo da preferência de alguns professores em trabalhar com as turmas de 8º e 9º anos em detrimento das demais?

A turma de 6º ano em que se relatou a atividade com modelagem, não foge à regra que acabamos de enunciar: muito agitada, porém participativa.

Durante a escolha do tema, todos queriam dar respostas e serem ouvidos. Então, um estudante falava mais alto do que o outro para ser ouvido o que dava início a um grande tumulto. Foi necessário, por diversas vezes, interceder pedindo que não gritassem, organizando-os de forma que todos pudessem participar. A atividade foi “encarada” pelos estudantes como uma brincadeira, sentiam-se desafiados e queriam também desafiar os colegas. Após segundos de silêncio, aparecia um temporal de respostas. Conduzi-los a um tema único foi também um desafio, mas muito motivador.

A regra inicial consistia na procura de uma palavra que fosse difícil encontrar alguma relação com a matemática, “um dizia uma palavra e a gente tinha que dizer a matemática que tinha” (A7) e posteriormente, a regra passou a “fazer de conta que a gente ia comprar um videogame” (A20).

A criação e o respeito às regras, instituídas a partir do brinquedo e elementares para a vida adulta, segundo Vygotsky (2010), são aquisições que no futuro tornar-se-ão seu nível básico de ação e moralidade. Na atividade, a ação regida por regras começou a ser determinada pelas ideias e não, pelas coisas. A ideia de conseguir dinheiro para comprar um videogame determinou a condução das atividades de Modelagem.

Vygosty (2010) também afirma que o brinquedo cria uma nova forma de desejo, ensina a criança a desejar relacionando seus desejos a um “eu” fictício, ao seu papel no jogo e suas regras. No caso desta turma, alguns desejos dos

estudantes foram explicitados em seus depoimentos: o desejo de “*inventar um jeito de ganhar da professora no jogo*” (A4); “*juntar dinheiro de verdade pra gente poder comprar um e jogar na sala*” (A1); “*juntar latinha pra comprar...*” (A9); e de “*fazer um jogo com todo mundo da sala*” (A22).

Vygotsky (2010) atribui à criação de uma situação imaginária a primeira manifestação da emancipação da criança em relação às restrições situacionais; onde a criança opera com um significado alienado numa situação real.

Em nosso entendimento o brinquedo munuiu de prazer as atividades que envolveram cálculos conforme relatado por A18: “*Eu gostei de ver que dá pra aprender matemática com videogame e de ficar em grupo*”.

Vygotsky lembra que é impossível ignorar que o brinquedo satisfaz certas necessidades da criança, incentivando-as, colocando-as em ação. Através dos brinquedos, as crianças experimentam tendências irrealizáveis envolvendo-se num mundo ilusório e imaginário onde seus desejos são realizáveis.

Os desejos realizáveis continuaram num mundo imaginário de conseguir vencer a professora num jogo de videogame, em uma aula de matemática e prosperaram à compra de um aparelho, aliando o imaginário e o possível.

Segundo Japiassú e Marcondes (2001) aquilo que desperta e orienta a vontade ou desejo de alguma coisa define a palavra interesse. Vale lembrar novamente que o interesse configura uma das premissas da Modelagem Matemática, na concepção de Burak (1992).

Analogamente à análise anteriormente realizada, será apresentado um quadro, seguindo o modelo de quatro fases sobre o desenvolvimento do interesse, proposto por Hidi e Renninger (2006) citado por Arruda; Passos e Fregolente (2012), construído a partir dos depoimentos dos estudantes.

Considera-se importante lembrar, mais uma vez que, o modelo proposto pelos autores afirma que uma situação de interesse é inicialmente disparada pelo ambiente (motivação); a situação de interesse é mantida por meio de tarefas significativas e envolvimento pessoal (sustentação externa); a emergência do interesse individual (mobilização) e; o desenvolvimento do interesse pessoal, com envolvimento do sujeito em atividades de longo prazo, utilizando métodos sistemáticos de questionamento e busca de respostas (aprendizagem autônoma).

QUADRO 3 - Focos de Interesse: 6º Ano

FOCOS DE INTERESSE	AÇÃO	Estudantes	INTERAÇÃO	Estudantes
1 Motivação (ambiente)	Jogo	D2, D4, D22	Videogame	D1, D2, D3, D8, D9, D10, D11, D13, D16, D18, D20, D22
	Fazer de conta	D20		
2 Sustentação Externa (tarefas significativas)	Fazer contas	D2, D13, D15, D14, D20, D22	Grupo	D18
			Sentar com...	D6, D10
	Jogar	D1, D3, D5, D9, D16, D21	Conversar (ei)	D7, D21
	Ganhar	D4	Falavam (ando)	D7, D13
3 Mobilização (emergência do interesse pessoal)	Gostei	D1, D4, D5, D6, D7, D8, D11, D12, D14, D15, D17, D18, D19, D21	Legal	D1, D9, D10, D11, D13, D16, D17, D22
	Queria	D1, D5, D22	Divertido	D2, D10, D17
	Achei	D4, D9, D13, D17		
4 Aprendizagem Autônoma (desenvolvimento do interesse pessoal)	Aprender (i)	D6, D14, D18	Pra (a) gente	D1, D4, D5, D7, D8, D13, D14, D15, D20, D21
	Pensar	D12, D17		
	Inventar	D4		
	Ficar	D7		
	Dividir	D14, D3	Todos juntos	D2
	Fazer	D7, D8, D9, D10, D13, D20, D22		
	Falar	D1, D17		

Fonte: A autora

QUADRO 4 - Frequência dos Significantes (6° Ano)

FOCOS DE INTERESSE	FREQUÊNCIA
Motivação (ambiente)	16
Sustentação Externa (tarefas significativas)	20
Mobilização (emergência do interesse pessoal)	32
Aprendizagem Autônoma (desenvolvimento do interesse pessoal)	29

Fonte: A autora

Entende-se que o “jogo” e o “fazer de conta” foram ações as quais contribuíram para a criação de um ambiente inicial de Motivação. Dessas duas ações iniciais, na interação, os estudantes definiram o “videogame” como tema a ser trabalhado nas aulas de Matemática. Este tema motivou as discussões e desenvolvimento das atividades.

A partir do tema de interesse, entendido como gerador da Motivação de ações e interações iniciais, considerou-se que, em “grupo”, ao “sentar com”, “conversar”, os estudantes “falavam” interagindo, tornando significativas ações como “fazer contas”, “jogar” e “ganhar”.

Decorrentes da escolha do tema e da realização das atividades com o colega de sua própria escolha, os estudantes consideraram “legal” e “divertido” (significantes de focos de interesse emergidos na interação) realizar as atividades. Expressões como “gostei”, “queria” e “achei” foram consideradas ações de Mobilização, pois refletiram a emergência do interesse pessoal.

A Aprendizagem Autônoma foi a categoria com maior número de expressões encontradas. As ações “aprender”, “pensar”, “inventar”, “ficar”, “dividir” e “fazer”, as quais denotam desenvolvimento do interesse pessoal, se sustentaram pelo interesse decorrente da ideia fictícia da compra de um videogame por toda a classe.

Observa-se, contudo, que os depoimentos apresentam a interdependência entre as categorias do desenvolvimento do interesse. A atividade inicial, por exemplo, referente ao jogo de palavras, surgida a partir da provocação feita para que

os estudantes dissessem onde usamos a Matemática, despertou diferentes focos de interesse, por exemplo, no estudante A4 que afirmou: “*O que eu mais gostei (Mobilização/ação) foi de inventar (Aprendizagem Autônoma/ação) um jeito de ganhar (Sustentação Externa/ação) da professora no jogo*” (Motivação/ação).

Da mesma forma, a ideia de comprar um videogame (Motivação/interação) manteve viva a motivação das aulas, pois “*Foi divertido (Mobilização/interação) fazer as contas (Sustentação Externa/ação) todos juntos (Aprendizagem Autônoma/interação) e de ser sobre jogo (Motivação/ação) de videogame (Motivação/interação)*”, para A2.

Para Vygotsky, a criação de uma situação imaginária pode ser considerada como um meio de desenvolver o pensamento abstrato. Esta é a essência do brincar: a criação de uma nova relação entre o campo do significado e o campo da percepção visual, ou seja, entre situações no pensamento e situações reais. Conforme Vygotsky (2010, p. 157), “se modificarmos os instrumentos de pensamento disponíveis para uma criança, sua mente terá uma estrutura radicalmente diferente”.

