

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA**  
**SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS**  
**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT**

**LENILTON KOVALSKI**

**MODELAGEM MATEMÁTICA: ARTICULAÇÕES ENTRE A PRÁTICA E  
PROPOSTAS CURRICULARES OFICIAIS**

**PONTA GROSSA**  
**2016**

**LENILTON KOVALSKI**

**MODELAGEM MATEMÁTICA: ARTICULAÇÕES ENTRE A PRÁTICA E  
PROPOSTAS CURRICULARES OFICIAIS**

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Estadual de Ponta Grossa; Setor de Ciências Exatas e Naturais.  
Orientador: Prof. Dr. Marciano Pereira

**PONTA GROSSA**

**2016**

**Ficha Catalográfica**  
**Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação BICEN/UEPG**

K88           Kovalski, Lenilton  
              Modelagem matemática: articulações  
              entre a prática e propostas curriculares  
              oficiais/ Lenilton Kovalski. Ponta Grossa,  
              2016.  
              91f.

              Dissertação (Mestrado Profissional em  
              Matemática em Rede Nacional - Área de  
              Concentração: Matemática), Universidade  
              Estadual de Ponta Grossa.

              Orientador: Prof. Dr. Marciano Pereira.

              1.Modelagem Matemática. 2.Educação  
              Matemática. 3.Documentos Curriculares  
              Oficiais. I.Pereira, Marciano. II.  
              Universidade Estadual de Ponta Grossa.  
              Mestrado Profissional em Matemática em  
              Rede Nacional. III. T.

CDD: 510.7

TERMO DE APROVAÇÃO

**Lenilton Kovalski**

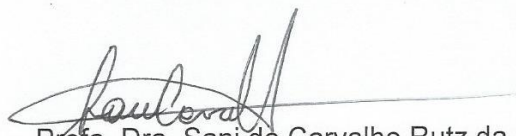
**“MODELAGEM MATEMÁTICA: ARTICULAÇÕES ENTRE A PRÁTICA E PROPOSTAS CURRICULARES OFICIAIS”**

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora.

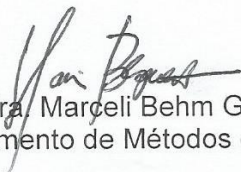
Orientador:



Prof. Dr. Marciano Pereira  
Departamento de Matemática, UEPG/PR



Profa. Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva  
Departamento de Matemática, UTFPR/PR



Profa. Dra. Marçeli Behm Goulart  
Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino, UEPG/PR

Ponta Grossa, 16 de Fevereiro de 2016.

*Aos meus queridos pais, Genésio e Daisi*

*Dedico*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, fonte da verdadeira sabedoria, que sempre me conduziu em todos os momentos desta caminhada, dando saúde e força para não desistir.

Ao meu pai Genésio e minha mãe Daisi; meu pai, homem sábio e de muita fé, que mesmo estando há muitos anos sem poder caminhar fisicamente, me ensinou, e me ensina todos os dias, a caminhar pelos caminhos da fé e de todas as boas virtudes que um homem pode ter, sempre acreditando verdadeiramente em mim; minha mãe querida, que sempre cuidou de mim com tanto carinho, para que estivesse bem todos os dias, me motivando a trilhar o caminho dos estudos, principalmente quando eu havia desistido, no início do ensino médio, pensando não ter capacidade para ir além.

À minha esposa Bárbara, pelo amor verdadeiro e por estar sempre ao meu lado partilhando as alegrias e dificuldades desta etapa da minha vida.

Aos familiares e amigos que sempre estão presentes nos momentos felizes e difíceis, de forma especial à minha irmã Mônica e aos amigos Marina Marra, que insistiu para que eu fizesse o exame de acesso ao PROFMAT, e Luciano Leite parceiro de tantas horas de estudos neste curso.

Aos professores do Departamento de Matemática da UEPG que fazem parte deste programa de Mestrado, de forma especial ao professor Marciano Pereira por orientar este trabalho.

Aos membros da banca examinadora pelo tempo dedicado ao estudo deste trabalho e pelas valorosas contribuições que enriqueceram o mesmo.

À Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), pela oportunidade na Graduação, Especialização e agora no Mestrado; à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e ao Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), por contribuírem com este programa de mestrado.

A todos aqueles que duvidaram que eu pudesse chegar aqui, meu muito obrigado pela força para avançar que geravam em mim, quando eu ouvia suas críticas...

*“A maravilhosa disposição e harmonia do universo só pode ter tido origem segundo o plano de um Ser que tudo sabe e tudo pode. Isto fica sendo a minha última e mais elevada descoberta”.*

*Isaac Newton*

# MODELAGEM MATEMÁTICA: ARTICULAÇÕES ENTRE A PRÁTICA E PROPOSTAS CURRICULARES OFICIAIS

## RESUMO

Nesta dissertação é apresentada uma pesquisa norteadada pela questão: *Na prática, a Modelagem Matemática contempla pontos apresentados em propostas curriculares oficiais?* A partir dessa questão, procura-se evidenciar possíveis articulações entre a Modelagem Matemática na prática e documentos curriculares oficiais, favoráveis ao trabalho com essa metodologia, oferecendo respaldo teórico para professores que adotam, ou pretendem adotar, a Modelagem Matemática em suas práticas docentes, e encontram, entre alguns dos obstáculos para isso, a necessidade de quebrar a forma tradicional de como o currículo é trabalhado e, muitas vezes, a não aceitação dessa metodologia por parte da comunidade escolar que não percebe de imediato as potencialidades da Modelagem Matemática. Para o levantamento destas articulações o presente trabalho traz uma abordagem sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática, uma breve descrição dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da versão preliminar da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de forma voltada à disciplina de Matemática nos anos finais do ensino fundamental. Duas práticas com a Modelagem Matemática, realizadas por este autor, também são descritas, e por fim, as articulações identificadas entre a Modelagem Matemática e os documentos curriculares oficiais, PCN e BNCC, são elencadas a partir dos três pilares que fundamentam a pesquisa: o referencial teórico sobre a Modelagem Matemática; os documentos curriculares oficiais que foram selecionados para este estudo, PCN e BNCC; e as duas experiências com a Modelagem Matemática relatadas. Como resultados das interpretações desta pesquisa, ficam evidentes que várias articulações podem ser elencadas entre a Modelagem Matemática na prática e os dois documentos curriculares oficiais, PCN e BNCC, sendo estas favoráveis ao trabalho com a metodologia em questão, e que a adoção da Modelagem Matemática, por professores da educação básica, pode possibilitar uma melhora no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática na atualidade, correspondendo assim às propostas encontradas nos PCN e BNCC.

Palavras – chave: Modelagem Matemática. Educação Matemática. Documentos Curriculares Oficiais



# **MATHEMATICAL MODELING: JOINTS BETWEEN PRACTICE AND PROPOSALS OFFICIAL CURRICULUM**

## **ABSTRACT**

This thesis presents a survey guided by the question: In practice, the Mathematical Modeling contemplates points presented in official curriculum proposals? From this issue, seeks to highlight possible links between the mathematical modeling in practice and official curriculum documents, favorable to working with this methodology, providing theoretical support for teachers who have adopted, or plan to adopt, the mathematical modeling in their teaching practices, and are among some of the obstacles to this, the need to break the traditional way of how the curriculum is worked and, often, the non-acceptance of this methodology by the school community who does not realize immediately the potential of Mathematical Modeling. For the lifting of these joints the present work brings a discussion of the Mathematical Modeling in Mathematics Education, a brief description of the National Curriculum Parameters (PCN) and the draft of the Curriculum Common National Base (BNCC) of focused way to Mathematics discipline in final years of elementary school. Two practices with mathematical modeling, performed by the author, are also described, and finally, the joints identified between the mathematical modeling and the official curriculum documents, PCN and BNCC are listed from the three pillars that support the research: the theoretical framework on Mathematical Modeling; the official curriculum documents that were selected for this study, PCN and BNCC; and the two experiments with mathematical modeling reported. As a result of the interpretations of this research, it is clear that multiple joints can be listed among the Mathematical Modeling in practice and two official curriculum documents, PCN and BNCC, which are favorable to working with the methodology in question, and that the adoption of Mathematical Modeling for basic education teachers can enable an improvement in the teaching and learning of mathematics today, as legitimately proposals found in the NCP and BNCC.

Key - words: Mathematical Modeling. Mathematics education. Curriculum Official Documents

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>CAPÍTULO 1: MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA FRENTE À EDUCAÇÃO BÁSICA .....</b>	<b>14</b>
1.1 BREVE HISTÓRICO SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA .....	14
1.2 CONCEPÇÕES SOBRE MODELAGEM.....	16
1.2.1 Modelagem para Biembengut .....	17
1.2.2 Modelagem para Bassanezi .....	18
1.2.3 Modelagem para Burak .....	19
1.3 TRABALHO COM MODELAGEM .....	23
1.3.1 Aspectos que favorecem o trabalho com Modelagem .....	23
1.3.2 Aspectos que dificultam o trabalho com Modelagem .....	26
<b>CAPÍTULO 2: DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS .....</b>	<b>31</b>
2.1 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN): TERCEIRO E QUARTO CICLOS.....	33
2.2 VERSÃO PRELIMINAR DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC) .....	34
<b>CAPÍTULO 3: METODOLOGIA, PROCEDIMENTOS E ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA .....</b>	<b>38</b>
3.1 A QUESTÃO INICIAL E OS OBJETIVOS DA PESQUISA .....	38
3.2 NATUREZA DA PESQUISA .....	40
3.3 ELEMENTOS .....	40
3.4 AS PRÁTICAS COM A MODELAGEM MATEMÁTICA .....	41
3.4.1 Primeiro relato de experiência.....	41
3.4.2 Segundo relato de experiência.....	54
3.5 ARTICULAÇÕES ENTRE A MODELAGEM NA PRÁTICA E OS DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS .....	62
3.5.1 A Contextualização .....	63
3.5.2 A Resolução de Problemas .....	66
3.5.3 A Interdisciplinaridade.....	68
3.5.4 O Professor Mediador.....	70
3.5.5 A Linearidade dos Conteúdos .....	72
<b>CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS DE INVESTIGAÇÕES FUTURAS .....</b>	<b>77</b>
<b>REFERÊNCIAS:.....</b>	<b>80</b>
<b>ANEXOS: .....</b>	<b>84</b>

## INTRODUÇÃO

“Os alunos não apresentam interesse algum”, “parecem nem saber a tabuada”, “quase metade da turma está com nota abaixo da média neste bimestre”, “não sei mais o que fazer”... Esse discurso tem se tornado repetitivo pelos professores de Matemática no ensino básico. Basta uma pouca vivência em uma escola da educação básica para ouvir várias vezes esses comentários a respeito do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Entretanto, o que os professores têm feito para mudar essa situação?

A sociedade, as rotinas dos indivíduos, os objetos que são tidos como essenciais para os mesmos, o acesso à informação e as tecnologias passaram por uma imensurável mudança nas últimas décadas. Lembro-me do espanto da minha turma de oitava série, hoje nono ano, quando uma colega questionou a professora, se poderia fazer o trabalho solicitado, em um computador. A professora perguntou surpresa: “você tem computador?” Então a colega respondeu que faria na empresa em que sua mãe trabalhava, onde já utilizavam computadores. Era o acesso à tecnologia chegando até as bases da população.

Muitos dos leitores deste trabalho podem ter presenciado a evolução tecnológica ocorrida nos últimos anos. Possivelmente alguns chegaram a ver suas mães passando roupas com o ferro à brasa e hoje vejam nos seus aparelhos celulares “mãe online”. Outros talvez esperassem meses para “revelar as fotografias” de um passeio ou evento e hoje compartilham quase que, instantaneamente, nas “redes sociais” para todo o mundo, se desejarem, os momentos que julgam importantes em suas vidas. Assim, muitos outros exemplos poderiam ser colocados.

Talvez esse olhar traga uma possível resposta às colocações elencadas no início, levantando uma nova questão: O processo de ensino e de aprendizagem, de forma particular na disciplina de Matemática, acompanhou tamanha transformação tecnológica e científica que possibilitou o acesso a tantas tecnologias de maneira consideravelmente fácil aos nossos estudantes?

Talvez a resposta para essa pergunta sejam as muitas produções de pesquisas da graduação e pós-graduação, que tratam da melhoria no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e também da possível ruptura com a chamada forma tradicional de ensino, focalizando o uso das tendências metodológicas apresentadas na Educação Matemática. Essas pesquisas quase

sempre têm o objetivo de incentivar os professores de Matemática a tornarem suas aulas e conteúdos ligados de forma efetiva às diversas realidades dos estudantes, mas esse fato parece ainda não acontecer significativamente na prática.

Lecionando há nove anos na educação básica, este autor já se viu muitas vezes, ou quase sempre, trabalhando de forma extremamente tradicional, apesar de há alguns anos estar aprofundando seus estudos no campo da Educação Matemática e, de forma específica, no campo da tendência metodológica denominada Modelagem Matemática<sup>1</sup>, que é o eixo principal deste trabalho. É inegável que, mesmo assim, as colocações iniciais desta introdução ainda se fazem presentes, em alguns momentos, em minha prática como professor.

A procura por aperfeiçoamento profissional que possibilitasse a melhoria da própria prática levou-me, em 2011, a participar como aluno especial, na disciplina de Tópicos Avançados em Educação Matemática do curso de Mestrado em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG). A disciplina era ministrada pelo professor Dionísio Burak, que apresentou as tendências metodológicas da Educação Matemática, e de forma particular a Modelagem. No mesmo ano de 2011, iniciei um curso de Especialização em Educação Matemática, também na UEPG, o qual concluí em 2013 com a defesa da monografia intitulada “Receptividade ao Trabalho com Modelagem Matemática por parte das Instituições de Ensino”. Nesta monografia procurei verificar com uma prática, particularidades e viabilidade da Modelagem na realidade escolar, e através de entrevistas, feitas com responsáveis por equipes pedagógicas de duas instituições de ensino, observar como uma proposta de trabalho com a Modelagem seria recebida.

Assim dei início a estudos relacionados à Modelagem, aos quais hoje dou continuidade na elaboração desta dissertação, tendo como atual questionamento, possíveis relações entre as propostas apresentadas em documentos curriculares oficiais e as práticas com a Modelagem. É objetivo geral deste trabalho contribuir para a efetiva inserção da Modelagem como metodologia de ensino da Matemática na educação básica. De forma específica, busca-se aqui apresentar articulações favoráveis à Modelagem entre documentos curriculares oficiais e a mesma, levando em conta práticas que confirmam a viabilidade da metodologia em questão.

---

<sup>1</sup> A partir deste ponto, buscando uma melhor fluência do texto para o leitor, o termo Modelagem será utilizado para expressar Modelagem Matemática na Educação Matemática, salvo apenas quando utilizado em títulos, subtítulos, citações e nas referências bibliográficas.

Objetiva-se ainda oferecer um trabalho que contemple noções elementares sobre a Modelagem, bem como um norte referencial para que aqueles que estão tendo um primeiro contato com a mesma possam aprofundar seus conhecimentos.

Com o desejo, para muitos, a utopia, de transformar positivamente a própria prática e contribuir para a melhoria da prática de outros professores, este trabalho foi desenvolvido, o qual apresenta uma pesquisa, com abordagem qualitativa, caracterizando-se como um estudo bibliográfico ou documental.

A estrutura básica deste trabalho apresenta, no capítulo 1, a Modelagem na Educação Matemática como proposta metodológica de ensino, a concepção de Modelagem defendida por alguns autores considerados relevantes na área, destacando a concepção de Dionísio Burak, a qual foi adotada como principal referencial para o presente trabalho. Alguns pontos que favorecem ou prejudicam o trabalho com a Modelagem também são elencados.

No capítulo 2, dois documentos oficiais: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)<sup>2</sup> são apresentados de forma breve com um enfoque especial dado a alguns pontos que dizem respeito à disciplina de Matemática nos anos finais do ensino fundamental. Esses dois documentos foram escolhidos para compor o presente estudo, pelo fato de os PCN serem utilizados há quase duas décadas como principal documento orientador do trabalho relacionado ao currículo escolar e sua implementação, e a proposta da BNCC por trazer possíveis mudanças e atualizações também relacionadas à questão curricular.

Duas práticas realizadas durante a trajetória de estudos percorrida pelo autor do presente trabalho, com o objetivo inicial de verificar as particularidades e viabilidade ou não da Modelagem, são apresentadas no capítulo 3. Essas práticas são tratadas aqui sob uma nova perspectiva, considerando a questão de interesse atual sobre a Modelagem, motivação deste trabalho, para a qual tenho voltado meu olhar.

As articulações, identificadas nesta pesquisa, entre a Modelagem e algumas das propostas apresentadas nos dois documentos, PCN e versão preliminar da BNCC, também são elencadas no capítulo 3, considerando a questão específica: *Na*

---

<sup>2</sup> As siglas PCN e BNCC serão utilizadas, a partir deste ponto, para se referir respectivamente aos: Parâmetros Curriculares Nacionais e à Base Nacional Comum Curricular.

*prática, a Modelagem Matemática contempla pontos apresentados em propostas curriculares oficiais?*

## **CAPÍTULO 1: MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA FRENTE À EDUCAÇÃO BÁSICA**

### **1.1 BREVE HISTÓRICO SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA**

No campo da Educação Matemática são explicitadas metodologias de ensino que buscam possibilitar uma melhora no processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Dentre essas metodologias, a Modelagem chama especial atenção, uma vez que ela, na perspectiva assumida neste trabalho, favorece a maneira com que os conteúdos matemáticos são apresentados aos estudantes, principalmente porque, a partir de situações por eles vivenciadas, aborda os mais variados conteúdos matemáticos de forma contextualizada.

Segundo Burak (2010), no ano de 1976, o III Congresso Internacional de Educação Matemática, em Karlsruhe, Alemanha Federal, que contou com a participação de dois mil professores de vários países, trazia, entre os muitos temas tratados, a Modelagem. Tal fato sinaliza que debates envolvendo essa forma de trabalhar os conteúdos matemáticos nas escolas já estavam acontecendo em diferentes países. Silveira (2007), autor que, em sua dissertação de mestrado, fez um levantamento sobre os trabalhos que tratam da Modelagem no Brasil, relata que encontrou como trabalho mais antigo uma dissertação produzida também em 1976 por Celso Braga Wilmer e orientada pelo professor Aristides Camargos Barreto. Essa dissertação se intitulava “Modelos na Aprendizagem da Matemática”, o que sugere a preocupação com a melhoria no processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Ainda segundo Silveira (2007), o fato de o autor Celso Braga Wilmer utilizar o termo modelos, ao invés de Modelagem, não descarta o fato de sua dissertação tratar das primeiras ideias do que hoje é conhecido como Modelagem.

Após essa época, o número de trabalhos e pesquisas sobre a Modelagem foi crescendo consideravelmente. Silveira (2007) apresenta em seu trabalho uma tabela com o nome de trinta e seis orientadores de cursos de mestrado e doutorado que, até 2006, haviam orientado pelo menos uma dissertação abordando o tema Modelagem. Esses orientadores geravam um total de 65 trabalhos sobre a Modelagem. Percebe-se assim que, desde os primeiros trabalhos em 1976 até o ano

de 2006, muito foi pesquisado sobre a Modelagem. Destaca-se aqui que o quadro apresentado por Silveira (2007) traz apenas dissertações e teses. Provavelmente muitas monografias de conclusão de cursos de graduação e especialização também foram realizadas nesse período. Desses Orientadores, Silveira (2007) destaca que apenas três: Prof. Ademir Donizeti Caldeira, Prof.<sup>a</sup> Maria Salett Biembengut e Prof. Dionísio Burak, fizeram pesquisas no campo da Modelagem nos seus cursos de doutoramento. Esse é um dos motivos pelo qual se optou em dar especial atenção à concepção de Modelagem apresentada pelo professor Dionísio Burak.

Desta forma, fica evidenciado que muito foi pesquisado sobre Modelagem nas últimas três décadas. Dentre essas pesquisas, observa-se que são várias as que comprovam as potencialidades da Modelagem no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Esse fato é comprovado quando analisa-se, por exemplo, os trabalhos do VI Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática que aconteceu em Curitiba no ano de 2014, e é evidenciada a publicação de mais de quarenta artigos entre relatos de experiência e comunicações científicas tratando de variados temas relacionados à Modelagem.

Segundo Caldeira (2004a), existe um número considerável de autores que percebem na Modelagem um caminho para o estudante descobrir a relação existente entre a Matemática e o cotidiano. Esse fato sugere um dos motivos pelo qual professores de Matemática têm mostrado interesse por essa tendência metodológica. Burak (1994) afirma que muitas vezes até mesmo os pais dos estudantes são envolvidos nas atividades com Modelagem. Nesse sentido, um aspecto importante para que ocorram avanços positivos no meio educacional é favorecido: a participação efetiva das famílias dos estudantes no processo de ensino e de aprendizagem. É provável que esse envolvimento traga benefícios significativos no que diz respeito ao desenvolvimento intelectual e afetivo dos estudantes.

Muitos professores de Matemática podem ficar em dúvida sobre um conceito correto de Modelagem e até arriscar que se trata de elaborar modelos matemáticos para explicar situações ou fenômenos que acontecem nas mais variadas situações. Quando se busca na literatura definir a Modelagem, diferentes concepções são encontradas, mas praticamente todas têm um ponto em comum: explicitam potencialidades evidenciadas nessa metodologia para o ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo Biembengut (2009):



Muito embora existam concepções distintas, é essencial não perder de foco estas distinções nos aspectos que convergem no entendimento de que a modelagem pode contribuir não somente para aprimorar o ensino e a aprendizagem matemática, mas especialmente, para provocar uma reação e interação entre corpo docente e discente envolvidos na contínua e necessária produção do conhecimento que surtirá efeitos no contexto social. (BIEMBENGUT. 2009. p. 27)

Percebe-se nessa citação que diversas concepções podem ser formadas, mas se forem adotadas com o sincero desejo de fazer uma educação melhor, podem possibilitar um bom resultado para o processo de ensino e de aprendizagem como destacado por Biembengut.

