UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

JOÃO LUIZ SCHIRLO

AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS DA ARITMÉTICA: CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS NO INÍCIO DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

PONTA GROSSA
2014

JOÃO LUIZ SCHIRLO

AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS DA ARITMÉTICA: CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS NO INÍCIO DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Matemática, no Curso de Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional, Setor de Ciências Exatas e Naturais, da Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientador: Profª. Drª. Elisangela dos Santos Meza

PONTA GROSSA
2014

Ficha Catalográfica
Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação BICEN/UEPG

Schirlo, João Luiz
S337 As quatro operações fundamentais da aritmética : conhecimentos prévios dos alunos no início do 1º ano do ensino médio/ João Luiz Schirlo. Ponta Grossa, 2014.
135 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Área de Concentração: Matemática), Universidade Estadual de Ponta Grossa.
Orientadora: Profª Drª Elisangela dos Santos Meza.

1.Conhecimento prévio. 2.Adição. 3.Subtração. 4.Multiplicação. 5.Divisão. I.Meza, Elisangela dos Santos. II. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. T.

CDD: 513

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

PROFMAT

TERMO DE APROVAÇÃO

JOÃO LUIZ SCHIRLO

"AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS DA ARITMÉTICA: CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS NO INÍCIO DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO"

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora.

Orientador: Profa. Dra. Elisangela Dos Santos Meza
Departamento de Matemática, UEPG/PR

Profa. Dra. Luciane Grossi
Departamento de Matemática, UEPG/PR

Profa. Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva
UTFPR/PR – Campus Ponta Grossa

Ponta Grossa, 18 de Agosto de 2014.

Av. Carlos Cavalcanti, 4748, Campus Uvaranas – 84030-900, Ponta Grossa – Paraná
Fone: (42) 3220-3050 – E-mail: profmat_uepg@uepg.br

DEDICATÓRIA

Aos meus familiares, que sempre me
motivaram e apoiaram nesta caminhada e
foram muito importantes para esta
conquista.

AGRADECIMENTOS

A DEUS, que dá significado à minha existência e sempre me guia em todos os momentos.

A minha Orientadora, Prof.ª Dr.ª Elisangela dos Santos Meza, que me acompanhou nas etapas da elaboração deste trabalho.

Aos professores do DEMAT-UEPG que acolheram o PROFMAT na UEPG e se dedicam para que o programa obtenha sucesso.

Aos membros da banca examinadora, pelo tempo dedicado a este trabalho e as sugestões apontadas.

Aos colegas do Mestrado, com quem tive o prazer de trocar experiências durante todo o curso.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e ao Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), que oportunizaram este programa de pós-graduação.

Ao Governo Federal, que através da CAPES, disponibilizou as Bolsas de Estudos, facilitando em muito a dedicação ao programa.

Ao Governo do Estado do Paraná, pelo afastamento das atividades concedido para a finalização do Mestrado.

MUITO OBRIGADO!!!

Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fator singular que mais influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra isso e ensine-o de acordo (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN,1980, p. 137).

RESUMO

A Matemática faz parte da vida de todos tanto em fatos do dia a dia, como no ato de contar e operar sobre quantidades, quanto em fatos complexos, como na formulação e derivação de relações de uma teoria que exige o uso do rigor matemático. Nesse contexto, saber resolver as quatro operações fundamentais da aritmética – adição, subtração, multiplicação e divisão – é fundamental para que o aluno saiba resolver situações elementares da sua vida cotidiana, assim como para resolver as situações-problemas escolares. Diante desse fato, nessa pesquisa idealizada para a conclusão do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, realizou-se uma pesquisa de natureza exploratória, visando responder ao seguinte questionamento: Quais conhecimentos prévios, sobre as quatro operações fundamentais da aritmética, os alunos de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa, apresentaram no início do 1º Ano do Ensino Médio?, com o objetivo de sondar os conhecimentos prévios, sobre as quatro operações fundamentais da aritmética. Para tanto, aplicou-se uma atividade com operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, de forma a se obter informações sobre os conhecimentos prévios que os sujeitos – 203 alunos, com idade entre 13 e 20 anos, oriundos de sete turmas do 1º ano do Ensino Médio, nos períodos matutino, vespertino e noturno – dessa pesquisa apresentaram sobre essas operações. Ressalta-se que a análise dos dados angariados foi de cunho qualitativo e revelaram que vários alunos apresentaram conhecimento prévio para desenvolver as operações que não exigem realizar reagrupamento e não envolvem números decimais. Em particular, nas operações de multiplicação, poucos alunos apresentaram ter conhecimento prévio das tabuadas, principalmente a partir da tabuada do 6. E, nas operações de divisão, que exigem conhecimentos prévios relacionados a subtração e multiplicação, apenas a minoria dos alunos apresentaram ter esses conhecimentos para resolver as mesmas. Assim, conhecer esses dados pode contribuir para um aprendizado efetivo dos alunos e para reflexões dos professores quanto as suas práticas metodológicas a serem utilizadas em sala de aula. Por exemplo, para suprir a lacuna dos conhecimentos prévios que os sujeitos dessa pesquisa apresentaram ter, sugere-se o uso do Quadro Valor de Lugar, pois esse material é um recurso que reforça o significado da representação posicional decimal, que pode auxiliá-los a terem domínio do princípio fundamental do sistema de numeração decimal, para assim, entenderem a função dos agrupamentos e das trocas. Entende-se, então, que sondar os conhecimentos prévios que os sujeitos dessa pesquisa apresentaram sobre as quatro operações fundamentais da aritmética se faz necessário, para respeitar a própria estrutura de uma disciplina cumulativa como a Matemática. Além disso, nota-se que os conhecimentos prévios desempenham um papel fundamental na atividade da disciplina de Matemática, pois permitem agregar, unificar conceitos e linhas de raciocínio, e adaptar métodos e resultados conhecidos a novos conteúdos.

Palavras-chave: Conhecimento prévio. Adição. Subtração. Multiplicação. Divisão.

ABSTRACT

Mathematics is part of everyone's life both on facts of everyday life, as in the act of telling and operate on quantities, as for complex facts, as in the formulation and derivation of relations of a theory that requires the use of mathematical rigor. In this context, namely solving the four fundamental operations of arithmetic - addition, subtraction, multiplication and division - is essential for the student to learn to solve basic situations of your everyday life as well as to solve the school problem situations. Given this fact, in this research devised to the conclusion of the Professional Master's Program in Mathematics in National Network, there was a exploratory research in order to answer the following question: What prior knowledge on the four fundamental operations of arithmetic, students from two state public schools of the city of Ponta Grossa, presented at the beginning of the 1st year of high school?, aiming to probe the prior knowledge on the four fundamental operations of arithmetic. To do so, we applied an activity with addition, subtraction, multiplication and division operations in order to obtain information about the prior knowledge that the subjects - 203 students, aged between 13 and 20 years, from seven classes in the 1st year of high school, in the morning, afternoon and night - this research presented on these operations. It is noteworthy that the analysis of the data was raised a qualitative study and showed that several students had prior knowledge to develop operations that do not require regrouping carry and do not involve decimals. In particular, the multiplication operations, few students have had prior knowledge of multiplication tables, mainly from the 6 times table. And in division operations, which require prior knowledge related subtraction and multiplication, only a minority of students have presented these knowledge to solve them. Thus, knowing these data can contribute to effective learning of students and teachers' reflections about their methodological practices to be used in the classroom. For example, to fill the gap of the previous knowledge that the subjects of this research have presented, it is suggested the use of Table Value Place because this material is a feature that enhances the meaning of the decimal positional representation that can help them domain have the fundamental principle of the decimal number system, thus, understanding the function of groups and trade. Then it is understood that probe the prior knowledge that the subjects of this research presented on the four fundamental operations of arithmetic is necessary to respect the structure of a cumulative discipline such as Mathematics. Furthermore, we note that prior knowledge plays a key role in the discipline of mathematics activity because only adds to unify concepts and lines of reasoning and adapting known methods and new content results.

Keywords: Prior Knowledge. Addition. Subtraction. Multiplication. Division.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Justificativa e Definição do Problema da Pesquisa

A Matemática faz parte da vida de todos tanto em fatos do dia a dia, como por exemplo no ato de contar, comprar e operar sobre quantidades até em fatos complexos, como por exemplo a formulação e derivação de relações de uma teoria que exige o uso de um rigor matemático. Admitindo, assim, um vasto campo de relações, regularidades e coerências que instigam a capacidade de prever, projetar, generalizar e abstrair fatos, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Nesse sentido, a Matemática Escolar tem um papel formativo que é ajudar a estruturar o pensamento e o raciocínio lógico. Ela, também é uma ferramenta relevante para outras áreas do conhecimento, por ter uma linguagem própria de expressão.

No entanto, a disciplina de Matemática apresenta, em alguns momentos, uma conotação negativa e, apesar dos esforços, no sentido de propor mudanças em seu ensino, nos últimos anos, ela é considerada vilã dentre as disciplinas das áreas do conhecimento, tendo em vista que ela é responsável pelos altos índices de reprovação dos alunos e/ou pela causa do grande número de evasão no decorrer dos anos letivos.

O exposto se comprova em informações divulgadas pelo Anuário Brasileiro da Educação Básica-2012 (BRASIL, 2012) que divulgam que o nível de aprendizagem entre alunos brasileiros, ainda, é muito baixo, especialmente em Matemática. O referido documento aponta que em 2009, apenas 11% dos alunos brasileiros mostraram a proficiência esperada na disciplina de Matemática ao chegar ao 3º ano do Ensino Médio.

De acordo com o programa Todos pela Educação, para que a educação do Brasil atinja o patamar dos países desenvolvidos até 2022, a meta é que 70% ou mais dos alunos tenham aprendido o que é adequado para a sua série em cada disciplina (BRASIL, 2012).

Assim, entende-se que existem dificuldades no processo ensino e aprendizagem de Matemática e, conforme apresentadas na literatura devem ser sempre questionadas e analisadas, objetivando sempre a otimização do processo.

Particularmente, saber resolver as quatro operações fundamentais da aritmética – adição, subtração, multiplicação e divisão – é fundamental para que o aluno saiba resolver situações elementares da sua vida cotidiana, como por exemplo pagar contas, receber troco ou calcular juros de uma prestação, assim como, saiba resolver situações-problemas escolares.

A vivência educacional como professor de Matemática mostra que muitos alunos apresentam dificuldades para resolver essas operações no dia a dia escolar.

Diante desses fatos, a pesquisa aqui apresentada, buscou responder ao seguinte questionamento: **Quais conhecimentos prévios, sobre as quatro operações fundamentais da aritmética, os alunos de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa, apresentaram no início do 1º Ano do Ensino Médio?**

Logo, há o pressuposto que propor atividades para verificar o nível de conhecimento prévio dos alunos sobre um conteúdo é extremamente relevante para planejar ações para o processo de ensino e aprendizagem, pois a importância desse conhecimento serve para ancorar um novo saber a ser trabalhado em sala de aula.

Destaca-se que esse pressuposto vem ao encontro do exposto no Parâmetro Curricular Nacional (PCN) de Matemática (BRASIL, 1998) no que diz respeito ao ato de diagnosticar as dificuldades de aprendizagem dos conceitos matemáticos, por meio da apreciação da resolução de exercícios.

1.2 Objetivos da Pesquisa

1.2.1 Objetivo Geral

A questão básica dessa pesquisa conduz ao seguinte objetivo geral:

- Sondar os conhecimentos prévios, sobre as quatro operações fundamentais da aritmética, que os alunos de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa, apresentaram no início do 1º Ano do Ensino Médio.

1.2.2 Objetivos Específicos

A partir do objetivo geral, decorrem os seguintes objetivos específicos:

- Verificar quais conhecimentos prévios que os alunos de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa, apresentaram no início do 1º Ano do Ensino Médio para a operação de adição.

- Verificar quais conhecimentos prévios que os alunos de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa, apresentaram no início do 1º Ano do Ensino Médio para a operação de subtração.

- Verificar quais conhecimentos prévios que os alunos de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa, apresentaram no início do 1º Ano do Ensino Médio para a operação de multiplicação.

- Verificar quais conhecimentos prévios que os alunos de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa, apresentaram no início do 1º Ano do Ensino Médio para a operação de divisão.

- Analisar como os alunos de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa, no início do 1º Ano do Ensino Médio, desenvolveram as quatro operações fundamentais da aritmética.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Conhecimento Prévio

O processo de dar início a um conteúdo escolar, identificando o que os alunos apresentam de conhecimento relacionado ao novo conteúdo a ser estudado, vem ganhando vulto nos dias de hoje.

Porém, desde meados do século XX, quando Piaget[1] (1969) passou a explorar as estruturas mentais já formadas no ser humano, essa técnica já era contemplada na rotina escolar. No entanto, por não estudar o processo sob a ótica da educação formal, Piaget (1969) não se detinha pelo conhecimento como conteúdo de ensino.

Mas, Ausubel (1973), à luz dos estudos de Piaget, passou a estudar esse tema, por meio de situações voltadas para o ensino expositivo em sala de aula, elaborando uma teoria educativa construtivista, que ficou conhecida como Teoria da Aprendizagem Significativa, na qual o ponto de partida para a aprendizagem é o conjunto de conhecimentos que o aluno traz consigo.

A este conjunto de conhecimentos sobre determinado assunto, disciplina ou mesmo conjunto total de pensamentos que o aluno detém, e a forma com que eles são organizados, Ausubel (1973), nomeou de estrutura cognitiva, a qual segundo esse autor é a variável mais relevante que o professor deve levar em consideração, no ato de ensinar.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) afirmam que as estruturas cognitivas representam o resquício de todas as experiências de aprendizado que a pessoa constrói ao longo de sua vida, e que a aprendizagem ocorre quando uma nova informação aporta em conceitos e/ou proposições relevantes, preexistentes em sua estrutura cognitiva.

[1] As investigações realizadas por Piaget (1969) foram feitas sob a perspectiva do desenvolvimento intelectual, para entender como a criança passa de um conhecimento mais simples a outro mais complexo. Para tanto, Piaget (1969) observou, exaustivamente, como as crianças comparavam, classificavam, ordenavam e relacionavam diferentes objetos, até concluir que a inteligência se desenvolve por um processo de sucessivas fases.

Portanto, para Ausubel *apud* Moreira (2011, p.161) a estrutura cognitiva significa uma estrutura hierárquica de conceitos, que são representações das experiências sensoriais do aluno.

Ressalta-se que a proposição de uma hierarquia na organização cognitiva do aluno é relevante quando se trata da aprendizagem de conceitos científicos. Uma vez que o conhecimento científico é constituído por uma rede de conceitos e proposições, formando uma verdadeira teia de relações.

De modo geral, Ausubel (1973) preocupava-se com a aprendizagem que ocorre na sala de aula escolar, pois o fator mais relevante da aprendizagem é o que o aluno já sabe e para que ocorra a aprendizagem, conceitos relevantes devem estar explícitos e disponíveis na estrutura cognitiva do aluno, funcionando como ponto de ancoragem para novos conhecimentos.

Logo, a teoria proposta por Ausubel (1973) discorre sobre a incorporação de novos conceitos e informações, em uma estrutura cognitiva, que se organiza de uma forma particular, de modo que, inicialmente, quando o aluno recebe uma nova informação, inicia-se o processo de tentar incluí-la em um conglomerado de informações, preexistente em sua estrutura cognitiva.

Nesse contexto, o princípio norteador da teoria de Ausubel (1973) baseia-se na ideia de que, para que ocorra a aprendizagem, é necessário partir daquilo que o aluno já sabe.

> Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fator singular que mais influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra isso e ensine-o de acordo. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN,1980, p. 137).

O autor também preconiza que os professores devem criar situações didáticas com a finalidade de descobrir esses conhecimentos, que foram designados por Ausubel (1973) como conhecimentos prévios.

Ressalta-se que, para Ausubel (1973) o conhecimento prévio é a conexão para a construção do novo conhecimento, por meio da reconfiguração das estruturas mentais existentes ou da elaboração de outras novas estruturas mentais. Pois, o conteúdo, previamente detido pelo aluno, representa um importante influenciador no processo de aprendizagem. Assim, novos dados serão assimilados e armazenados, na razão direta da qualidade da estrutura cognitiva prévia do aluno.

Logo, os conhecimentos prévios seriam os suportes em que o novo conhecimento se apoiaria e, a esse processo, Ausubel (1973) designou de ancoragem. O autor, também, denomina de subordinadores ou integradores ou subsunçores, as ideias que proporcionam a ancoragem desse novo conhecimento (AUSUBEL, 1973).

Particularmente, para Moreira (1999) o subsunçor constitui um conceito, uma ideia ou uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de ancoradouro a uma nova informação, de modo que esta adquira, assim, significado para o aluno.

Resumidamente, subsunçor é o nome que se dá a um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do aluno, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto. Portanto, os conhecimentos prévios não podem ser negligenciados pelo professor, uma vez que podem facilitar novas aprendizagens.

Moreira e Masini (1982), apontam que o professor precisa conduzir o aluno a identificar o conteúdo relevante em sua estrutura cognitiva, assim como explicar a relevância do mesmo para a aprendizagem do novo conteúdo. Pois, quando o aluno reflete sobre um novo conteúdo, ele passa a ter significado, tornando o conhecimento prévio mais complexo. Sob essa ótica, para o aluno aprender um novo conteúdo escolar, é necessário que ele atribua um significado para esse conteúdo, com base nos conhecimentos previamente existentes em sua estrutura cognitiva.

Coll (2002) comunga do mesmo entendimento de Ausubel (1973) ao afirmar que os conhecimentos prévios são alicerces para a construção dos novos significados. Logo, uma aprendizagem passa a ter mais significado, quanto mais relações com sentido o aluno conseguir formar entre o que já conhece, ou seja, seus conhecimentos prévios, com o novo conteúdo que lhe está sendo apresentado.

No entanto, Coll (2002) aponta que os conhecimentos prévios são resistentes às mudanças e, se fazem presentes na estrutura cognitiva tanto de crianças, como de adolescentes e adultos. O autor, também aponta que esse conhecimento pode ser identificado, na maioria das vezes, por meio das atividades desenvolvidas pelos alunos (COLL, 2002).

No entanto, cabe salientar que o conhecimento prévio não tem o mesmo significado que os pré-requisitos. Segundo Fernandes (2011), enquanto o conhecimento prévio diz respeito aos saberes que os alunos já possuem, os pré-requisitos constituem uma lista, muitas vezes arbitrária, de conteúdos e habilidades, sem as quais, teoricamente, não seria possível avançar para o conteúdo seguinte.

Moreira (2011, p. 13) enfatiza que não se trata de simples associação, mas "de interação entre os aspectos específicos e relevantes da estrutura cognitiva e as novas informações, por meio da qual essas adquirem significados e são integradas à estrutura cognitiva". Sendo que nesse processo, os conceitos de subsunçores são reelaborados, tornando-se mais abrangentes e refinados. Consequentemente, são aperfeiçoados os significados e, melhorada a sua potencialidade para aprendizagens significativas posteriores.

No entanto, cabe apontar que muitas vezes, os alunos possuem ideias âncoras, mas estas não estão ativadas. Nesse caso, caberia, então, ao professor descobrir esses conhecimentos prévios, ativá-los e, com base nisso, ensinar o novo conteúdo.

Segundo Moreira e Masini (1982), os organizadores prévios podem ser materiais introdutórios, apresentados antes do próprio material a ser aprendido, pois tem a função de servir de pontes cognitivas entre o que o aluno já sabe, e o que ele deve saber, buscando garantir que a aprendizagem seja significativa.

Cabe ressaltar que para Ausubel (1973), uma aprendizagem é tanto mais significativa, quanto mais relações com sentido o aluno for capaz de estabelecer entre os seus conhecimentos prévios e o novo conteúdo que lhe é apresentado como objeto de aprendizagem.

Isso quer dizer que, grande parte da atividade mental construtiva dos alunos deve consistir em mobilizar e atualizar seus conhecimentos anteriores, para entender sua relação ou relações com o novo conteúdo.

Para tanto, Coll *et al* (2006) indica que se deve planejar o ensino, traçando uma fronteira entre o que é necessário ou não conhecer e determinar quais são os conhecimentos prévios que devem ser explorados pelos alunos.

Nesse contexto, é preciso que a escola se apoie em determinados critérios que derivam, principalmente, do conteúdo e dos objetivos concretos que o professor possui em relação ao processo de ensino e aprendizagem.

Novak (1998, p. 59) destaca que,

> No decurso da aprendizagem significativa, as novas informações são ligadas aos conceitos na estrutura cognitiva. Normalmente, essa ligação ocorre quando se ligam conceitos mais específicos e menos inclusivos a outros mais gerais, existentes na estrutura cognitiva. [...] A justificação para se adicionar esses termos reside no papel fundamental que os subsunçores desempenham na aquisição de novas informações. [...] O papel de um conceito integrador na aprendizagem significativa é interativo, facilitando a passagem de informações relevantes, através das barreiras perceptivas, e fornecendo uma base para a ligação entre as informações recentemente aprendidas e os conhecimentos anteriormente adquiridos.

É importante reafirmar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não-literal e não-arbitrária (AUSUBEL, 1973). E, nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o aluno e, os conhecimentos prévios adquirem novos significados, ou maior estabilidade cognitiva.

Segundo Ausubel (1973), a aprendizagem significativa pode ocorrer por recepção ou por descoberta. O quadro 1, apresenta uma identificação para esses dois tipos de aprendizagem significativa.