A suposta ideia de comprar um videogame enriqueceu as discussões: os alunos sugeriam formas de se conseguir dinheiro pensando em atividades corriqueiras em suas casas, como vender salgadinhos, limpar jardins, oferecer algum serviço, carregar sacolas em troca de moedas, até que se chegasse à ideia de reciclar latinhas. Todas as sugestões dadas pelos estudantes eram questionadas, avaliando-se a sua aplicabilidade. A sugestão da reciclagem, segundo a percepção dos próprios alunos, não necessitava de investimento e todos poderiam contribuir. Por que latinhas? Porque, conforme o conhecimento dos próprios estudantes, paga-se mais por elas. Observou-se que, timidamente, alguns começaram a sugerir e discutir sobre essa ideia. Depois de algum tempo vários alunos declararam que, em suas famílias, era um hábito guardar e vender latinhas como forma de auxiliar o orçamento doméstico.

Baquero (1998) afirma, a partir dos estudos realizados por Vygotsky, que a força motriz ou característica de vanguarda ao desenvolvimento, não decorre da natureza espontânea da atividade lúdica, mas do duplo jogo de:

- 1) exercitar, no plano imaginativo, capacidades de planejar, imaginar situações, representar papéis e situações cotidianas e
- 2) o caráter social das situações lúdicas, seus conteúdos e, ao que parece,

os procedimentos e estratégias que sugere o desenvolvimento do próprio brinquedo enquanto se trata de um “ater-se a regras” socialmente elaboradas. Tanto as regras como as instâncias sociais de adequação às mesmas são de natureza social. (BAQUERO,1998, p.103).

Decorre desse entendimento, para o autor, a capacidade que o brinquedo tem de produzir o desenvolvimento de mecanismos subjetivos. No caso da aprendizagem escolar, o desenvolvimento interno de capacidades de controle cada vez mais complexa, dos próprios comportamentos, implica a consciência, sujeição e/ou observância de legalidades sociais que regulam os cenários possíveis.

Essa capacidade pode ser observada em um dos depoimentos: “*Eu aprendi (Aprendizagem Autônoma/ação) que é difícil catar latinha. Tem que pegar bastante e ganha pouco*” (A6). Pode-se inferir que este estudante relacionou a quantidade de latinhas necessárias para se obter o valor estimado e o tempo que levaria para consegui-las, com a execução da atividade profissional de catadores.

Porém, para outros estudantes, outro cenário mostrou-se possível: “*Eu achei legal (Mobilização/interação) fazer (Aprendizagem Autônoma/ação) tudo usando videogame (Motivação/interação) porque eu adoro jogar (Sustentação Externa/ação). Eu e o (...) vamos juntar latinha pra comprar um com mais alguém. Daí um fica numa semana e depois o outro*” (A9). Neste caso, pode-se deduzir que, para esse grupo, a atividade de catar latinhas não representa uma prática distante das suas realidades e que as atividades realizadas ampliaram os seus interesses, conduzindo-os a planejar uma nova ação pensada na interação.

Para Burak, a capacidade de articulação de dados, de levantar e propor problemas a partir de uma situação pesquisada representa momento de incomparável significado educativo, pois se constitui um dos primeiros passos para desenvolver no estudante a capacidade cidadã: “o desenvolvimento da autonomia do estudante perpassa pela liberdade de conjecturar, construir hipóteses, analisar as situações e tomar decisões”. (BURAK, 2012, p.95).

A análise da situação, decorrente da dinâmica diferente, não fugiu do olhar do estudante que relatou: “*Eu achei legal. A professora fez a gente ficar falando de videogame pra fazer a gente fazer conta*” (D3). Neste depoimento, observa-se que o tema escolhido pelos estudantes configura a inter-relação entre os focos do desenvolvimento do interesse, pois, apresenta emergência do interesse pessoal quando declara “*eu achei (Mobilização/ação) legal (Mobilização/interação). A professora fez a gente (Aprendizagem Autônoma/interação) ficar (Aprendizagem*

Autônoma/ação) *falando* (Sustentação Externa/interação) *de videogame* (Motivação/interação) *pra fazer* (Aprendizagem Autônoma/ação) *a gente* (Aprendizagem Autônoma/interação) *fazer conta* (Sustentação Externa/interação)”.

Entre o desenvolvimento das atividades de cunho matemático, surgiam também outros temas que mereciam ser abordados. Esse momento é apontado por Burak (2012) como “análise crítica da solução de problemas”. O autor ressalta a importância das discussões, decorrentes desses momentos, para a formação de valores e atitudes à vida dos estudantes.

Um desses momentos vivenciados foi à afirmação de um dos alunos que colocava areia dentro da latinha, antes de amassá-la, para que pesasse mais. Com o dinheiro que sobrava, segundo o relato de um deles, dava até pra comprar um doce. Outros estudantes assinalaram que também tinham essa prática: uma ação compartilhada. Havia, nesse momento, uma oportunidade de discutir outras questões. Morin (2005) afirma que tudo que comporta oportunidade comporta risco. Adentrar a tais discussões quando se sabe que agir certo ou errado, às vezes, pode significar um alimento ao qual se deseja e não se tem as condições para adquiri-lo, mereceu especial atenção e compreensão.

Iniciou-se a discussão desse assunto pelo objetivo da reciclagem: reutilizar algo para que não polua a natureza, que é um bem universal. Dessa forma adentrou-se nas questões do que é certo e errado, do que se deve ou não fazer, dos direitos que temos e pelos quais devemos lutar.

Então, foi perguntado aos estudantes:

_ Se vocês compram chicletes, o que eles pretendem encontrar dentro das embalagens?

_ Chicletes! (gritaram)

_ Certo! Se comprarmos chicletes, queremos chicletes. E se comprarmos latinhas vazias, o que queremos?

_ Latinhas vazias! (gritaram)

Para Morin (2005, p.93), “educar para compreender a matemática ou uma disciplina determinada é uma coisa; educar para a compreensão humana é outra”. A compreensão, segundo o autor, vai além da explicação, significa apreender, abraçar junto. A explicação é insuficiente para a compreensão, pois esta comporta sujeito a sujeito e pede abertura, simpatia e generosidade.

Foi uma longa conversa. Falar sobre agir certo e agir errado possibilitou que

os estudantes comentassem situações em que se sentiram de alguma maneira, prejudicados: falta de troco em supermercados, compra de produtos danificados ou que estavam em promoção porque estavam com prazo de validade vencido e até mesmo sobre notas atribuídas por alguns professores. Mencionaram também os estragos na sala de aula, que havia passado por reforma e pintura recentemente, sobre a sujeira do pátio da escola após os recreios e sobre o que as pessoas jogam nas ruas, em lugares indevidos. Até mesmo o pote onde era servido o lanche, foi lembrado por alguns que disseram que não comiam o lanche da escola, por causa dos “porquinhos” que deixavam o pote jogado no pátio. Essa situação dificilmente surgiria no decorrer de uma aula tradicional.

Sob o olhar de Kostiuk (1991), a educação desempenha um papel de grande relevância quando há a interação de diferentes aspectos, como intelectual, moral, estético, dentre outros, assegurando a participação da criança em atividades consideradas indispensáveis para o desenvolvimento de suas potencialidades. Separar as palavras dos atos, segundo o autor, conduz a educação ao fracasso. Ao concluir que há uma inter-relação complexa entre educação e desenvolvimento, afirma:

O processo educativo, ao colocar a criança perante novos fins e novas tarefas, ao colocar novas perguntas e procurar os meios necessários, conduz o desenvolvimento. Por outro lado, a própria educação depende do desenvolvimento da criança, da sua idade e das características individuais. Não pode haver desenvolvimento da personalidade sem que estejam presentes as exigências da sociedade; mas estas exigências só são realistas quando se criam no decurso do desenvolvimento da criança as capacidades para as satisfazer. (KOSTIUK¹⁵, 1991, p. 33).

Segundo o autor, qualidades como novas formas de pensamento, novas sensações, aspectos de caráter e novas aptidões, não se firmam imediatamente, mas desenvolvem-se no decorrer da vida, na escola, no trabalho, etc. Assim, o desenvolvimento se produz daquilo que a criança faz no processo de aprendizagem e de educação, e frequentemente, em certos aspectos, vão mais longe daquilo que se aprendeu diretamente.