Para Barbosa (2001), a Modelagem pode muitas vezes ser definida de acordo com os propósitos e interesses subjacentes à sua implementação. Dentre as diferentes concepções é possível perceber duas principais vertentes: uma que tende para o ensino superior estruturada basicamente a partir da Matemática aplicada, e a outra voltada para o ensino básico. Segundo Kaviatkovski (2012), o motivo de algumas concepções se voltarem para a Matemática aplicada se deve ao fato de a Modelagem ter surgido nesse meio. A seguir são apresentadas algumas concepções sobre a Modelagem na Educação Matemática.

## 1.2 CONCEPÇÕES SOBRE MODELAGEM

À luz das variadas concepções de Modelagem Matemática existentes e ciente da amplitude de aspectos que envolvem cada uma delas, para o presente trabalho foi feita a opção de apresentar a de três autores: Dionísio Burak, Rodney Carlos Bassanezi e Maria Salett Biembengut. O motivo da escolha das referidas concepções se deve principalmente pela recorrência em que seus autores são citados em trabalhos acadêmicos envolvendo a temática Modelagem.

Para tratar das concepções apresentadas a seguir, a base referencial será pautada principalmente no que os autores Kaviatkovski (2012); Klüber (2007) e Klüber e Burak (2008) expõem em seus trabalhos sobre as concepções de Modelagem dos autores citados anteriormente. Não se pretende aqui tratar de forma abrangente das concepções mencionadas, é feita apenas uma breve abordagem para situar melhor a concepção que foi adotada como principal referencial para este

trabalho. O leitor que desejar conhecer melhor estas outras concepções de outros autores, também relevantes, pode consultar os trabalhos citados anteriormente.

### 1.2.1 Modelagem para Biembengut

Kaviatkovski (2012) e Klüber (2007) afirmam em seus trabalhos que, para Biembengut, a Modelagem é o processo utilizado para a obtenção de um Modelo. Segundo Klüber (2007), a autora defende a ideia de que Modelagem é um processo que faz a ligação do mundo real com o mundo matemático. Assim é possível pensar que a concepção da autora não difere muito das demais, pois a ideia principal de Modelagem é a ligação do mundo real com o mundo matemático. Para Kaviatkovski (2012), a proposta de trabalho de Biembengut mostra-se mais adequada ao ensino superior:

Sendo assim, embora Biembengut incentive a utilização da Modelagem desde os anos iniciais da Educação Básica até em cursos de pós-graduação, o trabalho com a modelagem na perspectiva de Biembengut (1999) é mais adequado com estudantes do Ensino Superior e/ou pós-graduação, visto que, em tese, esses estudantes estariam mais bem instrumentados do *ferramental matemático*, necessário para a obtenção do modelo que abaliza o trabalho com a Modelagem de acordo com esta concepção de Biembengut. (KAVIATKOVSKI 2012 p. 52).

Sendo assim, compreende-se que essa autora defende a ideia de se obter o modelo matemático ao final do processo, fato que, para outros autores, como será apresentado, não é essencial, principalmente no ensino básico, mas sim o caminhar realizado desde a escolha do tema até a análise dos resultados obtidos.

Para Biembengut, algumas etapas devem ser seguidas no trabalho com a Modelagem. Segundo Kaviatkovski (2012 p.52), são elas: 1) Interação – reconhecimento da situação – problema e familiarização com o assunto a ser modelado (pesquisa); 2) Matematização – formulação (hipótese) e resolução do problema em termos matemáticos; 3) Modelo matemático – interpretação da solução e validação do modelo (uso). Essas etapas contemplam as fases que vão surgindo naturalmente na Modelagem. Quando o professor utiliza essa metodologia, é possível observar que é praticamente inevitável percorrer as etapas sugeridas por Biembengut. Para o ensino básico, em alguns momentos, a última etapa pode ser inviável, visto que nem sempre se chega a um modelo propriamente dito, mas é

possível que o processo como um todo contemple as demais etapas que envolvem o trabalho com Modelagem segundo a perspectiva de Biembengut.

Na dissertação de Klüber (2007), o mesmo afirma que Biembengut utiliza o termo Modelação Matemática para falar do processo de Modelagem em cursos regulares de qualquer grau de ensino. Ainda segundo Klüber (2007), Biembengut defende que na modelação se utiliza de um único tema para se extrair o conteúdo matemático programático, aspecto que deve ser analisado com certa cautela, uma vez que no trabalho com Modelagem surgem naturalmente temas secundários, os quais, quando bem explorados pelo professor, podem suscitar ainda mais o interesse dos estudantes, contribuindo assim com a aprendizagem do conteúdo abordado.

### 1.2.2 Modelagem para Bassanezi

A autora Biembengut (2009) afirma que Rodney Carlos Bassanezi é um dos principais responsáveis pelo impulso e consolidação da Modelagem na educação brasileira. Esse autor é um dos principais orientadores das primeiras monografias, dissertações e teses que tratam especificamente da Modelagem. Bassanezi (2004) define modelo matemático como sendo “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. Para Kaviatkovski (2012), a visão sobre Modelagem de Bassanezi e a de Biembengut se aproximam, pois ambas explicitam a relevância da elaboração de um modelo matemático.

Para Bassanezi (2004), Modelagem é a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Ou seja, percebe a Modelagem como uma metodologia que possibilita a aproximação do mundo real com o mundo matemático.

Klüber (2007) relata que Bassanezi apresenta seis argumentos para a inserção da Modelagem no sistema educacional: 1) argumento formativo; 2) argumento de competência crítica; 3) argumento de utilidade; 4) argumento intrínseco; 5) argumento de aprendizagem; 6) argumento de alternativa epistemológica. Na descrição desses argumentos é apresentada uma evidente abrangência das potencialidades da Modelagem Matemática no que diz respeito à melhora do ensino e da aprendizagem da Matemática. A formação do indivíduo

intelectual, moral e afetiva, sua capacidade de se relacionar com todos os elementos do meio onde está inserido, o despertar para o mundo das pesquisas e relacionamento das variadas áreas do conhecimento são defendidos nesses argumentos de Bassanezi.

Para Kaviatkovski (2012), embora Bassanezi demonstre uma forte tendência em apresentar a Modelagem Matemática voltada principalmente para os cursos de graduação e pós-graduação, este contribuiu e continua contribuindo para a consolidação da Modelagem como metodologia de ensino e de aprendizagem nos demais níveis de ensino.

Klüber (2007) descreve em sua dissertação cinco etapas que norteiam um trabalho com a Modelagem segundo a concepção de Bassanezi: 1) experimentação; 2) abstração (seleção de variáveis, problematização ou formulação de problemas, formulação de hipóteses, simplificação); 3) resolução; 4) validação; e 5) modificação (caso seja necessário alterar o modelo). Na análise dessas etapas percebe-se uma possível relação com os experimentos matemáticos realizados nos cursos de graduação, em que a pesquisa tem por objetivo principal desenvolver um modelo matemático que facilite a utilização de um produto, o cálculo de valores referentes a determinado processo de diversas ciências, a previsão de acontecimentos, entre outros. Com criatividade, as etapas sugeridas por Bassanezi podem ser, sem nenhuma dúvida, adaptadas ao ensino básico, servindo como base teórica para o professor interessado na Modelagem, reforçando assim o que foi explicitado anteriormente.

### 1.2.3 Modelagem para Burak

Para a pesquisa tratada neste trabalho, foi assumida como base a concepção de Modelagem defendida pelo autor Dionísio Burak. Esse autor paranaense é também considerado um dos pioneiros no estudo dessa metodologia. Suas ideias sobre a Modelagem têm motivado muitos professores a realizarem um trabalho no ensino básico, com a busca contínua da melhora no processo de ensino e de aprendizagem.

O próprio autor afirma que sua concepção sobre Modelagem foi sendo lapidada e modificada ao longo dos seus estudos e desenvolvimento de experiências em cursos de formação de professores (Burak 2010). No início de seus

estudos sobre a Modelagem, o autor relata que defendia, como Biembengut e Bassanezi, a elaboração de um modelo matemático no final do processo. O próprio autor relata que isso pode ter a causa no fato de ter sua dissertação de mestrado orientada por Bassanezi (Klüber e Burak 2008). Como visto anteriormente, Bassanezi tende à Matemática aplicada, na qual a elaboração de um modelo matemático é de fundamental importância.

Kaviatkovski (2012) apresenta em sua dissertação um breve histórico sobre a evolução e mudança da concepção de Burak. A autora relata que a dissertação de mestrado de Burak traz evidências da concepção de Bassanezi pelo fato mencionado anteriormente. Assim a proposta inicial de Burak era de construir um modelo matemático durante o processo e, ao final do trabalho com a Modelagem, apresentá-lo de forma válida para a situação estudada. Também destaca-se no trabalho de Kaviatkovski (2012) a colocação de que a concepção inicial de Burak já trazia uma forte valorização do processo de ensino e de aprendizagem de Matemática numa perspectiva diferenciada, como a proposta pela Educação Matemática:

Contudo, é importante ressaltar que um aspecto importante na concepção de Burak (1987), que já indicava possivelmente outro olhar para o trabalho com a Modelagem, aparece quando o autor coloca que a Modelagem sugere um ensinar matemático mais ativo, no sentido próprio da ação do sujeito, e mais significativo, isto é, que apresenta significado para o estudante. Por meio desta metodologia, é possível modificar a prática do “saber” para “fazer”, para a prática do “fazer” para “saber”, por se entender que nenhum fazer é destituído do saber. Nesta perspectiva, o estudante deixa de ser simplesmente um espectador em relação a sua aprendizagem e passa a ser corresponsável por ela. Essa ação se efetiva à medida que o estudante se insere na atividade por decisão própria, ou seja, passa a se perceber como parte importante da ação que está sendo desenvolvida, a participar ativamente das ações que acontecem na sala de aula, uma vez que é dada voz as suas conjecturas. (KAVIATKOVSKI 2012. p. 47)

Pode-se entender desta forma que a preocupação inicial de Burak sempre foi procurar meios para fazer acontecer a mudança no desgastado processo de ensino da Matemática, em que frequentemente o professor aparece como a figura central, detentor de todo o conhecimento. Desta forma, esse autor centra suas pesquisas na evolução pessoal dos principais personagens envolvidos: professor e estudante.

Kaviatkovski (2012) relata ainda que no trabalho de Burak em 1987, o mesmo traz uma expressão denominada “mundo vida” e que essa expressão representa a importância de se relacionar o ensino com a vida, uma vez que não tem sentido aprender sem vivenciar o que se aprende. No chamado “mundo vida” destacado no trabalho de Burak (1987), é destacada certa irregularidade na sua representação, pois os alunos são diferentes, as turmas são diferentes, as escolas são diferentes. Logo o trabalho do professor deve ser delineado de forma significativa pelo espaço considerado como seu “mundo vida”. Refletir sobre o “mundo vida” em que se está inserido como professor possibilita uma melhoria na prática e é de fundamental importância em todas as concepções de Modelagem. Essa reflexão a respeito da realidade é constantemente proposta aos professores que, na sua maioria, concordam ser o principal caminho para a possível melhoria do processo educacional em seu todo.

Concluída a fase do mestrado, Burak (2010) relata que iniciou o doutorado já com uma concepção de Modelagem mais amadurecida, pois as questões levantadas no mestrado possibilitaram que o mesmo partisse, por exemplo, de ideias voltadas ao interesse do grupo ou grupos de estudantes e, desta forma, conhecer os efeitos de um trabalho voltado para a aprendizagem de Matemática. Nessa etapa do doutorado, Burak não apresenta mais uma concepção de Modelagem voltada necessariamente à construção de um modelo matemático, mas sim como “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. (Kaviatkovski, 2012 p.35).

Assim, Burak dedica seus estudos ao aperfeiçoamento dessa metodologia e propõe cinco etapas a serem seguidas no trabalho com Modelagem, sendo elas: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; 5) análise crítica das soluções. (Klüber e Burak 2008. p. 49). Devido ao fato de a concepção de Burak ser adotada nesta pesquisa, é transcrita a seguir a ideia de cada etapa segundo a interpretação exposta por Klüber e Burak (2008):

Escolha do tema – é o momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema. Esse tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a matemática ou com

conteúdos matemáticos, e sim com o que os alunos querem pesquisar. Já nesta fase é fundamental que o professor assuma a postura de mediador, pois deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada.

Pesquisa exploratória – escolhido o tema a ser pesquisado, encaminham-se os alunos para a procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa pode ser bibliográfica ou contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta.

Levantamento dos problemas – de posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos a conjecturarem-se sobre tudo que pode ter relação com a matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou compreender conteúdos matemáticos, isso com a ajuda do professor, que não se isenta do processo, mas se torna o “mediador” das atividades .

Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema – nessa etapa busca-se responder os problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser abordado de uma maneira extremamente acessível, para, posteriormente, ser sistematizado, fazendo um caminho inverso do usual, pois se ensina o conteúdo para responder às necessidades surgidas na pesquisa e no levantamento dos problemas concomitantemente.

Análise crítica das soluções – etapa marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo. É a etapa em que se reflete acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações, contribuindo, dessa maneira, para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade em que participam. (KLÜBER e BURAK, 2008, p. 21 e 22)

Muitos dos autores que abordam a Modelagem em suas pesquisas e defendem a sua prática no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, propõem etapas que perceberam surgir nas atividades realizadas com base nessa metodologia. Nas etapas apresentadas por Burak não aparece de forma direta a necessidade de se chegar a um modelo ao final do processo, mas, ainda segundo Klüber e Burak (2008), o autor em questão não exclui a possibilidade de se elaborar o modelo matemático como defendido na maioria das concepções de outros autores.

### 1.3 TRABALHO COM MODELAGEM

Observando essas e outras concepções sobre Modelagem, a possibilidade de sucesso no processo de ensino da Matemática pode ser vislumbrada no trabalho com essa tendência metodológica, apresentada pela Educação Matemática. Na literatura relacionada ao tema são apresentados, na maioria das vezes, relatos de experiências que retratam as potencialidades da Modelagem, com depoimentos de estudantes e professores satisfeitos com a experiência que realizaram. São publicados também, em número menor, relatos que apontam dificuldades encontradas ao se propor um trabalho com a Modelagem.

Na sequência deste trabalho serão destacados alguns dos pontos que favorecem o trabalho com a Modelagem e também pontos negativos que aparecem nos relatos de práticas com essa metodologia.

#### 1.3.1 Aspectos que favorecem o trabalho com Modelagem

Há vários anos muitos trabalhos vêm sendo publicados relatando a eficácia quando se realiza um trabalho com a Modelagem. Para Bassanezi (1994), a Modelagem como metodologia possibilita notavelmente a melhora na aprendizagem, incentivando estudantes e professores a desenvolver técnicas próprias para tornarem-se modeladores. Evidencia-se nessa colocação de Bassanezi que a Modelagem pode despertar tanto nos estudantes, como nos professores, o interesse em dedicar-se às pesquisas, motivando assim possíveis futuros cientistas e pesquisadores, não somente na área da Matemática, mas também em outras áreas do conhecimento que a Modelagem pode contemplar.

Barbosa (2003), relatando uma experiência com a Modelagem, afirma que a discussão dos temas pode levantar questões que não são necessariamente de Matemática. Esse fato é verificado com frequência quando essa metodologia é adotada, pois na maioria das vezes a empolgação dos estudantes é tanta, que as informações trazidas por eles têm origem em diversas áreas e devem ser cuidadosamente filtradas e trabalhadas pelo professor. Assim fica evidente que o trabalho com Modelagem de maneira alguma menospreza a função do professor no processo de ensino e de aprendizagem, pelo contrário, reforça a importância que este tem durante todo o processo, pois é ele que, em uma ação dialógica com os estudantes, vai estruturando o desenvolver de todo o trabalho.



Agindo desta forma, o ponto comentado por Barbosa (2003) torna-se extremamente positivo, pois professor e estudantes desenvolvem e aprimoram suas ideias sobre os mais variados temas. Para os professores que propõem o trabalho com Modelagem e procuram desenvolvê-lo com comprometimento, é inevitável a constante busca por conhecimentos específicos de áreas diferentes da Matemática devido ao fato citado. Nota-se assim uma possibilidade de avanço para estes profissionais, que muitas vezes se acomodam com a rotina na escola e tendem a não buscar novos conhecimentos e habilidades. A consequência de se trabalhar temas variados que surgem naturalmente é o fato de o professor se desinstalar de seu comodismo, gerado pela conformação que muitos, não só da área de Matemática, firmaram dentro de si a respeito do desinteresse dos estudantes. Se um profissional da educação se convence de que nada desperta o interesse dos estudantes, ele também perde o desejo de desenvolver seu trabalho de forma eficaz, comprometida com a educação da sociedade.

Barbosa (2003) defende a ideia de que o principal argumento para incluir a Modelagem no currículo escolar, que para Barbosa (2003) é o conjunto de experiências propiciadas aos estudantes, é sua potencialidade para levantar discussões sociais. Não é possível admitir um processo de ensino e de aprendizagem no qual estudante e professor não são levados a discutir os acontecimentos do meio em que estão inseridos. Isso provavelmente torna as aulas menos atraentes, sem sentido para todas as partes envolvidas no processo.

Uma particularidade importante da Modelagem, segundo Soistak (2010), é a de favorecer um processo de ensino com aspectos construtivistas, pois durante as aulas, o aluno é ativo no processo e deve, necessariamente, dialogar com o objeto de conhecimento, para tanto, usa mais aspectos de reflexão e análises do que somente memorização.

As possibilidades mencionadas por Soistak (2010) devem ser exploradas pelos professores de Matemática por ajudarem a reverter uma situação que prejudica o processo de ensino e de aprendizagem: a simples memorização de conteúdos, fato tão comum num ensino que tem como meta alcançar a “nota” para passar de ano de escolarização. Dialogar como o objeto de conhecimento, como colocado por Soistak (2010), possibilita ao estudante refletir sobre variadas situações de seu cotidiano. Isso favorece ao professor, devidamente preparado, inserir os conteúdos matemáticos de forma significativa aos estudantes,

possibilitando uma real aprendizagem que ultrapassa a simples memorização de conteúdos para uma determinada avaliação. Desta forma, a Modelagem oportuniza aos estudantes levantar debates sobre os mais variados temas deixando de ser um mero receptor e tornando-se um membro ativo no processo. Ser membro ativo de um processo possibilita que o ser humano produza conhecimentos verdadeiros e significativos os quais carregará para toda a vida.

Segundo Burak (2010), o complexo e provisório constitui o traço da construção do conhecimento matemático e a Modelagem favorece essa aproximação. Assim, valorizando os saberes já formados pelos estudantes, os mesmos são motivados a trabalhar os conhecimentos provisórios que trazem como bagagem e transformá-los em conhecimentos complexos. Isso é a formalização dos dados levantados e possível elaboração dos modelos matemáticos. Fazer essa ligação mencionada por Burak (2010) possibilita aprender conteúdos matemáticos de forma significativa.

Segundo Klüber e Burak (2008), os conteúdos, durante a Modelagem, são colocados na medida em que se faz necessária sua explicitação, sua utilização para a resolução dos problemas levantados pelos estudantes durante o processo. Isso indica que, quando os estudantes procuram resolver as situações-problema levantadas por eles mesmos, e para isso sentem a necessidade de encontrar ferramentas que possibilitem essa resolução, os conteúdos colocados pelo professor neste momento tornam-se mais interessantes para a maioria dos estudantes, permitindo que as aulas fiquem até menos cansativas para todos os personagens do processo.

Para Barasuol (2006), a Modelagem convida o estudante a atuar, investigar, discutir e motivar. Muitas vezes esses verbos parecem ser de uso exclusivo do professor, quando este se vê totalmente responsável pela atuação, investigação, discussão e motivação durante as aulas. Não que não seja responsável, mas não é o único elemento do processo de ensino e de aprendizagem que deve fazer esses momentos acontecerem. É possível encontrar na Modelagem certo potencial em favorecer a participação efetiva dos estudantes que, como citado por Barasuol (2006), tornam-se elementos ativos e não são somente espectadores, eles investigam e procuram respostas para suas próprias indagações e não simplesmente recebem as informações tratadas, discutem, opinam e refletem sobre os acontecimentos ao seu redor e não somente aceitam tudo o que lhes é dito pelo

professor, os alunos têm desejo de buscar o conhecimento e não apenas fazem aquilo que o professor propõe por mera obrigação.

### 1.3.2 Aspectos que dificultam o trabalho com Modelagem

Nos trabalhos que tratam da Modelagem é evidente que as vantagens dessa metodologia se sobrepõem as supostas desvantagens, por exemplo, em Bassanezi (1994); Burak (1994); Klüber (2010); Soistak (2010); Kovalski e Kaviatkovski (2015), podem ser enumerados muitos pontos positivos e poucos negativos. Mas não é possível fechar os olhos para algumas dificuldades que surgem no trabalho com essa metodologia de ensino. Como já foi mencionado anteriormente, várias pesquisas realizadas nas últimas décadas mostram as potencialidades da Modelagem. Vendo tantas possibilidades de melhoria no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e, por outro lado, pouquíssimos professores fazendo a Modelagem acontecer em suas aulas, não há como negar que alguma barreira existe entre a teoria e a prática.