QUADRO 1 - TIPOS DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

TIPOS DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	CARATERÍSTICAS
Por recepção	O aluno recebe conhecimentos e consegue relaciona-los com os conhecimentos da estrutura cognitiva que já tem.
Por descoberta	O aluno chega ao conhecimento por si só e consegue relaciona-lo com os conhecimentos anteriormente adquiridos.

FONTE: autoria própria, 2014.

O exposto no quadro 1, permite entender que na aprendizagem receptiva, a informação é apresentada ao aluno em sua forma final. Já, na aprendizagem por descoberta, o conteúdo a ser aprendido necessita ser descoberto pelo aluno. Logo, a aprendizagem por descoberta, pressupõe que o próprio aluno descubra o conhecimento dependendo de seus próprios recursos. Ausubel (1973) acreditava que a relação custo–benefício desse tipo de empreendimento é pouco considerável.

Para Ausubel (1973, p. 448),

> A abordagem da descoberta não oferece vantagens flagrantes, exceto no caso muito limitado de uma tarefa de aprendizagem mais difícil, quando o aprendiz ou está no estágio concreto do desenvolvimento cognitivo ou se, geralmente no estágio abstrato, ele carece de uma sofisticação mínima num campo determinado de conhecimentos.

O autor, também, destaca que, se o aluno tivesse de descobrir o conhecimento o tempo todo, não haveria tempo suficiente para isso no decorrer de sua vida escolar e, haveria um alto custo na implementação de situações para que isso ocorresse. No entanto, em alguns momentos é possível recorrer a esse tipo de aprendizagem, como apoio didático para determinadas aprendizagens (AUSUBEL, 1973).

De modo geral, segundo Ausubel (1973) para que ocorra uma aprendizagem significativa é necessário que o material a ser assimilado seja potencialmente significativo e relacionável com a estrutura cognitiva do aluno, ou seja, não arbitrário em si e que o aluno apresente uma disposição para relacionar o que já sabe com o novo conhecimento.

2.2 As Quatro Operações Fundamentais da Aritmética

A História da humanidade sugere que os algoritmos são instrumentos desenvolvidos para tornar o cálculo mais simples e, assim facilitar a realização das operações matemáticas, por meio da generalização dos passos a serem seguidos (BOYER, 2012).

Usiskin (1998, p. 7) disserta que um algoritmo pode ser visto como um procedimento, ou uma sequência de procedimentos, que apresentam um número finito de passos destinados para a execução de uma tarefa.

Toledo e Toledo (1997) definem, informalmente, algoritmo com a noção de receita.

> Quando alguém vai fazer um bolo pela primeira vez deve seguir todos os passos de uma receita: “Coloque, em primeiro lugar, a manteiga, depois as gemas. Bata muito bem. Acrescente a farinha...”. Conforme vai adquirindo prática na cozinha, descobre mais coisas e começa a se libertar das receitas, fazendo o bolo a seu modo de certamente bem melhor que o primeiro. Podemos dizer que a receita é uma espécie de algoritmo para se fazer um bolo (TOLEDO; TOLEDO, 1997, p. 11).

Assim, muitas vezes no dia a dia escolar, as operações matemáticas são ensinadas por meio de uma série de ações que, se repetidas, conduzem ao resultado esperado, mas não possibilitam o aprendizado de seu significado e o porquê de cada etapa realizada no desenvolvimento do algoritmo. Além disso, com frequência o ensino do algoritmo se confunde com a própria operação a que se relaciona.

Nesse contexto, Chevallard, Bosh e Gascón (2001, p. 124) explica que

> embora os algoritmos sejam um tipo particular de técnica, é importante não confundir ambas as noções. Somente em ocasiões excepcionais uma técnica matemática pode chegar a ser sistematizada a tal ponto que sua aplicação esteja totalmente determinada e possa, portanto, ser considerada um algoritmo.

De modo geral, os algoritmos mais conhecidos e divulgados são os algoritmos para as quatro operações fundamentais da aritmética, ou seja, para a adição, a subtração, multiplicação e a divisão. Assim, a seguir, são apresentados alguns procedimentos para o desenvolvimento dessas quatro operações fundamentais da aritmética.

2.2.1 A Operação de Adição

Segundo Smole e Muniz (2013), a adição é considerada a principal, entre as quatro operações fundamentais da aritmética. Logo, convém destacar sua nomenclatura específica.

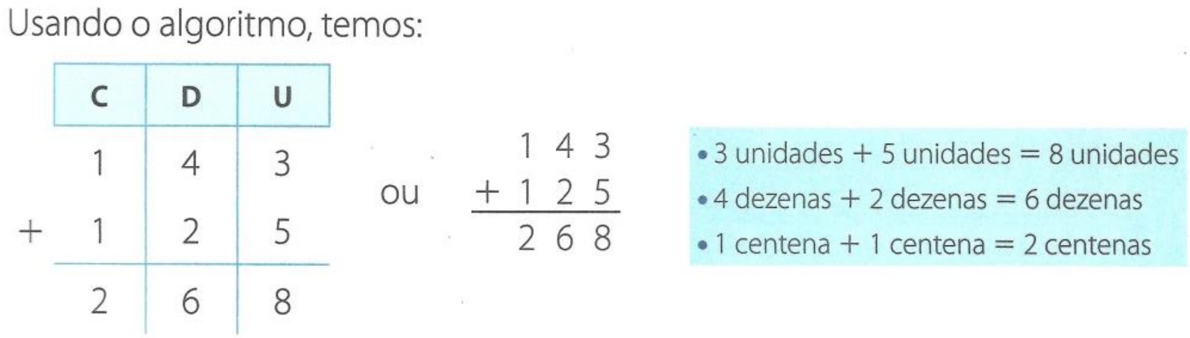
$$\begin{array}{rl} \left.\begin{array}{r} \mathbf{5} \\ \mathbf{+\quad 2} \end{array}\right\} & \textbf{Parcelas} \\ \hline \mathbf{7} \rightarrow & \textbf{Soma ou Total} \end{array}$$

Prieto (2006) afirma que a operação de adição envolve ações e ideias e não apenas uma técnica de cálculo. Segundo essa autora, o algoritmo para o desenvolvimento da operação de adição envolve ações permanentes de juntar e reagrupar.

D'Augustine (1976) explica que, quando no desenvolvimento do algoritmo da adição, a soma das ordens isoladas for menor ou igual que nove, não é necessário realizar o reagrupamento das referidas ordens.

Nesse contexto, a figura 1 apresenta o desenvolvimento do algoritmo da adição, sem reagrupamento, envolvendo números naturais.

FIGURA 1 - Desenvolvimento do algoritmo da adição sem reagrupamento


Usando o algoritmo, temos:

	C	D	U
	1	4	3
+	1	2	5
	2	6	8

ou

$$\begin{array}{r} 143 \\ +\ 125 \\ \hline 268 \end{array}$$

- 3 unidades + 5 unidades = 8 unidades
- 4 dezenas + 2 dezenas = 6 dezenas
- 1 centena + 1 centena = 2 centenas

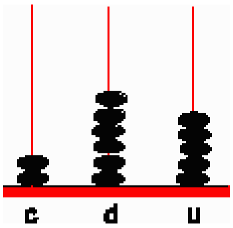
FONTE: Giovanni e Giovanni Júnior (2011a, p. 128).

Mas, quando os valores das ordens isoladas envolvidas na operação de adição forem maior que nove, passa a ser necessário a realização de reagrupamento(s) das ordens envolvidas. O quadro 2 apresenta o desenvolvimento, no ábaco aberto, do algoritmo da adição com reagrupamento.

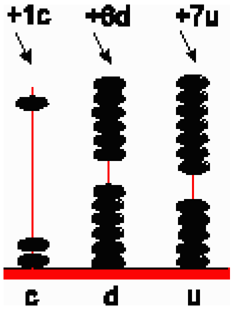
QUADRO 2 - RESOLUÇÃO DO ALGORITMO DA ADIÇÃO COM REAGRUPAMENTO NO ÁBACO

Vamos agora adicionar 167 a 265:

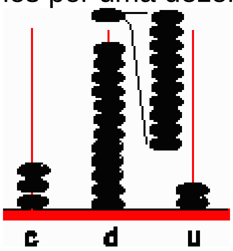
- representamos 265 no ábaco.



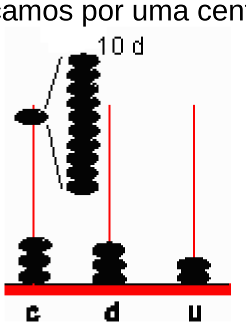
- acrescentamos 167 ao 265 representando no ábaco, ou seja, 7 unidades + 6 dezenas + 1 centena.



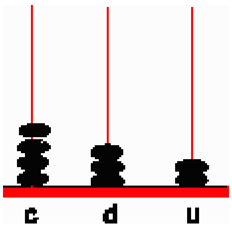
- juntamos um grupo de 10 unidades e trocamos por uma dezena.



- juntamos um grupo de 10 dezenas e trocamos por uma centena.



- em seguida, lemos o resultado obtido:



4 centenas, 3 dezenas e 2 unidades, ou 400 + 30 + 2 = 432.

FONTE: PROGRAMA EDUC@R. Usando o ábaco para adicionar.

O procedimento exposto no quadro 2 é denominado por D'Augustine (1976) de adição com reagrupamento. Popularmente, esse procedimento é conhecido como regra do "Vai Um".

O quadro 3 apresenta a resolução do algoritmo da adição, com reagrupamento, envolvendo números naturais.

QUADRO 3 - RESOLUÇÃO DO ALGORITMO DA ADIÇÃO COM REAGRUPAMENTO

Nessa técnica, o primeiro passo é somar as unidades.

$$\begin{array}{r} 265 \\ +\ 167 \\ \hline 12 \end{array}$$

12 = 10 + 2

Observe que "vai um", é, na verdade, "vai uma dezena", pois 5 + 7 = 12, ou seja, 10 + 2.

Vamos agora somar as dezenas:

$$\begin{array}{r} 11\ \\ 265 \\ +\ 167 \\ \hline 32 \end{array}$$

Observe que este "vai um" é, na verdade, "vai uma centena", pois 60 + 60 + 10 = 130, ou seja, 100 + 30.

Agora somamos as centenas:

$$\begin{array}{r} 11\ \\ 265 \\ +\ 167 \\ \hline 432 \end{array}$$

200 + 100 + 100 = 400
Portanto, 265 + 167 = 432.

FONTE: PROGRAMA EDUC@R. A técnica do "vai um.

Com o exposto no quadro 3, nota-se que as unidades de cada ordem foram juntadas e imediatamente reagrupadas. Essa sequência de procedimentos implica em se trabalhar da direita para a esquerda, garantindo a escrita correta da soma ou total no sistema de numeração decimal.

A figura 2, reafirma o exposto no quadro 3, pois ter o conhecimento do processo de reagrupamento é relevante para o desenvolvimento da operação de adição.

FIGURA 2 - Desenvolvimento do algoritmo da adição com reagrupamento

Usando o algoritmo, temos:

	C	D	U
		1	
	2	1	8
+	1	4	5
	3	6	3

ou

$$\begin{array}{r} \overset{1}{} \\ 2\ 1\ 8 \\ +\ 1\ 4\ 5 \\ \hline 3\ 6\ 3 \end{array}$$

- 8 unidades + 5 unidades = 13 unidades
  13 unidades = 1 dezena + 3 unidades
- 1 dezena + 1 dezena + 4 dezenas = 6 dezenas
- 2 centenas + 1 centena = 3 centenas

FONTE: Giovanni e Giovanni Júnior (2011a, p. 138).

Cabe apontar que o desenvolvimento do algoritmo da adição para números escritos na forma de decimal é análogo ao desenvolvimento do algoritmo da adição para números escritos na forma natural.

A figura 3 apresenta um exemplo para o desenvolvimento do algoritmo da operação de adição com números escritos na forma de decimal com necessidade de realizar reagrupamento(s).

FIGURA 3 - Desenvolvimento do algoritmo da adição com reagrupamento com números decimais

	U	,	d	c
	1		1	
	1	,	8	5
+	1	,	3	9
	3	,	2	4

- 5 centésimos + 9 centésimos = 14 centésimos
- 14 centésimos = 1 décimo + 4 centésimos
- 1 décimo + 8 décimos + 3 décimos = 12 décimos
- 12 décimos = 1 unidade + 2 décimos
- 1 unidade + 1 unidade + 1 unidade = 3 unidades

FONTE: Giovanni e Giovanni Júnior (2011c, p. 282).

O exposto na figura 3, mostra o porquê é necessário, ao escrever as parcelas da operação de adição, fixar unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena e assim por diante, para todas as ordens de grandeza, para que sejam somadas as ordens entre si.

Segundo Smole e Muniz (2013), as ações de juntar e reagrupar não são a única forma de realizar o algoritmo da operação de adição. Essa afirmativa se comprova com a interpretação de Nicolai (2004) para a resolução do algoritmo da adição por meio do processo das somas parciais, realizada por meio das ações: decompor, juntar e reagrupar.

A figura 4 apresenta um exemplo do desenvolvimento do algoritmo da adição pelo processo de somas parciais.

FIGURA 4 - Desenvolvimento do algoritmo da adição pelo processo de somas parciais

FONTE: Dante (2000, p. 98).

Pelo exposto na figura 4, percebe-se que as ordens de grandeza dos algarismos foram trabalhadas uma a uma, considerando a soma parcial de cada uma delas. De modo geral, se decompõem, depois se soma, ordem a ordem e, se finaliza somando-se os resultados das ordens. Esta característica permite que o trabalho seja realizado da esquerda para a direita ou vice-versa, uma vez que o reagrupamento é realizado apenas no final, fazendo o controle adequado do resultado obtido.

Segundo Smole e Muniz (2013, p. 29), “a decomposição de um número em unidades, dezenas e centenas é muito útil para calcular o resultado de uma adição”, pois quando um número é decomposto para ser somado, se conduz ao entendimento que, se deve somar unidades com unidades, dezenas com dezenas e assim por diante.

2.2.2 A Operação de Subtração

A subtração, segundo Toledo e Toledo (1997), envolve ideias diferentes entre si, como tirar, comparar e completar.

> Quanto às ideias ligadas à subtração, é consenso até mesmo entre adultos escolarizados que se trata “da conta que serve para tirar”. Apresenta-se um todo e dele se tira uma parte. [...]. No entanto, a subtração também envolve situações em que precisamos, por exemplo, comparar e completar quantidades.
> A ideia de comparar está presente nas situações em que confrontamos duas quantidades independentes [...]. Ocorre, também, em casos que envolvem a comparação de uma parte com o todo e depois com a outra parte, e que, por isso mesmo, representam maior dificuldade. [...].
> A ideia de completar aparece em situações nas quais o cálculo começa por uma parte e vai sendo completado até chegar ao todo. (TOLEDO; TOLEDO, 1997, p. 110).

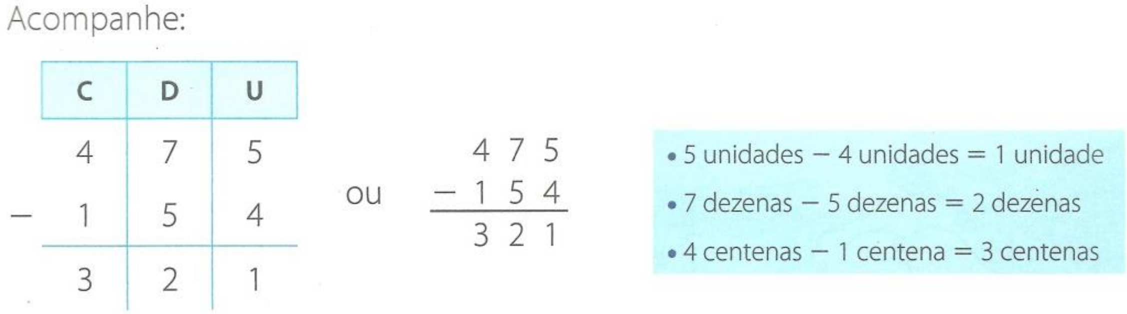
Além desse entendimento, convém destacar a nomenclatura própria da operação de subtração.

$$\begin{array}{rl} \left.\begin{array}{rl} 7 & \textbf{Minuendo} \\ -\ 3 & \textbf{Subtraendo} \end{array}\right\} & \textbf{Termos} \\ \hline 4 \longrightarrow & \textbf{Diferença, Resto ou Excesso} \end{array}$$

Inicialmente, sobre os processos para o desenvolvimento da operação de subtração, cabe apontar que, quando todos os algarismos do minuendo são maiores ou iguais que seus correspondentes no subtraendo, a resolução do algoritmo da subtração não exige a necessidade de realizar reagrupamentos entre as ordens das unidades dos termos envolvidos na operação de subtração.

A figura 5 apresenta um exemplo para o desenvolvimento do algoritmo da subtração, sem reagrupamento, envolvendo números naturais.

FIGURA 5 - Desenvolvimento do algoritmo da subtração sem reagrupamento



FONTE: Giovanni e Giovanni Júnior (2011a, p. 146).

Mas, quando existe no minuendo, pelo menos, um algarismo que é menor que seu correspondente no subtraendo, o desenvolvimento do algoritmo da subtração exige a necessidade de realizar reagrupamento(s) entre as ordens das unidades dos algarismos envolvidos na operação de subtração.

No entanto, Smole e Muniz (2013, p. 32), afirmam que

> o algoritmo mais conhecido para se efetuar a subtração é aquele em que são feitas trocas. Portanto, a expressão “empresta um”, usada por muitos professores, é inadequada, pois quando efetuamos a operação não há empréstimos e sim decomposição de dezenas em unidades, centenas em dezenas e assim por diante.

Corroborando com a afirmativa de Smole e Muniz (2013), Toledo e Toledo (1997, p. 117) já dissertavam que o

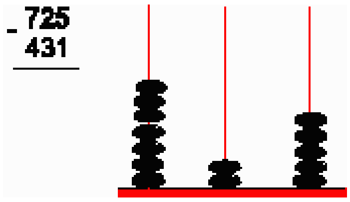
> termo “emprestar” é considerado bastante inadequado, pois pede-se emprestado mas não se paga o empréstimo feito. Além disso, o aluno que não compreende bem o processo de agrupamento e trocas e só faz contas com lápis e papel, sem agir sobre materiais de contagem, não entende por que pede 1 emprestado e recebe 10.

O quadro 4 apresenta o desenvolvimento do algoritmo da subtração, com a necessidade de reagrupamento(s), por meio do processo de recurso à ordem superior, também denominado por alguns autores de processo da decomposição.

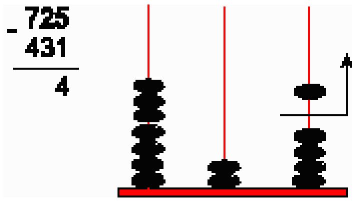
QUADRO 4 - DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO PELO PROCESSO DE RECURSO À ORDEM SUPERIOR OU DECOMPOSIÇÃO

Agora vamos subtrair 431 de 725:

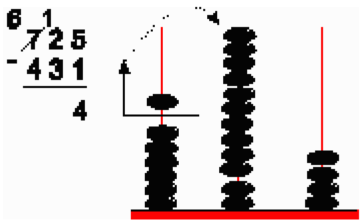
- representamos o 725 no ábaco



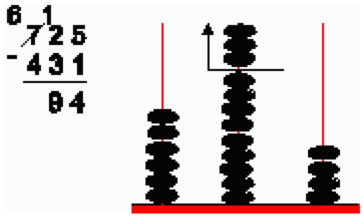
- a seguir, das 5 unidades subtraímos 1



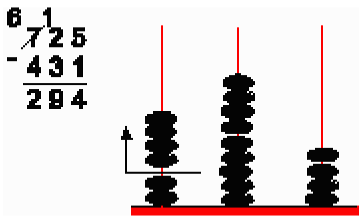
- na casa das dezenas, onde temos 2 bolinhas, não podemos retirar 3; por isso desagrupamos uma centena convertendo-a em dez dezenas



- agora, na casa das dezenas, temos 12 bolinhas e podemos retirar 3



- finalmente, das 6 centenas retiramos 4



Só é possível entender este processo de cálculo se entendemos a ideia de agrupamento, presente em nosso sistema de numeração.

FONTE: PROGRAMA EDUC@R. Utilizando o ábaco para subtrair.

Ter o conhecimento do processo de recurso à ordem superior ou decomposição é relevante para o desenvolvimento da operação de subtração.

A figura 6 reafirma o exposto no quadro 4.

FIGURA 6 - Desenvolvimento do algoritmo da subtração pelo processo de recurso à ordem superior

FONTE: Giovanni e Giovanni Júnior (2011b, p. 83).

A sequência de procedimentos expostos tanto no quadro 4, como na figura 6 garante o resultado final escrito no sistema de numeração decimal.

De modo geral, o algoritmo da subtração, quando desenvolvido pelo processo de recurso à ordem superior ou decomposição, sempre que necessário, troca uma unidade de uma determinada ordem, por dez unidades da ordem imediatamente inferior. Em seguida, retirasse do minuendo a quantidade do subtraendo, obtendo a diferença entre os termos.