Entende-se que a discussão dos temas corroborou com a ideia de que “a

¹⁵ G. S. Kostiuk - colaborador do Instituto de Psicologia do Ministério da Instrução da RSS da Ucrânia, Kiev. (Publicado em Voprosy psychology, 1956, número 5, esta exposição foi apresentada na Conferência Nacional de Psicologia da Personalidade, realizada em Leningrado, em junho de 1956).

construção de uma visão solidária de relações humanas a partir da sala de aula contribuirá para que os alunos superem o individualismo e valorizem a interação e a troca, percebendo que as pessoas complementam e dependem umas das outras”. (BRASIL, 1997, p.32).

Outro momento que valorizou a interação e a troca foi a elaboração de situações-problemas, em duplas. Porém, grande parte delas, apresentou uma repetição de situações similares trabalhadas anteriormente. Foi observado que duas duplas recorreram ao livro didático.

A utilização de perguntas-guia, exemplos e demonstrações, segundo Moysés (2006) constituem o cerne para se perceber o que uma criança é capaz de desempenhar com o auxílio de um adulto ou alguém mais adiantado que ela. A imitação de um modelo dado socialmente envolve uma experimentação construtiva, pois a criança realiza ações semelhantes ao modelo, impondo-lhe modificações. “Disso resulta uma nova forma, embora não exatamente igual, mas inspirada no modelo. Desse processo resulta a internalização da compreensão do modelo”. (MOYSÉS, 2006, p. 34).

Vygotsky nos diz que certos hábitos e qualificações são adquiridos pela criança, num dado domínio, antes de aprender a aplicá-los consciente e deliberadamente. Não existe um paralelismo completo entre o curso do ensino e o desenvolvimento das correspondentes funções. Assim, seus estudos sobre desenvolvimento dos conceitos científicos na infância mostram que o desenvolvimento dos alicerces psicológicos necessários para o ensino das matérias de base não precede esse ensino, mas desabrocha numa contínua interação com os seus contributos: o ensino geralmente precede o desenvolvimento.

Inferimos assim que essas atividades auxiliaram no desenvolvimento de uma zona de desenvolvimento proximal, pois, mesmo sendo “imitadas” pelos exemplos anteriores ao serem escritas pelos estudantes (onde uma regra havia sido criada para todos - o tema videogame) partiram do que elas dominavam para ampliar seus conhecimentos, nem pouco desafiador, nem além do que elas eram capazes, naquele momento.

4.3 Análise das Ações e Interações nas Duas Turmas: Estabelecendo Relações

Com o intuito de buscar evidências sobre o que aconteceu em cada uma das

turmas será realizada uma análise em relação às frequências encontradas nas falas dos estudantes. Faremos uso do entendimento de Vygotsky que, “para compreender a fala de outrem não basta entender as suas palavras – temos que compreender o seu pensamento. Mas nem mesmo isso é suficiente – também é preciso que conheçamos a sua motivação”. (VYGOTSKY, 1991, p.130).

QUADRO 5 - Frequência dos Significantes nas Duas Turmas

CATEGORIA	FREQUÊNCIA (9º Ano)	FREQUÊNCIA (6º Ano)	TOTAL
Motivação (ambiente)	19	16	35
Sustentação Externa (tarefas significativas)	23	20	43
Mobilização (emergência do interesse pessoal)	35	32	67
Aprendizagem Autônoma (desenvolvimento do interesse pessoal)	29	29	58

Fonte: A autora

O quadro apresentado nos faz propor alguns questionamentos: A diferença entre o número de significantes encontrados é expressiva? Como podemos comparar o desenvolvimento do interesse em cada uma das turmas? Qual foi a categoria com maior número de significantes encontrados em cada uma das turmas? Por que na categoria Mobilização apareceram mais significantes nas duas turmas? Será esse o ponto forte da Modelagem Matemática? O foco maior incidiu nas duas últimas fases: o que isso revela? Será que a Modelagem Matemática mobiliza o sujeito para uma aprendizagem mais significativa?

Tentaremos, ainda que, considerando nossas limitações, apresentar algumas interpretações.

Inicialmente podemos observar uma pequena diferença entre o número de significantes encontrados em cada um dos focos nas duas turmas, porém a frequência, quando maior, se faz presente na turma de nono ano. Em relação à categoria I, por exemplo, podemos observar que em relação ao foco de interesse

Motivação, encontramos uma frequência de 19 falas para a turma do nono ano e de 16 falas para o sexto ano. Nas demais categorias, com exceção da categoria IV (Aprendizagem Autônoma), as frequências mantiveram esta mesma diferença. Entendemos que tal diferença pode ser decorrente do fato que os depoimentos dos estudantes do nono ano foram maiores e um pouco mais detalhados. Há de se considerar também que estes estudantes possuem também uma facilidade maior para se expressar utilizando a linguagem escrita.

Os estudos de Hidi e Renninger (2006) Arruda; Passos e Fregolente. (2012) apontam, em relação à categoria I, que uma situação de interesse é inicialmente disparada pelo ambiente (motivação). Entendemos que o ambiente que disparou o interesse dos estudantes foi a escolha do tema de interesse. Enquanto que, no nono ano – turma considerada apática e desmotivada, o tema propiciou uma “aula diferente” fortalecendo vínculos de interação, expressos nas falas, considerando o trabalho construído coletivamente “saímos”, “ficamos”, “falamos”, “fomos”, “conhecemos”, “distraiu” e “entrevistamos”, no sexto ano - turma considerada agitada - o tema escolhido motivou, por meio do “jogo” do “faz de conta”, a possibilidade de interação construída com o respeito e a possibilidade de participação do outro. De um lado a motivação foi disparada pelo tema de interesse promovendo a união dos colegas de turma, e de outro, promovendo o respeito à participação.

Quanto à categoria II, a sustentação externa se deu por meio de tarefas como, “sair da quadra”, “medir”, “pesquisar”, “desenhar”, “fazer atividades no computador”, vivenciadas pelo nono ano, e “fazer contas”, “jogar”, “ganhar”, vivenciadas pelo sexto ano. Estas atividades foram significativas para os estudantes porque permitiram “fazer atividades em grupos”, “saber opiniões” “sentar com” os colegas para “conversar” e falar sobre os temas de suas escolhas.

Na categoria III, ou seja, na emergência do interesse individual (mobilização) os significantes tais como “gostei” e “aula legal” mostraram o engajamento dos estudantes nas ações. Estes foram encontrados nas falas dos estudantes das duas turmas. Constituíram também os significantes com maior representatividade em ambas as turmas. No caso do nono ano, o significante “gostei” apareceu quinze vezes. Nesta mesma turma, a “aula legal”, com dez repetições teve a mesma frequência que a “aula diferente” considerada na categoria I (Motivação). Na turma de sexto ano o significante “gostei” também apareceu por quinze vezes e o significante “legal” apareceu por oito vezes, em suas falas. Este último, porém, só foi

ultrapassado pelo significante “videogame”, o qual teve uma frequência de doze repetições. É importante lembrar que “videogame” foi considerado como significante da categoria I (Motivação/Interação), por representar o tema de estudo escolhido pela turma. A maior frequência entre os significantes, nas duas turmas, foi encontrada nesta categoria: a Mobilização, com a emergência do interesse pessoal.

O maior número de significantes, em ambas as turmas, foi encontrado na categoria III, ou seja, na emergência do interesse individual (Mobilização).

A categoria IV, segundo os autores, caracteriza o desenvolvimento do interesse pessoal, com envolvimento do sujeito em atividades de longo prazo. Nesta categoria, significantes como “saber”, “fazer”, “aprender”, “pensar”, entre outros, mostrou o envolvimento dos estudantes utilizando métodos sistemáticos de questionamento e busca de respostas, portanto, de Aprendizagem Autônoma.

Para Burak (2012, p.88), “A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”. Nesta perspectiva, o interesse do grupo de pessoas envolvidas e a coleta de dados onde se dá o interesse desse grupo, são as premissas a serem consideradas. A primeira premissa se faz presente no campo da Psicologia, uma vez que nossas ações, muitas vezes, são motivadas pelo interesse e esta premissa sustenta as etapas da Modelagem, propostas por Burak.