Ceolin e Caldeira (2015), em um trabalho intitulado “Por que a Modelagem Matemática não chega à sala de aula?”, apresentam uma pesquisa feita com professores que tiveram a disciplina de Modelagem voltada à Educação Matemática na graduação em universidades do Paraná, porém nunca trabalharam com a Modelagem em sala de aula. A partir de questionários respondidos por esses professores, os autores apresentaram quatro “categorias de obstáculos” em relação ao uso da Modelagem em sala de aula, sendo elas: I Insegurança dos professores em utilizar a Modelagem em suas aulas; II Formação insuficiente em Modelagem; III Dificuldades em aplicar a Modelagem devido à postura tradicional e conservadora do sistema escolar; IV Dificuldades em envolver os estudantes num ambiente de Modelagem. Ceolin e Caldeira (2015) dividiram essas categorias em outras subcategorias que revelam detalhes dos motivos da não utilização da Modelagem por esses professores. A partir dessa pesquisa é possível levantar a questão: se muitos professores que tiveram a disciplina de Modelagem voltada para a Educação Matemática na graduação apresentam dificuldades em trabalhar com essa metodologia, qual será a postura dos professores que não tiveram o mínimo contato com a Modelagem em sua formação?

Em sua dissertação, Kaviatkovski (2012) relata que o principal obstáculo que os professores apontam no trabalho com a Modelagem diz respeito ao interesse dos estudantes. Segundo essa autora, alguns relatos coletados em sua pesquisa mostram que inicialmente os alunos se interessam significativamente, porém no decorrer do processo esse interesse diminui devido às dúvidas que surgem. A mesma autora ainda acrescenta que, no trabalho com a Modelagem, o professor deve estar atento para que as aulas não recaiam na forma "tradicional". Neste ponto, muitas vezes, nas primeiras dificuldades que surgem no trabalho com a Modelagem, o professor tende a não buscar alternativas para superá-las, deixando a reação negativa de alguns alunos predominar e muitas vezes voltando às formas tradicionais de ensino.

Kaviatkovski (2012) atenta ainda para o fato de o professor conhecer a turma e estar preparado para que o trabalho com a Modelagem não acabe já nas primeiras etapas. Na prática docente foi possível perceber que, adaptar-se ao sistema e cair no comodismo e discurso negativista, que muitas vezes predomina nas escolas, é mais cômodo ao professor do que buscar alternativas como a Modelagem. Assim muitos professores, que conhecem de forma superficial a Modelagem, desistem facilmente quando deparados com dificuldades como as citadas por Kaviatkovski (2012).

É necessário ao professor que opta por trabalhar com a Modelagem, como uma das metodologias de ensino que norteie sua prática, tomar consciência que não se trata de uma fórmula mágica que resolverá todos os problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática, mas sim uma forma de trabalho que possibilita boas experiências e que deverá ser continuamente repensada, fato que deve ser comum ao profissional que busca o sucesso em qualquer área.

Ainda na dissertação de Kaviatkovski (2012), o seguinte depoimento de uma professora das séries iniciais do ensino fundamental é apresentado:

A Modelagem Matemática pode ser aplicada em sala de aula desde que o professor tenha claros, em seu planejamento, os objetivos que deseja alcançar. Requer também que a escola esteja ciente do trabalho que será realizado em sala. Da maneira como somos cobradas com relação aos conteúdos que temos que ir propondo, fica difícil o trabalho com a Modelagem Matemática. (KAVIATKOVSKI 2012, p. 124)

Nesse relato é possível identificar a preocupação da professora com a mudança de metodologia de ensino que pode não ser aceita no meio educacional

em que a mesma esteja inserida. Na maioria das escolas, por menores que sejam, há muitas vezes mais de um professor de Matemática trabalhando, fato que gera uma competitividade natural. Essa competitividade pode gerar comentários desgastantes para o professor inseguro com relação à Modelagem e sua proposta, fazendo-o desistir dessa metodologia diferenciada, ao invés de mostrar aos colegas e à equipe pedagógica as potencialidades apresentadas na literatura e embasamentos encontrados nos documentos curriculares oficiais.

A linearidade dos conteúdos é fortemente enraizada no meio educacional, talvez pelo fato de ser apresentada nesse formato nas diretrizes curriculares, por exemplo, nas do Estado do Paraná. Muitos dos professores sabem que a melhor forma de se trabalhar os conteúdos matemáticos é retomando e relacionando constantemente os conhecimentos e conteúdos já vistos pelos estudantes. Porém, na maioria das vezes, estes são apresentados em “gavetas” que abrem e fecham, isolando-se umas das outras, sendo que no primeiro bimestre é aberta a gaveta da trigonometria; no segundo, a gaveta das sequências; no terceiro, a gaveta das funções quadráticas e assim acontece de ano a ano. Isso é efetivado, porque muitas vezes o professor pensa que no ano seguinte os estudantes deverão “visitar outras gavetas” e preocupa-se com o que os colegas da área irão pensar se os estudantes não tiverem passado por determinados conteúdos que fazem parte do ano anterior, quando ele era o professor regente.

Ainda no depoimento da professora de ensino fundamental, transcrito por Kaviatkovski (2012), percebe-se a preocupação e insegurança com relação ao planejamento e cumprimento da matriz curricular. É possível considerar que, provavelmente, a cobrança relacionada à linearidade dos conteúdos trabalhados pelo professor, acontece na maioria das instituições de ensino quando se propõe o trabalho com a Modelagem. É provável que um dos primeiros questionamentos que será feito ao professor, pela equipe pedagógica e até mesmo colegas da área, é se os conteúdos serão todos contemplados.

É necessário que o professor receba o apoio da instituição de ensino em que atua para que possa trabalhar com segurança com a Modelagem, pois será inevitável muitas vezes sair da linearidade com que os programas trazem o currículo a ser trabalhado. Mas para que aconteça um apoio efetivo da instituição de ensino, o professor deve apresentar de forma firme e clara a proposta da Modelagem. Para que a apresentação da proposta da Modelagem tenha sucesso, é necessário que o

professor tenha um real conhecimento dessa metodologia, o que infelizmente parece ainda não acontecer, pelo fato de poucos professores trabalharem efetivamente com a Modelagem.

Em seu trabalho, Burak (1994) coloca que são os problemas que determinam os conteúdos a serem trabalhados na Modelagem. Esse fato pode trazer um possível conflito com relação ao planejamento. A partir dessa colocação de Burak (1994) aponta-se um caminho oposto à forma tradicional de ensino da Matemática. Muitas vezes, na realidade de alguns professores, estes não conseguem sequer imaginar como fazer o caminho inverso, em que primeiro se trabalha determinada teoria Matemática, para então colocar as situações-problema, que muitas vezes nem chegam a contemplar problemas práticos e reais conhecidos pelos estudantes. Disso surge a dúvida de como se irá concretizar um planejamento numa situação que envolve a Modelagem. Esse fato pode desestabilizar o professor.

Caldeira (2004b) também faz referência a esse fato:

O conteúdo deixa de ser totalmente previsível dependendo da direção tomada pelos alunos na solução de problemas propostos e da capacidade do professor em direcionar a discussão. Portanto é flexível e poderá não seguir rigorosamente a ordem em que aparece nos livros-textos, como também pode aparecer algum conteúdo não programado para a série em que o professor estiver trabalhando. (CALDEIRA 2004b, p.4)

Esses dois autores, e ainda outros, que tratam da Modelagem, destacam esse ponto no qual os conteúdos deixam de ser previsíveis nas aulas de Matemática, ficando muitas vezes difícil de elaborar um planejamento, por exemplo, bimestral. Como apresentado na citação de Caldeira (2004b), o rumo das aulas depende de vários fatores no trabalho com a Modelagem. Tanto na rede pública como na particular há certa cobrança com relação ao cumprimento dos conteúdos elencados nas matrizes curriculares e planejamentos. Na rede particular, os pais dos estudantes, muitas vezes, gastam consideráveis quantias na aquisição dos livros ou apostilas e, por isso, podem cobrar quando o professor deixa de contemplar tudo o que o material didático traz, não importando a forma como os conteúdos são desenvolvidos, mas sim a quantidade de conteúdos trabalhados.

Em Burak (2005), é descrito um estudo feito no ano de 1991 com um grupo de seis professores que aceitaram experienciar a Modelagem na sala de aula. Burak (2005) destaca algumas preocupações a respeito das práticas: a insegurança diante

do novo por parte do professor; o despreparo dos professores; o desinteresse dos estudantes; a organização e estrutura da escola que tende à linearidade do currículo; o professor quer ver o conteúdo da série no desenvolvimento das atividades. Desta forma pode-se evidenciar que, de 1991 até hoje, ainda são pontuadas as mesmas preocupações no trabalho com a Modelagem, fatos que dificultam o desenvolvimento dessa metodologia na prática.

## CAPÍTULO 2: DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS

É evidente que muitas propostas de possibilitar uma melhoria no processo de ensino e de aprendizagem são apresentadas aos profissionais da educação das diversas áreas de ensino. Estas são resultado de pesquisas de conclusão de cursos de graduação, dissertações, teses, pós-doutorado e chegam a detalhados estudos, realizados por grupos formados por especialistas em educação, resultando nas propostas governamentais oficiais, como os PCN, as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) e a recente proposta da BNCC, que orientam os rumos dados às ações educacionais das variadas instituições de ensino de nosso País e dos profissionais que nelas atuam.

O Conselho Nacional de Educação (CNE), nos termos da LDB e da Lei nº 9.131/95, que o instituiu, é responsável pela aprovação de muitos destes documentos a nível federal, DNC (2013). Atualmente a elaboração da BNCC está em andamento e com a primeira versão disponibilizada para avaliação pública desde o dia dezesseis de setembro de 2015. Após a avaliação e possíveis adaptações, a versão revisada da BNCC será encaminhada para o CNE, que fará a efetivação da mesma, tornando-se o documento curricular mais atual de considerável relevância ao processo de ensino e de aprendizagem.

Múltiplas interpretações podem surgir a partir de uma determinada orientação ou determinação, vinda dos órgãos governamentais como o Ministério da Educação, no caso do tema em questão. Esse fato pode ser vantajoso promovendo debates e reflexões entre os indivíduos que estão inseridos no campo da educação, resultando em boas ações. Porém, muitas vezes, essas discussões tomam partido político, o que diminui o potencial efeito positivo que poderiam causar nas atividades de ensino e de aprendizagem, levando ao descaso de certos documentos como, por exemplo, os tratados neste capítulo. Nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, publicada em nova versão no ano de 2013, um possível descaso por parte de alguns professores é mencionado:

há um entendimento de que tanto as diretrizes curriculares, quanto os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), implementados pelo MEC de 1997 a 2002, transformaram-se em meros papéis. Preencheram uma lacuna de modo equivocado e pouco dialógico, definindo as concepções metodológicas a serem seguidas e o conhecimento a ser trabalhado no Ensino Fundamental e no Médio. Os PCN teriam sido editados como



obrigação de conteúdos a serem contemplados no Brasil inteiro, como se fossem um roteiro, sugerindo entender que essa medida poderia ser orientação suficiente para assegurar a qualidade da educação para todos. (DCN 2013 pág. 14)

O processo de ensino e de aprendizagem eficaz é difícil de ser detalhado ou explicado. É algo particular de cada região do país, estado, cidade, escola, turma e de cada estudante. Não é possível descrevê-lo fielmente em pesquisas, decretos, resoluções, portarias ou similares. Por outro olhar, esses documentos não podem ser desprezados pelos professores, pois são ricos em ideias e estudos confiáveis que podem levar a uma reflexão, a qual possibilite práticas melhores por parte dos principais responsáveis pelo processo educacional.

Como mencionado na introdução deste trabalho, a sociedade passou por transformações científicas e tecnológicas quase que imensuráveis nas últimas décadas e, como consequência desse fato, os principais documentos curriculares oficiais, que foram implementados há mais de uma década, necessitam de novas considerações frente à realidade dos estudantes, porém, muito do que se trata nesses documentos ainda é de considerável relevância na atualidade.

É possível que muitos professores nem tenham chegado a conhecer essas propostas adaptando-as à realidade do dia a dia em sala de aula, mas, provavelmente, quase todos concordam que o currículo proposto nas etapas da educação básica apresenta problemáticas que tornam, muitas vezes, a rotina das aulas cansativa e desinteressante para a maioria dos sujeitos envolvidos. Neste contexto surge a BNCC, que está em fase de conclusão do seu texto, com uma versão preliminar já disponibilizada para análise, tendo por objetivo trazer avanços para a questão curricular que necessita de atenção.

A seguir uma visão dos PCN e da versão preliminar da BNCC é apresentada, dando ênfase aos principais itens desses documentos que tratam do ensino e currículo da Matemática nos anos finais do ensino fundamental (sexto ao nono ano). Não é o objetivo aqui detalhar a estrutura destes, mas sim apresentar sua composição básica, para que o leitor, que não tenha tido ainda um contato significativo com os mesmos, possa visualizar de forma geral a proposta de cada um deles, trazendo luz às discussões levantadas no capítulo 3 desta dissertação. O

único referencial adotado para os itens 2.1 e 2.2 são os documentos oficiais relativos a cada item, disponíveis no portal do MEC.

## 2.1 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN): TERCEIRO E QUARTO CICLOS

Segundo Brasil (1998), os PCN foram publicados em 1998 e elaborados com o objetivo de oferecer aos profissionais do ensino básico, de todas as áreas, referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras, respeitando a diversidade de cada uma delas, ampliando assim o debate sobre o ensino da Matemática.

O documento é dividido em duas partes. Alguns elementos tratados na primeira parte são: o currículo e seu debate histórico; o quadro em que se encontrava o ensino da Matemática na época; os temas transversais; as relações entre professor e aluno, no tocante a ensinar e aprender Matemática; a apresentação de algumas tendências metodológicas; a apresentação dos conteúdos em quatro blocos (números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação) e avaliação.

Na segunda parte é feita a caracterização dos estudantes que se encontram no terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental. Também se trata de forma mais detalhada a questão curricular, na qual é apresentada uma sequência definida por conceitos e procedimentos que está organizada nos quatro blocos principais. Uma abordagem a respeito de alguns conteúdos tratando de erros e acertos no processo de ensino e de aprendizagem também é apresentada de acordo com os quatro blocos.

Na apresentação dos PCN, Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental, destaca-se que duas consideráveis questões são levadas em consideração na elaboração do documento:

a necessidade de reverter o quadro em que a Matemática se configura como um forte filtro social na seleção dos alunos que vão concluir, ou não, o ensino fundamental e a necessidade de proporcionar um ensino de Matemática de melhor qualidade, contribuindo para a formação do cidadão.  
(BRASIL 1998)

Segundo o documento, o eixo orientador é o papel da Matemática na construção da cidadania destacando a importância dos temas transversais: Ética, Pluralidade Cultural, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Trabalho e

Consumo. Os PCN indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade Matemática e discutem caminhos para fazer Matemática na sala de aula, destacando a importância da História da Matemática e das Tecnologias da Comunicação.

Um panorama de movimentos que geraram discussões sobre currículo é apresentado, destacando pontos relevantes a se considerar em uma nova forma de se pensar o currículo na época em questão.

A dimensão de procedimentos e atitudes é sugerida ao explorar os conteúdos matemáticos, aliada a dimensão de conceitos que sempre predominou. A avaliação é valorizada em sua dimensão processual e diagnóstica por permitir a constante reflexão do processo educacional em seus pontos positivos e negativos.

No documento, faz-se referência a discussões no âmbito da Educação Matemática, a nível nacional e internacional, sobre a necessidade de se adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, influenciando a elaboração de novos currículos. Destaca-se que o ensino da Matemática é marcado por altos índices de reprovação, formação precoce de conceitos e excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão.

## 2.2 VERSÃO PRELIMINAR DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

Na introdução da proposta afirma-se que a BNCC está sendo elaborada em atendimento ao Plano Nacional da Educação e em conformidade com as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica, esta surge apresentando adequações que se fazem necessárias no que diz respeito ao currículo das diversas áreas do conhecimento, a partir da necessidade de se ter referências nacionais relacionadas ao percurso curricular que as variadas instituições de ensino devem observar.

Na proposta da BNCC (Brasil 2015) são apresentados os chamados Direitos de Aprendizagem que são tidos como ponto de partida para a definição dos objetivos de aprendizagem de todas as disciplinas. Por esse motivo, os mesmos são elencados a seguir:

- desenvolver, aperfeiçoar, reconhecer e valorizar suas próprias qualidades, prezar e cultivar o convívio afetivo e social, fazer-se respeitar e promover o respeito ao outro, para que sejam apreciados sem discriminação por etnia, origem, idade, gênero, condição física ou social, convicções ou credos;

- participar e se aprazer em entretenimentos de caráter social, afetivo, desportivo e cultural, estabelecer amizades, preparar e saborear conjuntamente refeições, cultivar o gosto por partilhar sentimentos e emoções, debater ideias e apreciar o humor;
- cuidar e se responsabilizar pela saúde e bem estar próprios e daqueles com quem convive, assim como promover o cuidado com os ambientes naturais e os de vivência social e profissional, demandando condições dignas de vida e de trabalho para todos;
- se expressar e interagir a partir das linguagens do corpo, da fala, escrita, das artes, da matemática, das ciências humanas e da natureza, assim como informar e se informar por meio dos vários recursos de comunicação e informação;
- situar sua família, comunidade e nação relativamente a eventos históricos recentes e passados, localizar seus espaços de vida e de origem, em escala local, regional, continental e global, assim como cotejar as características econômicas e culturais regionais e brasileiras com as do conjunto das demais nações;
- experimentar vivências, individuais e coletivas, em práticas corporais e intelectuais nas artes, em letras, em ciências humanas, em ciências da natureza e em matemática, em situações significativas que promovam a descoberta de preferências e interesses, o questionamento livre, estimulando formação e encantamento pela cultura.
- desenvolver critérios práticos, éticos e estéticos para mobilizar conhecimentos e se posicionar diante de questões e situações problemáticas de diferentes naturezas, ou para buscar orientação ao diagnosticar, intervir ou encaminhar o enfrentamento de questões de caráter técnico, social ou econômico;
- relacionar conceitos e procedimentos da cultura escolar àqueles do seu contexto cultural; articular conhecimentos formais às condições de seu meio e se basear nesses conhecimentos para a condução da própria vida, nos planos social, cultural, e econômico;
- debater e desenvolver ideias sobre a constituição e evolução da vida, da Terra e do Universo, sobre a transformação nas formas de interação entre humanos e com o meio natural, nas diferentes organizações sociais e políticas, passadas e atuais, assim como problematizar o sentido da vida humana e elaborar hipóteses sobre o futuro da natureza e da sociedade;
- experimentar e desenvolver habilidades de trabalho; se informar sobre condições de acesso à formação profissional e acadêmica, sobre oportunidades de engajamento na produção e oferta de bens e serviços, para programar prosseguimento de estudos ou ingresso ao mundo do trabalho;
- identificar suas potencialidades, possibilidades, perspectivas e preferências, reconhecendo e buscando superar limitações próprias e de seu contexto, para dar realidade a sua vocação na elaboração e consecução de seu projeto de vida pessoal e comunitária;
- participar ativamente da vida social, cultural e política, de forma solidária, crítica e propositiva, reconhecendo direitos e deveres, identificando e combatendo injustiças, e se dispondo a enfrentar ou mediar eticamente conflitos de interesse. (BRASIL, 2015, pág. 9)

Segundo o documento que apresenta a versão preliminar da BNCC, conhecimentos básicos devem ser garantidos para que esses doze pontos elencados sejam oportunizados aos estudantes, assim o documento traz uma proposta curricular que não se caracteriza como a totalidade do currículo, mas parte dele. Desta forma, a valorização da realidade de cada escola, cultura local e

sistema educacional deve ser algo fundamental no processo de adoção do currículo em cada instituição de ensino.

O documento preliminar à BNCC está organizado em quatro áreas do conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências Humanas e Ciências da Natureza. A justificativa para esse fato é a integração existente entre esses conhecimentos e a contextualização que deve sempre ser levada em consideração no processo de ensino e de aprendizagem. Assim a fragmentação, além dessas quatro áreas se torna algo inviável, segundo a proposta. Desta forma são apresentados, a partir das quatro áreas do conhecimento, os chamados objetivos de aprendizagem separados por etapas de escolarização, desde o primeiro ano até o décimo segundo ano (terceiro ano do ensino médio).

A partir deste ponto é dada ênfase ao que a versão preliminar da BNCC apresenta em relação à área do conhecimento Matemática, de forma específica nos anos finais do ensino fundamental.

Na área do conhecimento Matemática, são apresentados inicialmente cinco eixos, sendo eles: geometria; grandezas e medidas; estatística e probabilidade; números e operações; álgebra e funções. A partir desses eixos são definidos os objetivos de aprendizagem, tendo como base para essa definição os doze Direitos de Aprendizagem que foram elencados anteriormente. Toda a organização se dá por ano de escolarização com o intuito de facilitar o planejamento do trabalho docente e institucional, mas fica claro no documento que essa orientação não deve ser entendida como uma prescrição da progressão. Segundo a versão preliminar da BNCC, o que mais importa é o alcance dos objetivos dentro de cada período entre as chamadas transições, por exemplo, do quinto para o sexto ano e do nono ano para o décimo (primeiro ano do ensino médio). Destaca-se que novos arranjos na distribuição dos objetivos em cada ano não são apenas possíveis como desejáveis.

Também são apresentados os chamados temas integradores, que devem perpassar todas as áreas do conhecimento e estar constantemente relacionados com os objetivos de aprendizagem, sendo eles: Consumo e educação financeira; Ética; Direitos humanos e Cidadania; Sustentabilidade; Tecnologias digitais; Culturas africanas e indígenas.