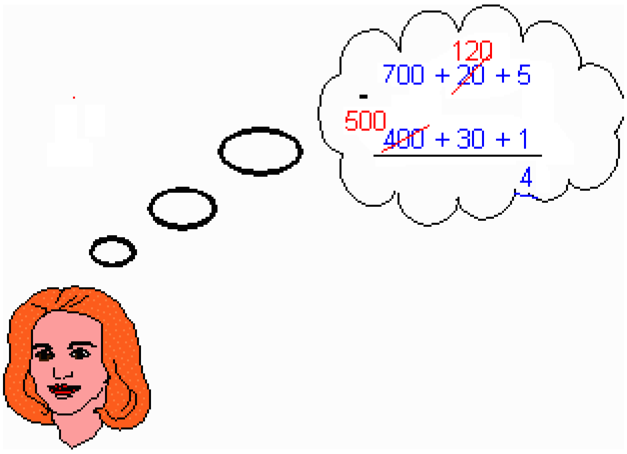
Cabe apontar, que existem outros processos para desenvolver a operação de subtração com a necessidade de reagrupamento(s), sendo um desses processos denominado processo de compensação.

O processo de compensação, segundo Toledo e Toledo (1997, p.117), consiste em “adicionar um mesmo valor ao minuendo e ao subtraendo”. O quadro 5 apresenta um exemplo da aplicação desse processo.

QUADRO 5 - DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO PELO PROCESSO DE COMPENSAÇÃO

Vamos aplicar a propriedade da compensação para subtrair 431 de 725:

- das 5 unidades subtraímos 1 unidade
- na casa das dezenas não podemos subtrair 3 dezenas de 2 dezenas. Aplicamos então a propriedade da compensação, aumentando os dois números em uma centena. Entretanto faremos isto de um modo um pouco diferente. O segundo número, aumentaremos, de fato, em uma centena, mas, o primeiro número, aumentaremos em dez dezenas. Podemos proceder assim pois uma centena é igual a dez dezenas.



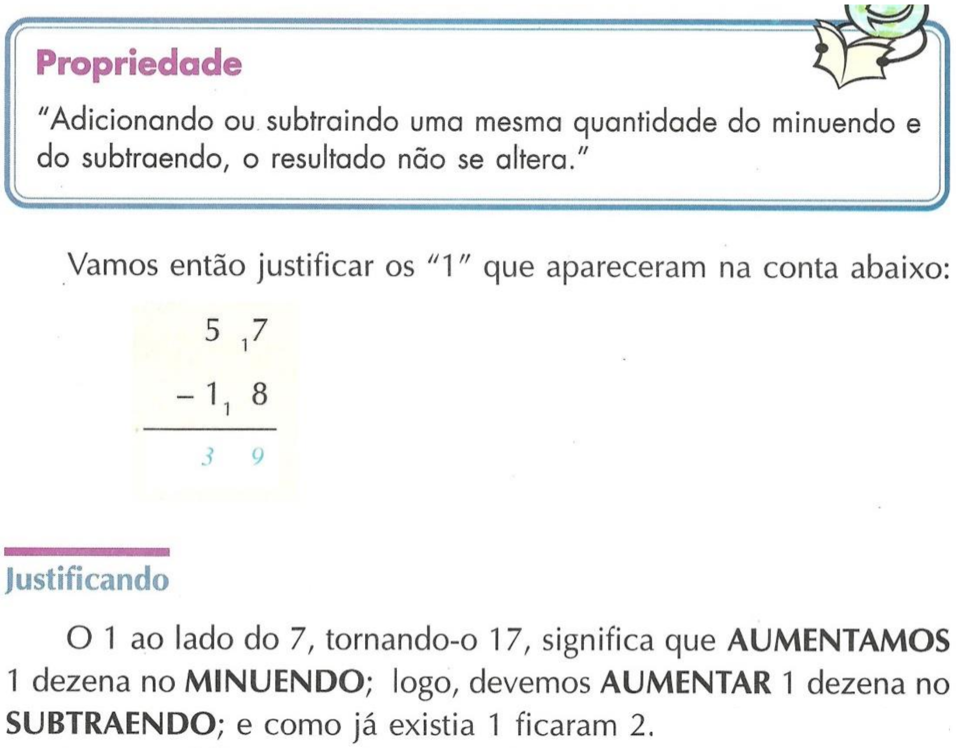
- agora subtraímos 3 dezenas de 12 dezenas
- finalmente subtraímos 5 centenas de 7 centenas

FONTE: PROGRAMA EDUC@R. A técnica da compensação.

O exposto no quadro 5, exibe que o aluno precisa ter entendimento do sistema de numeração decimal para desenvolver o algoritmo da subtração pelo processo de compensação, pois o valor que se aumenta no minuendo é compensado, pelo mesmo valor aumentado no subtraendo.

A figura 7, apresenta a propriedade para o desenvolvimento do processo de compensação para resolver a operação de subtração.

FIGURA 7 - Desenvolvimento do algoritmo da subtração pelo processo de compensação



Propriedade

"Adicionando ou subtraindo uma mesma quantidade do minuendo e do subtraendo, o resultado não se altera."

Vamos então justificar os "1" que apareceram na conta abaixo:

$$\begin{array}{r} 5\ {}_{1}7 \\ -\ 1_{1}\ 8 \\ \hline 3\ \ 9 \end{array}$$

Justificando

O 1 ao lado do 7, tornando-o 17, significa que **AUMENTAMOS** 1 dezena no **MINUENDO**; logo, devemos **AUMENTAR** 1 dezena no **SUBTRAENDO**; e como já existia 1 ficaram 2.

FONTE: Matsubara e Zaniratto 5ª Série (2002, p. 32).

O exposto na figura 7, reafirma o fato de que o aumento do minuendo é compensado pelo aumento do subtraendo no mesmo valor. Desse modo, com o processo da compensação, o procedimento é único, independente dos algarismos que formam o minuendo e o subtraendo.

D'Augustine (1976, p. 86) evidencia que nas operações de subtração que requerem agrupamentos sucessivos, o processo de compensação "é mais usado para diminuir a necessidade dos reagrupamentos".

Corroborando com D'Augustine (1976, p. 86), o Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, p. 33) ressalta que, o processo de compensação é mais conveniente no caso em que os números apresentam muitos zeros no minuendo, pois evita os erros cometidos no processo de recurso à ordem superior ou de decomposição.

Cabe destacar, que além dos processos de recurso à ordem superior e da compensação, existem outros processos alternativos para o desenvolvimento da operação de subtração.

Um desses processos alternativos é o *adding up*. O quadro 6 apresenta um exemplo para resolver uma operação de subtração por esse processo.

QUADRO 6 - DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO PELO PROCESSO *ADDING UP*

2	**8**	**6**				4
2	9	0			1	0
3	0	0		1	0	0
4	0	0	+		3	5
4	**3**	**5**		1	4	9

FONTE: Loureiro (2004, p. 24).

O algoritmo, exposto no quadro 6, fundamenta-se na operação de adição como operação inversa da subtração, pois partindo do 286, faltam 4 para chegar no 290. Do 290 para chegar no 300, faltam 10. Do 300 para chegar no 400, faltam 100. E, do 400 para chegar no 435, faltam 35. Então faltam: 4 + 10 + 100 + 35, que resulta em 149 que é a diferença entre 435 e 286.

Ressalta-se que o uso do processo *adding up* é bastante utilizado para obter trocos na matemática do dia a dia.

Outro processo alternativo para o desenvolvimento da operação de subtração é o algoritmo das diferenças parciais, apresentado no quadro 7.

QUADRO 7 - DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO PELO PROCESSO DE DIFERENÇAS PARCIAIS

	4	3	5		4	3	5	
-	2	8	6	-	2	8	6	
					2	0	0	(de 4 centenas, tiro 2 e fico com 2 centenas)
					-	5	0	(faltam 5 dezenas, pois preciso tirar 8 e só tenho 3)
						-	1	(falta 1 unidade, pois preciso tirar 6 e só tenho 5)

	4	3	5		
-	2	8	6		
	2	0	0	150	149
	-	5	0		
		-	1		
	1	**4**	**9**		

FONTE: Loureiro (2004, p. 25).

O exposto no quadro 7, mostra que as ordens de grandeza dos algarismos foram trabalhadas uma a uma, considerando a diferença parcial de cada uma delas, sendo que na primeira diferença parcial foi subtraído 2 centenas de 4 centenas, obtendo 2 centenas, e assim sucessivamente.

De modo geral, no processo das diferenças parciais não se realizam alterações nos algarismos dos termos envolvidos na operação de subtração, como ocorre quando é necessário realizar reagrupamento(s), pois, esse processo não exige realizar reagrupamentos das unidades de cada uma das suas ordens. Esta característica permite que o trabalho seja realizado da esquerda para a direita ou vice-versa.

2.2.3 A Operação de Multiplicação

A multiplicação é uma das quatro operações fundamentais da aritmética. D'Augustine (1976, p. 94) afirma que, os "conceitos relativos à multiplicação, como os de adição, estão estritamente inter-relacionados a muitos conceitos aritméticos".

Ribas (2007, p. 76) aponta que, "a multiplicação pode aparecer como uma ideia de somas sucessivas [...]. Ou pode aparecer, ainda, como organização retangular e raciocínio combinatório".

Nesse contexto, Smole e Muniz (2013, p. 40), dissertam que, "para construir o algoritmo da multiplicação, é necessário trabalhar, passo a passo, com a criança para que esta compreenda a conta que está fazendo".

Inicialmente, convém destacar a nomenclatura própria para a operação de multiplicação.

	3	**2**	→	**Multiplicando**	**Fator**
X	**2**	**1**	→	**Multiplicador**	
	3	**2**		**Produtos Parciais**	
6	**4**	**0**			
6	**7**	**2**	→	**Produto total**	

De posse do conhecimento da nomenclatura própria da operação de multiplicação, é relevante observar o exposto no Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, p. 48),

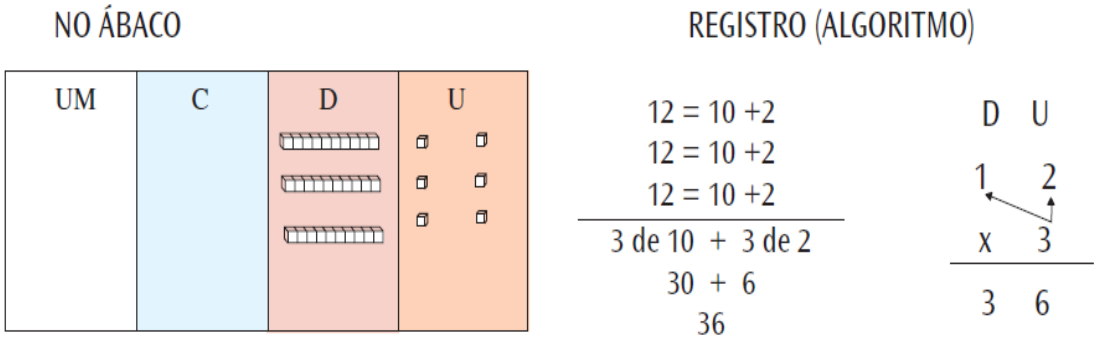
> Assim, do mesmo modo que foi discutido para adição e a subtração, as técnicas operatórias usuais da multiplicação e divisão também devem ser apresentadas e justificadas a partir dos agrupamentos e trocas na base 10 e do valor posicional dos algarismos — as regras fundamentais do Sistema de Numeração Decimal.

Assim como para o algoritmo da operação de adição, o algoritmo para a operação de multiplicação envolve ações permanentes de juntar. Mas, fazendo uso dessa ação, o processo pode tornar-se moroso, por exemplo, 9 x 37 equivale a 37 + 37 + 37 + 37 + 37 + 37 + 37 + 37 + 37.

Diante desse fato, o desenvolvimento do algoritmo da multiplicação sem ou com reagrupamento, agiliza o processo para multiplicar os fatores envolvidos na operação.

A figura 8 apresenta o desenvolvimento do algoritmo da multiplicação com multiplicador na ordem da unidade simples e sem a necessidade de realizar reagrupamento.

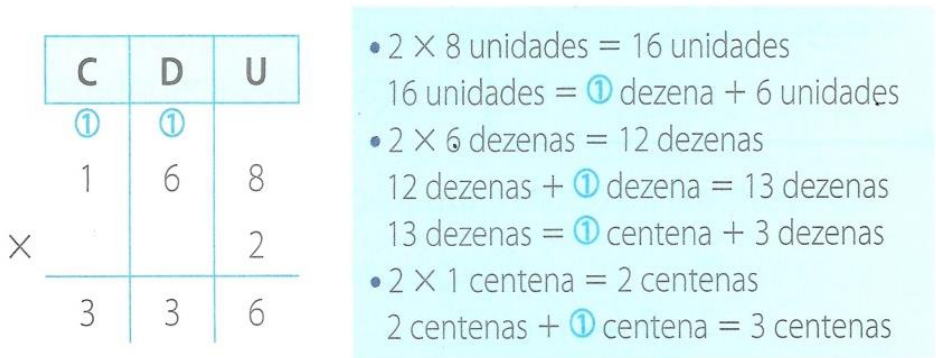
FIGURA 8 - Desenvolvimento do algoritmo da multiplicação com multiplicador na ordem da unidade simples sem reagrupamento



FONTE: MEC/TP3, (2007, p. 51).

O mesmo raciocínio apresentado na figura 8, pode ser usado para o desenvolvimento do algoritmo da multiplicação, com multiplicador na ordem da unidade simples e que exige a realização de reagrupamento. A figura 9 ilustra essa afirmativa.

FIGURA 9 - Desenvolvimento do algoritmo da multiplicação com multiplicador na ordem da unidade simples com reagrupamento

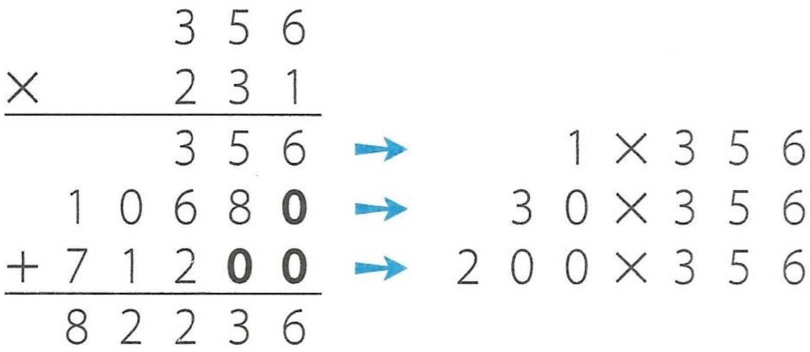


FONTE: Giovanni e Giovanni Júnior (2011b, p. 116).

Cabe apontar que para o desenvolvimento da operação de multiplicação que envolve, pelo menos um fator maior ou igual a uma dezena, torna-se necessário o uso da propriedade distributiva.

A figura 10 apresenta uma multiplicação com multiplicador na ordem da centena e que exige o uso de reagrupamento.

FIGURA 10 - Desenvolvimento do algoritmo da multiplicação com multiplicador na ordem da centena com reagrupamento

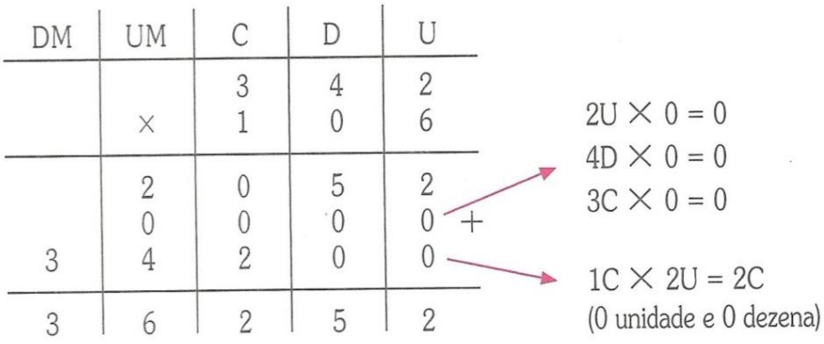


FONTE: Giovanni e Giovanni Júnior (2011b, p. 124).

O exposto na figura 10, apresenta que é relevante que o zero seja sempre colocado, a partir do produto parcial da ordem da dezena, onde normalmente se deixa a “casinha” vazia ou se coloca o sinal de adição (MEC/TP3, 2007).

Convém destacar que, multiplicações que envolvem o algarismo zero intercalado no multiplicador, segundo Toledo e Toledo (1997, p.132) devem ser desenvolvidas “normalmente”. A figura 11 apresenta o algoritmo da multiplicação 342 por 106.

FIGURA 11 - Desenvolvimento do algoritmo da multiplicação com zero intercalado no multiplicador com número natural



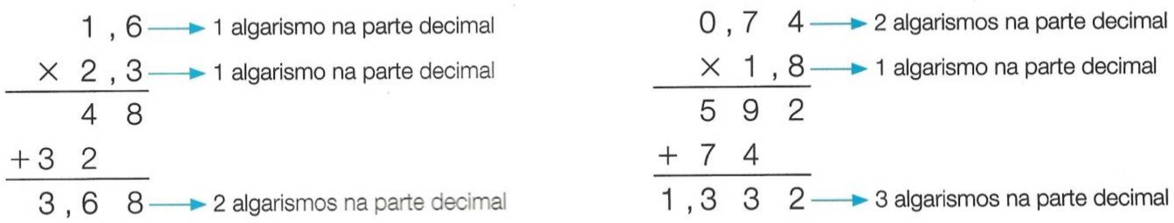
FONTE: Toledo e Toledo (1997, p. 132).

É relevante que o estudante tenha o conhecimento de cada procedimento utilizado para o desenvolvimento do algoritmo da multiplicação.

Cabe apontar que, o desenvolvimento do algoritmo da multiplicação para números escritos na forma de decimal é análogo ao processo do sistema de numeração natural, com o acréscimo do posicionamento das casas decimais.

A figura 12 apresenta um exemplo de desenvolvimento de algoritmo da multiplicação com números escritos na forma de decimal.

FIGURA 12 - Desenvolvimento do algoritmo da multiplicação com números decimais

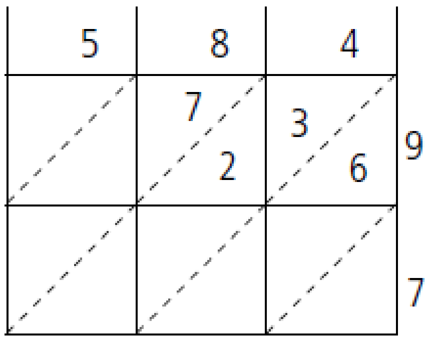


FONTE: Giovanni e Giovanni Júnior (2011d, p. 242).

Percebe-se com o exposto na figura 12, que para multiplicar um número decimal por outro número decimal deve-se observar a ordem ocupada pelos algarismos na representação do número que está sendo multiplicado, "reforçando a importância e necessidade de se respeitar o uso da vírgula para não distorcer o resultado obtido" (MEC/TP 8, 2007, p. 27).

Entende-se que, trabalhar diferentes registros e representações pode favorecer a compreensão do algoritmo da multiplicação. Logo é relevante conhecer outros algoritmos para desenvolver a operação de multiplicação, como por exemplo, o processo da gelosia. Toledo e Toledo (1997, p.134-135), explicam que esse processo também é conhecido como multiplicação em reticulado ou em célula. A figura 13 apresenta o início do processo da gelosia para a multiplicação de 584 por 97.

FIGURA 13 - Desenvolvimento do algoritmo da multiplicação pelo processo da gelosia – parte 1

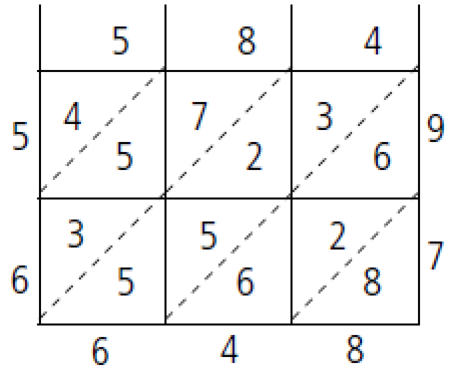


FONTE: Nicolai (2004, p. 102).

Para Toledo e Toledo (1997, p.135), o processo da gelosia, pode ter início, por qualquer uma das células, desde que o resultado da operação seja indicado na célula correspondente aos dois fatores, colocando-se o algarismo das unidades embaixo e o das dezenas em cima da diagonal que corta a célula.

Toledo e Toledo (1997, p.135), também explicam que, preenchidas todas as células, deve-se calcular a soma dos números colocados em cada diagonal e, se a soma for igual ou maior que 10, o algarismo das dezenas é levado à diagonal seguinte. A figura 14 ilustra o exposto.

FIGURA 14 - Desenvolvimento do algoritmo da multiplicação pelo processo da gelosia – parte 2



FONTE: Nicolai (2004, p. 102).

O processo apresentado nas figuras 13 e 14 possibilita o registro dos produtos parciais, sem a necessidade de realizar reagrupamentos. E, a maneira como foi registrado os produtos parciais, facilita a obtenção do produto total 56648.

2.2.4 A Operação de Divisão

Belfort e Mandarino (2008b) relatam que a operação de divisão apresenta dois enfoques: a divisão-repartição e a divisão-comparação ou medida.

Na divisão repartição, a ação de repartir aparece em situações em que é conhecido o número de grupos que deve ser formado com uma quantidade total de objetos, sendo necessário determinar a quantidade de objetos de cada grupo. Por exemplo, 12 lápis precisam ser separados em 4 subconjuntos iguais. Quantos lápis haverá em cada subconjunto? Para resolver tal situação-problema, o aluno deverá distribuir os 12 lápis em 4 caixas, de modo que ele possa distribuir 1 ou mais lápis de cada vez, até que os lápis se esgotem. Após o aluno realizar essa ação, terá subsídios para afirmar quantos lápis ficarão em cada caixa, observando o significado da ação de divisão-repartição (BELFORT; MANDARINO, 2008b, p. 15).