A escolha do tema de interesse do grupo e a busca de dados onde se dá o interesse são as ações desenvolvidas, na Modelagem Matemática, a partir da interação entre os sujeitos envolvidos. As premissas, apontadas por Burak, sinalizam a importância do papel da interação social para o desenvolvimento das funções mentais superiores defendida por Vygotsky.

As fases com significantes com maior frequência foram encontrados na categoria I (Motivação - ambiente), entendidas por nós como decorrentes da escolha do tema de interesse e, em maior expressividade, na Mobilização, definida como emergência do interesse pessoal. Portanto, inferimos que os estudantes são mobilizados a partir de atividades externas que os motivem. Essa é a proposta de encaminhamento metodológico definido pela Modelagem Matemática.

Dessa forma, a Modelagem Matemática pode ser justificada por vir ao encontro da natureza do ser humano considerado por Vygotsky membro de uma espécie biológica que só se desenvolve no interior de um grupo cultural. Assim, a

Modelagem sublima o entendimento de Vygotsky (2007) que, para o desenvolvimento do indivíduo, as interações são, além de necessárias, fundamentais.

A Modelagem Matemática associa-se também a um ensino que se direciona para as funções psicológicas emergentes ao atuar no limite da zona de desenvolvimento proximal, estimulando os processos internos maturacionais que terminam por se efetivar, passando a constituir a base para novas aprendizagens. (SINDER, 1997). Como é a aprendizagem que promove o desenvolvimento intelectual, a matemática pode ser entendida como a via pela qual as funções superiores são desenvolvidas.

Ainda, de acordo com Vygotsky (2007), é necessária a compreensão das relações intrínsecas entre as tarefas externas e a dinâmica do desenvolvimento, e da consideração da gênese dos conceitos como função do crescimento cultural e social global da criança, que afeta não apenas o conteúdo, mas também o seu modo de pensar. A internalização, desse modo, pode ser relacionada à motivação e ao despertar do interesse, visto que ela é, para Vygotsky, a reconstrução interna de uma operação externa.

Observa-se, também, que os focos com maior incidência ocorreram na Mobilização (emergência do interesse pessoal) e na Aprendizagem Autônoma (desenvolvimento do interesse pessoal), o que, para nós, representa um forte indício que, quanto maior a mobilização, maior a aprendizagem dela resultante. E ainda, quanto maior a aprendizagem, maior o desenvolvimento.

Em nossa análise encontramos significantes, seguindo o modelo proposto, nos focos de desenvolvimento do interesse. Dessa forma, não poderíamos lançar mão de pensar na Modelagem Matemática como metodologia que motiva o estudante a mobilizar-se?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término deste trabalho retomamos a questão a que nos propomos buscar respostas, que consistiu em identificar ações e interações, dos estudantes, nas atividades de Modelagem Matemática, a partir do referencial Vygotskyano. Com vistas a esse objetivo, a Modelagem Matemática foi utilizada como metodologia de ensino, pela primeira vez, em duas turmas dos anos finais do Ensino Fundamental da Educação Básica.

Inicialmente, foi realizado um estudo sobre aspectos históricos da Modelagem Matemática no Brasil. A concepção de Burak, pensada para a Educação Básica, foi escolhida para auxiliar a difícil tarefa de superar uma maneira tradicional de ensino vivenciada por duas décadas e meia de atividade docente.

A necessidade de superação da forma usual de ensino surgiu da percepção do aumento crescente da falta de interesse nos estudantes. Para essa superação, as etapas e os procedimentos, sugeridos por Burak, despertaram uma, ainda que pequena, segurança inicial. Por trás desta pequena segurança, propiciada pelas etapas, estava presente uma maneira de conduzir as atividades, vivenciadas por Burak, em uma trajetória de dedicação e estudo sobre a Modelagem Matemática, iniciada em condições muito similares à de nossa pesquisa.

Em nosso entendimento, após a realização das atividades, as etapas fornecem, para nós, grande suporte à condução das atividades. Contudo, a Modelagem Matemática se sustenta, como metodologia de ensino e aprendizagem, nas ações e interações dos estudantes, a partir da premissa da escolha do tema de interesse dos estudantes. O interesse dos estudantes teve grande relevância, do início ao término do desenvolvimento das atividades.

O tema de interesse dos estudantes permitia ir e vir, ampliando os assuntos discutidos, mantendo o mesmo entusiasmo. Não se pode negar que as aulas ficaram muito mais agitadas o que exigiu que regras de participação fossem construídas e exercitadas, principalmente no sexto ano, para que todos os educandos pudessem contribuir com as discussões. Porém, é necessário considerar também que as aulas se tornaram muito mais dinâmicas, pois aumentou o interesse de participação dos estudantes e esse era um dos objetivos traçados para a turma de nono ano, considerada apática e sem entusiasmo.

Com a intenção de contribuir com a fundamentação teórica desta pesquisa,

buscamos na teoria histórico-cultural, as contribuições deixadas por Vygotsky. Segundo Vygotsky, o processo de desenvolvimento das funções psicológicas superiores se divide em dois planos e inicia-se na relação com os outros e depois no próprio indivíduo. Em outras palavras, o desenvolvimento vai do social para o individual. Portanto, inferimos que as ações dos estudantes, no desenvolvimento da Modelagem Matemática, foram resultantes das interações entre eles. As interações, nas duas turmas observadas, tiveram como pilares o tema de interesse e a realização das atividades em grupo. Nos estudos de Vygotsky, é explícita a importância do outro no desenvolvimento do indivíduo.

Identificamos duas ações, de relevante papel, resultantes da dinâmica propiciada pela Modelagem, enquanto atividade mediada. Uma dessas ações é o desenvolvimento da autonomia. Na realização das atividades em grupo, no nono ano, os estudantes interagem e buscavam auxílio da professora somente quando tinham alguma dúvida ou discordavam entre si. É o que se observa, por exemplo, na tabulação dos dados coletados pelos grupos, na construção dos gráficos e nos depoimentos. A outra ação, no sexto ano, refere-se à construção coletiva. Normalmente, havia muita dificuldade na condução de atividades coletivas na turma, pois alguns estudantes geravam tumultos, não permitindo a participação dos colegas. Nas questões problematizadoras, elaborada coletivamente pela turma a partir do tema definido pelos estudantes, todos davam sugestões, discutiam, apontavam pontos positivos e negativos, concordavam e discordavam. Essas situações, que no início geravam grande tumulto, avançaram em qualidade, quantidade, profundidade nas discussões, maior organização e respeito.

Ambas as situações verificadas nas duas turmas facilitaram o desenvolvimento e construção dos conteúdos matemáticos e possibilitaram a definição da zona de desenvolvimento proximal permitindo-nos “delinear o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não somente ao que já foi atingido através do desenvolvimento, como também àquilo que está em processo de maturação”. (VYGOTSKY, 2007, p. 98)

Nos dois casos, as aulas se tornaram mais dinâmicas: no nono ano com o envolvimento individual dos estudantes na realização das atividades nos grupos e, no sexto ano, além do envolvimento individual, o maior ganho foi referente à possibilidade de ampliar as discussões permitindo a participação de todos.

Vygotsky (1991) afirma que a relação entre pensamento e palavra é um

processo vivo, contudo “A palavra não foi o princípio – a ação já existia antes dela: a palavra é o final do desenvolvimento, o coroamento da ação.” (VYGOTSKY, 1991, p.131). Dessa forma, buscamos, nos depoimentos dos estudantes, significantes que denotassem a sua motivação no envolvimento das atividades realizadas, sob a perspectiva do entendimento de Vygotsky (1991) que, para entendermos a fala de outrem, precisamos compreender o seu pensamento e antes deste, a sua motivação.

Com os significantes encontrados foram construídos quadros utilizando-se o modelo de quatro fases do desenvolvimento do interesse, proposto por Hidi e Henninger (2006) citado por Arruda; Passos e Fregolente (2012).

Quanto aos significantes, entendemos que as ações categorizadas nos focos de interesse de Motivação (ambiente), Sustentação Externa (tarefas significativas), Mobilização (emergência do interesse pessoal) e Aprendizagem Autônoma, sinalizaram o processo de internalização do modo de pensar e agir, iniciados nas relações com o outro – o aprendizado impulsionando o desenvolvimento. “É aí que o indivíduo tem acesso aos instrumentos e aos signos que possibilitam o desenvolvimento de formas culturais de atividade e permitem estruturar a realidade e o próprio pensamento”. (FONTANA; CRUZ, 1997). Dessa forma, ações pontuadas pelos estudantes, como aprender, conhecer, entender, medir, fazer, pensar, inventar e falar se refletiram em Aprendizagem Autônoma em decorrência da Motivação gerada pelo ambiente da escolha do tema de interesse e do desenvolvimento compartilhado – nas interações.