Na apresentação da área Matemática, é colocado que a superação do trabalho com os conteúdos matemáticos de forma isolada ou blocos é um dos principais desafios. Coloca-se também que a aprendizagem da Matemática

demanda três momentos distintos e ordenados, sendo, no primeiro o estudante faz Matemática; no segundo desenvolve registros de representação pessoais e no terceiro apropria-se dos registros formais.

Com relação aos objetivos da Matemática na Educação Básica, a proposta da BNCC destaca:

a apropriação do conhecimento matemático é condição fundamental para que o/a estudante da Educação Básica tenha acesso pleno à cidadania, servindo de importante ferramenta em suas práticas sociais cotidianas. Isso implica o desenvolvimento de uma maneira de raciocinar, que demanda a consecução de alguns objetivos, apresentados a seguir:

- Estabelecer conexões entre os eixos da Matemática e entre esta e outras áreas do saber.
- Resolver problemas, criando estratégias próprias para sua resolução, desenvolvendo imaginação e criatividade.
- Raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar.
- Comunicar-se, utilizando as diversas formas de linguagem empregadas em Matemática.
- Utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio. (BRASIL, 2015, p.136)

A contextualização e interdisciplinaridade são em muitos pontos valorizadas, mas, ao mesmo tempo, sugere-se que se deve dar atenção também à capacidade de abstrair e de generalizar. Segundo o documento, contextualizar, abstrair e voltar a contextualizar é um processo que facilita o desenvolvimento de outras habilidades como questionar, imaginar, visualizar, decidir, representar e criar. Assim a resolução de problemas é evidenciada em alguns objetivos de aprendizagem. Ainda é destacado que essa resolução de problemas seja motivada a partir de problemas criados pelos próprios estudantes e não apenas por problemas com enunciados já prontos que simulam uma situação real.

Com essa motivação, os objetivos de aprendizagem são elencados a partir de cada eixo mencionado anteriormente. Em todos os anos, do primeiro ao décimo segundo, os cinco eixos aparecem, havendo a evolução dos objetivos de aprendizagem de um ano para o outro.

## **CAPÍTULO 3: METODOLOGIA, PROCEDIMENTOS E ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA**

Neste capítulo são apresentadas as justificativas de procedimentos utilizados nesta investigação. A partir da questão problematizadora inicial, relata-se o motivo da escolha dos documentos curriculares oficiais pesquisados e das duas práticas realizadas por este autor.

Com relação às práticas com a Modelagem, é feita a descrição das turmas e ambientes envolvidos e na sequência as duas práticas são explicitadas de forma detalhada.

As articulações identificadas entre os documentos curriculares oficiais e a Modelagem são tratadas procurando apresentar respostas à questão problematizadora.

### **3.1 A QUESTÃO INICIAL E OS OBJETIVOS DA PESQUISA**

Atuando como professor desde 2007 e vivenciando até o momento a prática em nove escolas, duas particulares e sete da rede pública, este autor teve a oportunidade de ouvir o discurso mais recorrente entre os professores das variadas disciplinas: os alunos não apresentam interesse, as escolas públicas estão sucateadas, os salários dos professores são baixos tanto na rede pública quanto na privada. Assim, foi necessário tomar uma decisão: participar desse discurso, que inegavelmente trata de fatos reais, e continuar no comodismo de culpar os estudantes e o governo pelo fracasso do ensino, ou buscar métodos de melhorar a prática e contribuir de forma significativa para a formação dos estudantes e consequentemente de uma sociedade melhor.

A partir dessa reflexão, a decisão foi reclamar menos das dificuldades, pois isso não resolverá os problemas educacionais, e buscar a melhora da prática, mesmo sabendo que o cenário é realmente composto por escolas com prédios precários, com pouco ou nenhum conforto para professores e estudantes, recursos tecnológicos somente no papel em belos projetos e um discurso pouco motivador entre os colegas professores. Desta forma surge o interesse pela busca de aperfeiçoamento profissional conhecendo assim a Modelagem como relatado anteriormente. Em consequência dessa decisão, acontece o desenvolvimento de

algumas práticas envolvendo essa metodologia, no próprio trabalho docente, para verificar as potencialidades e viabilidade ou não da mesma.

No desenvolvimento das práticas, em que o objetivo inicial era verificar como a Modelagem é aceita pelas instituições de ensino, estudantes e seus responsáveis, surge o questionamento e a preocupação a respeito de questões relacionadas ao currículo e como o mesmo é desenvolvido nas aulas de Matemática. Burak (2004) afirma que são os problemas que determinam os conteúdos a serem trabalhados no desenvolvimento do trabalho com a Modelagem. Esse fato foi vivenciado nas experiências realizadas, surgindo a preocupação com a tradicional linearidade com que os conteúdos são trabalhados, e também se o professor que decide adotar a Modelagem como principal metodologia de ensino da Matemática encontraria amparo em documentos curriculares oficiais para efetivar essa prática metodológica.

É difícil desvincular-se do sistema que predomina nos materiais didáticos, nos planos de trabalho docente da maioria dos professores de Matemática e instituições de ensino. A pressão relacionada à cobrança feita aos professores a respeito do cumprimento do currículo é também relatada em Kovalski (2013), havendo a descrição de entrevistas com representantes de equipes pedagógicas, buscando verificar como estas receberiam uma proposta de trabalho com a Modelagem. Uma das falas, que sugere essa preocupação das coordenações das instituições de ensino, foi coletada na pesquisa em questão: *“Temos normas a seguir da Secretaria de Educação, se estas regras não existissem poderíamos ser flexíveis, pois somos fiscalizados”* (Kovalski 2013, p.48).

Assim é motivado este estudo onde é objetivo geral contribuir para a efetiva inserção da Modelagem como metodologia de ensino da Matemática na educação básica. De forma específica, busca-se aqui apresentar possíveis articulações entre documentos curriculares oficiais e a Modelagem, favoráveis à esta metodologia de ensino, levando em conta práticas que confirmam a viabilidade da mesma. Objetiva-se ainda oferecer um trabalho que contemple noções elementares sobre a Modelagem, bem como um norte referencial para que aqueles que estão tendo um primeiro contato a mesma, possam aprofundar seus conhecimentos. Surge então a questão norteadora do presente trabalho: *Na prática, a Modelagem Matemática contempla pontos apresentados em propostas curriculares oficiais?*



### 3.2 NATUREZA DA PESQUISA

Pelo fato de se pretender investigar os acontecimentos de atividades observadas em campo, neste caso instituições de ensino com seus personagens, e relacionar esses dados com elementos documentais extraídos dos PCN e a proposta da BNCC, esta pesquisa é considerada qualitativa, tendo como procedimentos a pesquisa de campo e o estudo documental. Para Bicudo (2006), a pesquisa qualitativa tem a ver com o subjetivo, sentimentos e opiniões acerca das coisas do mundo, fatos explorados nesta investigação. Nas práticas relatadas nesta dissertação, constantemente o pesquisador observa e descreve as reações dos estudantes e do próprio professor.

Pelo fato de as práticas terem sido realizadas por este autor com objetivos iniciais distintos dos tratados aqui, considera-se que a posição qualitativa neste caso possui um caráter no qual é feita uma releitura dessas experiências.

### 3.3 ELEMENTOS

Como base principal para esta pesquisa, foram selecionadas duas experiências realizadas por este autor no decorrer dos estudos relacionados à Modelagem na prática docente nos últimos anos. A primeira já foi relatada em Kovalski (2013), monografia de especialização, e também em Kovalski e Kaviatkoviski (2015), artigo apresentado no XIII Encontro Paranaense de Educação Matemática. Foi efetivada em um colégio particular em que este autor lecionava na ocasião da experiência. Os estudantes eram na maioria de classe média e alta e a instituição de ensino considerada tradicional na cidade, pois é um dos colégios católicos mais antigos na região. Eram duas turmas de sexto ano, num total de cinquenta e nove alunos e teve a duração de um bimestre. A segunda experiência relatada aqui foi realizada em uma instituição de ensino da rede pública estadual, localizada em uma região considerada de periferia. Também era uma turma de sexto ano com trinta alunos e foi desenvolvida em aproximadamente dez aulas do primeiro bimestre.

Essas experiências com Modelagem, escolhidas para este estudo, foram selecionadas pelo fato de serem consideradas as mais relevantes realizadas na prática docente deste autor. São práticas que tiveram um tempo de duração maior, sendo possível verificar de forma mais detalhada o desenvolvimento das etapas que

norteiam o trabalho com a Modelagem e que são sugeridas pelos principais autores da área. Também foi considerado o fato de a primeira experiência acontecer em uma instituição de ensino da rede particular e a segunda se dar em uma instituição da rede pública estadual. Isso permite que a questão curricular, foco desta pesquisa, seja contemplada nos dois meios de ensino: particular e público.

A partir da questão norteadora, é feito um estudo de alguns documentos curriculares oficiais em busca de possíveis respostas, sendo eles as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), os PCN e a recente proposta da BNCC. Como seria extenso e cansativo tratar os três documentos aqui, optou-se pelos PCN e a proposta da BNCC pelo fato de apresentarem de uma forma direta, voltada a cada área do conhecimento, questões curriculares, de conteúdos e formas de ensino. Os PCN fazem parte do contexto educacional há quase duas décadas e a versão preliminar da BNCC é o documento curricular oficial mais atualizado oferecendo possíveis mudanças ao processo de ensino e de aprendizagem.

### 3.4 AS PRÁTICAS COM A MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste tópico são apresentadas as duas experiências que norteiam nosso estudo neste trabalho. Os dados destas experiências foram coletados e tratados por este autor, o qual era o professor regente das turmas em questão. Todos os acontecimentos durante as práticas foram registrados em diário de campo, imagens ou vídeos.

#### 3.4.1 Primeiro relato de experiência

A prática docente realizada no último bimestre do ano de 2011 com duas turmas de sexto ano, totalizando 59 estudantes, de um colégio particular, da cidade de Ponta Grossa, possibilitou verificar a viabilidade ou não do trabalho com a Modelagem, motivando os estudantes e professor de uma forma a propiciar a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem.

A escolha dessas turmas se deu por serem turmas assumidas pelo professor desde o início do ano letivo e por apresentarem dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem, bem como problemas de relacionamento entre professor e alguns estudantes. A questão do domínio de classe estava abalada devido à indisciplina que era relatada por quase todos os professores da turma, incluindo o

professor de Matemática, que passava realmente uma crise na profissão, chegando a pensar na possibilidade de deixar de lecionar devido à pressão que sentia. O relacionamento entre escola, professor e estudantes estava desgastado.

Vislumbrando uma possibilidade de melhora desse quadro ao utilizar a Modelagem, o trabalho foi efetivado e seguiu as etapas propostas por Burak (2004) como apresentadas no capítulo 1. Na sequência é apresentado no relato como se deu o desenvolvimento do trabalho com a Modelagem, na perspectiva deste mesmo autor, com os estudantes de sexto ano.

*A escolha do tema:* acreditando nas potencialidades pedagógicas de um trabalho mediado pela Modelagem, segundo a perspectiva de Burak (2004), no início do quarto bimestre de 2011, foi passado às turmas o desejo de realizar um trabalho diferenciado no último bimestre do ano. Por meio de uma conversa com os estudantes das turmas de sexto ano, em que a proposta de trabalho seria desenvolvida, foi apresentada a situação real percebida pelo professor, bem como o que estava sendo proposto para melhorar a situação que se fazia presente nas aulas de Matemática. A reação foi de espanto por parte dos estudantes, pois, praticamente o ano inteiro as aulas de Matemática aconteceram de forma tradicional, cansativa e desgastante para professor e estudantes. O principal fato que levava o professor a conduzir sua prática utilizando um método tradicional baseado em aulas expositivas estava relacionado ao livro didático, que deveria ser trabalhado por completo, segundo a cultura escolar do ambiente em questão.

Após a adesão pela maioria dos estudantes das turmas de sextos anos à proposta de trabalho do professor, os estudantes foram incentivados a escolher o tema que nortearia todo o encaminhamento do último bimestre do ano. A partir daí, os mesmos foram motivados a refletir sobre assuntos de interesse de cada um, para que na sequência fosse realizada uma votação visando, dentre os temas levantados por eles, à escolha de um que nortearia o trabalho pedagógico nas aulas de Matemática no quarto bimestre.

Os estudantes sugeriram vários temas e os principais foram elencados para votação: esportes; brincadeiras e brinquedos; construção civil; animais; ação social e caridade. Evidentemente que as sugestões foram sendo lapidadas pelo professor, pois muitas ideias surgem na empolgação manifestada nessa primeira etapa por parte dos estudantes. De forma organizada pelo professor, as sugestões foram agrupadas e chegaram ao formato explicitado anteriormente. Não é possível negar a

preocupação encontrada neste momento, em virtude de ter “gasto” quase duas aulas sem nenhum conteúdo matemático trabalhado efetivamente.

Como o Natal estava próximo e as campanhas para arrecadar brinquedos, que seriam posteriormente doados a instituições de caridade, já estavam sendo divulgadas na escola, dois temas tiveram destaque nesta fase: caridade e brinquedos. Assim, assumindo a postura de mediador, o professor buscou dar o melhor encaminhamento para que a escolha dos estudantes fosse realmente discutida e incorporada por todos. De forma natural, as duas turmas optaram pelo tema: fazer a caridade doando brinquedos. Tema que pode ter sido determinado pelo clima vivido na comunidade escolar naquele momento. Como o tema escolhido foi o mesmo nas duas turmas, talvez pelo fato do contato que os estudantes tiveram no recreio, quando a primeira turma que já havia escolhido o tema relatou aos colegas da segunda turma o que aconteceria nas aulas de Matemática, foi combinado com os estudantes que todas as principais decisões sobre o encaminhamento das aulas e atividades seriam feitas por meio de votação nas duas turmas e as decisões tomadas valeriam de forma igual para ambas.

*A fase da pesquisa exploratória:* após discussão e escolha do tema, entre várias ideias levantadas, optou-se por confeccionar brinquedos com materiais fáceis de serem obtidos e manuseados, inclusive materiais recicláveis. Esses brinquedos seriam doados a crianças carentes da cidade, visto a proximidade do Natal. É importante pontuar que com esses momentos de decisão já haviam se passado três aulas. Esse fato incomodava o professor, pois, ainda tendo por base a caminhada docente atrelada a um ensino tradicional, era algo preocupante, visto que até o momento não havia sido abordado nenhum dos conteúdos matemáticos previstos para o bimestre em questão. Alguns estudantes chegaram a comentar essa situação, aumentando ainda mais a preocupação.

Desta forma, após um demorado debate, no qual até os estudantes vistos como tímidos queriam expor suas ideias, ficou decidido que todos deveriam trazer sugestões de brinquedos a serem construídos, os quais, posteriormente, como já explicitado, seriam doados. Para tanto, os estudantes poderiam utilizar diferentes fontes de inspiração: internet, algum artesanato, revistas, brinquedos que os próprios estudantes possuíam, entre outras.

No dia seguinte, a expectativa com relação à aula de Matemática por parte dos estudantes era notável. Já na entrada, bem como no pátio da escola, eles

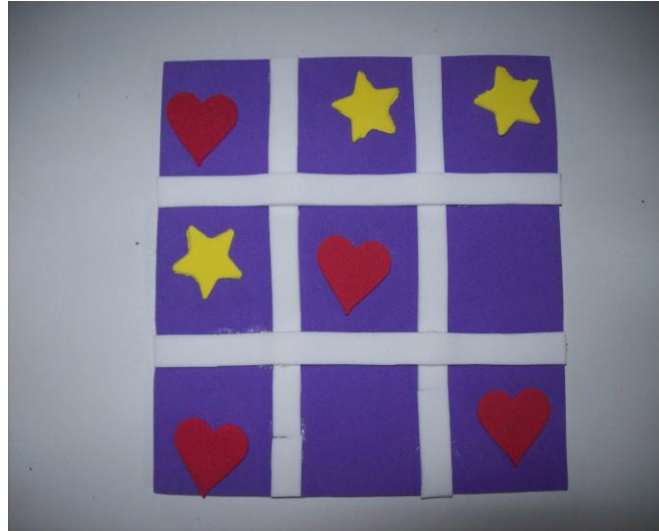
mostravam as sugestões de brinquedos que estavam trazendo. O comentário sobre a dinâmica de trabalho que estava acontecendo em sala de aula estava presente nas conversas entre os estudantes.

Cada estudante que trouxe uma sugestão de brinquedo a ser confeccionado teve a oportunidade de apresentá-la para a turma. Nesse ponto foi possibilitado que todos pudessem expor suas ideias, pois cada estudante via a sua como a melhor. Devido às sugestões de brinquedos apresentadas, sendo adequados para diferentes níveis de idade, foi levantada a questão relativa à faixa de idade das crianças que iriam receber os brinquedos. Por esse motivo, os estudantes foram orientados a pesquisar, junto às instituições, as quais assistem crianças carentes, a faixa etária que é atendida e trazer, já na próxima aula, as informações obtidas. Novamente houve efetiva participação dos estudantes.

Um fato interessante marcou essa etapa, uma aluna, considerada indisciplinada e sem estrutura familiar pelo professor e coordenação escolar, comentou que fazia visitas frequentes a um orfanato da cidade com sua família. Isso fez com que houvesse uma mudança de postura por parte do professor perante esta e outros estudantes que eram “rotulados” como problemáticos e sem estrutura familiar.

Frente ao resultado da pesquisa realizada junto às instituições, foi decidido, pelas duas turmas envolvidas, que um grupo da Pastoral da Criança receberia os brinquedos confeccionados nas aulas de Matemática. Em seguida, foi debatido sobre que tipo de brinquedos seria adequado para aquelas crianças. Dentre as muitas sugestões apresentadas pelos estudantes, dois foram escolhidos: jogo da velha e outro que foi chamado de “sapinho bom buquê”, sendo ambos construídos basicamente com material EVA. Quando a escolha foi efetivada, o professor percebeu nos brinquedos a possibilidade de envolver, na construção dos mesmos, vários conteúdos matemáticos, principalmente relacionados à geometria. Nas duas imagens seguintes, figura 1 e figura 2, são apresentados os brinquedos escolhidos pelos estudantes.

Figura 1. Brinquedo Jogo da Velha



Fonte: O autor

Figura 2: Brinquedo "Sapinho Bom Buquê"



Fonte: O autor

Nesse ponto, a fase da escolha do tema e a pesquisa exploratória estavam concluídas. Várias aulas se passaram até esse momento. O professor, como principal responsável pela aprendizagem dos estudantes, tomou o cuidado de dosar

as discussões para que algum tempo das aulas fosse dedicado ao desenvolvimento de conteúdos matemáticos previstos para o quarto bimestre, pois ficar tantas aulas sem tratar dos mesmos poderia gerar problemas.

*A fase do levantamento dos problemas:* sabendo que seriam construídos cerca de cento e vinte brinquedos, sessenta de cada, o primeiro problema levantado pelos estudantes foi a quantidade e o valor que seria gasto com a principal matéria prima que era o EVA. O professor percebeu então a oportunidade de dar significado ao conteúdo relativo à área de figuras geométricas, para poder calcular o total de EVA necessário, conteúdo que já havia sido trabalhado nos bimestres anteriores.

Na sequência foi necessário trabalhar as transformações entre as unidades de medida de comprimento e também de superfície, pois seria necessário comprar, além das folhas de EVA, barbante para confeccionar o brinquedo “sapinho”.

Familiarizados com os brinquedos escolhidos para serem confeccionados, os estudantes começaram a comentar que os brinquedos eram interessantes, mas de aparência simples, por esse motivo, ficou decidido que os brinquedos seriam colocados em uma embalagem e acompanhados por certa quantidade de doces para deixar ainda mais atraentes os presentes que seriam doados.

Com a ideia da inclusão dos doces, novas reflexões surgiram trazendo à tona novos problemas. Um estudante comentou a respeito de alguma criança não poder se alimentar de doces por problemas de saúde, por exemplo, diabetes. Tal situação evidenciou a possibilidade do trabalho interdisciplinar que a metodologia da Modelagem favorece, porém esse fato não foi concretizado nessa atividade.

Foi realizado então o cálculo do tamanho da embalagem de presente que deveria ser comprada para que acomodasse o brinquedo e os doces. Nesse ponto foi levantada a questão do tipo de doce que acompanharia o brinquedo em cada embalagem. Para tanto, fez-se necessária a efetivação de uma nova pesquisa a qual contemplasse também, além do tipo de doce, o custo do mesmo. Com base nos dados obtidos, a escolha dos doces foi efetivada.

Como os principais conteúdos elencados para o quarto bimestre, no plano de trabalho docente, eram as medidas de capacidade, volume e massa, o professor mediu o estudo das informações contidas nas embalagens dos doces. Muitos estudantes nunca tinham observado as várias e importantes informações que uma embalagem de alimento deve obrigatoriamente conter. Nesse momento surgiram questionamentos sobre calorias e informações nutricionais, que foram respondidos

através de um breve debate entre professor e estudantes, os quais já apresentavam algum conhecimento sobre o assunto.

Com o preço dos materiais e doces que deveriam ser comprados surgiu um novo problema: com que dinheiro seria adquirido os itens levantados? Novas ideias, debates, todos querendo falar ao mesmo tempo... resultaram em sugestões como fazer rifas, pedir para a direção, fazer campanha de doação de doces na escola, entre outras. De forma surpreendente começaram a surgir ideias de não pedir nenhum valor para pais ou escola, mas sim os próprios estudantes fariam economias para juntar o valor necessário. Os estudantes estavam realmente tocados com o fato de se fazer caridade. Nesse momento foi possível falar de economia, poupança e juros.