Já, na divisão comparação ou medida, as autoras indicam que as ações envolvidas nesse tipo de divisão são encontradas em situações em que se precisa saber quantos grupos podem ser formados com a quantidade total de objetos, desde que seja conhecida a quantidade que cada grupo deve ter. Por exemplo, 12 lápis serão separados em subconjuntos de 3 lápis cada um. Quantos conjuntos serão feitos? O aluno tem 12 lápis sobre a carteira e sabe que deve formar grupinhos de 3 lápis e para resolver o que lhe é proposto, deve separar seu material de 3 em 3, verificando, ao final da atividade, a quantidade de grupos formados (BELFORT; MANDARINO, 2008b, p. 15).

De posse desse conhecimento, é interessante rever a nomenclatura própria da operação de divisão.

Dividendo	→	**18**		**3**	←	**Divisor**
Resto	→	**0**		**6**	←	**Quociente**

Também é relevante se apropriar de alguns fatos que devem ser observados na operação de divisão.

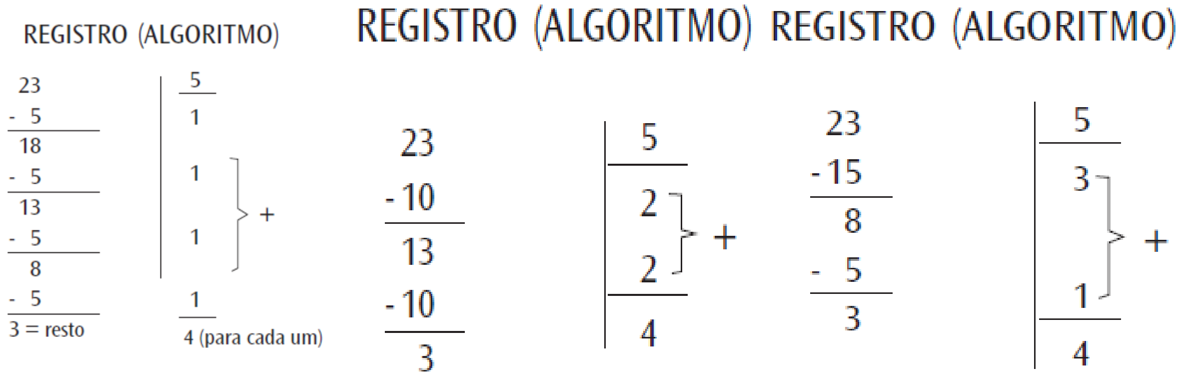
> • quando o dividendo é igual ao produto do quociente pelo divisor, e o resto é zero, a divisão é exata (é o caso de 12 dividido por 3);
> • se a divisão não for exata, ou seja, o resto for diferente de zero, esse deve ser sempre menor do que o divisor (assim 7 dividido por 2, dá 3 e tem resto 1 que é menor do que 2) (SMOLE; MUNIZ, 2013, p. 45).

Cabe apontar que para o desenvolvimento da operação de divisão existem vários processos, tais como: o processo americano, também conhecido por processo das subtrações sucessivas (RIBAS, 2007, p. 86) ou método da estimativa, que faz uso do enfoque da divisão-repartição e o processo longo e breve, que fazem uso do enfoque da divisão-comparação ou medida.

O Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, 2007, p. 55), expõe que no processo americano “não se trabalha com a propriedade distributiva da divisão em relação à adição (separando o dividendo em suas diversas ordens)", mas sim, por meio de subtrações sucessivas e tem como ponto de partida a relação que existe entre a subtração e a divisão.

A figura 15 apresenta, três exemplos distintos da divisão de 23 por 5, pelo processo americano.

FIGURA 15 - Desenvolvimento do algoritmo da divisão pelo processo americano

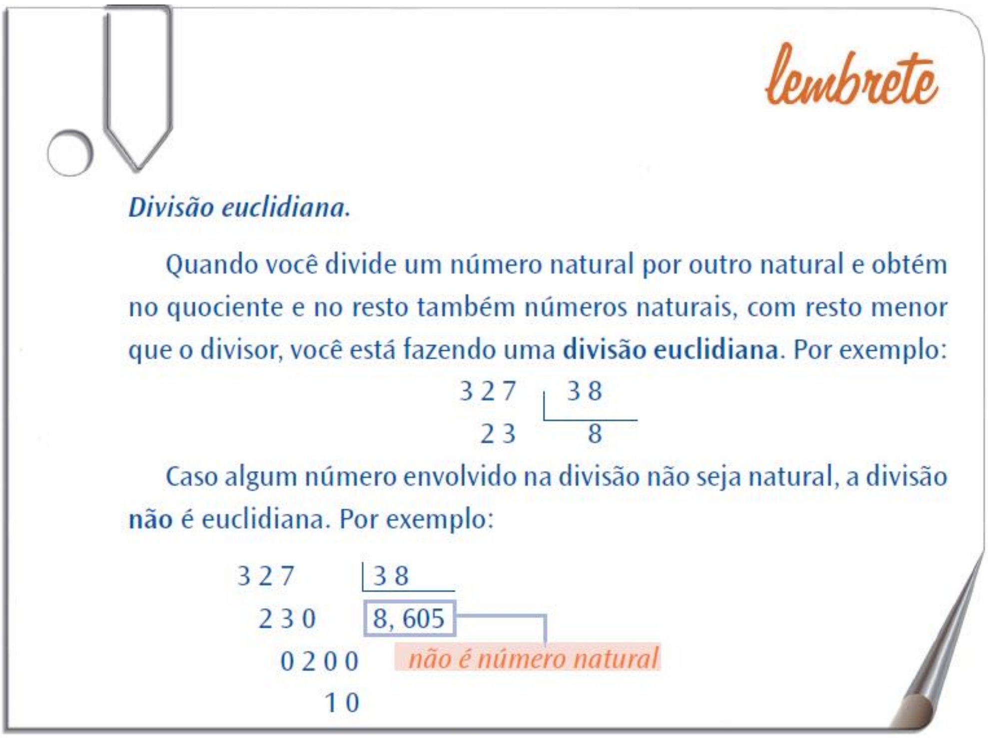


FONTE: MEC/TP3 (2007, p. 56).

Como pode ser observado na figura 15, no algoritmo da divisão pelo processo americano, o aluno resolve a operação recorrendo aos múltiplos do divisor. Assim, a utilização desse algoritmo é pessoal e está ligada ao domínio que cada um tem desses múltiplos.

Dando sequência na apresentação dos algoritmos para resolver uma divisão, destaca-se o processo euclidiano, que pode ser desenvolvido de modo longo e breve ou curto. A figura 16 apresenta um lembrete sobre o processo euclidiano.

FIGURA 16 - Processo euclidiano


lembrete

Divisão euclidiana.

Quando você divide um número natural por outro natural e obtém no quociente e no resto também números naturais, com resto menor que o divisor, você está fazendo uma **divisão euclidiana**. Por exemplo:

327 | 38
23 8

Caso algum número envolvido na divisão não seja natural, a divisão **não** é euclidiana. Por exemplo:

327 | 38
230 8, 605
0200
10

não é número natural

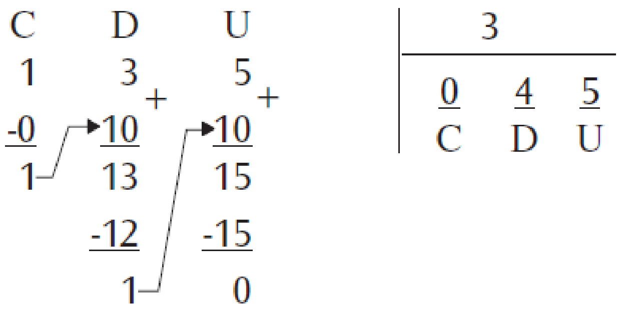
FONTE: MEC/TP1 (2007, p. 69).

Segundo o apresentado no Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, p. 57-58), no processo euclidiano “não se pode experimentar possíveis formas de distribuição, mas já se procura a maior quantidade possível de elementos a serem distribuídos para se formar um total igual ou menor que a quantidade de elementos a serem distribuídos”.

Destaca-se que para efetuar divisões pelo processo euclidiano, é útil que os alunos tenham o conhecimento de multiplicações, para não precisarem ficar experimentando diversos valores e corrigindo erros, mas apontem o maior valor possível para o quociente que multiplicado pelo divisor, não ultrapasse o dividendo e fique com resto menor que o divisor.

A figura 17 apresenta um exemplo da divisão com divisor na ordem da unidade simples e diferente de zero, pelo processo euclidiano longo, passo a passo.

FIGURA 17 - Desenvolvimento do algoritmo da divisão com divisor na ordem da unidade simples e diferente de zero, pelo processo euclidiano desenvolvido de modo longo

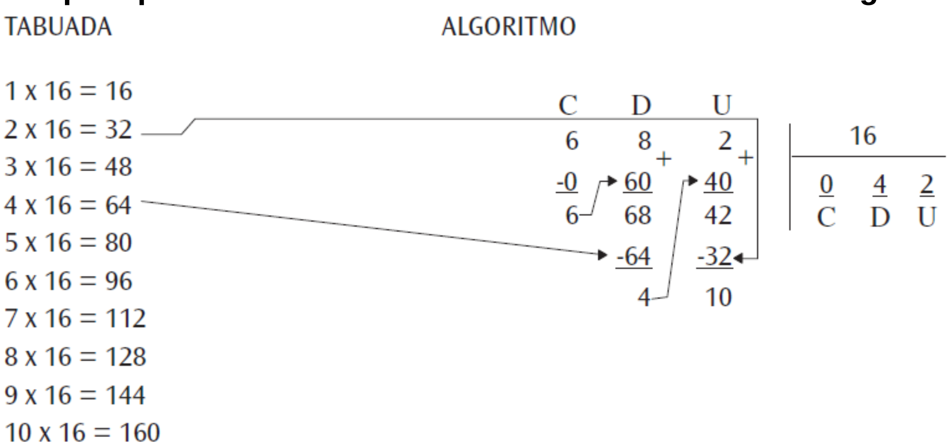


FONTE: MEC/TP3 (2007, p. 62).

O exemplo apresentado na figura 17 vem ao encontro do exposto no Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, p. 61) em relação a exemplos de operações de divisão em que o zero aparece em uma das ordens do quociente, pois é “muito importante que o zero seja tratado como qualquer outro número no algoritmo da divisão, pois isso evitará uma série de dificuldades e erros muito frequentes”.

E, quando o divisor é de ordem igual ou maior que a ordem da dezena, o Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, p. 63) sugere que o referido processo de cálculo seja mantido. A figura 18 apresenta um exemplo dessa afirmativa.

FIGURA 18 - Desenvolvimento do algoritmo da divisão com divisor maior que 10 pelo processo euclidiano desenvolvido de modo longo



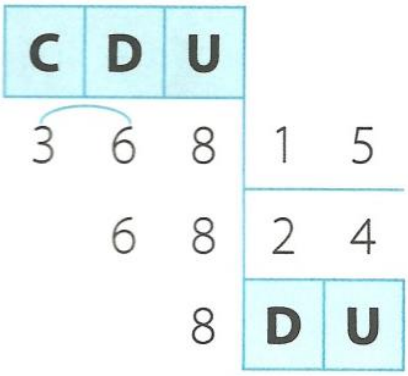
FONTE: MEC/TP3 (2007, p. 63).

Observa-se nas figuras 17 e 18 que com o registro das ordens envolvidas no dividendo e no quociente, o sentido da divisão aparece de forma sutil no desenvolvimento das mesmas.

Segundo Ribas (2007, p. 87), para que o estudante “compreenda o processo na divisão, inicialmente utilizamos o longo, com o passar do tempo, “o aluno” pela sua capacidade de síntese, de generalização, vai encurtando o processo, alternando com processos mentais, originando o processo curto”.

A figura 19 apresenta, um exemplo da operação de divisão pelo processo euclidiano desenvolvido pelo modo curto.

FIGURA 19 - Desenvolvimento do algoritmo da operação de divisão pelo processo euclidiano desenvolvido pelo modo curto



FONTE: Giovanni e Giovanni Júnior (2011c, p. 84).

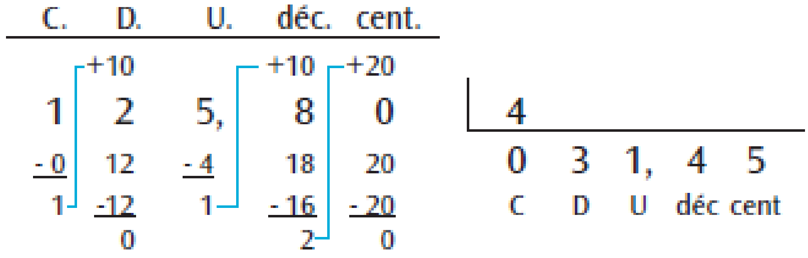
Ressalta-se que muitos enganos são cometidos ao se tentar obter o quociente da operação de divisão, recorrendo ao algoritmo sem fazer ideia da ordem de grandeza do quociente. Por isso, uma estratégia de segurança é ler a operação e ter conhecimento da ordem de grandeza do quociente.

O Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, p. 64) apresenta que “aplicando sempre esse tipo de raciocínio, provavelmente, o aluno não apresentará os costumeiros erros nos casos de zero intercalado nas divisões”.

É relevante, também, conduzir o aluno a entender o significado da divisão envolvendo números decimais. Inicialmente, para a divisão de um número decimal por número natural, pode-se fazer alusão à ideia de medir, ou seja, quantas vezes cabem.

A figura 20 apresenta um exemplo de desenvolvimento de algoritmo da operação de divisão de um número decimal por número natural, pelo processo usual.

FIGURA 20 - Desenvolvimento do algoritmo da divisão de um número decimal por número natural pelo processo usual



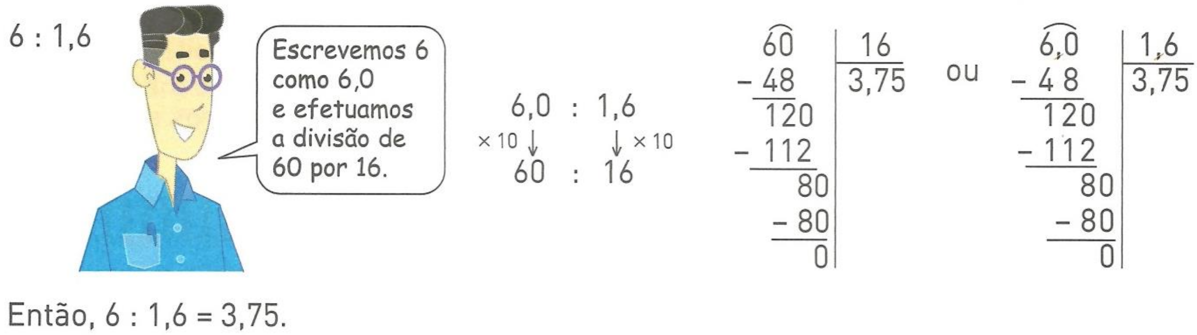
FONTE: MEC/TP8 (2007, p. 97).

De modo geral, para o cálculo do quociente de um número decimal dividido por um número natural, é importante retomar o que já foi construído pelos alunos no caso da divisão de números naturais, com base nas regras do sistema de numeração decimal.

Já, quando a divisão for entre um número natural por um número decimal, se refere a situações de repartir igualmente. Segundo D'Augustine (1976, p. 237), "quando o divisor não for um número natural, podemos fazer uso da propriedade de compensação para reestruturar o problema de maneira a criar um divisor que seja um número natural". Assim, ao multiplicar o dividendo e o divisor por um mesmo número, mantem-se sempre o mesmo quociente e os resultados são equivalentes.

A figura 21 apresenta um exemplo de desenvolvimento de algoritmo da divisão de um número decimal por número natural.

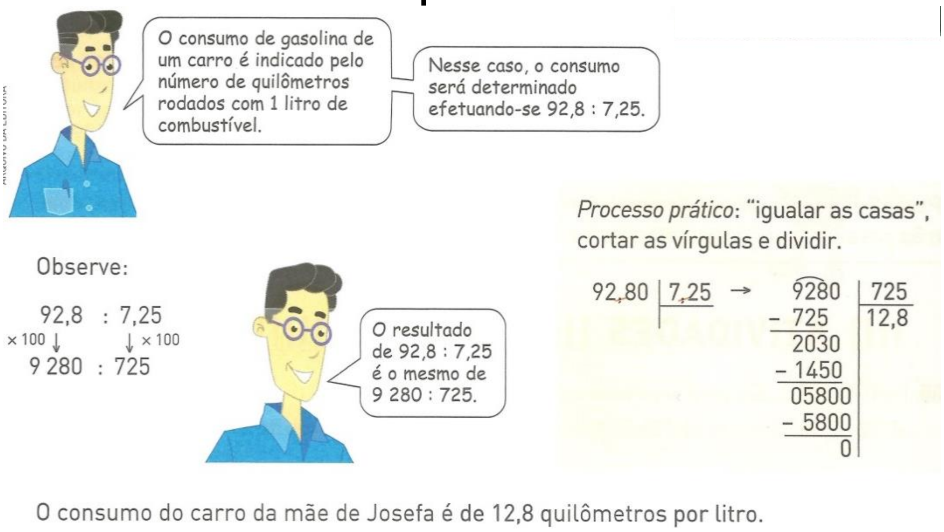
FIGURA 21 - Desenvolvimento do algoritmo da operação de divisão de um número natural por um número decimal



FONTE: Dante (2010, p. 217).

O exposto no Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP8, 2007, p. 38) conduz ao entendimento que é possível estender as ideias apresentadas para a divisão de um número natural por número decimal e da divisão de um número decimal por número natural, para o caso da divisão de um número decimal por outro decimal. A figura 22 ilustra o exposto.

FIGURA 22 - Desenvolvimento do algoritmo da operação de divisão de um número decimal por um número decimal



FONTE: Dante (2010, p. 216).

Finalizando, cabe apontar que não se esgota nesse trabalho a discussão dos processos para desenvolver os algoritmos das quatro operações fundamentais da aritmética, sendo necessário retomá-los, sempre em um nível mais ampliado e aprofundado de conhecimentos.

3 METODOLOGIA

3.1 O caminho percorrido

O conhecimento científico é fruto da curiosidade, da inquietação, da inteligência e da atividade investigativa do pesquisador. Assim, segundo Gil (2008, p. 35) “o conhecimento científico se explica por meio de teorias”. E é a partir dessa teoria que o objeto de estudo ganha um novo olhar.

Todavia, para se chegar a novos conhecimentos, o pesquisador precisa escolher a metodologia apropriada para a realização da pesquisa. Assim, nessa pesquisa idealizada para a conclusão do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), realizou-se um estudo de natureza exploratória, visando responder ao seguinte questionamento: Quais conhecimentos prévios, sobre as quatro operações fundamentais da aritmética, os alunos de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa, apresentaram no início do 1º Ano do Ensino Médio?

A esse questionamento, formulou-se a hipótese de que propor atividades para verificar o nível de conhecimento prévio dos alunos sobre um determinado conteúdo é extremamente relevante para planejar ações para ensinar um novo conteúdo, pois a importância desse conhecimento serve para ancorar um novo saber a ser trabalhado em sala de aula.

Assim, para a implementação dessa pesquisa foi eleito como instrumento para a coleta dos dados empíricos, uma atividade com operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, de forma a se obter informações sobre os conhecimentos prévios que os sujeitos dessa pesquisa apresentaram sobre as quatro operações fundamentais da aritmética.

3.1.1 Os Sujeitos da Pesquisa

Participaram dessa pesquisa 203 alunos, com idade entre 13 e 20 anos, oriundos de sete turmas do 1º ano do Ensino Médio de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa, no estado do Paraná, nos períodos matutino, vespertino e noturno.

A escolha dos dois colégios, justifica-se pelo fato de que ambos estão situados na região central da cidade e, atendem uma comunidade estudantil diversificada, com diferentes condições econômicas, sociais e raciais, pois os alunos são oriundos de todos os bairros da cidade e realizaram o Ensino Fundamental em diversas escolas.

Outra particularidade que interferiu na escolha desses dois colégios foi a oferta de cursos para o Ensino Médio que esses estabelecimentos de ensino apresentam, como o curso de Ensino Médio Regular, de Ensino Médio Técnico em Secretariado e de Ensino Médio Profissionalizante para Formação de Docentes. Logo, a realidade dos sujeitos dessa pesquisa é relevante, enriquecendo os dados dessa pesquisa.

E, para manter o anonimato dos 203 alunos e atender o direito de proteção dos sujeitos participantes de uma pesquisa, os mesmos foram identificados pelos códigos: de M1 a M34, para os alunos oriundos do curso de Formação de Docentes (vespertino); de S1 a S34, para os alunos do curso de Secretariado (vespertino); de N1 a N25, para os alunos do Ensino Médio Regular (vespertino); de O1 a O34, para os alunos do Ensino Médio Regular (noturno); de A1 a A30, para os alunos do Ensino Médio Regular (matutino); de C1 a C27, para os alunos do Ensino Médio Regular (matutino); de I1 a I19, para os alunos do Ensino Médio Regular (noturno). Cabe ressaltar que esses códigos foram atribuídos aleatoriamente pela ordem de entrega das atividades pelos alunos.