Tal como de dá, segundo Vygotsky, o processo de internalização de conceitos, sugerimos a leitura dos quadros realizada “em espiral, passando por um mesmo ponto a cada revolução, enquanto avança para o nível superior”. (VYGOTSKY, 2007, p.56).

Ainda em relação ao modelo de quatro fases para o desenvolvimento do interesse, proposto por Hidi e Renninger (2006) citado por Arruda; Passos e Fregolente (2012) inferimos algumas relações com a Modelagem Matemática referentes às etapas propostas, na concepção de Burak.

Os autores propõem inicialmente que uma situação de interesse é inicialmente disparada pelo ambiente. A essa fase lembramos que a primeira etapa, apontada por Burak, refere-se à escolha do tema, que deve ser definido pelos estudantes. Nesta fase, o ambiente criado para que os estudantes possam decidir o

assunto a ser estudado, desperta, por exemplo, a curiosidade. Na realização das atividades, mediadas pela Modelagem Matemática, observamos que o ambiente propiciado desperta a curiosidade sobre o tema a ser estudado e também sobre como o professor irá relacionar o tema escolhido com a sua disciplina – Motivação.

Na fase seguinte, segundo os autores, a situação de interesse se mantém por meio de tarefas significativas e envolvimento pessoal. Por outro lado, Burak elenca na segunda e terceira etapas, consecutivamente, a pesquisa exploratória e o levantamento de problemas. A pesquisa exploratória tem o propósito de desenvolver atitudes e posturas de investigador e possibilitam ao estudante conhecer e indagar sobre o assunto escolhido. Os dados coletados dão sustentação à etapa posterior que é o levantamento de problemas. Nesta fase, os estudantes são desafiados a conjecturarem situações simples ou complexas que permitem a possibilidade de aplicar e construir conhecimentos matemáticos, com a ajuda dos colegas e do professor, que se torna o mediador das atividades – Sustentação Externa.

A emergência do interesse individual se concretiza, seguindo a nossa relação, na etapa de resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema. Segundo Burak (2012), no contexto da Modelagem Matemática, a resolução de problemas se reconfigura ao ganhar contornos e significados diferentes: os problemas são elaborados a partir dos dados pesquisados pelos estudantes, em uma situação contextualizada, favorecendo a criatividade, conferindo maior significado ao conteúdo matemático, favorecendo a tomada de decisão – Mobilização.

No desenvolvimento do interesse pessoal, que caracteriza a quarta fase do modelo para o desenvolvimento do interesse, ocorre o envolvimento do sujeito em atividades de longo prazo, utilizando métodos sistemáticos de questionamento e busca de respostas. A esta fase, relacionamos a análise crítica da solução dos problemas, que possibilita o aprofundamento de aspectos matemáticos e não-matemáticos. É um momento de interação entre os grupos, de trocas de ideias e reflexões acerca do trabalho desenvolvido. Essa etapa é marcada pela criticidade, pela possibilidade de apontar erros e acertos e discuti-los – Aprendizagem Autônoma.

Sob a perspectiva de Bogdan e Biklen de que “a abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial” procuramos as evidências de que “tudo tem potencial para construir uma pista que

nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo”. Mesmo considerando as próprias limitações, buscamos desvendar “o modo como as expectativas se traduzem nas actividades, procedimentos e interações diários”. (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p.49)

Elencamos, então, de maneira mais compacta as categorias, estabelecidas nas ações e interações dos estudantes, no decorrer das duas atividades desenvolvidas com a Modelagem Matemática a partir do referencial Vygotskyano:

- 1) Favorecimento do diálogo reiterando a comunicação como instrumento de mediação entre o social e o individual;
- 2) Favorecimento da troca e da colaboração com o outro mais experiente;
- 3) Internalização de conceitos através do enfrentamento de situações adversas;
- 4) Aprendizagem possibilitando o desenvolvimento da sociabilidade;
- 5) Manifestação da emancipação e da autonomia através da escolha do tema, dos grupos, dos problemas e das estratégias de solução;
- 6) Construção do processo de ensino e aprendizagem a partir dos interesses das crianças, neste caso, dos estudantes.

Entendemos que a contribuição desta pesquisa, está no diferencial de apresentar, sob o enfoque da teoria de Vygotsky, as ações e interações dos estudantes. Diante de tantas outras já realizadas no âmbito da Modelagem Matemática, esta reforça a importância, para os estudantes, da realização do trabalho docente a partir da perspectiva do interesse e do trabalho em grupo. Entendemos que ações como autonomia, criticidade, criatividade, atenção, memória, raciocínio, percepção, diálogo e afetividade foram evidenciadas, portanto internalizadas. As interações decorreram de trocas e auxílios entre todos os sujeitos envolvidos, portanto mediadas. Esse aspecto reforçou a criação de vínculos sociais, enfocando o desenvolvimento individual no aspecto dinâmico e dialético, favorecendo o aparecimento da zona de desenvolvimento proximal.

Basicamente, as ações e interações decorrentes da Modelagem Matemática, evidenciam os postulados de Vygotsky para a criação de “uma escola em que as pessoas possam dialogar discutir, duvidar, questionar e compartilhar saberes. Onde há espaço para as contradições, para a colaboração mútua e para a criatividade”. (Rego, 2000, p.118)

Para finalizar, concluímos que “aquilo que a criança é capaz de fazer com a

assistência hoje, ela será capaz de fazer sozinha amanhã”: esse é o principal viés na ação e interação do processo de ensino e aprendizagem mediado pela Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

- ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2002.
- ARRUDA, S.M.; PASSOS, M.M.; FREGOLENTE, A. Focos de Aprendizagem Docente. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.5, n.3, p.25-48, novembro, 2012.
- BAQUERO, R. **Vygotsky e a aprendizagem escolar** / Ricardo Baquero; trad. Ernani F. da Fonseca Rosa. – Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- BARBOSA, J. C. Modelagem matemática na sala de aula. In: VIII encontro nacional de educação matemática. **Anais do VIII Enem**. Recife: Sbem-PE, 2004. 1 CD-ROM.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, M.S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às atuais. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.7-32, jul.2009.
- BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997, 142 p.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação** – Lei 9.394/1996. Apresentação Carlos Roberto Jamil Cury. 5. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese de Doutorado, FE/UNICAMP. Campinas, 1992.
- _____. D. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**/ Dionísio Burak, Rosália Maria Ribeiro de Aragão. - 1.ed. – Curitiba, PR: CRV, 2012.
- _____. A Modelagem Matemática e a sala de aula. In: I EPMEM – I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2004. **Anais...** Londrina, PR, 2004.

_____. **Modelagem Matemática: Uma Metodologia Alternativa para o ensino da Matemática na 5ª série**, Rio Claro, 1987. 186p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, 1987.

BURAK, D.; PACHECO, E.R.; KLÜBER, T.E. (orgs.). **Educação Matemática**. Curitiba, PR: Editora CRV, 2010.

BURAK, D. et al. **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Educação Matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. **Acta Scientiae** (ULBRA), v.10, p. 93-106, jul-dez., 2008.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. In: ALEXANDRIA. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, jul., 2009, p.33-54. ISSN 1982-5153.

_____.A Modelagem Matemática e suas relações com o Currículo. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática -. CNMEM. 4, 2005. **Anais**. Feira de Santana: UEFS, p. 1-9.

CUNHA, J. A. As contribuições de Vygotsky: no processo de ensino aprendizagem da matemática financeira. IV – EDIPE – Encontro Estadual de Didática e Prática de Ensino. 2011. Disponível em: <<http://www.ceped.ueg.br/anais/ivedipe/pdfs/matematica/co/232-491-2-SM.pdf>>. Acesso em: 28 mar. 2013.

FONTANA, R. A. C.; CRUZ, M. N. **Psicologia e Trabalho Pedagógico**. São Paulo: Atual, 1997.

IVIC, I. **Lev Semionovich Vygotsky**. Recife: Editora Massangana, Fundação Joaquim Nabuco, 2010.