Um problema também surgiu: uma aluna, que estava muito envolvida nas atividades, relatou que seus pais mandaram avisar que não gastariam nenhum valor com essa atividade, pois já haviam tido muitas despesas em outros eventos oferecidos pela escola. Mesmo tendo sido decidido com os estudantes que os mesmos não pediriam valores para seus pais, houve certa confusão na comunicação entre estudantes e pais. Frente ao exposto, foi decidido comunicar a coordenação pedagógica sobre o que estava acontecendo. Os fatos foram relatados e a empolgação de todos os envolvidos, o que certamente contribuiu para o total apoio da coordenação pedagógica, inclusive no caso de algum pai reclamar da metodologia que estava sendo adotada. A aceitação à proposta de trabalho com a Modelagem foi imediata.

Muitos problemas foram elencados, os quais deveriam ser resolvidos pelos estudantes nessa fase e vislumbrou-se a possibilidade de relacionar muitos outros que, devido ao curto espaço de tempo, não puderam ser trabalhados.

*A fase da resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema:* para a determinação da quantidade de folhas de EVA necessárias para a confecção dos brinquedos, levou-se para a aula várias folhas de EVA e o modelo dos brinquedos que foi fornecido pelos próprios alunos. Os estudantes foram divididos em grupos de quatro integrantes e foram desafiados a determinar a quantidade de folhas necessárias, utilizando a técnica que desejassem. Nenhuma sugestão de como fazer isso foi indicada pelo professor, apenas foi colocado o problema e dados os modelos e material para comparação. Mais uma vez, de forma surpreendente, as turmas trabalharam com interesse e, na



maioria dos grupos, não surgiram problemas disciplinares, como normalmente acontece em atividades desse gênero. Apenas alguns grupos não apresentaram interesse na atividade gerando um pouco de indisciplina. A ação do professor nesse momento é de fundamental importância para que os grupos não se desmotivem nas primeiras dificuldades e iniciem conversas fora do tema e brincadeiras, tumultuando o ambiente. É inegável que momentos como esses no trabalho foram desgastantes, talvez pelo fato de o professor não estar habituado a realizar atividades em grupos.

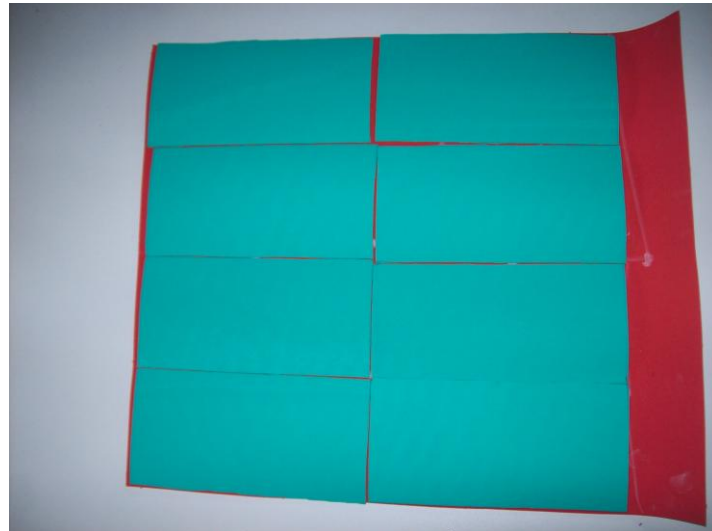
Alguns grupos recortaram retângulos de EVA de tamanho suficiente para construir um brinquedo de cada tipo e, como num quebra-cabeça, foram sobrepondo essas peças na folha de EVA, determinando assim quantos brinquedos poderiam ser confeccionados com cada folha. Duas equipes tiveram ideias similares, como é possível observar nas figuras 3 e 4:

Figura 3: Comparação entre áreas 1



Fonte: O autor

Figura 4: Comparação entre áreas 2



Fonte: O autor

Observando essas conclusões, a necessidade de formalizar os conteúdos matemáticos que estavam envolvidos na atividade veio à tona. Assim foi possível trabalhar a parte teórica relativa à área de retângulos e também a transformação das unidades de medida de superfície. Os grupos mostraram como chegaram às respostas da atividade e, em seguida, foram questionados pelo professor de como eles fariam a mesma comparação se o problema fosse determinar a quantidade de grama necessária para revestir um campo de futebol. Imediatamente eles perceberam que uma técnica Matemática deveria ser utilizada para isso, pois seria muito trabalhoso colocar os retângulos de grama sobre o campo até saber quantos seriam utilizados. Nesse momento, o professor mostrou que bastava dividir a área do retângulo maior pela área do retângulo menor, assim seriam obtidos dados suficientes para determinar a quantidade aproximada necessária, pois deveriam ser considerados os retalhos que iriam sobrar. Foi feita então a comprovação com as folhas de EVA e ainda foi possível trabalhar a divisão de números decimais, conteúdo de difícil compreensão para muitos estudantes, dando visível significado ao dividendo, divisor, quociente e resto. Nessa fase do trabalho também foi possível inserir várias atividades do livro didático favorecendo o desenvolvimento do conteúdo relacionado à divisão de números decimais. Cerca de cinco aulas foram destinadas à resolução de problemas similares envolvendo essas divisões. Ficou notável que a postura da turma era diferenciada na resolução das atividades, pois agora a visão que professor e estudantes tinham um do outro ficou completamente

mudada. Praticamente todos os alunos tentavam resolver as atividades, algo que, muitas vezes, nas aulas tradicionais não acontece.

Na sequência, os alunos determinaram a quantidade de barbante, fita e botões necessários para construir o “sapinho”. Essa atividade foi resolvida com muita facilidade pelos estudantes. O momento foi valorizado para reforçar como utilizar a régua e também como fazer as transformações entre as unidades de medida de comprimento. Fato necessário, pois a quantidade de barbante por brinquedo era determinada em centímetros e, para comprar, era necessário saber essa quantidade em metros. Assim foram realizadas atividades envolvendo a transformação de unidades de medida de comprimento, conhecimento importante para compreender as transformações de unidades de medida de capacidade e massa, conteúdos previstos para o bimestre. Novamente foi possível trabalhar atividades propostas no livro didático dos estudantes, reforçando a ideia de que o uso do livro didático na Modelagem não é abolido ou abandonado, mas sim utilizado como realmente deve ser, uma ferramenta que auxilia o trabalho do professor.

Nesse ponto do trabalho, já se passavam três semanas do início do bimestre. Era preciso refletir sobre como proceder no pouco tempo que restava para aproveitar ao máximo todas as possibilidades de ensino e de aprendizagem que haviam surgido até o momento. Foi necessário então tomar uma decisão importante, relacionada ao desenvolvimento dos conteúdos, para garantir uma boa continuidade das atividades com Modelagem, isso preocupava, apesar de não ter tido ainda nenhuma reclamação sobre o andamento das aulas.

Assim foram analisados com cautela os conteúdos previstos no planejamento, comparando-os com os que poderiam ser trabalhados a partir dos problemas levantados pelos estudantes. Notou-se então que era possível trabalhar praticamente todos os conteúdos previstos no planejamento feito para o bimestre, sendo necessário apenas saber dosar cada um deles de uma forma que não prejudicasse a compreensão dos mesmos por parte dos estudantes.

Com esse delineamento definido, deu-se continuidade às atividades, trabalhando a questão do tamanho da embalagem de presente que deveria ser comprada. Assim, provavelmente, seria possível contemplar as unidades de medida de capacidade e massa. Como tarefa de casa, os estudantes deveriam trazer para a próxima aula uma ideia de como determinar o tamanho das embalagens para que estas acomodassem bem o brinquedo e os doces. Nessa atividade, os pais dos

estudantes foram envolvidos, pois vários deles trouxeram alguns tipos de doces, os quais poderiam ser colocados junto com os brinquedos, determinando assim o tamanho das embalagens por comparação com o que se pretendia colocar dentro delas. Alguns estudantes afirmaram ser sugestão dos pais fazer isso para realizar a tarefa.

As embalagens com diferentes capacidades foram providenciadas para que os experimentos fossem realizados. Nessa oportunidade, tratou-se das unidades de medida de capacidade e foi sugerido aos estudantes que calculassem a soma total da capacidade constante em cada embalagem de doces. Assim rapidamente surgiu uma nova indagação, pois alguns doces traziam a informação em mililitros e outros em gramas. Neste ponto foi possível trabalhar as unidades de medida de capacidade e massa, para que todos pudessem compreender as informações das embalagens. O problema levantado inicialmente foi resolvido por comparação entre as embalagens de presente e os itens que seriam colocados dentro delas, devido ao fato de não ser possível transformar uma unidade de medida de massa em uma unidade de medida de capacidade.

A partir desse encaminhamento, a formalização de algumas técnicas de transformação das unidades de medidas de capacidade e massa foi possível, oportunizando novamente trabalhar muitos exercícios apresentados no livro didático utilizado. As situações-problema encontradas no livro foram tratadas de forma natural pelos estudantes, pois os mesmos já estavam familiarizados com algumas das principais aplicações desse conteúdo matemático nas embalagens de alimentos. Confirmou-se assim a possibilidade de conciliar o material didático que a maioria das escolas oferece com as atividades proporcionadas pela Modelagem.

Com as quantidades de material e doces determinadas, era o momento de adquirir os mesmos. O problema então era a verba para isso. Uma aluna já estava há alguns dias confeccionando chaveiros e pulseiras com um material conhecido como “miçanga”. Ela relatou que o apoio veio dos seus pais e que venderia os produtos destinando o lucro para a compra dos doces. A aluna colocou seus produtos em uma embalagem a qual trazia a frase: “Matemática e o bem”, como pode-se visualizar na figura 5.

Figura 5: produtos



Fonte: O autor

Outro estudante relatou estar fazendo sorvetes para vender em sua casa, separando o lucro obtido, que conseguia com as vendas, para a compra dos doces. Ao ouvir esses depoimentos, a turma ficava em total silêncio. Era possível perceber que os estudantes estavam encantados com a proposta de fazer o bem. A postura do professor, o qual pensava em deixar de lecionar, estava totalmente mudada.

A possibilidade de tratar, ainda que de forma básica, de economia e empreendedorismo, aproveitando a ideia dos estudantes, foi efetivada. Foi realizado um debate sobre os conceitos de lucro, prejuízo, poupança e comércio, aproveitando os dados levantados como preço de doces, materiais para a construção dos brinquedos e também dos produtos fabricados para venda pelos dois estudantes. Foi também determinado o lucro aproximado que a aluna teria com a venda das pulseiras e chaveiros, bem como o estudante com a venda de sorvetes. Foi proposto para as turmas o cálculo do lucro para uma produção maior. Evidenciou-se que a quantidade de matéria-prima comprada, pela lei de mercado, influencia diretamente o lucro, ou seja, uma quantidade maior de matéria-prima tem um custo menor e, portanto, possibilita um lucro maior. Nessa oportunidade foi possível desenvolver o conteúdo porcentagem, que estava previsto no planejamento do bimestre. Novamente foi possível realizar atividades do livro didático para fixar o conteúdo apresentado.

Sendo assim, tudo estava pronto para iniciar a construção dos brinquedos. As ideias estavam bem organizadas, os cálculos necessários estavam feitos, bastava apenas comprar os doces e os materiais que seriam utilizados.

*A fase da análise crítica das soluções:* como citado no capítulo que trata das concepções de Modelagem, para Klüber e Burak (2008), essa etapa deve ser feita pela reflexão dos acontecimentos que nortearam todo o processo, contribuindo assim para a formação de cidadãos participativos e auxiliadores da comunidade onde vivem. Em muitos momentos da experiência esse fato foi evidenciado, como pode ser observado no relato das etapas anteriores. Em cada situação que surgia, estudantes e professor eram motivados pelos próprios acontecimentos a debater e refletir sobre diversos assuntos e temas secundários ao inicial.

O dia tão esperado de montar os brinquedos e presentes chegou. Foram aulas descontraídas e animadas. Era uma sensação de dever cumprido. Os estudantes trouxeram os materiais comprados com os valores arrecadados, também muitos “retalhos de EVA” e doações de doces que eles conseguiram com familiares. Durante essas aulas, cerca de quinze, foi combinado com os estudantes trabalhar dois conteúdos que faltavam para cumprir todo o planejamento, perímetro e área de outros polígonos (diferentes do retângulo). Assim uma aula era destinada para a montagem dos presentes e a outra para trabalhar os conteúdos que ainda não haviam sido contemplados.

A análise crítica das soluções aconteceu, durante as aulas em os presentes foram montados, também por meio de conversas. Era perceptível que praticamente todos os estudantes, bem como seus familiares, aceitaram muito bem a ideia de ser solidários, praticar a caridade e fazer o bem. Alguns estudantes relataram que realmente aprenderam Matemática com as atividades práticas. A harmonia entre professor e estudantes estava restabelecida. As turmas decidiram quem levaria os presentes até o grupo da Pastoral da Criança. Um grupo de estudantes que morava perto do local onde essas crianças se reuniam foi escolhido para esse momento tão importante. Todos queriam ir e foi até sugerido que a escola fornecesse transporte para isso, mas, após novo debate, ficou decidido que apenas um grupo pequeno faria a entrega dos presentes.

No último dia de aula, um último debate reflexivo foi realizado a respeito do que aconteceu no quarto bimestre e foram registrados depoimentos em vídeo que são descritos a seguir:

*Professor: Quem gostaria de falar como foi nossa atividade de construir os brinquedos e arrecadar doces para doar?*

*Estudante 1: “ Eu achei muito boa esta atividade, todo mundo queria fazer alguma coisa para o bem. Na hora das ideias um escolheu esportes, outro escolheu fazer doação, mas daí o professor juntou tudo isso: fazer brinquedos para doação no Natal, então fez uma coisa muito legal.”*

*Professor: Alguém quer falar o que a “gente” estudou de Matemática nesta atividade?*

*Estudante 2: “A gente falou sobre a superfície para descobrir o tamanho do joguinho da velha, falou do comprimento do sapinho, do barbante, da quantidade de botões.”*

*Professor: Mais alguma coisa da Matemática que a gente viu nesta atividade?*

*Estudante 3: “A gente viu também o peso dos doces, o comprimento das fitas.”*

*Professor: E você estudante 4 o que fez para arrecadar dinheiro para comprar os doces?*

*Estudante 4: “Eu fiz pulseira e chaveiro pra vender e consegui vinte e seis reais para ajudar.”*

Desta forma, a prática foi concluída, tendo a duração de um bimestre e contemplando todos os conteúdos elencados no planejamento, porém de uma maneira em que o processo de ensino e de aprendizagem ocorreu de forma contextualizada devido à utilização da metodologia de ensino Modelagem Matemática.

### 3.4.2 Segundo relato de experiência

No ano de 2014, um colégio da rede pública, em que este autor atuava como professor, situado na cidade de Ponta Grossa no Paraná, deveria, segundo orientação da Secretaria Estadual de Educação, implantar uma horta escolar para servir como apoio e campo de pesquisa em todas as disciplinas de todos os anos de ensino ofertados na instituição. Assim, todos os professores foram motivados a inserir em seus planos de trabalho docente, para o respectivo ano, atividades a serem desenvolvidas envolvendo o tema: horta escolar. Como nesse ano, este autor havia assumido, na instituição de ensino citada, as aulas de Matemática de uma das quatro turmas de sexto ano, com um total de 30 estudantes, apontou-se uma ótima oportunidade de se trabalhar o tema nos moldes da Modelagem.

Para se efetivar o início das atividades com os estudantes do sexto ano, relacionadas à horta escolar, tendo como base a Modelagem, a concepção adotada para este trabalho apresentada em Burak (2004), relatada no capítulo 1, foi a escolhida como referencial para nortear os encaminhamentos necessários no processo de desenvolvimento da prática relatada na sequência.

*A escolha do tema:* como a primeira etapa sugerida por Burak (2004) é a escolha do tema por parte dos estudantes, que pode ser feita a partir de sugestões trazidas pelo professor ou pelos próprios alunos, foi necessário verificar, procurando não influenciar na escolha, se os estudantes apresentavam interesse no tema horta. Este autor defende a ideia de que quando o tema é escolhido pelos estudantes, a partir de sugestões vindas deles próprios, a atividade baseada na Modelagem se torna ainda mais atraente para os mesmos; por outro lado, muitas vezes trabalhosa para o professor, pois podem surgir temas que este desconhece e terá a necessidade de pesquisar por não apresentar conhecimento suficiente sobre eles.

No caso dessa prática, havia o evidente interesse por parte do professor que o tema escolhido fosse horta escolar, pelos motivos citados anteriormente. Mesmo assim, na conversa inicial com os estudantes, foi apresentada aos mesmos a proposta de trabalhar algo relacionado, de forma concreta, à realidade da turma, a qual deveria escolher um tema de interesse. Algumas sugestões surgiram como as mais comuns na vivência dos estudantes: esportes, construção, brincadeiras, entre outras. Durante o processo da escolha do tema, o professor descreveu como poderiam ser as aulas nessa nova dinâmica e, quando falou que a turma poderia fazer atividades fora da sala de aula, um estudante apresentou a ideia de ir até a horta. O professor então motivou discussões sobre o tema que despertou o interesse da maioria dos estudantes, sendo este escolhido para a prática.

Talvez a escolha também tenha sido influenciada pelo fato de estar evidente o movimento diferenciado no espaço escolar devido à organização inicial do local, destinado à implantação da horta. Assim foi possível a escolha do tema que já era de interesse do professor pelo fato de também apresentar interesse por parte dos estudantes.

*A fase da pesquisa exploratória:* no mesmo dia da escolha do tema foi possível, pelo fato de se ter duas aulas de Matemática na turma, motivar os estudantes a irem até o espaço onde a horta seria implementada, para que



pudessem observar os detalhes desse ambiente, de forma especial o que estava sendo feito para que o espaço ficasse adequado ao início do plantio.

Era notável que os estudantes não estavam acostumados com o fato de sair do ambiente rotineiro em que a maioria, ou, talvez, todas as aulas das diversas disciplinas aconteciam: a sala de aula com as carteiras enfileiradas. Esse fato acabou resultando em alguns inconvenientes relacionados ao comportamento dos estudantes, pois estavam agitados por saírem da rotina das aulas com a qual estavam habituados. Por falta de planejamento ou preparo, o professor teve certa dificuldade em contornar a situação que foi tumultuada pela indisciplina, quando o objetivo era que os estudantes levantassem questões sobre a construção do espaço destinado à horta.

Mesmo com certa dificuldade de domínio da turma, ainda fora da sala de aula, foi promovido um debate relacionado às particularidades do espaço. Nesse debate surgiram colocações por parte de alguns estudantes referentes à Matemática existente na construção dos canteiros e de forma geral na construção civil, pois os canteiros estavam sendo limitados com tijolos. Na figura 6 é possível visualizar o espaço em questão, onde foi iniciada pesquisa exploratória.

Figura 6 Pesquisa exploratória.



Fonte: O autor

Os estudantes perguntaram se o vice-diretor e o secretário da escola estavam recebendo pelo trabalho de construir os canteiros, pois estes já eram vistos trabalhando no espaço há alguns dias. O professor explicou que era um serviço tido como voluntário, pois os mesmos, enquanto professor e secretário, não tinham a obrigação de executar atividades de pedreiro na escola. Surgiu então a curiosidade

de se saber quanto um pedreiro cobraria para fazer os canteiros; e um estudante, cujo irmão era pedreiro, prontificou-se a perguntar quanto o mesmo cobraria pelo serviço. Uma estudante fez o comentário a respeito de uma horta que havia visto em um programa de TV, em que os canteiros eram limitados com garrafas PET.

Nesse momento ainda não havia plantas na horta da escola, assim um estudante levantou a questão de que tipos de planta seriam cultivados. A partir desse comentário surgiram várias sugestões e foi solicitado a todos que perguntassem em casa, aos seus responsáveis, que tipos de hortaliças seriam interessantes para cultivar na horta escolar.

Com esse encaminhamento a aula foi concluída e os alunos orientados a fazer a pesquisa em casa sobre os pontos que ficaram pendentes. Na aula seguinte, os responsáveis por obter alguma informação fizeram suas colocações e então passou-se à fase do levantamento do(s) problema(s).

*A fase do levantamento dos problemas:* com os dados da pesquisa exploratória levantados, foi dado início, na aula seguinte, terceira aula destinada à atividade com Modelagem, o levantamento de problemas matemáticos relacionados à pesquisa. Inicialmente o estudante que ficou responsável em providenciar o valor que seu irmão, o qual era pedreiro, cobraria para construir os canteiros, relatou que o mesmo afirmou não ser possível apresentar um valor sem ver o trabalho a ser executado, mas que por dia de trabalho um pedreiro cobra em média cento e cinquenta reais.