3.1.2 O Instrumento para a Coleta dos Dados Empíricos

Para atingir os objetivos propostos nesse trabalho, aplicou-se uma atividade com operações de adição, subtração, multiplicação e divisão – Apêndice 1 – a qual os sujeitos responderam individualmente e sem realizar consulta a nenhum tipo de material, seja ele, escrito ou eletrônico, como por exemplo, calculadora.

Pois, entende-se que saber resolver as quatro operações fundamentais da aritmética é importante para o aluno ter subsídios para resolver situações elementares de sua vida cotidiana, como por exemplo, pagar contas, receber troco ou calcular juros de uma prestação, assim como resolver situações-problemas escolares.

Ressalta-se que as operações elencadas nessa pesquisa vêm ao encontro da sequência didática apresentada aos alunos no processo de ensino das quatro operações fundamentais da aritmética, procurando abranger os diversos níveis de complexidade envolvidos nessas operações. Com a ressalva que nas séries iniciais de ensino, primeiramente, os alunos aprendem essas operações somente como números naturais e na sequência com números decimais.

Diante do exposto, a atividade foi dividida em quatro tópicos. Sendo que no primeiro tópico, o aluno deveria efetuar as operações de adição e deixar a resolução da mesma exposta na folha de atividades. Para tanto, foram escolhidas as seguintes operações de adição:

a) 501 + 6342 → adição com números naturais sem a necessidade de realizar reagrupamento

b) 975 + 9877 → adição com números naturais com a necessidade de realizar reagrupamento

c) 8 + 2,04 → adição com número natural e número decimal sem a necessidade de realizar reagrupamento

d) 88 + 167,03 → adição com número natural e número decimal com a necessidade de realizar reagrupamento

e) 20,3 + 40,25 → adição com números decimais sem a necessidade de realizar reagrupamento

f) 88,5 + 6,77 → adição com números decimais com a necessidade de realizar reagrupamento

No segundo tópico da atividade, o aluno deveria efetuar as operações de subtração e deixar a resolução da mesma exposta na folha de atividades. Para tanto, foram escolhidas as seguintes operações de subtração:

a) 1988 – 930 → subtração com números naturais sem a necessidade de realizar reagrupamento

b) 134 – 57 → subtração com números naturais com a necessidade de realizar reagrupamento

c) 205 – 51 → subtração com números naturais e um algarismo zero no minuendo com a necessidade de realizar reagrupamento

d) 1005 – 998 → subtração com números naturais e dois algarismos zeros no minuendo com a necessidade de realizar reagrupamento

e) 8,45 – 2 → subtração com número decimal e número natural sem a necessidade de realizar reagrupamento

f) 9 – 8,25 → subtração com número natural e número decimal com a necessidade de realizar reagrupamento

g) 5,75 – 3,43 → subtração com números decimais sem a necessidade de realizar reagrupamento

h) 14,3 – 6,87 → subtração com números decimais com a necessidade de realizar reagrupamento

Já no terceiro tópico da atividade, o aluno deveria efetuar as operações de multiplicação e deixar a resolução da mesma exposta na folha de atividades. Para tanto, foram escolhidas as seguintes operações de multiplicação.

a) 302 x 23 → multiplicação com números naturais sem a necessidade de realizar reagrupamento

b) 87 x 423 → multiplicação com números naturais com a necessidade de realizar reagrupamento

c) 213 x 2,3 → multiplicação com número natural e número decimal sem a necessidade de realizar reagrupamento

d) 48 x 4,07 → multiplicação com número natural e número decimal com a necessidade de realizar reagrupamento

e) 11,02 x 3,2 → multiplicação com números decimais sem a necessidade de realizar reagrupamento

f) 7,23 x 8,6 → multiplicação com números decimais com a necessidade de realizar reagrupamento

E, no quarto e último tópico da atividade, o aluno deveria efetuar as operações de divisão e deixar a resolução da mesma exposta na folha de atividades. Para tanto, foram escolhidas as seguintes operações de divisão.

a) 474 ÷ 3 → divisão exata entre números naturais com divisor na ordem da unidade simples e diferente de zero
b) 535 ÷ 5 → divisão exata entre números naturais com divisor na ordem da unidade simples e diferente de zero e com um algarismo zero intercalado no quociente
c) 432 ÷ 12 → divisão exata entre números naturais com divisor na ordem da dezena
d) 14112 ÷ 14 → divisão exata entre números naturais com divisor na ordem da dezena e com dois algarismos zero intercalado no quociente
e) 57 ÷ 4 → divisão entre números naturais com divisor na ordem da unidade simples e diferente de zero e quociente decimal
f) 75 ÷ 12 → divisão entre números naturais com divisor na ordem da dezena e quociente decimal
g) 5,75 ÷ 5 → divisão de número decimal por número natural com divisor na ordem da unidade simples e diferente de zero e quociente decimal
h) 7,56 ÷ 14 → divisão de número decimal por número natural com divisor na ordem da dezena e quociente decimal
i) 6,6 ÷ 3,3 → divisão exata entre números decimais
j) 2,20 ÷ 0,2 → divisão exata entre números decimais

Destaca-se que a referida atividade foi aplicada na primeira aula da disciplina de Matemática que os sujeitos dessa pesquisa tiveram no início do ano letivo de 2014.

Esse recorte temporal foi escolhido para que o aluno não tivesse nenhum contato com o conteúdo matemático do referido ano letivo.

Essa delimitação visava proporcionar um maior número de informações para se compreender, interpretar e fazer inferências sobre os conhecimentos prévios que os sujeitos apresentaram para o desenvolvimento das quatro operações fundamentais da aritmética ao iniciarem o ano letivo.

Pois, segundo Fernandes (2011) há um engano relacionado à forma como as sondagens são conduzidas, visto que para muitos professores, diagnosticar conhecimentos prévios equivale a conversar com os alunos e ver o que eles sabem sobre o assunto. Mas, essa raramente é a melhor estratégia, o caminho mais indicado para identificar os saberes dos estudantes é propor atividades que os obriguem a mobilizar o conhecimento que possuem para resolver determinada tarefa.

3.1.3 A Análise dos Dados Empíricos

Cabe aclarar que a análise dos dados angariados nessa pesquisa foi qualitativa. No pensar de Lüdke e André (1986, p.45)

> A tarefa de análise implica [...] a organização de todo o material, dividindo-o em partes, relacionando essas partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes. [...] essas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e inferências num nível de abstração mais elevado.

Destaca-se que essa análise privilegiou-se a observação da resolução das quatro operações fundamentais da aritmética apresentadas pelos alunos no início do 1º Ano do Ensino Médio e não apenas o seu resultado final, indicando uma divergência na qualidade das mesmas.

Devido a esse fato se fez necessário um diagnóstico detalhado da resolução das quatro operações fundamentais da aritmética elencadas nessa pesquisa.

A partir desse diagnóstico elegeu-se a seguinte categorização de análise:

- Desenvolveu corretamente a operação;
- Não desenvolveu corretamente a operação;
- Não desenvolveu a operação.

Para estabelecer essa categorização utilizou-se o seguinte critério:

- Para ser classificada como **desenvolveu corretamente a operação** o aluno deveria apresentar uma resolução correta do algoritmo da operação aritmética fundamental analisada ou por meio de cálculo mental – onde o aluno colocou apenas a resposta correta – conduzindo ao entendimento que, provavelmente, o mesmo apresenta ter conhecimento prévio relacionado a resolução da operação em questão.

- Para ser classificada como **não desenvolveu corretamente a operação**, o aluno deveria apresentar uma resolução equivocada do algoritmo da operação aritmética fundamental analisada, conduzindo ao entendimento que, provavelmente o mesmo ou não apresenta ter conhecimento prévio relacionado relacionando a resolução da operação em questão ou naquela operação se equivocou na resolução.
- Para ser classificada como **não desenvolveu a operação**, o aluno deixou a mesma em branco ou apenas armou a operação, conduzindo ao entendimento que, provavelmente, não apresenta ter conhecimento prévio relacionado para a resolução da mesma.

Ressalta-se que essa categorização foi usada na análise de cada uma das quatro operações fundamentais da aritmética elencada nessa pesquisa, fornecendo um suporte para a discussão dos dados coletados e julgados proeminentes para esse trabalho, pois os mesmos forneceram indícios da presença ou ausência de conhecimentos prévios relevantes para a resolução das quatro operações fundamentais da aritmética por parte do grupo pesquisado e, assim a possibilidade de responder a questão norteadora dessa pesquisa.

4 RESUTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Operações de Adição

O quadro 8 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a adição **501 + 6342**.

QUADRO 8 - ADIÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS SEM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

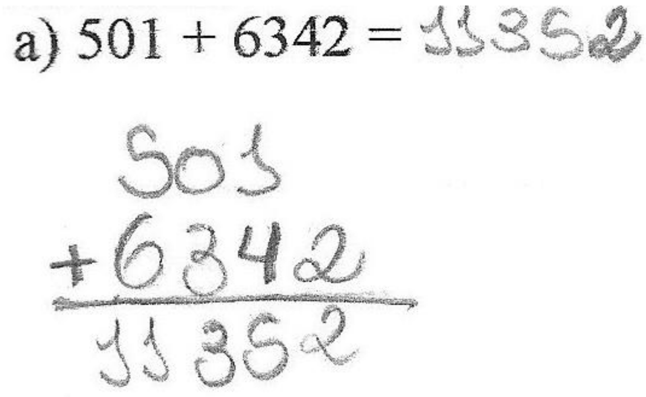
ADIÇÃO: 501 + 6342				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	34	0	0
S	34	33	1	0
N	25	25	0	0
O	34	31	3	0
A	30	30	0	0
C	27	24	3	0
I	19	16	3	0
Total	203	193 (95,00%)	10 (5,00%)	0 (0,00%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 8 observa-se que 95% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para resolução da operação de adição **501 + 6342**, que envolve números naturais e que em sua resolução não surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Particularmente, entre os alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de adição **501 + 6342**, destaca-se a resolução do aluno O7, apresentada na figura 23.

FIGURA 23 - Resolução da operação de adição 501 + 6342



FONTE: Aluno O7, 2014.

Com o exposto na figura 23, observa-se que o aluno O7 demonstrou não ter conhecimento prévio relacionado ao valor posicional das ordens dos algarismos, que compõe os números a serem somados.

O quadro 9 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a adição **975 + 9877**.

QUADRO 9 - ADIÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

ADIÇÃO: 975 + 9877				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	31	2	1
S	34	32	2	0
N	25	21	4	0
O	34	26	8	0
A	30	29	1	0
C	27	23	4	0
I	19	13	6	0
Total	203	175 (86,20%)	27 (13,30%)	1 (0,50%)

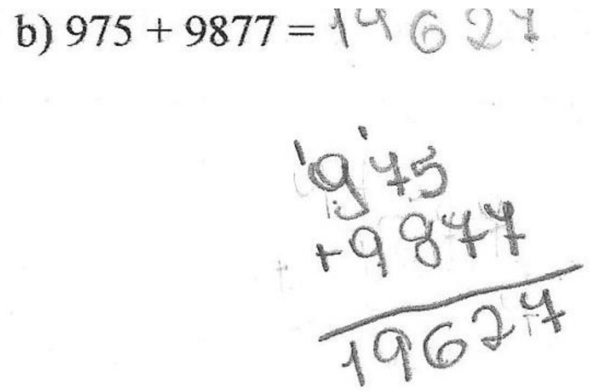
FONTE: Autoria própria.

O ilustrado no quadro 9 aponta que aproximadamente 86% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de adição **975 + 9877**, que envolve números naturais e que em sua resolução surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Mas, quando o exposto no quadro 9 é comparado com o exposto no quadro 8, observa-se que diminuiu a quantidade de alunos com conhecimento prévio para a resolução correta da operação de adição **975 + 9877**, pois essa operação exigia um conhecimento prévio relativo ao reagrupamento, conhecimento esse que não era exigido na resolução da operação de adição **501 + 6342.**

Particularmente, entre os alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da resolução da operação de adição **975 + 9877**, observou-se que 4 alunos apresentaram não ter conhecimento prévio do valor posicional das ordens dos algarismos que compõem os números a serem somados. A figura 24 ilustra o exposto.

FIGURA 24 - Resolução da operação de adição 975 + 9877



FONTE: Aluno C14, 2014.

O quadro 10 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a adição **8 + 2,04**.

QUADRO 10 - ADIÇÃO COM NÚMERO NATURAL E NÚMERO DECIMAL SEM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

ADIÇÃO: 8 + 2,04				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	12	20	2
S	34	10	23	1
N	25	11	13	1
O	34	17	17	0
A	30	13	16	1
C	27	5	20	2
I	19	7	12	0
Total	203	75 (36,95%)	121 (59,60%)	7 (3,45%)

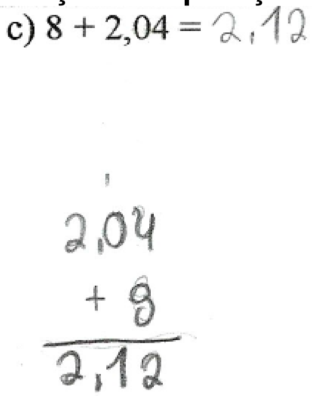
FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 10 observa-se que praticamente 37% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de adição **8 + 2,04**, que envolve número natural e número decimal e que em sua resolução não surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Particularmente, dos alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da resolução da operação de adição **8 + 2,04**, apenas 2 alunos fizeram uso adequado do valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na referida operação.

Também se observou que 110 alunos resolveram a operação de adição **8 + 2,04** colocando o algarismo 8 que representa a ordem da unidade simples embaixo do algarismo 4 que representa a ordem do centésimo ou vice-versa. E, desses 110 alunos, 105 obtiveram a soma 2,12. A figura 25 ilustra um desses casos.

FIGURA 25 - Resolução da operação de adição 8 + 2,04



FONTE: Aluno M21, 2014.

De modo geral, entende-se que para a operação de adição **8 + 2,04**, os alunos apresentaram dificuldades em fazer uso do valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na operação, conduzindo ao entendimento que eles apresentaram não ter conhecimento prévio relacionado a ordem posicional dos algarismos que compõem os números decimais.

O quadro 11 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a adição **88 + 167,03**.

QUADRO 11 - ADIÇÃO COM NÚMERO NATURAL E NÚMERO DECIMAL COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

ADIÇÃO: 88 + 167,03				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	12	20	2
S	34	8	25	1
N	25	8	14	3
O	34	11	23	0
A	30	15	15	0
C	27	4	21	2
I	19	6	13	0
Total	203	64 (31,52%)	131 (64,53%)	8 (3,95%)

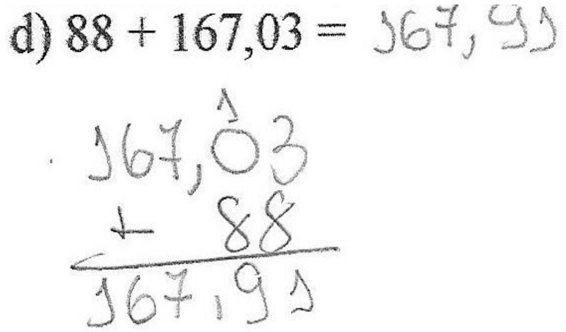
FONTE: Autoria própria.

Observa-se com o exposto no quadro 11 que pouco mais de 31% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de adição **88 + 167,03**, que envolve número natural e número decimal e que em sua resolução surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Particularmente, dos alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de adição **88 + 167,03**, novamente apenas 2 alunos fizeram uso adequado do valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na referida operação de adição.

Também se observou que dos 131 alunos que não desenvolveram corretamente a operação, 114 alunos resolveram a operação de adição **88 + 167,03** colocando o algarismo 8 que representa a ordem da unidade simples embaixo do algarismo 3 que representa a ordem do centésimo ou vice-versa. E, desses 114 alunos, 105 obtiveram a soma 167,91. A figura 25 ilustra um desses casos.

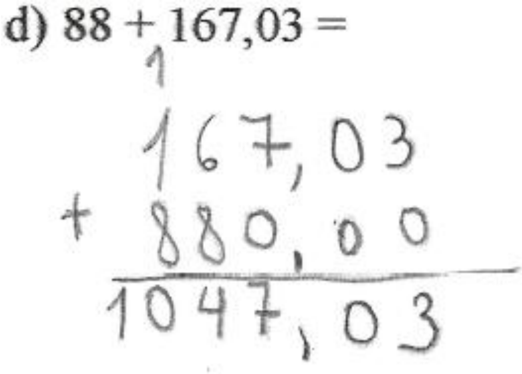
FIGURA 26 - Resolução da operação de adição 88 + 167,03



FONTE: Aluno A1, 2014.

Outros 10 alunos dos 131 que não chegaram a resposta correta da operação de adição **88 + 167,03**, ao desenvolverem a mesma, posicionaram o algarismo 8 que representa a ordem da unidade simples embaixo do algarismo 6 que representa a ordem da dezena simples ou vice-versa, obtendo a soma 1047,03. Essa análise conduz ao entendimento que esses sujeitos não possuem conhecimento prévio relacionado ao valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na referida operação. A figura 27 ilustra um desses casos.

FIGURA 27 - Resolução da operação de adição 88 + 167,03



FONTE: Aluno O33, 2014.

O quadro 12 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a adição **20,3 + 40,25**.

QUADRO 12 - ADIÇÃO COM NÚMEROS DECIMAIS SEM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

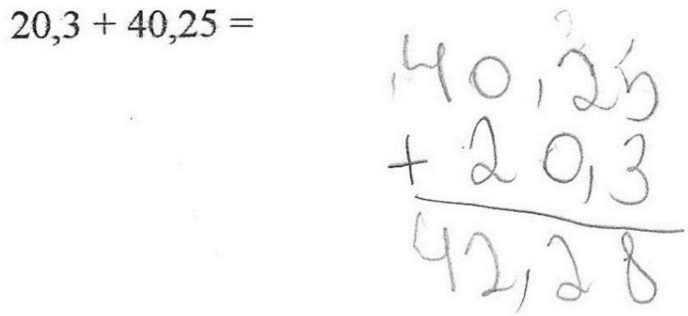
ADIÇÃO: 20,3 + 40,25				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	21	11	2
S	34	24	9	1
N	25	16	7	2
O	34	16	18	0
A	30	16	13	1
C	27	17	10	0
I	19	10	9	0
Total	203	120 (59,11%)	77 (37,93%)	6 (2,96%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 12 observa-se que quase 60% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de adição **20,3 + 40,25**, que envolve números decimais e que em sua resolução não surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Particularmente, entre os alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de adição **20,3 + 40,25**, observou-se que 28 deles posicionaram o algarismo 3 que representa a ordem do décimo embaixo do algarismo 5 que representa a ordem do centésimo ou vice-versa, obtendo a soma 42,28. A figura 28 ilustra o exposto.

FIGURA 28 - Resolução da operação de adição 20,3 + 40,25



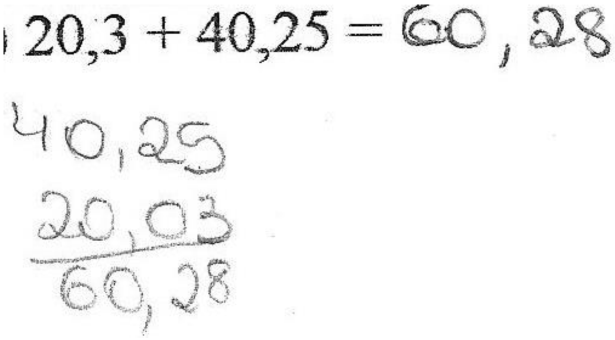
FONTE: Aluno S3, 2014.

O exposto na figura 28 conduz ao entendimento que para esses alunos a vírgula não interfere no valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na operação de adição **20,3 + 40,25**. Logo, entende-se que eles não possuem conhecimento prévio relacionado ao valor posicional das ordens dos algarismos que compõem os números a serem somados.

Outros 30 alunos dos 77 que não obtiveram sucesso na resolução da referida operação de adição, posicionaram corretamente os algarismos da parte inteira dos números envolvidos na mesma, mas acrescentaram um algarismo zero na ordem do décimo do número 20,3, passando o algarismo 3 que representa a ordem do décimo para a ordem do centésimo, para ficar embaixo do algarismo 5 que representa a ordem do centésimo ou vice-versa, chegando a soma 60,28.

Reafirmando o entendimento que esses alunos não possuem conhecimento prévio relacionado ao valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na operação de adição **20,3 + 40,25**. A figura 29 ilustra um desses casos.

FIGURA 29 - Resolução da operação de adição 20,3 + 40,25



FONTE: Aluno S6, 2014.

O quadro 13 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos para a adição **88,5 + 6,77**.

QUADRO 13 - ADIÇÃO COM NÚMEROS DECIMAIS COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

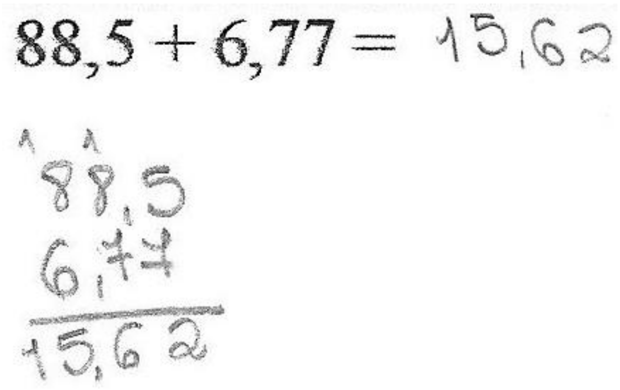
ADIÇÃO: 88,5 + 6,77				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	22	9	3
S	34	23	10	1
N	25	13	10	2
O	34	13	19	2
A	30	15	15	0
C	27	15	12	0
I	19	7	12	0
Total	203	108 (53,20%)	87 (42,86%)	8 (3,94%)

FONTE: Autoria própria.