JAPIASSÚ, H. & MARCONDES, D. **Dicionário Básico de Filosofia**. 3. ed..Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.

KACZMAREK, D.; BURAK, D. Modelagem Matemática na sala de aula: um estudo sobre aspectos psicopedagógicos. In: V Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – EPMEM, 2012, Toledo – PR, **Anais**. Toledo – PR: UTFPR, 2012, p. 1- 18.

KLÜBER, T. E; BURAK, D. Modelagem Matemática: pontos que justificam sua utilização no Ensino. In: IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática,

2007, Belo Horizonte - MG. **Anais** do IX ENEM. Belo Horizonte: UNI-BH, 2007, p. 1-15.

KOSTIUK, G. S. Alguns aspectos da relação recíproca entre educação e desenvolvimento da personalidade. In: VYGOSTKY, L et al. **Psicologia e Pedagogia**. Bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento. São Paulo: Moraes, 1991.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

LUCCI, M. A. A proposta de Vygotsky: A psicologia sócio-histórica. **Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado**, vol.10, n. 2, 2006.

LURIA, A.R.; LEONTIEV, A.; VYGOTSKY, L.S. et al. **Psicologia e Pedagogia**: Bases Psicológicas da Aprendizagem e do Desenvolvimento. São Paulo: Moraes, 1991.

MAINARDES, J.; PINO, A. Publicações brasileiras na perspectiva Vigotskiana. **Educação & Sociedade**. vol. 21. n. 71. Campinas, July, 2000.

MARTINS, J. B. (Org.); PIMENTEL, A.; MAINARDES, J.; CAMARGO, J.S. **Na perspectiva de Vygotsky**. São Paulo: Quebra Nozes/ Londrina: CEFIL, 1999.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico. 7. ed. Campinas, SP: Papirus, 2006.

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. Trad. Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaya. 12. Ed. São Paulo: Cortez, Brasília, DF: UNESCO, 2007.

NEVES, M. L. R. C. ; Talim, S.L. . O Interesse por temas curriculares de ciências no Ensino Fundamental: Um Estudo Transversal. In: IX ENPEC, 2013, Águas de Lindóia/SP. ABRAPEC- IX ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 2013. Disponível em: <http://posgrad.fae.ufmg.br/posgrad/viiienpec/pdfs/975.pdf>
Acesso em 04 de janeiro de 2014.

NÓVOA, A. **Vidas de Professores**. Lisboa: Porto Editora, 1994.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento: Um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1997.

_____. **Piaget, Vygotsky, Wallon**: teorias psicogenéticas em discussão. São Paulo: Summus, 1992.

PELLEGRINI, D. Aprenda com eles e ensine melhor. **Revista Nova Escola**. n. 139. São Paulo: Abril, jan/fev, 2001.

PINO, A. O conceito de mediação semiótica em Vygotsky e seu papel na explicação do psiquismo humano. **Caderno Cedes**, Campinas, n.24, PP. 32-43, mar. 1991.

REGO, T.C. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. Petrópolis, RJ: Vozes, 10. ed., 2000.

RIUS, E.B. Educación Matemática: Una reflexión sobre su natureza y sobre su metodología. Educación Matemática, México: **Iberoamérica**, v.1, n.2, p. 28-42, Agosto, 1989a.

RIUS, E.B. Educación Matemática: Una reflexión sobre su natureza y sobre su metodología. Educación Matemática, México: **Iberoamérica**, v.1, n.3, p. 30-36, Dezembro, 1989b.

SINDER, M.. Vygotsky e Bakhtin – Psicologia e educação: Um intertexto. **Educação & Sociedade**. vol. 18. n. 60. Campinas, Dec., 1997. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S010173301997000300012&script=sci_arttext> Acesso em: 27 mar. 2013.

SNYDERS, G. **Alunos Felizes**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação – 1. ed. – 20. reimpr. – São Paulo: Atlas, 2011.

VYGOTSKY, L. S. A. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VYGOTSKY, L. S. **Psicologia Pedagógica**. 2.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, L. S; LURIA, A.R ; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução Maria da Penha Villalobos. São Paulo: Ícone: Editora da Universidade de São Paulo, 1988.

ANEXOS

ANEXO I

Transcrições dos depoimentos dos estudantes do nono ano

D1: *“Eu não gostei muito do trabalho porque envolve sobre futebol e eu não gosto de futebol. A parte que eu gostei foi da pesquisa, e na pesquisa cada um deu a opinião de cada questão”.*

D2: *“Não gosto de futebol, mas foi interessante, foi legal fazer uma atividade diferente”.*

D3: *“eu gostei por ser uma aula diferente, principalmente fazer o gráfico e por ser em grupo. [...] também por nós fazermos pesquisa na net, desenhos, medimos a quadra, a sala, um campo e por trabalhar em equipe.”*

D4: *“Eu achei interessante essas pesquisas porque eu perdi a vergonha e conheci melhor as pessoas, falando de um assunto muito bom que é o futebol que é a paixão dos brasileiros.”*

D5: *“... foi uma coisa muito diferente e interessante e tivemos todos juntos e unidos para que pudéssemos medir a quadra e eu gostei muito de trabalhar uma coisa diferente...”*

D6: *“... com os gráficos para mostrar que podemos demonstrar às pessoas, o que elas mais gostam, como times, idades, gostos, etc.”*

D7: *“Em minha opinião isso foi bom, eu gostei muito na hora que saímos da sala para ver o que os outros alunos achavam sobre futebol, isso distraiu muito e juntou duas coisas futebol com matemática, isso fez os alunos gostar mais de matemática acho que deveria ter mais isso não só em matemática mais também em outras matérias e em outras coisas também como música, dança, etc.”*

D8: *“Eu achei muito interessante, por que foi um trabalho diferenciado, onde nós falamos de um assunto que a maioria das pessoas gostam que é o futebol. É muito legal poder fazer um trabalho onde nós entrevistamos os outros alunos, sabemos quem gosta e quem não gosta de futebol, podemos sair da sala, essa é a parte mais legal.”*

D9: *“[...] gostei da ideia de ir a outras salas e treinamos a conversação, como se fosse para vender algo a pessoas que você não conhece. E também gostei que várias pessoas torcem pro Grêmio que vai ser campeão desse ano e dos que vem.”*

D10: *"Eu gostei de entrevistar os alunos de outras salas de conhecer gostos de outros alunos e saber que todos têm gostos diferentes. Eu não gostei porque tem gente que não sabe responder as perguntas tem gente que não entende."*

D11: *"Foi legal e a gente no grupo riu com as respostas tipo Atlético Paranaense como campeão do Brasileirão 2012. Gostei muito do trabalho, gostei de sair da sala, de ir a quadra, ganhei bastante bala dos outros alunos e aproveitei e coloquei a fofoca em dia".*

D12: *"Eu achei muito interessante, pois nos reunimos em grupos, saímos da sala e procuramos realmente saber o que o povo, o que os adolescentes pensam. Foi diferente, foi muito interessante, gostei muito. Conhecemos mais as pessoas que estudam em nossa escola".*

D13: *"Achei interessante por saber como fazer as medidas dos campos e sair até as salas para saber o que cada um acha que vai ser campeão e suas opiniões sobre o que o futebol pode ser útil. Apesar do futebol ser uma arte muito conhecida teve muitos que não sabiam o que responder sobre as perguntas. Teve pessoas que até estavam desinformadas sobre o futebol. mas o bom que não teve preconceito com a opinião do outro.*

Obs: ano que vem o Grêmio vai ser campeão.

Puxa saco: e o Flamengo vai ser segundo KKK . Tô sendo bonzinho kk . É nós!"