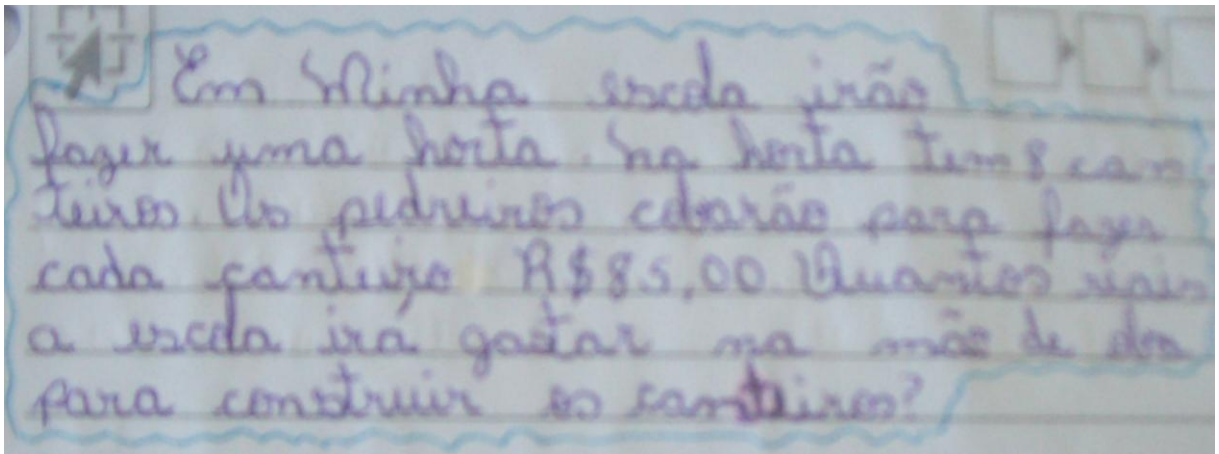
Assim se iniciou uma discussão na turma sobre o valor apresentado. Uns diziam ser muito, outros afirmavam ser pouco. Vários comentários sobre a remuneração em diversas áreas profissionais surgiram. O professor, atuando como mediador, fez uma breve explanação sobre o assunto, que despertou o interesse dos estudantes, para concluir o momento e retornar às atividades relacionadas ao tema inicial. Nesse fato percebe-se uma particularidade da Modelagem, no desenvolvimento das etapas podem surgir outros temas relevantes para os estudantes.

Ainda com relação ao valor que seria gasto com pedreiros, uma aluna questionou a respeito de quantos dias o profissional levaria para construir os canteiros. Assim poderia ser determinado o valor que a escola gastaria com a mão de obra. Outro estudante levantou a questão dos materiais de construção que seriam utilizados. Imediatamente vários levantaram a mão querendo falar. Tijolos,

areia, cimento e cal foram elencados. Uma nova pesquisa foi solicitada para conhecer os valores desses materiais. Uma estudante comentou que seu pai estava fazendo orçamentos sobre materiais de construção, pois pretendiam fazer uma ampliação em sua casa. Assim ela e alguns outros estudantes ficaram responsáveis em trazer os valores para a próxima aula.

Na aula seguinte foram apresentados, pelos estudantes, os preços dos materiais elencados no dia anterior. Com os dados disponíveis, a partir das informações levantadas através de pesquisas pelos estudantes, o professor solicitou que os mesmos formassem grupos com um número de quatro ou cinco integrantes e que cada grupo deveria elaborar um problema relacionado à construção dos canteiros, com base nos debates realizados nas últimas aulas e utilizando os dados da pesquisa efetivada. A seguir, nas figuras 7, 8, 9, 10, 11 e 12, alguns dos problemas são apresentados em imagens feitas a partir do material original dos estudantes.

Figura 7: Problema 1



Fonte: O autor

Figura 8: Problema 2

A diretora contratou 4 pedreiros para fazer os canteiros da horta da escola. Os pedreiros irão cobrar R\$150,00 reais por dia. Sabendo que os pedreiros vão demorar 5 dias, quanto eles irão receber?

Fonte: O autor

Figura 9: Problema 3

Numa escola foram comprados 1000 tijolos para construir uma horta, num espaço cabem 8 canteiros. Sabendo que em cada canteiro são utilizados 160 tijolos, quantos tijolos foram utilizados na horta inteira?

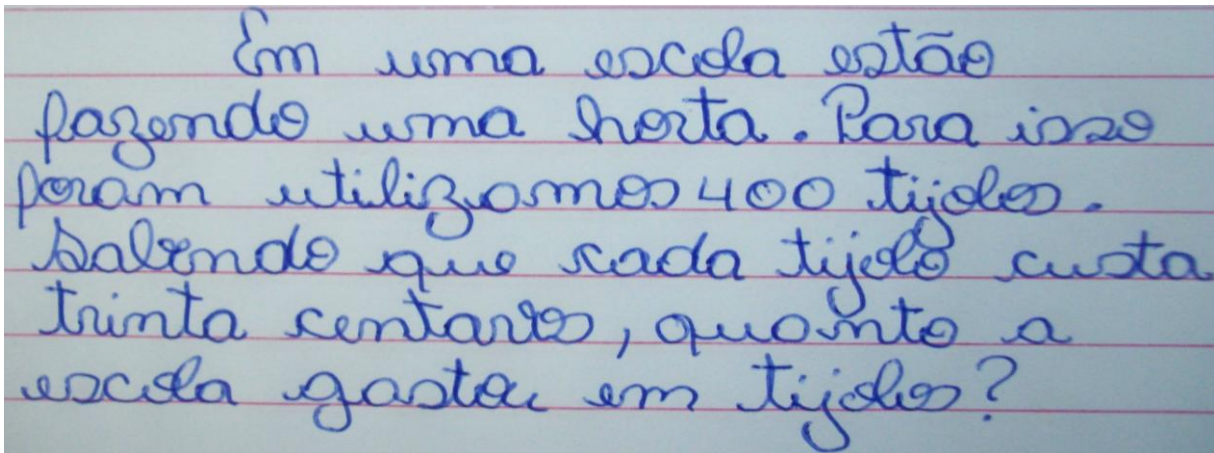
Fonte: O autor

Figura 10: Problema 4

Em uma escola estão construindo uma horta que tem 8 canteiros e em cada canteiro serão utilizadas 162 tijolos. Cada tijolo custa 35 centavos. Ainda serão usadas 3 sacas de cimento que custa 22,00 reais cada. Quanto a escola gastará, no total?

Fonte: O autor

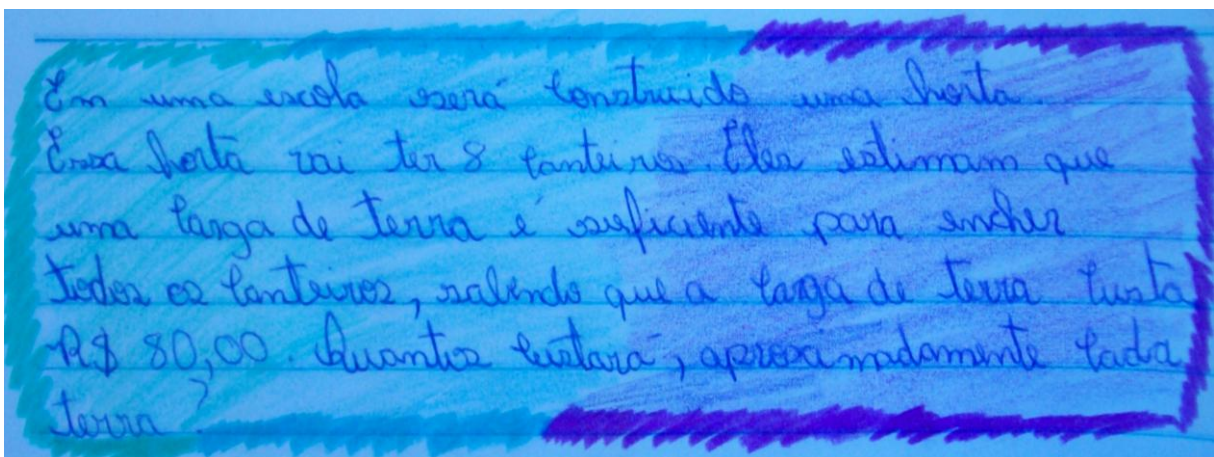
Figura 11: Problema 5



Em uma escola estão fazendo uma horta. Para isso foram utilizados 400 tijolos. Sabendo que cada tijolo custa trinta centavos, quanto a escola gastou em tijolos?

Fonte: O autor

Figura 12: Problema 6



Em uma escola será construído uma horta. Essa horta vai ter 8 fontes. Eles estimam que uma carga de terra é suficiente para encher todas as fontes, sabendo que a carga de terra custa R\$ 80,00. Quanto custará, aproximadamente cada terra?

Fonte: O autor

Com os problemas elaborados foi possível perceber a riqueza que a Modelagem oferece. Várias ideias surgiram por parte do docente a partir dos mesmos. Foi decidido então trocar os problemas entre as equipes para a resolução dos mesmos. Nesse primeiro momento, a questão levantada anteriormente sobre o tipo de hortaliças acabou ficando para ser tratada em oportunidades futuras.

A fase da resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema: na aula seguinte, com os problemas que foram elaborados pelas equipes trocados entre as mesmas, foi iniciada a resolução. A primeira dificuldade que surgiu na atividade foi a interpretação dos enunciados que os estudantes elaboraram. É provável que o leitor atento tenha percebido nas

imagens dos problemas alguns enunciados um pouco confusos. Agindo como mediador do processo, o professor não influenciou na escrita dos enunciados. Estes foram entregues aos outros grupos da forma original, justamente vislumbrando a possibilidade de se trabalhar a questão da interpretação dos problemas elaborados. Nesse momento, a maioria dos grupos solicitou auxílio. Para manter o desenvolvimento organizado da aula, o professor fez uma discussão geral sobre a questão, destacando que um problema matemático deve apresentar de forma coesa os dados e a questão para a qual se quer encontrar a solução. Assim foi sugerida a leitura dos problemas e algumas considerações foram feitas pelos próprios estudantes, o que possibilitou a resolução dos mesmos.

Os grupos foram convidados a apresentar a resolução do problema que haviam assumido e o outro grupo que elaborou o problema deveria comentar se a resolução estava de acordo com a proposta original. Os principais conteúdos abordados nesse momento foram relacionados ao sistema monetário, operações com números decimais, métodos de contagem e volume. O professor complementava as explicações, apresentando a Matemática trabalhada com certo rigor e formalidade, elementos que não devem ser desprezados nas atividades com a Modelagem.

*A fase da análise crítica das soluções:* na aula seguinte, uma estudante perguntou se seria realizada alguma atividade no espaço da horta naquele dia. Foi explicado à turma que antes deveria ser concluída a atividade com os primeiros problemas que foram elaborados. A estudante então questionou se todos os alunos iriam copiar e resolver todos os problemas, fato que o professor ainda não havia definido. A questão foi então apresentada a toda a turma e, após algumas colocações dos estudantes, ficou claro que os mesmos já haviam compreendido de forma significativa os pontos elencados nas discussões durante a resolução dos problemas, tornando-se improdutiva a cópia e resolução de todos os problemas por todos os estudantes novamente. Foi então que alguém sugeriu que o professor fizesse cópias dos enunciados para que todos tivessem acesso.

A ideia foi aprovada pela maioria e, buscando sempre oportunidades de enriquecer a prática, o professor levantou a possibilidade de se elaborar um material didático, relativamente simples, que contemplasse os conteúdos trabalhados na atividade e exercícios elaborados pelos estudantes, neste caso os problemas. Com

a aprovação dos estudantes, o professor ficou responsável pela elaboração do material a partir de sugestões e atividades fornecidas pelos estudantes.

Para concluir a aula e a análise dos problemas resolvidos anteriormente, foram selecionadas algumas atividades do material didático dos estudantes, relacionadas aos conteúdos trabalhados na resolução dos problemas. O autor do presente trabalho não descarta a utilização do material didático que os estudantes possuem, mas sugere que o mesmo seja utilizado como apoio, por exemplo, na busca de dados, na formalização de conteúdos e também na ampliação da aplicação dos conteúdos que surgem na prática com a Modelagem, através de outros problemas que o mesmo oferece. Assim as atividades do material didático foram resolvidas, sempre retomando os conteúdos matemáticos levantados na prática com o tema horta, o que serviu como validação e fixação dos conteúdos tratados anteriormente.

Na aula seguinte, o professor pediu que os estudantes sugerissem um título ao material que seria criado pela turma e professor. Entre algumas opções, ficou definido que o material seria denominado de “Colhendo Matemática”. Esse título foi escolhido pelo fato de se ir até a horta coletar dados matemáticos para posterior análise e interpretação dos mesmos.

*Algumas considerações com relação ao segundo relato de experiência:* o material “Colhendo Matemática” foi inicialmente elaborado com dois capítulos, o primeiro foi intitulado “Colhendo as Despesas Iniciais” e o segundo “Colhendo Geometria”. O segundo capítulo foi motivado pela continuidade do estudo do espaço destinado à horta e, com esse tema secundário, foi possível percorrer novamente todas as cinco etapas sugeridas por Burak (2004). Não será descrito aqui como isso aconteceu para não tornar extenso o relato. Por falta de recursos no momento em que se pensou em fazer a impressão e montagem do material, o “Colhendo Matemática” não foi concluído, ficando apenas com os dois capítulos mencionados anteriormente. Esse material pode ser consultado no anexo I deste trabalho.

### 3.5 ARTICULAÇÕES ENTRE A MODELAGEM NA PRÁTICA E OS DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS

Aqui as articulações, identificadas nesta pesquisa, entre a Modelagem na prática e os documentos curriculares oficiais selecionados, são apresentadas tendo como base três pilares: O referencial teórico sobre a Modelagem apresentado no

capítulo 1; Os documentos curriculares oficiais que foram selecionados para esta pesquisa: PCN e versão preliminar da BNCC; e as duas práticas com Modelagem realizadas por este autor, descritas anteriormente.

Para a abordagem dos dados que apresentaram destaque durante a pesquisa, que constantemente passa pelos três pilares mencionados, essas articulações são explicitadas em tópicos que se referem a pontos, considerados aqui de maior relevância verificados na prática com a Modelagem, selecionados do que foi apresentado no capítulo 1 e dos relatos de experiência, a saber: Contextualização; Resolução de problemas; Interdisciplinaridade; Professor mediador; Linearidade dos conteúdos.

### 3.5.1 A Contextualização

É desnecessário falar da importância da contextualização no ensino de qualquer área do conhecimento, pois é fato consolidado e de conhecimento dos professores que, para que ocorra uma aprendizagem efetiva, os conteúdos devem estar relacionados com temas de interesse dos estudantes, vindos do meio social que frequentam, da realidade familiar, do conhecimento prévio de mundo que possuem. Na Matemática não é diferente, pois essa ciência surgiu da necessidade do homem de quantificar objetos, distâncias, tempo, entre tantos outros elementos.

No processo histórico de ensino da Matemática, percebe-se que a chamada “Matemática pura”, que surgiu de fenômenos naturais da vida do homem, passou a ser ensinada sem a devida ligação com sua origem, o que pode ter tornado a Matemática desinteressante e cansativa para muitas pessoas. Hoje é um desafio voltar ao que originou as definições, teoremas e conceitos matemáticos no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, fato que pode ser definido como contextualização.

Segundo a versão preliminar da BNCC, o conhecimento matemático é fruto da busca, pelo ser humano, de respostas a problemas que a sociedade lhe apresenta em suas práticas sociais e para que o estudante tenha sucesso em Matemática é preciso que ele atribua sentido para os conceitos aprendidos na escola, fato que se dá pela contextualização (Brasil 2015). Ainda na proposta da BNCC, um ponto que ajuda a definir contextualização é colocado:

Entretanto, a contextualização de um problema não se resume a, por exemplo, colocar “frutas” no seu enunciado (que é apenas um exercício de



aplicação de conhecimentos previamente aprendidos), mas, sim, criar uma situação que envolva contextos diversos (sociais e científicos) em que o/a estudante não veja de imediato a sua solução. É preciso que a situação apresentada demande que o/a estudante elabore hipóteses de resolução, teste a validade dessas hipóteses, modifique-as, se for o caso, e assim por diante. Trata-se, portanto, de desenvolver um tipo de raciocínio próprio da atividade matemática, permitindo compreender como os conceitos se relacionam entre si. (BRASIL, 2015, p. 135)

Criar uma situação envolvendo contextos diversos, em que o estudante não veja de imediato a solução ou conteúdos matemáticos, como mencionado na citação anterior, é talvez uma das principais características que surgem no desenvolvimento de um trabalho com a Modelagem. Esse fato pode ser verificado nas definições de Modelagem apresentadas por alguns autores. Por exemplo, para Bassanezi (2004), Modelagem é “a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Para Burak (1992), Modelagem é “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. Assim é sugerido que a essência das definições do que é a Modelagem está em evidenciar de onde pode surgir a Matemática, ou seja, em contextualizar, fato que, se não existisse na Modelagem, tornaria esta sem sentido.

Nas duas experiências práticas, relatadas anteriormente, a contextualização sugerida na proposta da BNCC foi o elemento que norteou todo o desenvolvimento das atividades. Na primeira prática, a realidade de crianças carentes veio à tona, motivando os estudantes a enxergarem a vida, que para alunos de uma instituição particular de ensino era relativamente equilibrada financeiramente, de uma forma mais humana. Os conteúdos matemáticos que surgiram no tema foram vistos pelos estudantes de forma ligada aos problemas que eles mesmos determinaram a partir das reflexões feitas pelas turmas.

Na segunda prática relatada, o tema horta foi tratado pela maioria dos estudantes com um bom conhecimento do assunto, pois muitos já tinham em suas famílias o hábito de cultivar hortaliças em suas residências. Alguns dos alunos, que ainda não tinham uma horta em sua casa, tomaram a iniciativa de iniciar o cultivo a partir do momento em que mudas de verduras foram distribuídas na escola. Assim o tema fazia parte do cotidiano dos estudantes e estudar a Matemática contida nele tornou-se algo significativo.

Desta forma, a contextualização é contemplada nas atividades com a Modelagem desde o momento da escolha do tema pelos estudantes e, conseqüentemente, dos possíveis temas secundários que surgem no desenvolvimento das atividades. Verifica-se assim o que os PCN expõem como um dos objetivos, de todas as áreas, para o ensino fundamental: “questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (Brasil 1998, p. 8).

Ainda nos PCN é colocado como um dos objetivos específicos da Matemática:

identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da matemática como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (BRASIL, 1998, p. 47).

Objetivo este que é evidenciado quando, nas práticas consideradas nesta pesquisa, observam-se alunos reflexivos, procurando de certa forma transformar o mundo à sua volta, fazendo o bem a outras crianças ou motivando-se a cultivar alimentos saudáveis na escola e em suas próprias residências.

Na versão preliminar da BNCC, a contextualização é mencionada já na apresentação da organização do documento, em que se afirma que, visando superar a fragmentação na abordagem do conhecimento, a proposta é apresentada em quatro áreas do conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências Humanas, e Ciências da Natureza, nas quais se procura integrar e contextualizar esses conhecimentos (Brasil 2015, p, 13). Fato que na Modelagem acontece desde o início, quando é feita a escolha do tema que normalmente surge das outras áreas do conhecimento, pois, segundo Klüber e Burak (2008), o tema não necessita ter nenhuma ligação imediata com a Matemática.

Ainda na proposta da BNCC, Brasil (2015), no início do texto que trata da Matemática do ensino fundamental, destaca-se como princípios que são ponto de partida para a prática pedagógica: a aproximação entre o universo da cultura e os conhecimentos matemáticos e das contextualizações e instrumentação crítica, pois o ensino da Matemática visa a uma compreensão abrangente do mundo e das práticas sociais.

Nas práticas que este autor realizou durante a trajetória docente, de forma especial nas duas tratadas neste trabalho, evidencia-se que a contextualização, proporcionada pela busca de elementos matemáticos a partir de temas escolhidos pelos estudantes: a caridade construindo brinquedos e a horta, acontece naturalmente, sem imposição alguma por parte do professor. Assim torna-se evidente a articulação entre a Modelagem, a contextualização defendida nos PCN e versão preliminar da BNCC e a prática com a metodologia em questão.

### 3.5.2 A Resolução de Problemas

Como consequência do que foi tratado no item anterior deste capítulo, temos a resolução de problemas originados a partir do tema contextualizado de interesse dos estudantes. Este autor subentende que a contextualização acontece efetivamente no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática quando, a partir do tema escolhido pelos estudantes na primeira etapa da Modelagem, são levantados os problemas, que determinam os possíveis conteúdos a serem trabalhados, e, posteriormente, são resolvidos abordando-se esses conteúdos.

A terceira etapa da Modelagem, sugerida em Burak (2004), trata do levantamento dos problemas a partir do tema e pesquisa exploratória realizada. Esses problemas que surgem dos temas de interesse do grupo ou grupos de estudantes são então abordados com um enfoque matemático. Aqui, é defendida a ideia de que esse momento é o que define, significativamente, se a atividade que está sendo realizada com a Modelagem terá mais ou menos sucesso com relação aos conteúdos abordados no processo. Assim, o professor deve assumir, com competência e responsabilidade, o papel de mediador e orientar, de forma a não voltar à prática de detentor do conhecimento, a descoberta de elementos matemáticos que muitas vezes não são percebidos pelos estudantes num primeiro momento. Na sequência acontece a quarta etapa, segundo a principal concepção de Modelagem seguida neste trabalho: a resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema.

Ao encontro desta ideia, a versão preliminar da BNCC apresenta que os objetivos de aprendizagem, que a mesma traz, começam muitas vezes por “resolver e elaborar problemas”. Nessa forma de apresentar os objetivos de aprendizagem a versão preliminar da BNCC defende ainda que:

Nesta enunciação está implícito que o conceito em foco deve ser trabalhado por meio da resolução de problemas, ao mesmo tempo em que, a partir de problemas conhecidos, deve-se imaginar e questionar o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida. Nesse sentido, indicamos a elaboração de problemas pelos/as próprios/as estudantes, e não apenas a proposição de enunciados típicos que, muitas vezes apenas simulam alguma aprendizagem. (BRASIL, 2015, p. 137)

Na prática com o tema horta, relatada anteriormente, a resolução dos problemas levantados no primeiro momento ocorreu nos moldes do proposto na citação anterior da versão preliminar da BNCC. Os estudantes foram motivados a elaborar os problemas em grupo a partir dos dados que surgiram na pesquisa exploratória e, na sequência, trocaram os enunciados com outros grupos para que todos resolvessem todos os problemas elaborados pelos colegas. Essa atividade possibilitou tratar de aspectos relacionados à língua materna, cujo domínio é fundamental também na Matemática. Foram observadas, nos problemas elaborados, algumas falhas na escrita dos mesmos e isso foi tratado pelo professor, como uma oportunidade de trabalhar a questão da interpretação e elaboração dos enunciados de problemas matemáticos.