O quadro 13 mostra que aproximadamente 53% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de adição **88,5 + 6,77** que envolve números decimais nas duas parcelas e que em sua resolução surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Particularmente, entre os alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação da adição **88,5 + 6,77**, observou-se que 52 deles posicionaram o algarismo 5 que representa a ordem do décimo embaixo do algarismo 7 que representa a ordem do centésimo ou vice-versa. Sendo que desses 52 alunos, 26 chegaram a soma 15,62. A figura 30 ilustra o exposto.

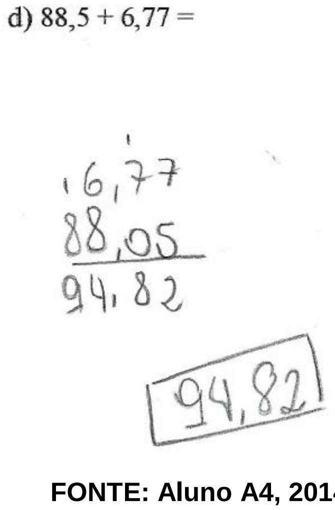
FIGURA 30 - Resolução da operação de adição 88,5 + 6,77



FONTE: Aluno M2, 2014.

Outros 32 dos 87 alunos que não resolveram com sucesso a operação de adição **88,5 + 6,77**, posicionaram corretamente os algarismos da parte inteira do número, mas acrescentaram um algarismo zero na ordem do décimo do número 88,5, passando o algarismo 5 que representa a ordem do décimo para a ordem do centésimo para ficar embaixo do algarismo 7 que representa a ordem do centésimo do número 6,77 ou vice-versa. Sendo que desses 32 alunos, 15 chegaram a soma 94,82. A figura 31 ilustra o exposto.

FIGURA 31 - Resolução da operação de adição 88,5 + 6,77



FONTE: Aluno A4, 2014.

O quadro 14 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para as operações de adição em questão.

QUADRO 14 - CATEGORIZAÇÃO GERAL DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO

Operação	Desenvolveu corretamente a operação	Não desenvolveu corretamente a operação	Não desenvolveu a operação
501 + 6342	193	10	0
975 + 9877	175	27	1
8 + 2,04	75	121	7
88 + 167,03	64	131	8
20,3 + 40,25	120	77	6
88,5 + 6,77	108	87	8

FONTE: Autoria própria.

Observa-se nos dados apresentados no quadro 14, que nas operações de adição que necessitam reagrupamento, diminuiu a quantidade de alunos que tiveram sucesso na resolução das mesmas. Entende-se que o reagrupamento é um conhecimento prévio a mais que o aluno deve ter para realizar essas operações com sucesso.

Outro dado observado no quadro 14 é a redução na quantidade de desenvolvimentos corretos para as operações de adição que envolve números decimais. Essa ocorrência pode estar relacionada ao fato dos alunos não apresentarem conhecimento prévio do valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos nessas operações.

Ressalta-se que o descritor 13 utilizado na elaboração das questões do SAEB/Prova Brasil, aponta que os alunos devem “reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional” (BRASIL, 2009a, p.19).

D’Augustine (1976, p. 56) já alertava que

> Antes de se ensinar a criança a somar um número representado por um numeral de um algarismo – o das unidades – a um número representado por um numeral de dois algarismos – o das dezenas e os das unidades -, é preciso ensinar-lhes a decompor um número padrão e também a expressar um numeral decomposto em sua forma padronizada.

Nesse contexto, um dos objetivos de ensinar a decomposição de um número para os alunos é para proporcionar-lhes o conhecimento do valor posicional de cada ordem dos algarismos que compõem os números envolvidos na operação.

O descritor 15 utilizado na elaboração das questões do SAEB/Prova Brasil, aponta que os alunos devem “reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens” (BRASIL, 2009a, p.19), para assim passarem a ter conhecimento prévio para dar suporte para a realização das operações matemáticas.

4.2 Operações de Subtração

O quadro 15 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a subtração **1988 – 930**.

QUADRO 15 - SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS SEM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

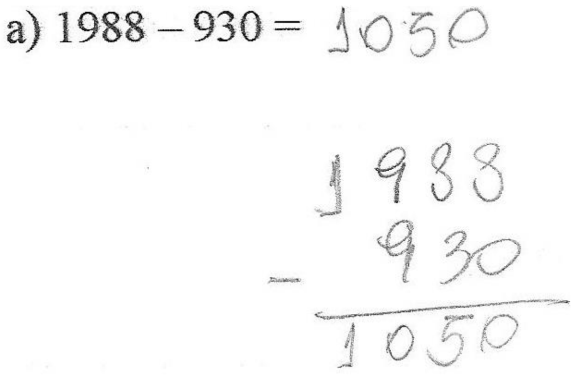
SUBTRAÇÃO: 1988 – 930				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	30	4	0
S	34	26	7	1
N	25	21	4	0
O	34	28	3	3
A	30	27	2	1
C	27	24	3	0
I	19	14	5	0
Total	203	170 (83,74%)	28 (13,79%)	5 (2,47%)

FONTE: Autoria própria.

Observa-se no quadro 15 que aproximadamente 84% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de subtração **1988 – 930**, que envolve números naturais e que em sua resolução não surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Particularmente, entre os alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da resolução da operação de subtração **1988 – 930**, observou-se que 14 alunos chegaram ao resto 1050. A figura 32 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 32 - Resolução da operação de subtração 1988 – 930

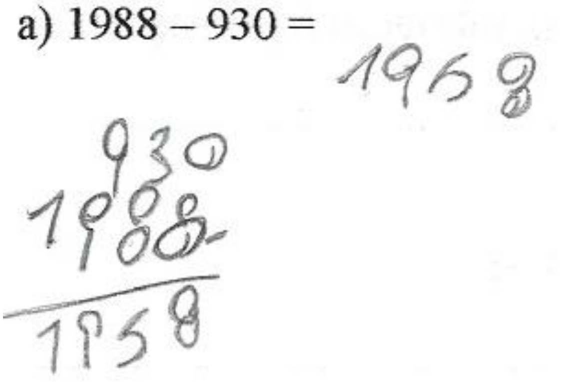


FONTE: Aluno S31, 2014.

O exposto na figura 32 aponta que para esses 14 alunos a diferença entre o algarismo 8 da ordem da unidade simples do minuendo e o algarismo zero da ordem da unidade simples do subtraendo resulta em zero. Logo, esses alunos apresentaram não ter conhecimento prévio para operar com o algarismo zero.

Particularmente, o aluno O22 colocou o número 930 no minuendo e o número 1988 no subtraendo, apresentando não ter conhecimento prévio para posicionar os termos para a resolução da subtração em questão. A figura 33 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 33 - Resolução da operação de subtração 1988 – 930



FONTE: Aluno O22, 2014.

O exposto nas figuras 32 e 33 evidencia que os alunos apresentaram não ter conhecimento prévio para operarem com o algarismo zero no subtraendo.

O quadro 16 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a subtração **134 – 57**.

QUADRO 16 - SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

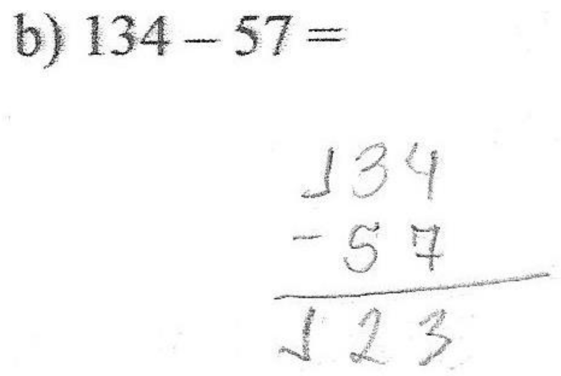
SUBTRAÇÃO: 134 – 57				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	26	6	2
S	34	27	5	2
N	25	19	6	0
O	34	24	5	5
A	30	24	6	0
C	27	21	6	0
I	19	10	7	2
Total	203	151 (74,38%)	41 (20,20%)	11 (5,42%)

FONTE: Autoria própria.

Observa-se com o exposto no quadro 16 que pouco mais de 74% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de subtração **134 – 57**, que envolve números naturais e que em sua resolução surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Ressalta-se que 15 dos 41 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de subtração **134 – 57**, posicionaram os números corretamente para a resolução do algoritmo da operação de subtração. Porém, no desenvolvimento do algoritmo, eles subtraíram o valor do algarismo do subtraendo do valor do algarismo do minuendo, fazendo o inverso do que deveria ser efetuado para a resolução da operação de subtração. A figura 34 exemplifica um desses casos.

FIGURA 34 - Resolução da operação de subtração 134 – 57

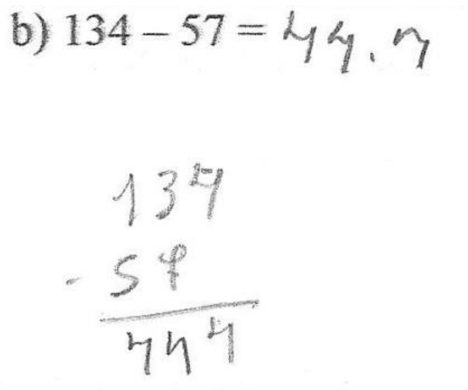


FONTE: Aluno N7, 2014.

O exposto na figura 34, se repete em outras soluções de outras operações de subtração elencadas nessa pesquisa, efetuadas por outros alunos.

Particularmente, um dos alunos que não obteve sucesso no desenvolvimento da operação de subtração **134 – 57**, posicionou o algarismo 7 que representa a ordem da unidade do subtraendo embaixo do algarismo 3 que representa a ordem da dezena do minuendo, não respeitando o valor posicional da ordem dos mesmos. Também, no desenvolvimento do algoritmo ele subtraiu o valor do algarismo do subtraendo do valor do algarismo do minuendo, fazendo o inverso do que deveria efetuar pelo processo escolhido, obtendo assim o resto 444. A figura 35 ilustra o exposto.

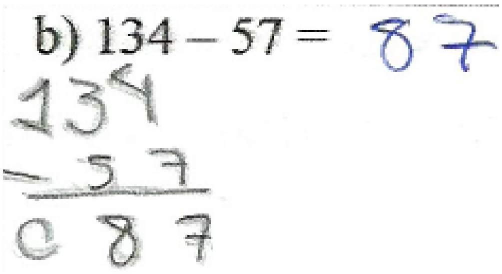
FIGURA 35 - Resolução da operação de subtração 134 – 57



FONTE: Aluno I18, 2014.

Cabe apontar que os demais alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de subtração **134 – 57**, não souberam trocar uma unidade de uma determinada ordem, por dez unidades da ordem imediatamente inferior, conduzindo ao entendimento que apresentaram não ter conhecimento prévio para realizar o reagrupamento necessário nessa operação. A figura 36 ilustra um desses casos.

FIGURA 36 - Resolução da operação de subtração 134 – 57



FONTE: Aluno C3, 2014.

O quadro 17 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a subtração **205 – 51**.

QUADRO 17 - SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS E UM ALGARISMO ZERO NO MINUENDO COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

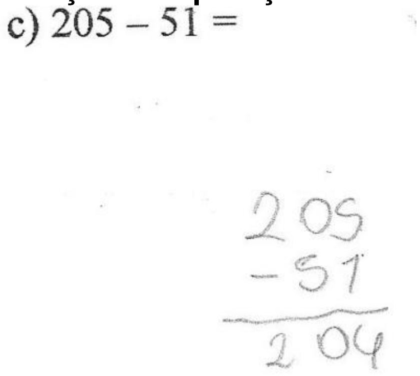
SUBTRAÇÃO: 205 – 51				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	25	9	0
S	34	29	4	1
N	25	20	5	0
O	34	24	6	4
A	30	28	2	0
C	27	21	6	0
I	19	12	5	2
Total	203	159 (78,32%)	37 (18,23%)	7 (3,45%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 17 observa-se que aproximadamente 78% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de subtração **205 – 51**, que envolve números naturais, sendo que um dos algarismos do minuendo é o zero, além de ser necessário realizar reagrupamentos na resolução da mesma.

Destaca-se que 20 dos 37 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de subtração **205 – 51,** efetuaram corretamente a subtração entre os algarismos 5 e 1 que correspondem respectivamente a ordem da unidade simples do minuendo e do subtraendo. No entanto, 10 desses 20 alunos ao realizarem a diferença entre o algarismo zero da ordem da dezena do minuendo e o algarismo 5 da ordem da dezena do subtraendo obtiveram o resultado zero, obtendo o resto 204. A figura 37 ilustra um desses casos.

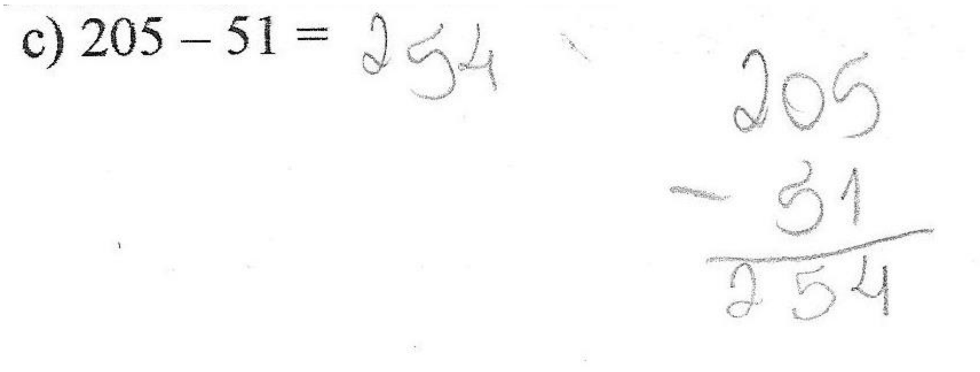
FIGURA 37 - Resolução da operação de subtração 205 – 51



FONTE: Aluno M26, 2014.

E, os outros 10 alunos ao realizarem a diferença entre o algarismo zero da ordem da dezena do minuendo e o algarismo 5 da ordem da dezena do subtraendo obtiveram o resultado 5, sem realizar o reagrupamento, chegando ao resto 254. Fato esse que conduz o entendimento que esses alunos não relacionaram o resultado das operações com o valor dos termos, pois encontraram valores maiores nas diferenças do que nos termos. A figura 38 ilustra um desses casos.

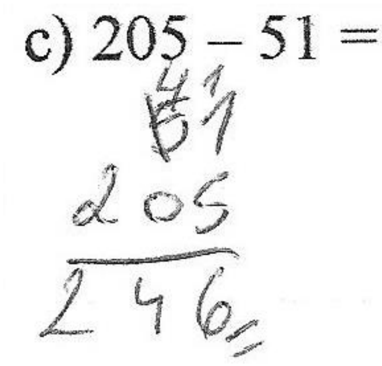
FIGURA 38 - Resolução da operação de subtração 205 – 51



FONTE: Aluno M6, 2014.

Particularmente, 3 dos 37 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da resolução da operação de subtração **205 – 51**, posicionaram, equivocadamente, o número 51 no minuendo e o número 205 no subtraendo. A figura 39 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 39 - Resolução da operação de subtração 205 – 51



FONTE: Aluno C11, 2014.

O exposto nas figuras 37, 38 e 39 evidencia que os alunos apresentaram não terem conhecimento prévio para operar com o algarismo zero no minuendo.

O quadro 18 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a subtração **1005 – 998**.

QUADRO 18 - SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS E DOIS ALGARISMOS ZERO NO MINUENDO COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

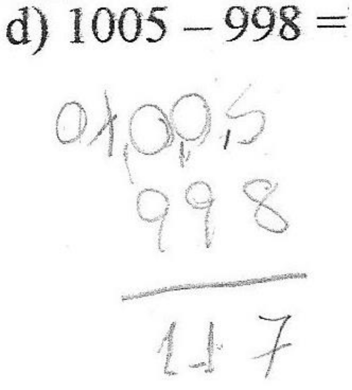
SUBTRAÇÃO: 1005 – 998				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	26	5	3
S	34	25	8	1
N	25	21	4	0
O	34	18	7	9
A	30	25	5	0
C	27	21	5	1
I	19	6	10	3
Total	203	142 (69,96%)	44 (21,67%)	17 (8,37%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 18 observa-se que quase 70% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram ter conhecimento prévio para a resolução da operação de subtração **1005 – 998**, que envolve números naturais, com dois algarismos zero no minuendo e cuja resolução apresenta a necessidade de realizar reagrupamentos.

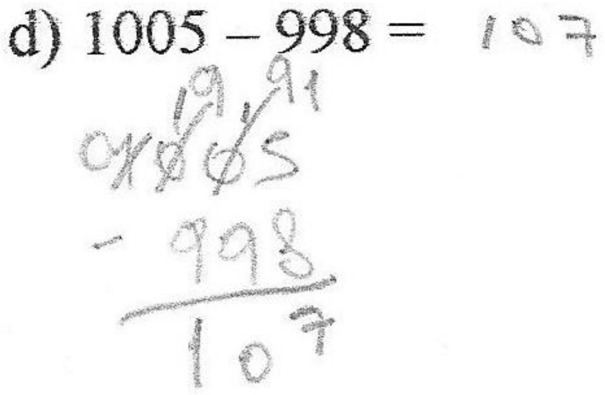
Observa-se que 11 dos 44 alunos, mesmo tendo posicionado os algarismos de modo apropriado para resolver a operação de subtração **1005 – 998**, não obtiveram sucesso no momento em que realizaram os reagrupamentos das dezenas em unidades e das centenas em dezenas, obtendo os restos 107 e 117. As figuras 40 e 41 ilustram o exposto.

FIGURA 40 - Resolução da operação de subtração 1005 – 998



FONTE: Aluno A8, 2014.

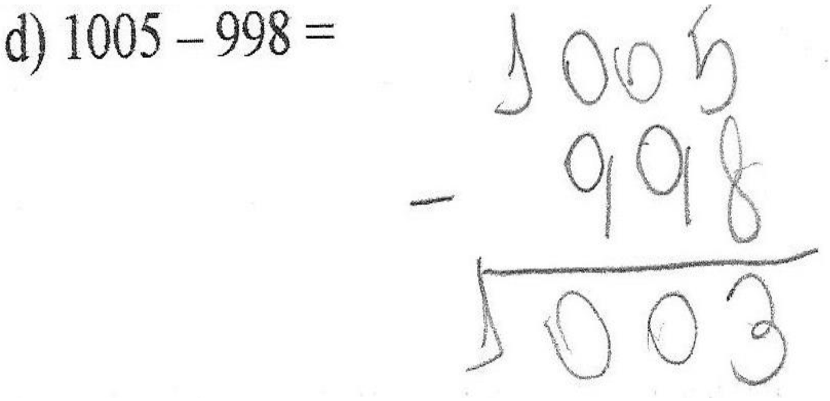
FIGURA 41 - Resolução da operação de subtração 1005 – 998



FONTE: Aluno A15, 2014.

Outros 7 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de subtração **1005 – 998,** ao realizarem a subtração na ordem da unidade subtraíram o valor 8 do subtraendo do valor 5 do minuendo, fazendo o inverso do que deveria ser efetuado. Também, ao realizarem a subtração entre os algarismos zero da ordem da dezena e da ordem da centena do minuendo com os algarismos 9 da ordem da dezena e da ordem da centena do subtraendo, obtiveram o resultado zero para a ordem da dezena e da centena, chegando ao resto 1003. A figura 42 ilustra um desses casos.

FIGURA 42 - Resolução da operação de subtração 1005 – 998

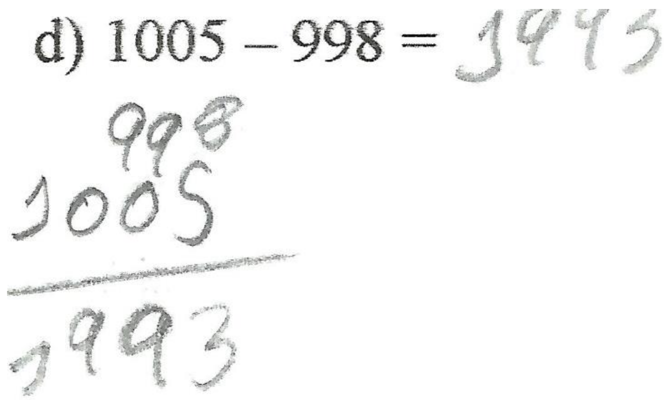


FONTE: Aluno S3, 2014.

O exposto na figura 42 evidencia que os alunos apresentaram não ter conhecimento prévio para operar com o algarismo zero no minuendo.

E, outros 2 dos 44 alunos posicionaram o número 998 no minuendo e o número 1005 no subtraendo, apresentando não ter conhecimento prévio para posicionar os termos para a resolução da operação de subtração em questão. A figura 43 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 43 - Resolução da operação de subtração 1005 – 998



FONTE: Aluno C22, 2014.

O quadro 19 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a subtração **8,45 – 2**.