D14: *"Eu gostei porque invés da gente ficar fazendo conta a gente saiu, foi trabalhar nos computadores, bom, nós fomos a primeira vez nesse ano na sala de computação, nós conseguimos fazer gráficos diferentes e em 3D. Por isso essa aula foi legal".*

D15: *"Eu gostei porque a gente saiu da sala, porque a gente conversou com os outros colegas, só não achei legal porque meu time não apareceu muito nessa pesquisa, achei legal também porque deu pra saber que time mais é torcido na escola e ta".*

D16: *"Eu gostei porque achei interessante saber o que os alunos acham sobre os assunto pesquisados por nós. É bom saber as opiniões, palpites de alunos diferentes uns dos outros. Foi legal pesquisar as medidas do campo assim entendi um pouco mais sobre as regras, dependendo do lugar onde foi marcado a falta, quantos metros tem até o gol".*

D17: *"Eu achei legal mais demorou muito pra fazer. Mas fora isso foi bom ficarmos várias aulas sem fazer conta, indo pro laboratório fazer o trabalho".*

D18: *“Eu acho que foi bacana sair perguntando em todas as salas pra ver quem gosta e quem concorda com o futebol. E achei uma ótima maneira de ganhar pontos na média sem precisar fazer lições difíceis”.*

D19: *“Eu acho que foi interessante porque eu gostei muito porque vou ganhar 20 pontos e porque é interessante sair da sala para entrevistar outras pessoas e saber para que time elas torcem”.*

D20: *“Eu achei um trabalho interessante, mas deu muito trabalho para concluí-lo. Eu tava com preguiça de fazer esse trabalho, mas foi bom, deu pra conhecer as pessoas. Foi um pouco chato o trabalho no mesmo assunto por muito tempo, mas mesmo assim valeu pela experiência”.*

D21: *“Eu achei que foi uma boa experiência e que cada um tem seu pensamento diferente e que feliz que o Fluminense foi o campeão e o Flamengo não”.*

D22: *“Eu achei interessante, pois fiquei sabendo muitas coisas como o time da pessoa, idade, também muitas pessoas que torcem para time de outro estado e muito poucas que torcem para o Coxa e Atlético, Paraná. E falaram o nome de jogador de outro país”.*

D23: *“Eu achei muito interessante fazer esse trabalho para mostrar a preferência dos times, dos jogadores, os melhores estádios do Brasil, quem influenciou a escolha,. E também deu pra observar que tem vários gostos pra times do Brasil e pra saber as medidas do campo, das traves, do meio do campo”.*

D24: *“Foi legal, gostei da experiência, rimos muito com as respostas do Atlético ser campeão, gostei de sair da sala, ganhei bala e aproveitei e coloquei a fofoca em dia”.*

D25: *“Professora, o trabalho foi interessante, legal, eu gosto de futebol mas gosto só de jogar porque eu não entendo de jogo como o que é a falta, o que ta certo e errado, não sei diferença de primeira e segunda divisão. A única parte chata desse trabalho foi ter que fazer as contas de área e perímetro- essas continhas são um saco de fazer”.*

D26: *“Eu gostei dessa pesquisa porque deu pra saber um pouco sobre a opinião das pessoas. Eu gostei também porque é uma nota a mais.kkkk”.*

D27: *“Foi um trabalho muito legal. Nós falamos de um assunto muito legal que é futebol uma paixão dos Brasileiros e que é um assunto que tem muito o que falar porque todo mundo tem seu time preferido. Todo mundo tem sua opinião e fala o*

que quer porque o futebol é um esporte que tem muita rivalidade em campo e fora dele”.

D28: “Eu gostei porque foi até divertido medir a quadra da escola, dos vídeos de futebol passados na sala de aula. Só fiquei bastante chateado porque nosso gráfico da equipe ficou tudo 100%”.

D29: “Eu achei que as porcentagens foram na medida de cada gosto. Achei que o Atlético PR pudesse ter sido mais votado. Por mais que eu não seja fanática, é minha opinião”.

D30: “Eu gostei porque a gente descobriu os times das pessoas da escola, conheceu melhor as pessoas e os jogadores que eu nem sabia que tinha. Gostei mais ainda porque meu time era um dos mais escolhidos”.

ANEXO II

Transcrições dos depoimentos dos estudantes do sexto ano

D1: *“Eu gostei de falar de videogame que é a coisa que eu mais gosto e queria juntar dinheiro de verdade pra gente poder comprar um e jogar na sala, ia ser legal”.*

D2: *“Foi divertido fazer as contas todos juntos e de ser sobre de jogo de videogame”.*

D3: *“Eu não gosto de divisão mas gosto de jogar videogame”.*

D4: *“O que eu mais gostei foi de inventar um jeito de ganhar da professora no jogo, pena que era de mentirinha. Achei que a gente ia ter que catar latinha muito tempo”.*

D5: *“Eu queria jogar de verdade. Eu gostei porque a gente não fez muita lição e até gostei de dividir”.*

D6: *“Eu aprendi que é difícil catar latinha. Tem que pegar bastante e ganha pouco. Gostei de sentar com a (nome da amiga)”.*

D7: *“Eu gostei de ficar em dupla porque dava pra conversar bastante e fazer lição. Gostei quando um dizia uma palavra e a gente tinha que dizer a matemática que tinha. Eu achava resposta para todas as coisas que falavam”.*

D8: *“Eu gostei de fazer os problemas dos outros, tem gente muito burra. Usaram fração e videogame”.*

D9: *“Eu achei legal fazer tudo usando videogame porque eu adoro jogar. Eu e o Brian vamos juntar latinha pra comprar um com mais alguém. Daí um fica numa semana e depois o outro”.*

D10: *“Foi divertido sentar em dupla e fazer tudo junto. Pena que não compramos o videogame. Ia ser mais divertido”.*

D11: *“Eu gostei. Acho que juntar latinha ia ser legal pra comprar um videogame”.*

D12: *“Eu gostei bastante de pensar que tem matemática em tudo porque eu adoro matemática”.*

D13: *“Eu achei legal. A professora fez a gente ficar falando de videogame pra fazer a gente fazer conta”.*

D14: *“Eu gostei. Tem conta que a gente não acaba nunca”.*

D15: *“Eu gostei. A gente fez conta como se tivesse jogando, depois a gente fez conta pra comprar”.*

D16: *“Eu não gosto de matemática, só gosto de jogar videogame”.*

D17: *“ Eu achei muito legal falar de videogame e até que gostei das aulas de matemática. Foi legal pensar que tem matemática em tudo, foi divertido”.*

D18: *“Eu gostei de ver que dá pra aprender matemática com videogame e de ficar em grupo”.*

D19: *“Eu gostei porque era tudo sobre videogame”.*

D20: *“Eu gosto de videogame mas não tenho. Vou ganhar um no meu aniversário. Gostei de fazer de conta que a gente ia comprar um videogame”.*

D21: *“Eu gostei porque conversei bastante com o Heron e a gente foi jogar na casa dele”.*

D22: *“Foi muito legal fazer tanta conta com videogame. Falta fazer um jogo com todo mundo da sala”.*

ANEXO III

Algumas atividades elaboradas pelos estudantes do sexto ano

Você jogou um jogo no seu videogame de cavalariça. Você ganhou 1.502 pontos e o recorde era de 2.575 pontos.

Quanto falta para bater o recorde?

$$\begin{array}{r} 2575 \\ - 1502 \\ \hline 1073 \end{array}$$

R: falta 1.073 pontos para bater o recorde.

Qual o valor que você deve se jogar 3 vezes com o mesmo total de pontos?

$$\begin{array}{r} 1502 \\ \times 3 \\ \hline 4506 \end{array}$$

R: Vai dar 4.506 pontos.

1) Paulo estava jogando videogame fez 110 pontos no jogo e por perdeu 35 pontos. Quantos pontos Paulo ficou?

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 35 \\ \hline 75 \end{array}$$

R: ficou com 75 pontos.

2) Com um jogo de videogame, Maria acertou 15 a 20 tentativas. Escreva na forma arredondada a soma que representa as jogadas que Maria acertou?

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 20 \\ \hline 35 \end{array}$$

R: 35

1) Brando, estava jogando um jogo (tênis) de 30
lutas ele perdeu 08 e ganhou 16

a) Quantas lutas Brando jogou no total?

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 16 \\ \hline 24 \end{array}$$

R: Brando jogou 24 jogos.

b) Faltou alguma luta para ele completar 30 lutas? Quantas?

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 24 \\ \hline 6 \end{array}$$

R: Faltou para Brando jogar
6 jogos

Eu Marcelina da Silva comprei um **x-Box 360**
para o meu filho de que estava de aniversário
que custou 2.000 R\$ mas quando eu fui ligar
o aparelho eletrônico ele apresentou danos e
o meu vizinho é eletrônico que me
cobrou 500 reais. Quantos eu gastei neste
prejuízo?

$$\begin{array}{r} 2.000 \\ + 500 \\ \hline 2.500 \end{array}$$

R: Eu gastei 2.500 R\$.