A elaboração de problemas, a partir dos dados levantados relativos ao tema em questão, é parte do processo de Modelagem, como mencionado anteriormente. A troca desses problemas entre os grupos para a resolução dos mesmos, como ocorrido na prática relatada, é uma sugestão que pode ser adaptada a outras práticas futuras, enriquecendo ainda mais o trabalho com essa metodologia.

Nos PCN, Brasil (1998), há um tópico intitulado: “A resolução de problemas e o ensino-aprendizagem de Matemática”, reforçando assim a importância da resolução de problemas que já era amplamente defendida na época da elaboração do documento. Ainda é colocado que os PCN indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade Matemática. Esse fato é verificado nas práticas nas quais, a partir dos temas escolhidos, muitos problemas foram elaborados e resolvidos. Na primeira prática relatada, foi possível destacar vários exemplos: a quantidade necessária de material EVA para a construção dos brinquedos, o tamanho das embalagens utilizadas para acomodar os brinquedos, os valores necessários para a compra dos materiais e dos doces, a questão do custo e lucro das bijuterias confeccionadas pela estudante para vender e arrecadar recursos para a atividade. Percebe-se assim que, na prática com Modelagem, a questão da resolução de problemas é contemplada de forma significativa, valorizando o que é

proposto sobre esse ponto nos dois documentos curriculares oficiais que abordados nesta investigação.

### 3.5.3 A Interdisciplinaridade

Definir interdisciplinaridade é algo complexo e não é objetivo neste trabalho. Ao realizar a integração de uma disciplina com outras áreas do conhecimento é possível, para alguns, considerar que se está fazendo acontecer a interdisciplinaridade. Para este autor, esse ato torna-se ainda efetivo, quando professores de disciplinas distintas desenvolvem em suas aulas temas em parceria com seus colegas docentes. Assim destacam-se dois estágios no fazer interdisciplinaridade: quando se trata de outras áreas do conhecimento apenas pelo próprio professor da disciplina, o que pode ser confundido com a contextualização, e quando isso acontece em parceria com os professores das outras disciplinas.

Nos PCN, Brasil (1998), há uma considerável abordagem dos chamados temas transversais, sendo eles: Ética, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Pluralidade Cultural, Trabalho e Consumo. Fica subentendido que trabalhar esses temas nas aulas de todas as disciplinas tende naturalmente a um caráter interdisciplinar. Na proposta da BNCC, a questão interdisciplinar é frequentemente destacada em todas as fases de ensino, da educação infantil ao ensino médio. Tratando do ensino médio é apresentado na proposta da BNCC, Brasil (2015), que, assim como nas outras fases:

a articulação interdisciplinar é igualmente importante no interior de cada área do conhecimento ou entre as áreas, como ao tratar questões econômicas ou sociais, a obtenção e distribuição de energia ou a sustentabilidade socioambiental, envolvendo, por exemplo, história, sociologia, geografia e ciências naturais. Particularmente cálculos e algoritmos matemáticos, essenciais às ciências naturais, demandam de correlações entre diversos aprendizados e articulação entre formulação teórica e aplicações práticas. (BRASIL, 2015, p. 11)

Ainda na proposta da BNCC, Brasil (2015), é colocado que, na fase de transição da primeira para a segunda etapa do ensino fundamental, devido à aparente fragmentação das áreas do conhecimento em disciplinas ministradas por diferentes professores, deve-se dar especial importância à articulação entre os docentes e as ações interdisciplinares. Desta forma, destaca-se a importância da interdisciplinaridade nos dois documentos curriculares oficiais.

Quando a prática desenvolvida com o tema horta foi realizada, foi possível contemplar a interdisciplinaridade de forma efetiva, pois professores de diferentes áreas desenvolveram parcerias consideráveis. Por exemplo, no momento em que se estava escolhendo o local onde a horta seria implantada, a professora de ciências trabalhou a questão da luminosidade do local. Quando os problemas foram elaborados pelos estudantes, a estrutura textual dos mesmos foi tratada e discutida, contemplando itens da língua materna, como coesão e pontuação, por exemplo. Tratando de plantas medicinais, a professora de ciências solicitou que o professor de matemática elaborasse com os alunos, gráficos expondo o resultado de uma pesquisa sobre as mais utilizadas pelas famílias dos estudantes.

Na prática com o tema: fazer caridade doando brinquedos, várias possibilidades interdisciplinares surgiram. A parceria com os colegas professores não chegou a acontecer, talvez pela inexperiência por parte do professor pesquisador, que naquele momento estava tendo seu primeiro contato com a Modelagem. Mesmo assim, pode-se considerar que em muitos momentos as demais disciplinas foram relacionadas ao tema e subtemas estudados. A questão da caridade poderia ser abordada na disciplina de ensino religioso, a questão da possibilidade de alguma criança, que iria receber os presentes, ter diabetes, levantada por um estudante quando surgiu a ideia de colocar doces junto com os brinquedos, poderia ser abordada na disciplina de ciências, mesmo que de forma breve. A confecção das embalagens dos presentes poderia ser trabalhada na disciplina de arte.

Na Modelagem tudo deve partir de um assunto, tema de interesse do grupo ou dos grupos (Burak 2004). Esse fato possibilita ao professor mediador, atento às possibilidades oferecidas pela prática com essa metodologia, fazer acontecer a contextualização, a resolução de problemas e a interdisciplinaridade. Para este autor, esses três elementos surgem naturalmente quando o professor, que adota a Modelagem em sua prática docente possui um significativo conhecimento da metodologia, aproveita cada situação que é contemplada no desenvolvimento do tema para enriquecer o processo de ensino e de aprendizagem, relacionando várias outras áreas do conhecimento.

### 3.5.4 O Professor Mediador

Nos PCN, ao tratar da relação professor-aluno, a função de mediador, por parte do professor, já era defendida:

Além de organizador, o professor também é facilitador nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função, faz explicações, oferece materiais, textos etc. Outra de suas funções é como mediador, ao promover a análise das propostas dos alunos e sua comparação, ao disciplinar as condições em que cada aluno pode intervir para expor sua solução, questionar, contestar. Nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas. Ele também decide se é necessário prosseguir o trabalho de pesquisa de um dado tema ou se é o momento de elaborar uma síntese, em função das expectativas de aprendizagem previamente estabelecidas em seu planejamento. (BRASIL, 1998, p. 38)

Essa citação dos PCN está muito próxima das concepções de Modelagem. Até parece que se está apresentando parte de uma delas, mas o objetivo dessas colocações nos PCN é enfatizar a importância de se romper com o ensino da Matemática em que tudo parte do professor, motivando a participação dos estudantes, sendo o professor um orientador do processo.

Segundo a proposta da BNCC, Brasil (2015, p. 134), “a Matemática não é e não pode ser vista pela escola como um aglomerado de conceitos antigos e definitivos a serem transmitidos aos estudantes”. Muitas vezes observa-se na prática de alguns professores, que os mesmos exercem apenas o papel de transmissor de conhecimentos antigos e definitivos, como sugerido na versão preliminar da BNCC. Na Modelagem, o papel que deve ser assumido pelo professor é o de mediador do processo de ensino e de aprendizagem, como sugerido em Burak (2004) e Klüber e Burak (2008).

Não se entenda aqui que os estudantes irão dar o rumo de todos os acontecimentos no trabalho com a Modelagem, mas sim que todos os acontecimentos partem de temas e assuntos de interesse dos mesmos, porém com a orientação do professor regente, que assume o papel de mediador do processo, este é o elemento que deve ter o domínio da situação sim, mas não de forma autoritária e centralizada. O professor deve ter o controle das variadas situações,

abordando conteúdos e discussões matemáticas, sempre com o olhar voltado ao tema selecionado pelos estudantes.

Ainda na proposta da BNCC, Brasil (2015), é reforçado que o professor deve valorizar todo conhecimento que o estudante traz de suas práticas sociais cotidianas, para que haja sucesso na aprendizagem da Matemática. Esse ato de valorizar o conhecimento prévio dos estudantes sugere uma atitude do professor, em que o mesmo deixa a posição de ser o único deflagrador do processo de ensino e de aprendizagem e passa a compartilhar essa função com os estudantes, mediando o desenvolvimento das atividades que surgem dessa dinâmica.

Segundo a versão preliminar da BNCC, Brasil (2015), na proposta procura-se “encorajar os professores a propiciarem que seus alunos se motivem e desenvolvam a autoconfiança, mediante sua participação ativa em experiências desafiadoras e atraentes”. Percebe-se aqui outra sugestão da necessidade da mudança de postura do professor, que deve tornar-se orientador das atividades que favorecem a aprendizagem significativa dos seus estudantes.

Professor e estudantes são beneficiados quando compartilham seus conhecimentos. As aulas tornam-se mais agradáveis e significativas para ambos. Na experiência realizada, na qual foram confeccionados os brinquedos para doação, os alunos mostraram satisfação ao poderem sugerir o tipo de brinquedo e realizaram debates significativos no momento da escolha do qual seria adotado na atividade. Quando os possíveis brinquedos que seriam construídos foram apresentados pelos estudantes, a escolha passou por reflexões que a cada instante precisavam ser lapidadas pelo professor. Entre as muitas sugestões trazidas pelos estudantes, o professor, como mediador, levantou a questão de que a idade das crianças, as quais receberiam os brinquedos, deveria ser levada em conta na escolha do tipo de brinquedo. Imediatamente alguns estudantes mostraram a preocupação relacionada a peças pequenas que poderiam ser engolidas e ao tipo de brinquedo que é interessante a cada faixa etária.

A introdução dos conteúdos matemáticos, nas atividades com modelagem, acontece muitas vezes a partir de questionamentos feitos pelo professor regente. É natural que os estudantes voltem seus olhares para outros aspectos que as atividades oferecem, principalmente se for uma atividade lúdica. O professor deve estar atento às oportunidades que surgem, aos pontos os quais despertam o interesse dos estudantes, por exemplo, na primeira prática aqui relatada, quando os



estudantes sugeriram colocar doces junto com os presentes, o professor verificou nesse fato a oportunidade de trabalhar unidades de medida a partir dos dados das embalagens, conteúdo previsto no planejamento do quarto bimestre. Assim, as atividades foram direcionadas segundo o interesse dos estudantes, mas também contemplando a Matemática que era prevista para aquele ano.

Na atividade com o tema horta, os conteúdos matemáticos surgiram de forma espontânea por parte dos estudantes, pois os mesmos foram motivados desde o início a observar no espaço onde seria construída a horta, se era possível relacionar algo da Matemática à construção dos canteiros e plantio de legumes e verduras na horta. Quando as discussões tenderam aos custos de materiais e mão de obra, o professor, na postura de mediador, sugeriu a elaboração dos problemas envolvendo esse ponto. Assim foi possível trabalhar elementos relacionados ao sistema monetário e, conseqüentemente, números decimais. Nesse momento, o processo de ensino e de aprendizagem desses conteúdos foi favorecido pela ruptura com a forma tradicional de abordá-los. A sistematização de métodos para realizar as operações básicas com números decimais também foi feita nessa oportunidade, garantindo assim a formalização e o rigor matemático necessários ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Pode-se então destacar que, desde a publicação dos PCN até hoje, ainda são apresentadas propostas aos professores para que os mesmos procurem deixar a postura de detentores únicos do conhecimento e se tornem mediadores do processo de ensino e de aprendizagem, valorizando o conhecimento e interesse dos estudantes. A Modelagem vai ao encontro dessas propostas como observado nas práticas aqui relatadas.

### 3.5.5 A Linearidade dos Conteúdos

Nos PCN, Brasil (1998), a organização dos conteúdos é apresentada nos chamados blocos, sendo eles: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. Na proposta da BNCC, Brasil (2015), a apresentação dos conteúdos é feita através dos chamados objetivos de aprendizagem que foram organizados em cinco eixos: geometria, grandezas e medidas, estatística e probabilidade, números e operações, álgebra e funções. Essa organização, apresentada de forma similar nos dois documentos estudados na presente pesquisa, não deve ser entendida como uma forma isolada e hierarquizada

de se trabalhar os conteúdos no desenvolver das aulas de Matemática, como sugerido nos próprios documentos. Na versão preliminar da BNCC é colocado que:

A evolução do conhecimento matemático como ciência veio acompanhada de uma organização em eixos, tais como geometria, álgebra, operações aritméticas, dentre outros. Esta organização deve ser vista tão somente como um elemento facilitador para a compreensão da área da Matemática. Os objetos matemáticos não podem ser compreendidos isoladamente, eles estão fortemente relacionados uns aos outros. Superar a perspectiva de limitar estes objetos em blocos isolados e estanques tem sido um dos principais desafios a serem vencidos com relação às práticas escolares de trabalho com a Matemática. (BRASIL, 2015, p. 134).

Nos PCN é possível perceber uma crítica na forma linear e hierarquizada de se trabalhar os conteúdos, indicando que esse fato pode não ser favorável a uma prática docente que possibilite a melhora no ensino e aprendizagem da Matemática:

Muitos professores consideram que é possível trabalhar com situações do cotidiano ou de outras áreas do currículo somente depois de os conhecimentos matemáticos envolvidos nessas situações terem sido amplamente estudados pelos alunos. Como esses conteúdos geralmente são abordados de forma linear e hierarquizada, apenas em função de sua complexidade, os alunos acabam tendo poucas oportunidades de explorá-los em contextos mais amplos. Mais ainda, as situações-problema raramente são colocadas aos alunos numa perspectiva de meio para a construção de conhecimentos.

Essa organização linear e bastante rígida dos conteúdos, que vem sendo mantida tradicionalmente na organização do ensino de Matemática, é um dos grandes obstáculos que impedem os professores de mudar sua prática pedagógica numa direção em que se privilegie o recurso à resolução de problemas e a participação ativa do aluno. (BRASIL, 1998, p.138)

Nas citações anteriores da proposta da BNCC e dos PCN, é evidente a ideia de que a linearidade e individualidade com que os conteúdos são, muitas vezes, trabalhados na disciplina de Matemática dificultam a aprendizagem desta na educação básica. Percebe-se a preocupação com relação à forma isolada com que muitos professores apresentam os conteúdos matemáticos aos estudantes, destacando que superar essa prática é um dos principais desafios no ensino da Matemática, o que vem ao encontro da proposta da Modelagem. Os conteúdos necessitam ser elencados e organizados de alguma forma, por exemplo, na proposta da BNCC em eixos, mas, como apresentado na citação, essa organização é apenas um elemento facilitador para a compreensão da área da Matemática, o que nem sempre é compreendido por alguns professores.

Burak (1994) defende que são os problemas que determinam os conteúdos a serem trabalhados na Modelagem. Caldeira (2004) coloca que o conteúdo deixa

de ser previsível na Modelagem e poderá não seguir rigorosamente a ordem em que aparece nos materiais didáticos. Klüber e Burak (2008) afirmam que “quando os conteúdos são definidos de antemão, o professor acaba por impedir a participação efetiva do aluno, que, neste caso, apenas irá se condicionar com a proposta do professor”. Para Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), o currículo deveria ser trabalhado em forma de espiral, sendo necessário muitas vezes ir e voltar em determinados conteúdos, ou seja, percorrer todos os blocos ou eixos de conteúdos em todas as fases de escolarização que os estudantes vivenciam. Nessas citações evidencia-se que muitas vezes a não linearidade do desenvolvimento dos conteúdos nas atividades com Modelagem predomina, fator que vai ao encontro das propostas dos documentos oficiais, como citado anteriormente, o que sugere ser salutar abordar os conteúdos a partir do tema de interesse dos estudantes como proposto pela Modelagem.

Desta maneira, a visão linear dos conteúdos deve ser superada quando se efetiva um trabalho com a Modelagem, como sugerido nas citações do parágrafo anterior. Na prática docente deste autor, nos momentos em que a Modelagem pôde ser experienciada, foi possível perceber que, na postura de mediador que não fere o interesse dos estudantes pelo tema escolhido, pôde-se evidenciar no desenvolvimento das atividades relacionadas ao tema, os conteúdos matemáticos previstos para o ano em questão, mesmo que fora da ordem tradicional apresentada nas matrizes curriculares adotadas, o que em momento algum prejudicou o processo de ensino e de aprendizagem.

Por exemplo, na primeira experiência relatada aqui, foi possível trabalhar a geometria básica no momento da determinação da quantidade de material e confecção das peças em EVA para o jogo da velha e do brinquedo “sapinho bom buquê”. Na prática realizada com o tema horta foi possível, em um segundo momento que não foi relatado aqui pelo fato justificado anteriormente, trabalhar a geometria a partir do formato dos canteiros, tijolos e outros elementos usados na organização do espaço destinado à horta. Provavelmente é de conhecimento do leitor que a geometria, assim como qualquer eixo de conteúdos, deve ser tratada em todos os anos de ensino da educação básica. Nas duas práticas relatadas, o ano de ensino em questão era o sexto e os conteúdos da geometria sugeridos para essa fase são basicamente a definição de polígonos, sólidos, perímetro e área de figuras

básicas, que foram naturalmente contemplados nas duas práticas com a Modelagem.

Agora, supondo que os mesmos temas fossem escolhidos em turmas de segundo ano do ensino médio, o professor mediador poderia despertar a atenção dos estudantes para a geometria mais avançada, que faz parte da matriz do segundo ano, como determinar medidas e a área ideal para aproveitamento máximo das folhas de EVA na construção do jogo da velha, o volume de material EVA usado em cada brinquedo, o volume de material retirado em cada furo do tijolo durante a fabricação, o nivelamento dos canteiros, relações métricas, entre outros. O tema escolhido no trabalho com a Modelagem pode ser o mesmo em anos distintos, porém a inserção dos conteúdos matemáticos pode ser feita inicialmente a partir do que os estudantes percebem de Matemática e, num segundo momento, a partir da condução e motivação dada pelo professor mediador, o qual sabe a importância de se desenvolver determinados conteúdos adequados a cada fase de aprendizagem, de acordo com o conhecimento que os estudantes já possuem sobre cada eixo ou bloco de conteúdos.

Nas práticas com Modelagem apresentadas nesta pesquisa foi possível perceber que o professor pode despertar a atenção dos estudantes para conteúdos matemáticos muitas vezes despercebidos pelos mesmos. Na prática com o tema “fazer caridade doando brinquedos”, quando os estudantes trouxeram os doces para doar junto com os brinquedos que foram construídos, nenhum estudante mencionou por iniciativa própria as informações matemáticas contidas nas embalagens dos doces. Esse fato foi motivado pelo professor, que aproveitou a oportunidade para trabalhar algumas unidades de medida, conteúdo previsto para o sexto ano.

Em muitos momentos, como descrito no relato da primeira prática, foi possível fazer uso do material didático que os estudantes possuíam. Nas atividades com a Modelagem, o professor deve destinar momentos para a formalização da Matemática observada no desenvolvimento do tema em questão e, nesses momentos, o material didático pode e deve ser usado, inclusive com a resolução de problemas e exercícios selecionados pelo professor e similares aos estudados na prática. A diferença está no referencial adquirido pelos estudantes na prática com a Modelagem, que possibilitará a eles encarar as atividades do material didático com mais naturalidade e conhecimento do assunto. Todos os materiais didáticos, ao serem elaborados, precisam ser organizados de alguma forma, mas essa

organização não deve ser vista como um roteiro a ser obrigatoriamente seguido e sim como um suporte nos momentos necessários de formalização e fixação dos conteúdos trabalhados na atividade norteada pela Modelagem.

Nos PCN, tratando do quadro do ensino da Matemática no Brasil, quando o documento foi elaborado, a linearidade do desenvolvimento dos conteúdos já era abordada como algo que poderia dificultar a aprendizagem da Matemática: “Quanto à organização dos conteúdos, de modo geral observa-se uma forma excessivamente hierarquizada de fazê-la”, Brasil (1998, p. 22). Nesse mesmo documento é colocado que não há a necessidade de se trabalhar os conteúdos como se um fosse pré-requisito para outro, formando elos de uma corrente. Ainda segundo os PCN, Brasil (1998), observava-se na época, em termos escolares, os conteúdos matemáticos sendo tratados isoladamente e exauridos num único momento, e, quando retomados, era apenas como ferramenta para o ensino de outro conteúdo. Essas ideias já eram discutidas há quase duas décadas, e atualmente na proposta da BNCC é possível evidenciar que pontos semelhantes são novamente elencados para motivar a melhora no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Comparando a proposta atual da BNCC com os PCN, no que diz respeito à linearidade com que os conteúdos são frequentemente trabalhados na Matemática, é possível perceber o apelo à mudança dessa postura. A mudança é favorecida quando o professor opta por conhecer e trabalhar com a Modelagem, porém, deve-se ter o entendimento de que quebrar essa linearidade usual deve ser um ato associado a outros elementos como, por exemplo, os tratados nesta pesquisa: a contextualização, resolução de problemas, interdisciplinaridade e atuação do professor como mediador de todo o processo. Desta forma é possível vislumbrar a possibilidade de melhora no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

## CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS DE INVESTIGAÇÕES FUTURAS

O desenvolvimento desta pesquisa norteada pela questão: “*Na prática, a Modelagem Matemática contempla pontos apresentados em propostas curriculares oficiais?*” evidencia articulações favoráveis entre a Modelagem na prática e os documentos curriculares oficiais que foram escolhidos para esta investigação. As principais articulações elencadas partem de cinco pontos recorrentes ao que o tema Modelagem tem motivado nos mais variados trabalhos de pesquisas: Contextualização; Resolução de Problemas; Interdisciplinaridade; Professor Mediador e Linearidade dos Conteúdos.