QUADRO 19 - SUBTRAÇÃO COM NÚMERO DECIMAL E NÚMERO NATURAL SEM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

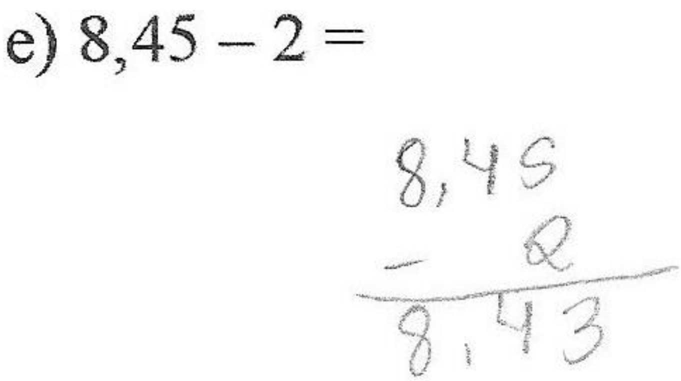
SUBTRAÇÃO: 8,45 – 2				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	11	22	1
S	34	13	20	1
N	25	13	12	0
O	34	13	15	6
A	30	19	8	3
C	27	5	22	0
I	19	4	14	1
Total	203	78 (38,43%)	113 (55,66%)	12 (5,91%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 19 observa-se que pouco mais de 38% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram ter conhecimento prévio para a resolução da operação de subtração **8,45 – 2**, que envolve número decimal e número natural e que em sua resolução não surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Mas, 113 alunos não obtiveram sucesso no desenvolvimento dessa operação. Desses alunos, 102 fizeram uso inadequado do valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na operação, pois colocaram o algarismo 2 que representa a ordem da unidade simples do subtraendo embaixo do algarismo 5 que representa a ordem do centésimo do minuendo, chegando ao resto 8,43. A figura 44 ilustra um desses casos.

FIGURA 44 - Resolução da operação de subtração 8,45 – 2



FONTE: Aluno N7, 2014.

O exposto na figura 44 evidencia que os alunos apresentaram não ter conhecimento prévio para realizar a operação de subtração que envolve número decimal e número natural.

O quadro 20 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a subtração **9 – 8,25**.

QUADRO 20 - SUBTRAÇÃO COM NÚMERO NATURAL E NÚMERO DECIMAL COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

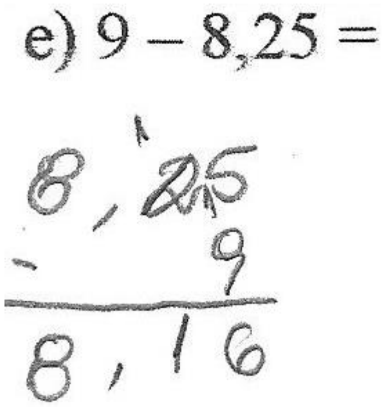
SUBTRAÇÃO: 9 – 8,25				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	8	25	1
S	34	9	23	2
N	25	10	14	1
O	34	3	24	7
A	30	12	16	2
C	27	4	21	2
I	19	3	15	1
Total	203	50 (24,63%)	137 (67,49%)	16 (7,88%)

FONTE: Autoria própria.

Observa-se com o exposto no quadro 20 que aproximadamente 25% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de subtração **9 – 8,25**, que envolve número natural e número decimal e que em sua resolução surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

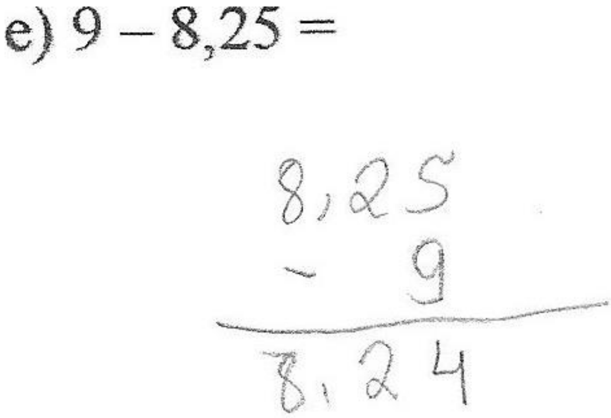
No entanto, 137 alunos não obtiveram sucesso no desenvolvimento dessa operação. Desses alunos, 82 posicionaram equivocadamente o número 8,25 no minuendo e o número 9 no subtraendo, fazendo o inverso da ordem dos termos para realizar a operação de subtração. Também fizeram uso inadequado do valor posicional dos algarismos envolvidos na mesma. De modo que 66 alunos chegaram ao resto 8,16 e outros 8 alunos chegaram ao resto 8,24. As figuras 45 e 46 ilustram o exposto.

FIGURA 45 - Resolução da operação de subtração 9 – 8,25



FONTE: Aluno M1, 2014.

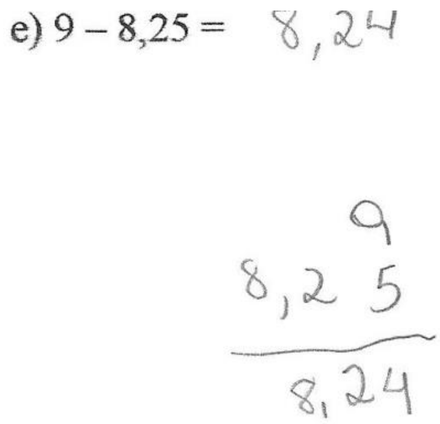
FIGURA 46 - Resolução da operação de subtração 9 – 8,25



FONTE: Aluno N7, 2014.

Outros 17 dos 137 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de subtração **9 – 8,25**, posicionaram corretamente o número 9 no minuendo e o número 8,25 no subtraendo, mas fizeram uso inadequado do valor posicional das ordens dos algarismos, pois colocaram o algarismo 5 que representa a ordem do centésimo do subtraendo embaixo do algarismo 9 que representa a ordem da unidade simples do minuendo, chegando ao resto 8,24. A figura 47 ilustra o exposto.

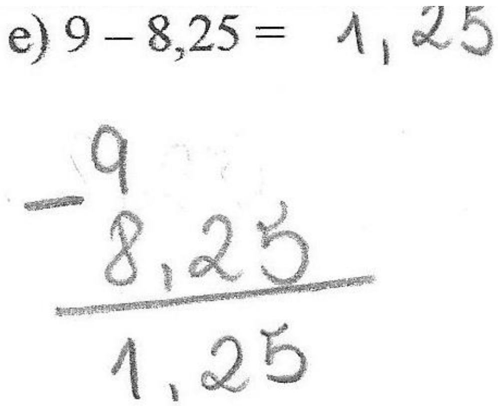
FIGURA 47 - Resolução da operação de subtração 9 – 8,25



FONTE: Aluno M3, 2014.

E 28 alunos posicionaram corretamente os termos para resolver a operação, mas chegaram ao resto 1,25 pois não realizaram os reagrupamentos necessários para resolver com sucesso a operação **9 – 8,25**. A figura 48 ilustra um desses casos.

FIGURA 48 - Resolução da operação de subtração 9 – 8,25



FONTE: Aluno N11, 2014.

O quadro 21 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a subtração **5,75 – 3,43**.

QUADRO 21 - SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS DECIMAIS SEM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

SUBTRAÇÃO: 5,75 – 3,43				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	33	0	1
S	34	32	1	1
N	25	24	0	1
O	34	25	2	6
A	30	28	0	2
C	27	23	2	2
I	19	16	1	2
Total	203	182 (89,66%)	6 (2,95%)	15 (7,39%)

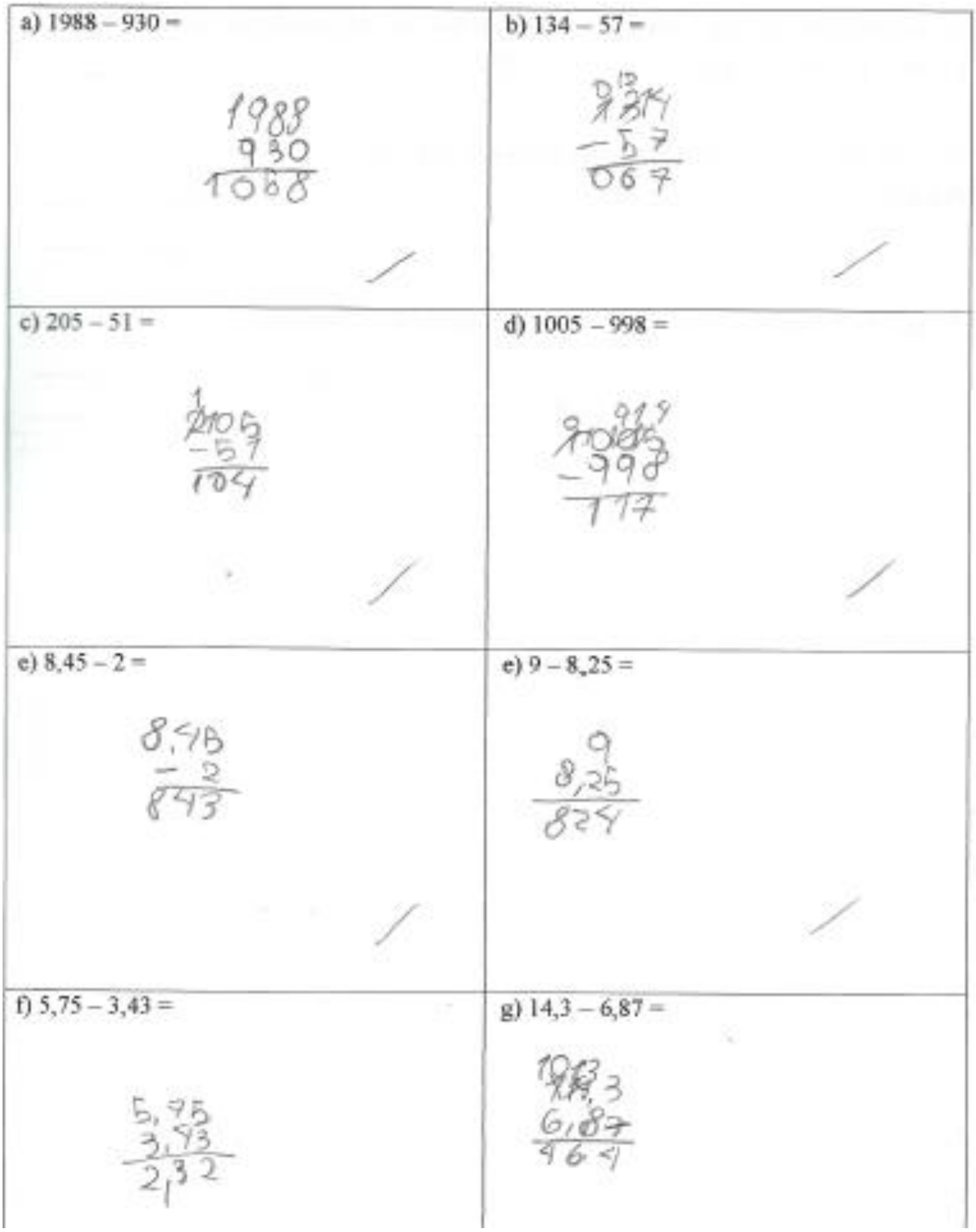
FONTE: Autoria própria.

Observa-se com o exposto no quadro 21 que quase 90% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de subtração **5,75 – 3,43** que envolve números decimais e que em sua resolução não há a necessidade de realizar reagrupamentos.

No entanto, cabe apontar que a operação **5,75 – 3,43** apresenta a particularidade do minuendo e do subtraendo serem compostos por três algarismo e que ambos, também, são números decimais na ordem do centésimo, fato que possibilitou os alunos a fazerem uso adequado do valor posicional da ordem dos algarismos envolvidos na operação. Outro fator que pode ter contribuído para o sucesso dos alunos nessa operação é que os números não possuem na sua composição o algarismo zero.

A figura 49 apresenta as resoluções para as subtrações elencadas nessa pesquisa realizadas pelo aluno S27, evidenciando que o mesmo somente apresentou ter conhecimento prévio para resolver subtrações que não exigem reagrupamento, não possuem na sua composição o algarismo zero nos termos e quando o minuendo e o subtraendo são compostos por três algarismo e ambos são números decimais na ordem do centésimo.

FIGURA 49 - Resolução da operação de subtração 5,75 – 3,43



FONTE: Aluno S27, 2014.

O quadro 22 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a subtração **14,3 – 6,87**.

QUADRO 22 - SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS DECIMAIS COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

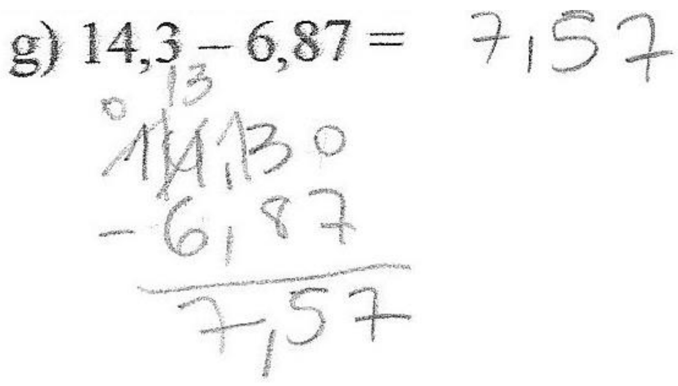
SUBTRAÇÃO: 14,3 – 6,87				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	6	25	3
S	34	9	24	1
N	25	8	15	2
O	34	4	22	8
A	30	8	20	2
C	27	6	19	2
I	19	5	10	4
Total	203	46 (22,66%)	135 (66,50%)	22 (10,84%)

FONTE: Autoria própria.

Observa-se com o exposto no quadro 22 que quase 23% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de subtração **14,3 – 6,87** que envolve números decimais e que em sua resolução surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Ressalta-se que dentre os 135 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de subtração **14,3 – 6,87**, 42 alunos posicionaram corretamente os termos para resolver a operação, mas chegaram no resto 7,57, pois ao realizarem a diferença entre o algarismo zero da ordem do centésimo do minuendo e o algarismo 7 da ordem do centésimo do subtraendo obtiveram o resto 7, sem realizar o reagrupamento. A figura 50 ilustra um desses casos.

FIGURA 50 - Resolução da operação de subtração 14,3 – 6,87

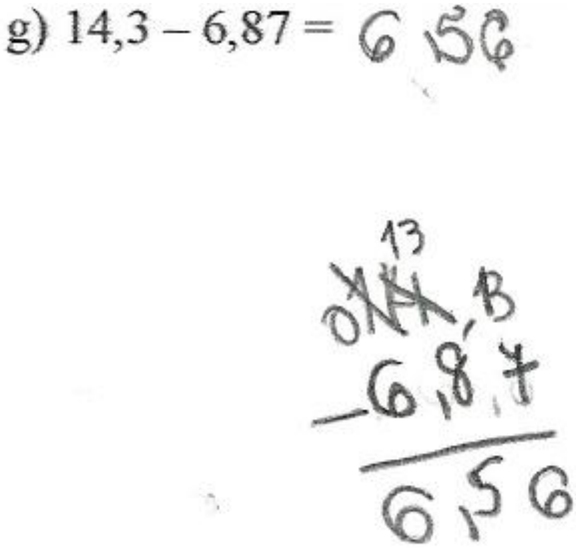


FONTE: Aluno C7, 2014.

Novamente, observa-se que os alunos apresentaram não ter conhecimento prévio para operar com o algarismo zero no minuendo.

Outros 41 alunos fizeram uso inadequado do valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na operação, pois colocaram o algarismo 6 que representa a ordem da unidade simples do subtraendo embaixo do algarismo 1 que representa a ordem da dezena do minuendo. Desses 41 alunos, 16 chegaram ao resto 6,56. A figura 51 exemplifica um desses casos.

FIGURA 51 - Resolução da operação de subtração 14,3 – 6,87

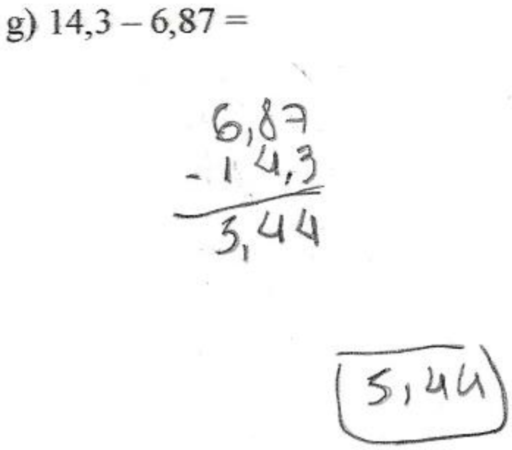


FONTE: Aluno C14, 2014.

Observa-se com o exposto na figura 51 que o aluno C14, tem conhecimento prévio para realizar os reagrupamentos necessários para resolver a subtração recorrendo ao algoritmo do processo de recurso à ordem superior, mas apresentou não ter conhecimento prévio sobre valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na operação.

Outros 15 alunos posicionaram equivocadamente o número 6,87 no minuendo e o número 14,3 no subtraendo e também fizeram uso inadequado do valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na operação, obtendo o resto 5,44. A figura 52 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 52 - Resolução da operação de subtração 14,3 – 6,87



FONTE: Aluno M19, 2014.

É notório, com o exposto nos quadros de 15 a 22, que os alunos participantes dessa pesquisa apresentaram não ter conhecimento prévio relacionado ao posicionamento das ordens dos algarismos para realizarem as operações de subtração elencadas nesse trabalho.

O quadro 23 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para as operações de subtração em questão.

QUADRO 23 - CATEGORIZAÇÃO GERAL DA OPERAÇÃO DE SUBTRAÇÃO

Operação	Desenvolveu corretamente a operação	Não desenvolveu corretamente a operação	Não desenvolveu a operação
1988 – 930	170	28	5
134 – 57	151	41	11
205 – 51	159	37	7
1005 – 998	142	44	17
8,45 – 2	78	113	12
9 – 8,25	50	137	16
5,75 – 3,43	182	6	15
14,3 – 6,87	46	135	22

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 23 observa-se que a maioria dos sujeitos dessa pesquisa, apresentaram ter conhecimentos prévio para realizar, com sucesso, as operações de subtração que envolveram números naturais e que não exigiram a necessidade de realizar reagrupamento.

Mas, houve um pequeno declive na quantidade de alunos que desenvolveram com sucesso as operações de subtração que exigem o uso de realizar reagrupamento.

Observa-se também, que quando o valor envolvido na operação de subtração apresentava em sua composição o algarismo zero, principalmente no minuendo, os alunos passaram a apresentar dificuldades para resolver as mesmas.

Essa observação vem ao encontro do exposto no documento "Matemática: orientações para o professor, Saeb/Prova Brasil, 4ª série/5º ano, ensino fundamental" (2009, p. 19) o qual apresenta que quando "a operação for uma subtração e houver no minuendo o algarismo zero (0) na ordem das unidades e, ainda, dependendo do número do subtraendo, pode haver a necessidade de uma estratégia mais elaborada" para a resolução da mesma, fato que dificulta o sucesso em sua resolução.

Outro fator relevante observado está relacionado as operações que envolvem números decimais, pois grande parte dos alunos apresentaram não ter conhecimento prévio sobre o valor posicional das ordens dos algarismos envolvidos na operação. Com exceção da operação de subtração **5,75 – 3,43**, pois essa operação apresentava, tanto no minuendo quanto no subtraendo, números decimais na ordem do centésimo, não exigindo que os alunos precisassem se preocupar com o valor posicional da ordem dos algarismos envolvidos na operação.

Esse fato não deveria acontecer, pois o sistema monetário brasileiro é centesimal, e os números envolvidos nas subtrações elencadas para essa pesquisa, possuíam no máximo duas casas decimais.

O Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP8, 2007, p. 9), salienta que é relevante

> que a representação decimal está mais presente na vida de nossos alunos, tendo eles alguns conhecimentos práticos a esse respeito, principalmente quando se trata de cálculos envolvendo dinheiro (reais e centavos). Assim, é importante que se leve em conta esse conhecimento para a realização de um trabalho mais sistematizado a respeito dos decimais.

Também observou-se que os alunos não relacionaram o resto das operações com o valor dos termos, pois encontraram valores maiores nas diferenças do que nos termos. Segundo Kamii e Joseph (2005) deve-se encorajar os alunos a pensarem sobre a operação que estão realizando e não apenas fazer uso de técnicas e regras para produzir respostas.

4.3 Operações de Multiplicação

O quadro 24 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de multiplicação **302 x 23**.

QUADRO 24 - MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS SEM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

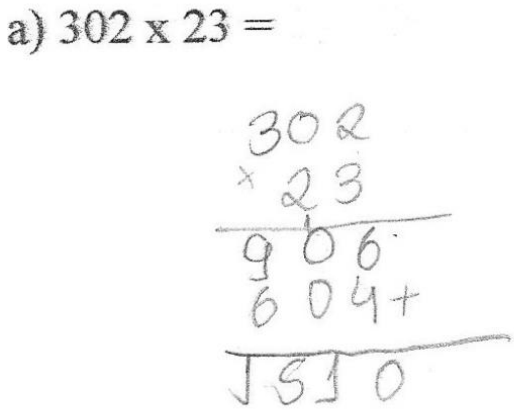
MULTIPLICAÇÃO: 302 x 23				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	29	4	1
S	34	28	6	0
N	25	19	6	0
O	34	23	8	3
A	30	26	3	1
C	27	18	9	0
I	19	12	3	4
Total	203	155 (76,36%)	39 (18,21%)	9 (4,43%)

FONTE: Autoria própria.