1- Mariana juntou no mês seguinte R\$ 350,00 foi
no loja para comprar um videogame e ele custou
o resto R\$ 258,00. Quantos ainda sobrou para
mariana?

$$\begin{array}{r} 350,00 \\ - 258,00 \\ \hline 92,00 \end{array}$$

R: Fico 92,00 reais ainda para ela.

ANEXO IV

Atividades elaboradas coletivamente com os estudantes do sexto ano

2. Cada estaca jogando "Super-Mariné"

unidades = ~~7~~ pontos valer 7

exigências = valer 25

maioria = valer 27

Quantos pontos ela fez se pegou 20 unidades, 2 exigências e 28 maioria?

R. Ela fez = 6 pts

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 2 \\ \hline 22 \\ + 28 \\ \hline 50 \\ + 2 \\ \hline 52 \end{array}$$

Quanto pagou 35 unidades 3 exigências e 6 maioria. Quantos pontos ficou fez?

R. ficou 494 pts

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 3 \\ \hline 38 \\ + 6 \\ \hline 44 \end{array}$$

Alguns ganharam? Qual a diferença entre os pontos?

R. para ganhar = 494 - 44 = 450

Se 2 pontos = 20 - 20 = 0

Para fazer tema desovier comprar um círculo gaze "Play Station II" que custa R\$ 3400,00. A turma tem 24 alunos

Se cada aluno contribuir com o mesmo valor, quanto cada um terá que pagar?

$$\begin{array}{r} 340 \overline{) 24} \\ \underline{24} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 0000 \\ \underline{0000} \\ 0000 \\ \underline{0000} \\ 0000 \end{array}$$

R. Cada um terá que dar 14,16 e ainda faltará R\$ 0,16

c. Para irmos fazer bolinhos para vender se um kg de arroz (60 bolos) é vendida por R\$ 1,20 quantos quilos de bolinhos teremos que fazer

$$\begin{array}{r} 34000 \overline{) 120} \\ \underline{120} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 0000 \\ \underline{0000} \\ 0000 \\ \underline{0000} \\ 0000 \end{array}$$

R. Teremos que fazer 28 - kg de bolinhos

e h = 60 - 28

c. Quantos kg cada um terá que fazer?

$$\begin{array}{r} 284 \overline{) 24} \\ \underline{24} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 000 \end{array}$$

R. Cada um terá que fazer 1 - kg 833g

d. Se cada aluno terá que fazer 12h de estes pequenos bolinhos será?

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

R. Cada um terá que fazer 120 bolinhos.

ANEXO V

Alguns depoimentos escritos pelos estudantes

Eu gostei porque invece do gente
 ficou depois de certo a gente soube
 de toda a nossa computadores, bem
 nos jogos o primeiro nos resto não
 no lado de computadores, mas
 conseguimos fazer jogos diferentes
 e em 3D. Por isso isso não foi
 Legal.

Foi bem muito interessante, pois se
 nemimes em grupo. Naimes do
 solo, e procuramos realmente saber
 o que o povo, o que os adolescentes
 pensam. Foi diferente, foi muito
 interessante, gostei muito, conheci
 mais os alunos que estudam no
 mesmo nível.

Eu gostei porque achei interessante saber o que
 os alunos acham sobre os assuntos pesquisados por nós
 e como saber as opiniões, palpites de alunos diferentes,
 uns dos outros.
 Foi legal pesquisar as opiniões do campo
 entendendo um pouco mais das regras, dependendo do lugar
 onde foi realizada a falta que os mestres tem de
 o qual e gostei por isso.

Eu acho que foi bacana vai perguntando em todas as salas pra ver quem gosta e quem torce sem o futebol. E achei uma ótima maneira de ganhar pontos na mídia sem precisar fazer lições difíceis.

Eu acho que foi interessante porque eu gostei muito porque vou ganhar 20 pontos e porque é interessante sair da sala para entrevistar outras pessoas e saber para quem torcem.

Eu achei muito interessante, por que foi um trabalho diferenciado, onde nós falamos de um assunto que a maioria das pessoas gostam que é o futebol.

É muito legal poder fazer um trabalho onde nós entrevistamos os outros alunos, sabemos quem gosta e quem não gosta de futebol, podemos sair daí, essa é a parte mais legal!

Opinião - Na minha opinião achei legal mas eu vi que tem pessoas que não conhecem muito sobre o futebol ou não ouvir a pergunta, e só 3 pessoas torcem para times do Paraná; Mas gostei da ideia de ir a outras salas e treinarem a conversação, como se fosse para vender algo a pessoas que não conhece, etc. E também gostei que vários pessoas torcem pra Grêmios que vai ser campeão desse ano e das que vem!

- A eu gostei do trabalho, foi muito legal, e muito interessante, de poder conhecer as pessoas da escola. Foi algo meio diferente, mas com os graficos são coisas que podem demonstrar as pessoas o que elas mais gostam, como times, idade, gostos etc...
 Bem eu sou dizer realmente gostei do trabalho.

Eu acho muito legal porque faz uma coisa muito diferente e interessante e teremos todos juntos e unidos para que possam nos ajudar a quadro e eu gostei muito de gente trabalhar uma coisa diferente do trabalho que mais nenhum professor se faz com agente.

Eu gostei de conhecer os alunos de outras salas de verificar gostos de outros alunos e saber que todos tem gostos diferentes.

Eu não gostei porque tem gente que não sabe responder as perguntas tem gente que não entende.

Achei interessante por saber como fazer os medidas das cortinas e sair até os balões para saber o que cada um acha que vai ser campeão e suas opiniões sobre o que o futebol pode ser útil.

Apesar do futebol ser um jogo onde muita competição teve muitos pessoas que não sabiam o que responder sobre as perguntas. teve pessoas que até estavam desinformadas sobre o futebol mais o bom que não teve preconceitos com a opinião dos outros.

Observações: Ans que nem o GRÉ não vai ser campeão

Foi legal e agente no grupo saiu com as respostas tipo (Atletico Paranaense) com campeão do brasileiro 2022.

Gostei muito desse trabalho, gostei de sair da sala, de ir na quadra, ganhei bastante bola dos outros alunos, aproveitei e coloquei a foloca em dia com a

EU GOSTEI POR QUE FOI UMA AULA DIFERENTE, PRINCIPALMENTE FAZER O GRAFICO E POR SER EM GRUPO ALEM DE GANHAR 20 PONTOS TAMBEM POR NOS FAZEMOS PESQUISAS NA NET DEZENAS, ME DAMOS A QUADRA, A SALA, UM CAMPO OFICIAL E POR TRABALHAR EM EQUIPE ETC...

Eu não gostei muito do trabalho porque envolve sobre futebol e eu não gosto de futebol. A parte que eu gostei foi da pesquisa, e na pesquisa cada um deu a sua opinião de cada questão.

Na minha opinião isso foi bom, eu gostei muito na hora que saímos da sala para ver o que os outros alunos achavam sobre futebol, isso distrai muito, e é (~~parte~~) junto duas coisas (~~leg~~) futebol com matemática, isso fez os alunos gostar mais de matemática acho que devia ter mais isso não só em matemática mais também em outras materias e em outras coisas também como ~~matéria~~ música, dança etc.

Eu ~~realmente~~ achei um trabalho interessante, mais deu muito trabalho para concluir, eu estava com preguiça de fazer este trabalho, mais foi bom que deu pra conhecer os outros.

Fiz um pouco chato Trabalho pra mesmo assunto por muito tempo, mais mesmo assim valeu pela experiencia.

Sei um trabalho muito legal nós falamos de um assunto muito legal que é futebol uma paixão dos Brasileiros e que é um assunto que tem muito a que falar por que todo mundo tem seu time favorito.

Todo mundo tem sua opinião e fala o que quer por que o futebol é um esporte que tem muita rivalidade em campo e fora dele.

Eu gostei porque a gente descobriu os times das pessoas da escola, conheci melhor as pessoas e os jogadores que eu nem sabia que tinha, gostei mais ainda porque meu time era um dos mais escolhidos.

Eu gostei porque a gente saiu da sala porque a gente conversou com as outras colegas, só não achei legal porque meu time não apareceu muito numa pesquisa, achei legal também porque deu pro saber que time mais é usado na escola e foi

Eu achei que foi uma boa experiência e que cada um tem sua preferência diferente e fiquei feliz por que o FLUMINENSE foi campeão e o FLAMENGO não do FLU do FLU Volei noturna.