Esses pontos foram tratados neste trabalho com base em três pilares principais: a teoria sobre a Modelagem, os documentos curriculares oficiais, PCN e versão preliminar da BNCC, e duas práticas realizadas por este autor e selecionadas para este estudo.

Foi possível constatar que a Modelagem é uma metodologia que favorece a concretização das propostas para efetivar a melhora do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, apresentadas nos PCN e na versão preliminar da BNCC, devido às articulações evidenciadas nesta investigação. Também se destaca que o professor, que opta pela Modelagem em sua prática docente, encontra amparo para isso nos documentos curriculares oficiais considerados aqui e que o trabalho com esta metodologia favorece a participação ativa dos estudantes nas efetivas possibilidades de contextualização.

Assim fatores supostamente dificultadores para a adoção da Modelagem no ensino da Matemática podem ser superados pelo professor que conhece a metodologia em questão e os documentos curriculares oficiais, encontrando nesta dissertação elementos norteadores para isso.

No capítulo 1 foi possível conhecer a proposta da Modelagem e referências para aprofundar esse conhecimento. No capítulo 2, os PCN e a versão preliminar da BNCC têm suas estruturas expostas de uma forma geral, apresentando a ideia central de cada documento. No capítulo 3, duas experiências realizadas com a Modelagem são descritas tendo por base a concepção defendida por Burak (2004), o que oportuniza vislumbrar, na realidade, aquilo que é apresentado nas teorias sobre a Modelagem, comprovando a viabilidade desta metodologia na prática. Ainda

no capítulo 3, as articulações detectadas nesta investigação são abordadas com base nos três pilares mencionados anteriormente, fornecendo base teórica e referencial que podem ser suporte para superar possíveis dificuldades na aceitação da Modelagem pela comunidade escolar em que o professor está inserido.

Desta forma, a presente pesquisa contribui para o estudo da Modelagem como metodologia de ensino ofertada pela Educação Matemática, pois oferece dados que embasam teoricamente professores, os quais têm um primeiro contato com a Modelagem e ainda se sentem inseguros com relação a questões relacionadas ao currículo e ao seu desenvolvimento em atividades com essa metodologia.

Muitos trabalhos que abordam a Modelagem na atualidade têm sido produzidos em vários níveis de estudo. Este autor percebe o potencial desses trabalhos, mas defende a ideia de que vários estão se distanciando da realidade escolar atual ao tratarem de teorias que pouco interessam ao professor que está iniciando sua trajetória no campo da Modelagem. Ao tratar nesta dissertação dos PCN, documento apresentado em 1998 e a versão preliminar da BNCC, documento mais recente que aborda a questão curricular em nosso país, é evidente a proximidade de muitos pontos abordados nos dois documentos, nos quais há referência a problemas no ensino da Matemática muito semelhantes ou idênticos, o que sugere que pouco mudou desde 1998 até hoje na forma de se trabalhar a Matemática em sala de aula. Como mencionado no capítulo 1, a Modelagem já é estudada no Brasil antes mesmo dos PCN serem concluídos, porém poucos professores conhecem e trabalham com essa metodologia na atualidade, como sugerido no trabalho de Ceolin e Caldeira (2015).

Este autor atua como professor na educação básica há oito anos e nunca encontrou um colega que trabalhasse com a Modelagem ou conhecesse a mesma de forma coerente, como a Educação Matemática apresenta. Percebe-se que ainda hoje há um distanciamento entre a pós-graduação que trata da Modelagem e a realidade da maioria dos professores de Matemática. Pesquisadores com evidente potencial, mas que nunca assumiram sequer por um ano letivo uma turma da educação básica, que desenvolvem pesquisas relevantes sobre a Modelagem, mas que, por outro lado, pouco oferecem aos professores que atuam nas mais variadas situações da realidade escolar e estão tendo um primeiro contato com esta metodologia de ensino.

Com base nessas reflexões, é viável a ideia de que pesquisas que ofereçam referências e embasamento sobre a Modelagem, para professores iniciantes no tema, devam continuar sendo produzidas, pelo fato de ainda não se ver a Modelagem acontecer com frequência na educação básica. Para este autor, é necessário que os pesquisadores da área busquem meios para que as teorias sobre a Modelagem cheguem aos professores da base, pois este conheceu a Modelagem apenas quando buscou a pós-graduação, fato que talvez tenha acontecido com outros autores que tratam da Modelagem em suas dissertações ou teses.

Assim, como perspectiva de continuidade desta pesquisa, percebe-se a possibilidade de aprofundar o estudo de documentos curriculares oficiais, como a BNCC em sua versão definitiva, que deve ser apresentada pelo Ministério da Educação no segundo semestre de 2016. Esse estudo, articulado com a Modelagem, pode oferecer, por hipótese, propostas para a melhora do ensino e da aprendizagem da Matemática, de forma similar ao que foi verificado e tratado na presente pesquisa. Desenvolver meios para que estudos como este cheguem a professores que trabalham efetivamente na educação básica e motivem os mesmos no sentido de melhorarem a própria prática utilizando a Modelagem, parece ser um antigo e ao mesmo tempo atual desafio no campo da Modelagem Matemática.



## REFERÊNCIAS:

BARASUOL, F. F.. Modelagem matemática: uma metodologia alternativa para o ensino da matemática. **UNlrevista, Rio Grande do Sul**, V. 1, n. 2, P. 1-6 abr. 2006. Disponível em: < <http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/artigo/1-2008-08-20-17-23-12.pdf> >. Acesso em: 22 de abr. 2013.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem matemática na sala de aula. **Perspectiva- Rio Grande do Sul. Erechim**. V. 27, p. 65-74, 2003.

BASSANEZI, R. C. Modelagem Matemática. **Dynamis**, Blumenau, V.1, n.7, p.55 - 83,abr/jun.1994.

\_\_\_\_\_. Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: **Contexto**, 2004.

BICUDO, Maria A. Viggiani. **Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica**. In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L.. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. 2 ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BIEMBENGUTT, M S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**, Rio Grande do Sul, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009

BURAK, D. **Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

\_\_\_\_\_. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

\_\_\_\_\_. Critérios Norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Zetetiké**, v. 2, n. 2, p. 47-60, 1994.

\_\_\_\_\_. **Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e aprendizagem da Matemática.** In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; Klüber, T. E. (orgs.). Modelagem Matemática: uma perspectiva para a educação básica. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2010. p. 15.

\_\_\_\_\_. **A Modelagem Matemática e a sala de aula.** In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPMEM, 1., Londrina. Anais... Londrina, 2004. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática: Experiências Vividas. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CNMEM, 4., 2005, Feira de Santana. **Anais...** Feira de Santana: UEFS, 2005. 1 CD-ROM.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. **Versão preliminar da Base Nacional Comum Curricular:** Ministério da Educação 2015. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#!/site/inicio>>. Acesso em 08 out. 2015.

\_\_\_\_\_. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica/** Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica, Brasília: MEC, 2013. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#!/site/biblioteca>>. Acesso em 08 out. 2015.

CALDEIRA, A. D. **Modelagem matemática: produção e dissolução da realidade.** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA VIII, 2004a, Recife. Anais... Recife: UFP, 2004. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e a prática dos professores do ensino Fundamental e Médio. In: I ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – I EPMEM, 1. Londrina, 2004b. **Anais...** Londrina: UEL, p.1-6.

CEOLIN, A. J.; CALDEIRA, A. D. Por que a Modelagem Matemática não chega à sala de aula?. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV., 2015, Chiapas, **Anais...** Chiapas

KAVIATKOVSKI, C A M. **A modelagem matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do ensino fundamental.** 2012. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Ponta Grossa-UEPG, 2012.

KLÜBER, T. E.. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no contexto da Educação Matemática: Aspectos Filosóficos e Epistemológicos.** Ponta Grossa, 2007, 151 p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-graduação em Educação. Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG, 2007.

\_\_\_\_\_. **Modelagem matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino.** In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (orgs.). Modelagem Matemática: uma perspectiva para a educação básica. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2010. p. 97-114.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

KOVALSKI, L. **Receptividade ao trabalho com Modelagem Matemática por parte das Instituições de Ensino.** 2013, 58 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013.

KOVALSKI, L.; KAVIATKOVSKI, C. A. M. Modelagem Matemática e suas Etapas na Prática. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2015, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: UEPG, 2015.

MEYER, J. F. C. A., CALDEIRA, A. D., MALHEIROS, A. P. S. (2011). Modelagem em Educação Matemática. Belo Horizonte: **Autêntica**, 2011.

SILVEIRA, E. **Modelagem Matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações**.2007. 196 f Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Paraná, Curitiba-Pr, 2007.

SOISTAK, A. V. F. **Uma experiência com a modelagem matemática no Ensino Médio Profissionalizante**. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLUBER, T. E. (orgs.). Modelagem Matemática: uma perspectiva para a educação básica. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2010. p. 39-62.

**ANEXOS:**

## ANEXO 1

# COLHENDO MATEMÁTICA



UMA PRODUÇÃO INSPIRADA NA HORTA ESCOLAR DO COLÉGIO ESTADUAL  
MAESTRO BENTO MOSSURUNGA.  
TRABALHO REALIZADO PELOS ALUNOS DA TURMA 6ºD DURANTE AS AULAS  
DE MATEMÁTICA.  
PROFESSOR RESPONSÁVEL: LENILTON KOVALSKI

## UNIDADE 1: COLHENDO AS DESPESAS INICIAIS... R\$



Toda boa ideia quase sempre vem acompanhada de algumas despesas. No nosso colégio surgiu a ideia de implantar uma horta escolar e, para que esta boa ideia se tornasse realidade, alguns ajustes foram necessários no espaço destinado à horta para que fosse possível iniciar o cultivo das primeiras plantinhas. Foi assim que surgiram as situações que agora você é desafiado a resolvê-las! **Mãos na horta!** Quer dizer, mãos à obra!

### Dicas para resolver um problema de matemática...

- Faça uma boa leitura do enunciado...
- Destaque os dados relevantes do problema...
- Identifique o que se pretende descobrir no problema...
- Determine um caminho para a solução...

1

Em minha escola irão fazer uma horta. Na horta tem 8 canteiros. Os pedreiros cobrarão para fazer cada canteiro R\$85,00. Quanto mais a escola irá gastar na mão de obra para construir os canteiros?

2

A diretora contratou 4 pedreiros para fazer os canteiros da horta da escola. Os pedreiros irão cobrar R\$150,00 reais por dia. Sabendo que os pedreiros vão demorar 5 dias, quanto eles irão receber?

3

Numa escola foram comprados 1000 tijolos para construir uma horta, num espaço cabem 8 canteiros. Sabendo que em cada canteiro são utilizados 160 tijolos, quantos tijolos foram utilizados na horta inteira?

4

Em uma escola estão construindo uma horta que tem 8 canteiros e em cada canteiro serão utilizadas 162 tijolos. Cada tijolo custa 35 centavos. Além disso, serão usadas 3 sacas de cimento que custa 22,00 reais cada. Quanto a escola gastará, no total?

5

Em uma escola estão fazendo uma horta. Para isso foram utilizados 400 tijolos. Sabendo que cada tijolo custa trinta centavos, quanto a escola gastou em tijolos?

6

Em uma escola será construída uma horta. Essa horta vai ter 8 canteiros. Eles estimam que uma carga de terra é suficiente para encher todos os canteiros, sabendo que a carga de terra custa R\$ 80,00. Quanto custará, aproximadamente cada terra?

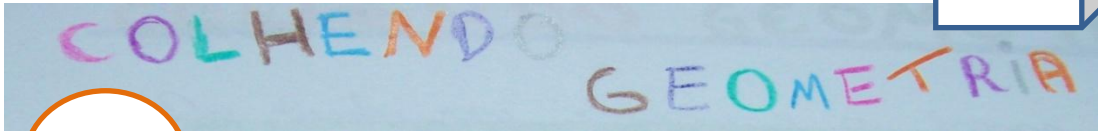
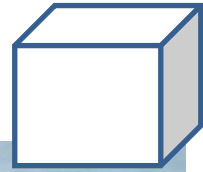
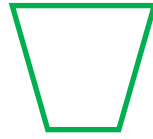


**CURIOSIDADE:** Você sabia que se o terreno for relativamente “plano”, é possível utilizar garrafas de refrigerante cheias de areia no lugar dos tijolos para limitar o espaço destinado para as plantas em uma horta? Seria uma ótima forma de economizar e ajudar a natureza!

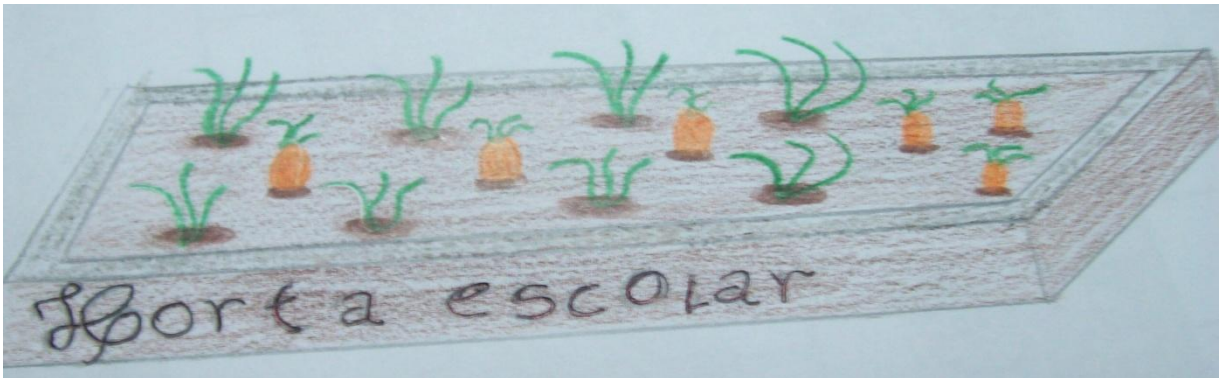


[https://www.google.com.br/search?q=canteiros+com+garrafas+pet&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ei=2CebU4qaB\\_KzsQTx5IHQBQ&sqj=2&ved=0CAYQ\\_AUoAQ&biw=1366&bih=667#facrc=\\_&imgdii=\\_&imgrc=h1bAswCvI5\\_R1M%253A%3B5YZIH7KJsP5kM%3Bhttp%253A%252F%252Fespaco escolar.com.br%252Fwpcontent%252Fuploads%252F2011%252F06%252Fhorta.jpg%3Bhttp%253A%252F%252Fespaco escolar.com.br%252Fescolas%252Fescola-integra-comunidade-em-projeto-de-educacao-ambiental%252F%3B448%3B299](https://www.google.com.br/search?q=canteiros+com+garrafas+pet&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ei=2CebU4qaB_KzsQTx5IHQBQ&sqj=2&ved=0CAYQ_AUoAQ&biw=1366&bih=667#facrc=_&imgdii=_&imgrc=h1bAswCvI5_R1M%253A%3B5YZIH7KJsP5kM%3Bhttp%253A%252F%252Fespaco escolar.com.br%252Fwpcontent%252Fuploads%252F2011%252F06%252Fhorta.jpg%3Bhttp%253A%252F%252Fespaco escolar.com.br%252Fescolas%252Fescola-integra-comunidade-em-projeto-de-educacao-ambiental%252F%3B448%3B299)

## UNIDADE 2:

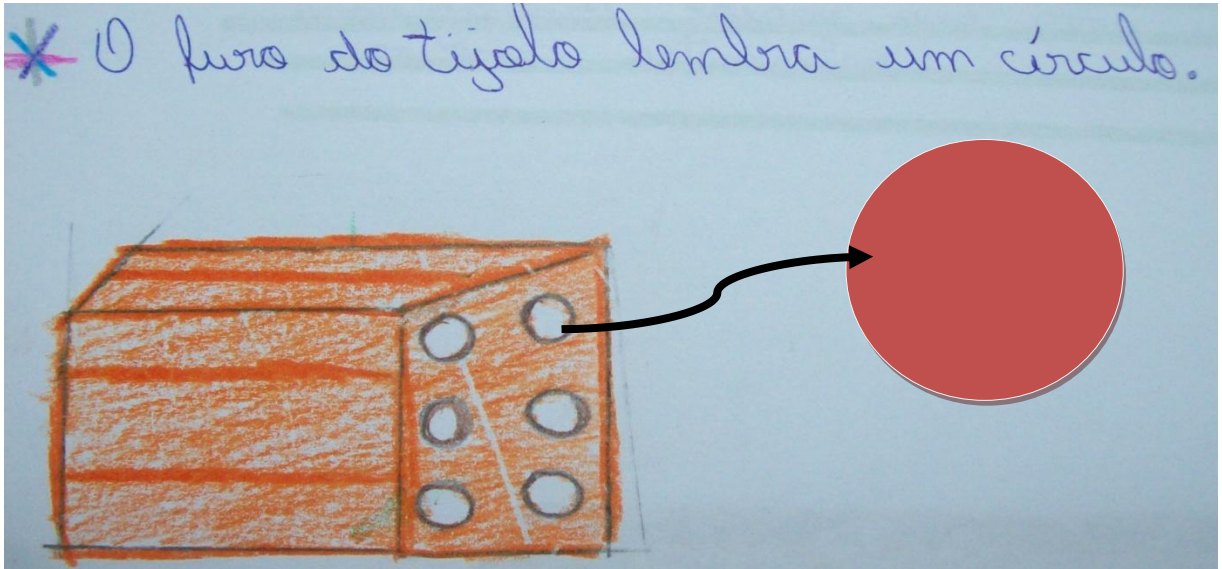


A geometria está presente em muitas coisas que estão ao nosso redor. Não poderia ser diferente na nossa horta escolar! Veja algumas “plantas geométricas”, ou melhor, ideias geométricas que foram “colhidas” no espaço destinado à horta da nossa escola!

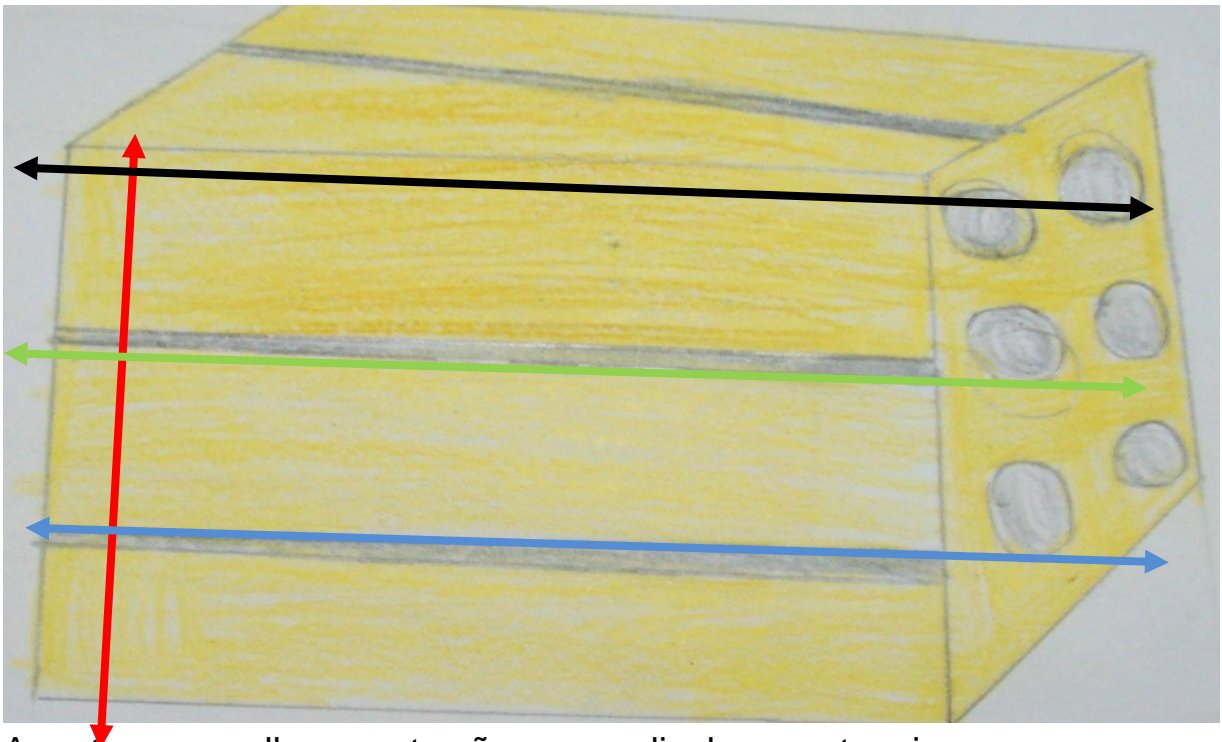


\* Podemos imaginar retas paralelas nas bordas dos contêineres





Nos tijolos também é possível visualizar a representação de retas paralelas e perpendiculares! Veja com atenção:



As retas: vermelha e preta são perpendiculares entre si.

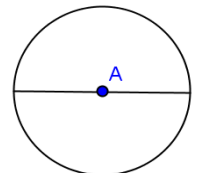
As retas: preta, verde e azul são paralelas entre si.

Veja que **LEGAL!**



Essa imagem nos mostra uma horta chamada de horta vertical, ideal para famílias que não têm muito espaço para uma horta convencional. Observe que foram utilizados como vasos, canos de PVC de 100mm de **diâmetro** que lembram grandes **cilindros**!

**DIÂMETRO:** é a distância que vai de uma extremidade a outra circunferência passando pelo centro.



**CILINDRO:** é um sólido geométrico que possui uma superfície arredondada, e por este motivo pertence à família dos “corpos redondos”.