O exposto no quadro 24 mostra que pouco mais de 76% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram ter conhecimento prévio para a resolução da operação de multiplicação **302 x 23**, que envolve números naturais e que em sua resolução não surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Particularmente, entre os alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de multiplicação **302 x 23**, 15 alunos ao realizarem a distributiva, para obter os produtos parciais, não realizaram o processo com sucesso, pois esqueceram de colocar o algarismo zero ou o sinal de adição ou de deixar um espaço vazio ao multiplicar o multiplicador pelo multiplicando a partir do produto parcial da ordem da dezena, de modo que 12 desses 15 alunos obtiveram o produto final 1510. A figura 53 ilustra um exemplo do exposto.

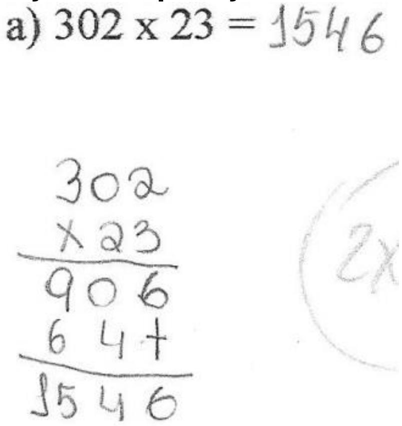
FIGURA 53 - Resolução da operação de multiplicação 302 x 23



FONTE: Aluno N7, 2014.

Outros 8 alunos supriram a multiplicação da dezena 2 do multiplicador pela dezena zero do multiplicando, obtendo o produto final 1546. A figura 54 ilustra, um exemplo, do exposto.

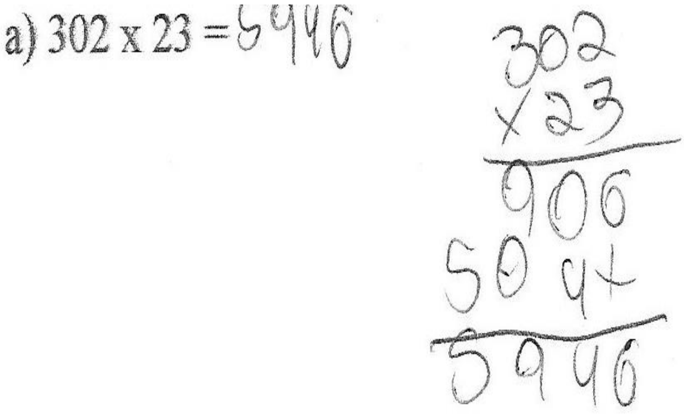
FIGURA 54 - Resolução da operação de multiplicação 302 x 23



FONTE: Aluno M5, 2014.

Também foram observados equívocos, principalmente, nas multiplicações (tabuada) dos algarismos do multiplicando pelo multiplicador e/ou nas somas dos produtos parciais. A figura 55 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 55 - Resolução da operação de multiplicação 302 x 23



FONTE: Aluno I6, 2014.

O quadro 25 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de multiplicação **87 x 423**.

QUADRO 25 - MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

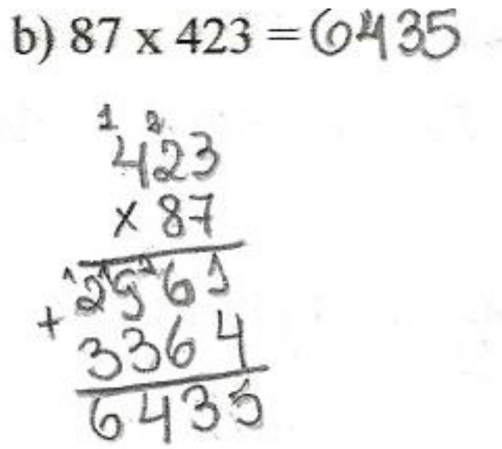
MULTIPLICAÇÃO: 87 x 423				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	12	19	3
S	34	13	18	3
N	25	8	16	1
O	34	18	12	4
A	30	15	14	1
C	27	13	13	1
I	19	3	9	7
Total	203	82 (40,40%)	101 (49,75%)	20 (9,85%)

FONTE: Autoria própria.

Observa-se no quadro 25 que pouco mais de 40% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de multiplicação **87 x 423** que envolve números naturais e que em sua resolução surge a necessidade de realizar reagrupamentos.

Os dados analisados dos 101 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de multiplicação **87 x 423**, revelaram que não houve um padrão nas resoluções das mesmas. Mas, destacaram-se os seguintes enganos: nas multiplicações dos algarismos do multiplicando pelo multiplicador, nos reagrupamentos que surgiram ao longo das referidas operações, equívocos no momento dos alunos realizarem as somas dos produtos parciais e no momento de colocarem o algarismo zero ou o sinal de adição ou de deixar um espaço vazio ao multiplicar o multiplicador pelo multiplicando a partir do produto parcial da ordem da dezena. A figura 56 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 56 - Resolução da operação de multiplicação 87 x 423



FONTE: Aluno A1, 2014.

O quadro 26 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de multiplicação **213 x 2,3**.

QUADRO 26 - MULTIPLICAÇÃO COM NÚMERO NATURAL E NÚMERO DECIMAL SEM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

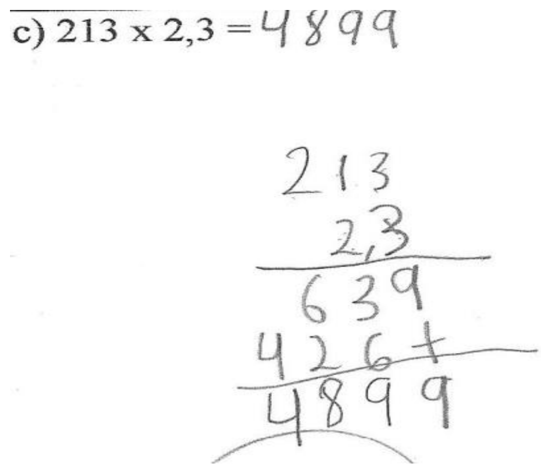
MULTIPLICAÇÃO: 213 x 2,3				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	16	14	4
S	34	17	16	1
N	25	15	10	0
O	34	12	14	8
A	30	17	11	2
C	27	15	12	0
I	19	6	7	6
Total	203	98 (48,28%)	84 (41,38%)	21 (10,34%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 26 observa-se que pouco mais de 48% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de multiplicação **213 x 2,3**, que envolve número natural e número decimal e cuja resolução não exige a necessidade de realizar reagrupamentos.

No entanto, entre os 84 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de multiplicação **213 x 2,3**, observou-se que 39 se equivocaram apenas no momento de posicionarem a vírgula no produto total, obtendo os seguintes produto total: 0,4899; 4,899; 48,99 e 4899. A figura 57 ilustra um exemplo do exposto.

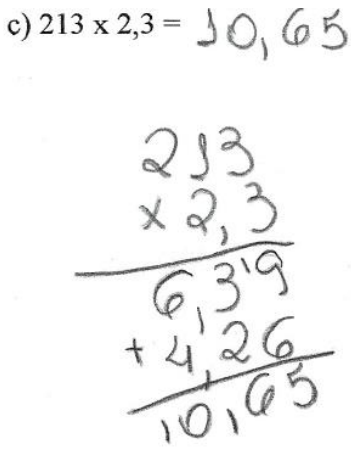
FIGURA 57 - Resolução da operação de multiplicação 213 x 2,3



FONTE: Aluno M30, 2014.

Outros 14 alunos ao realizarem a distributiva para obterem os produtos parciais não realizaram o processo com sucesso, pois esqueceram de colocar o algarismo zero ou o sinal de adição ou de deixar um espaço vazio ao multiplicar o multiplicador pelo multiplicando a partir do produto parcial da ordem da dezena. A figura 58 ilustra um exemplo do exposto.

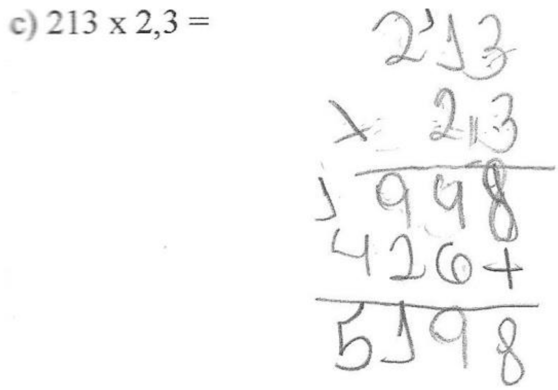
FIGURA 58 - Resolução da operação de multiplicação 213 x 2,3



FONTE: Aluno I14, 2014.

Também observaram-se equívocos, principalmente, nas multiplicações (tabuada) dos algarismos do multiplicando pelo multiplicador e/ou nas somas dos produtos parciais. A figura 59 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 59 - Resolução da operação de multiplicação 213 x 2,3



FONTE: Aluno S3, 2014.

O quadro 27 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de multiplicação **48 x 4,07**.

QUADRO 27 - MULTIPLICAÇÃO COM NÚMERO NATURAL E NÚMERO DECIMAL COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

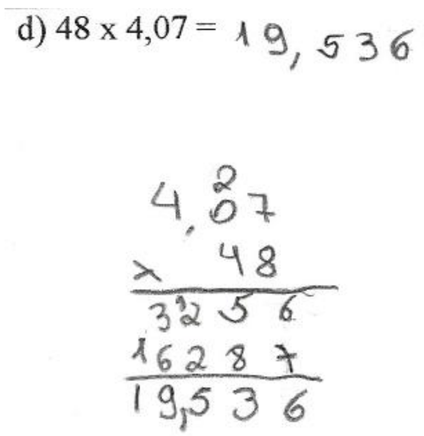
MULTIPLICAÇÃO: 48 x 4,07				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	6	21	7
S	34	5	24	5
N	25	8	15	2
O	34	3	14	17
A	30	13	15	2
C	27	11	14	2
I	19	5	5	9
Total	203	51 (25,12%)	108 (53,20%)	44 (21,68%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 27 observa-se que pouco mais de 25% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de multiplicação **48 x 4,07**, que envolve número natural e número decimal e cuja resolução exige a necessidade de realizar reagrupamentos.

Cabe destacar, que entre os 108 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de multiplicação **48 x 4,07**, 14 alunos se equivocaram apenas no momento de posicionarem a vírgula no produto total, obtendo os seguintes produto total: 0,19536; 1,9536; 19,536 e 19,536. A figura 60 ilustra um exemplo do exposto.

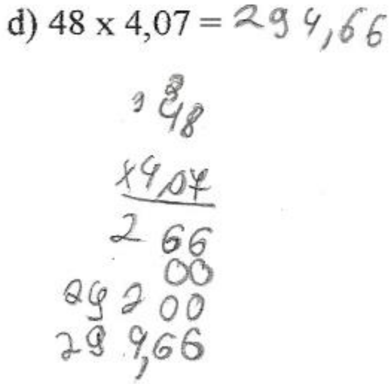
FIGURA 60 - Resolução da operação de multiplicação 48 x 4,07



FONTE: Aluno S17, 2014.

Também foram observados equívocos, principalmente, nas multiplicações (tabuada) dos algarismos do multiplicando pelo multiplicador, ao suprimirem a multiplicação da decimal zero envolvida na operação, nos reagrupamentos que surgiram ao longo das operações e/ou esquecimentos no momento de colocar o algarismo zero ou o sinal de adição ou de deixar um espaço vazio ao multiplicar o multiplicador pelo multiplicando a partir do produto parcial da ordem da dezena. A figura 61 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 61 - Resolução da operação de multiplicação 48 x 4,07



FONTE: Aluno A5, 2014.

O quadro 28 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de multiplicação **11,02 x 3,2**.

QUADRO 28 - MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS DECIMAIS SEM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

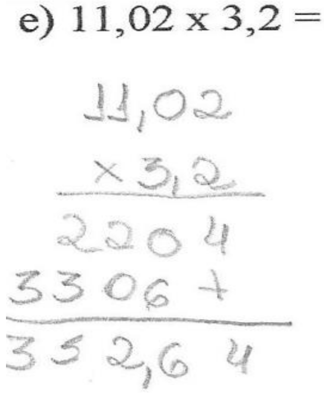
MULTIPLICAÇÃO: 11,02 x 3,2				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	15	15	4
S	34	17	12	5
N	25	13	11	1
O	34	9	13	12
A	30	15	13	2
C	27	8	17	2
I	19	4	9	6
Total	203	81 (39,90%)	90 (44,33%)	32 (15,77%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 28 observa-se que quase 40% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de multiplicação **11,02 x 3,2**, que envolve números decimais e cuja resolução não exige a necessidade de realizar reagrupamentos.

Cabe destacar, que 44 dos 90 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de multiplicação **11,02 x 3,2**, se equivocaram apenas no momento de posicionarem a vírgula no produto total, obtendo os seguintes produto total: 3,5264; 352,64 e 3526,4. A figura 62 ilustra um exemplo.

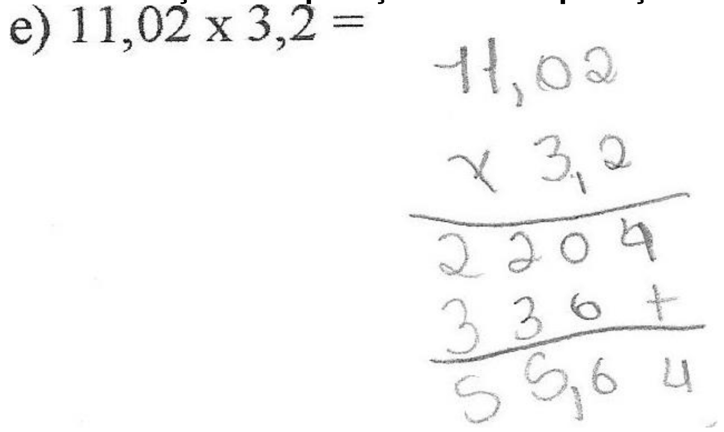
FIGURA 62 - Resolução da operação de multiplicação 11,02 x 3,2



FONTE: Aluno A20, 2014.

Os demais alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de multiplicação **11,02 x 3,2** cometeram equívocos, principalmente, nas multiplicações (tabuada) dos algarismos do multiplicando pelo multiplicador. Também observaram-se equívocos nos seguintes momentos: ao suprimir a multiplicação da decimal zero envolvida na operação, ao realizarem as somas dos produtos parciais e ao esquecerem de colocar o algarismo zero ou o sinal de adição ou de deixar um espaço vazio ao multiplicar o multiplicador pelo multiplicando a partir do produto parcial da ordem da dezena. A figura 63 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 63 - Resolução da operação de multiplicação 11,02 x 3,2



FONTE: Aluno A27, 2014.

O quadro 29 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a multiplicação **7,23 x 8,6**.

QUADRO 29 - MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS DECIMAIS COM A NECESSIDADE DE REALIZAR REAGRUPAMENTO

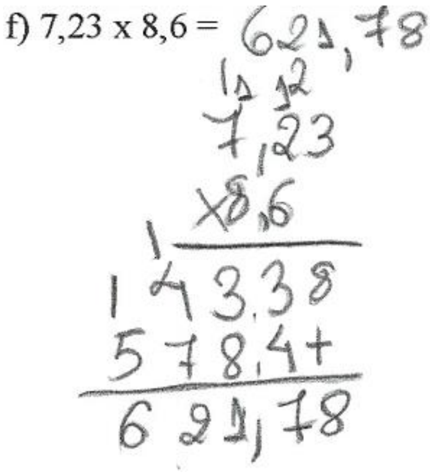
MULTIPLICAÇÃO: 7,23 x 8,6				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	6	21	7
S	34	11	18	5
N	25	8	16	1
O	34	5	12	17
A	30	8	18	4
C	27	5	19	3
I	19	1	9	9
Total	203	44 (21,68%)	113 (55,66%)	46 (22,66%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 29 observa-se que quase 22% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de multiplicação **7,23 x 8,6**, que envolve números decimais e cuja resolução exige a necessidade de realizar reagrupamentos.

Cabe destacar, que 13 dos 113 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de multiplicação **7,23 x 8,6** se equivocaram apenas no momento de posicionarem a vírgula no produto final, obtendo os seguintes produto total: 0,62178; 6,2178; 624,78; 6217,8 e 62,178. A figura 64 ilustra um exemplo do exposto.

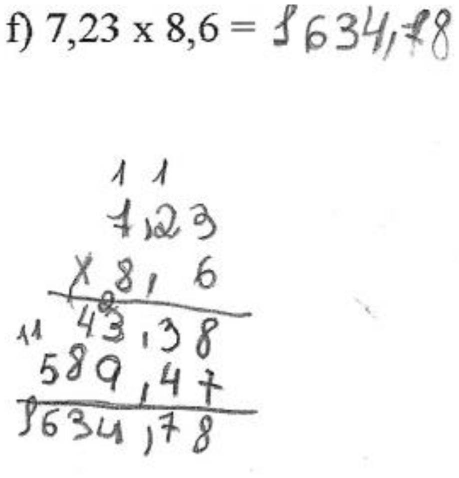
FIGURA 64 - Resolução da operação de multiplicação 7,23 x 8,6



FONTE: Aluno S5, 2014.

Os outros 100 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de multiplicação **7,23 x 8,6** cometeram, principalmente, enganos nas multiplicações (tabuada) dos algarismos do multiplicando pelo multiplicador, nas somas dos produtos parciais e/ou esqueceram de colocar o algarismo zero ou o sinal de adição ou de deixar um espaço vazio ao multiplicar o multiplicador pelo multiplicando a partir do produto parcial da ordem da dezena. A figura 65 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 65 - Resolução da operação de multiplicação 7,23 x 8,6



FONTE: Aluno M5, 2014.

É notório com o exposto nos quadros de 24 a 29 que diversos sujeitos dessa pesquisa apresentaram não ter conhecimento prévio relacionado as multiplicações (tabuada) que envolviam, principalmente, os algarismos 6, 7 e 8 nas operações de multiplicação elencadas nessa pesquisa.

O quadro 30 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para as operações de multiplicação em questão.

QUADRO 30 - CATEGORIZAÇÃO GERAL DAS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO

Operação	Desenvolveu corretamente a operação	Não desenvolveu corretamente a operação	Não desenvolveu a operação
302 x 23	155	39	9
87 x 423	82	101	20
213 x 2,3	98	84	21
48 x 4,07	51	108	44
11,02 x 3,2	81	90	32
7,23 x 8,6	44	113	46

FONTE: Autoria própria.

O que se percebe no quadro 30 é que apenas na primeira operação de multiplicação, grande parte dos sujeitos dessa pesquisa obtiveram sucesso.

Fonseca (1995, p. 217) afirma que a ausência de fundamentos matemáticos é um dos motivos que podem explicar a falta de sucesso apresentadas pelos alunos no desenvolvimento das operações de multiplicação.

Corroborando com Fonseca (1995), Teixeira (2004) destaca que a generalização de regras, categorias ou estratégias para desenvolver os conceitos matemáticos, nesse caso para a operação de multiplicação, demanda que o aluno tenha conhecimento de diversos processos para desenvolver as mesmas.

Nesse viés, entende-se que o aluno necessita ter diversos conhecimentos prévios, tais como: tabuada, reagrupamento, valor posicional da ordem de grandeza dos números, soma dos produtos parciais e posicionamento do algarismo zero ou do sinal de adição ou de deixar um espaço vazio ao multiplicar o multiplicador pelo multiplicando a partir do produto parcial da ordem da dezena, para desenvolver com sucesso as operações de multiplicação.

4.4 Operações de Divisão

O quadro 31 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de divisão **474 ÷ 3**.

QUADRO 31 - DIVISÃO EXATA ENTRE NÚMEROS NATURAIS COM DIVISOR NA ORDEM DA UNIDADE SIMPLES E DIFERENTE DE ZERO

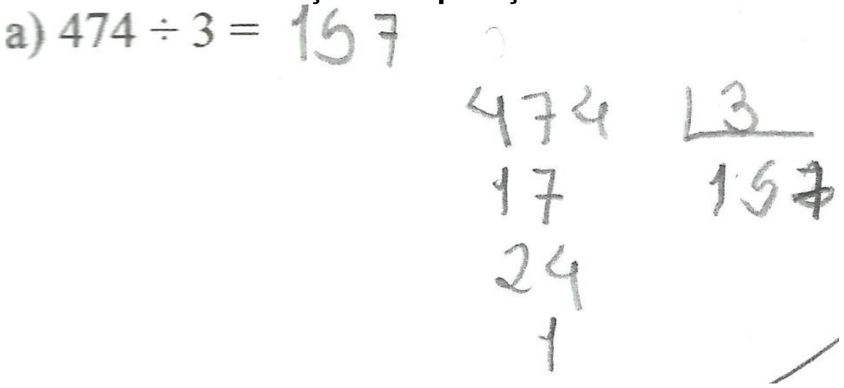
DIVISÃO: 474 ÷ 3				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	22	5	7
S	34	22	5	7
N	25	12	7	6
O	34	10	4	20
A	30	18	9	3
C	27	15	6	6
I	19	8	4	7
Total	203	107 (52,70%)	40 (19,70%)	56 (27,60%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 31 observa-se que quase 53% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de divisão **474 ÷ 3**, que envolve números naturais e cujo divisor é da ordem da unidade simples e diferente de zero.

Cabe destacar que dentre os 40 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **474 ÷ 3**, 17 alunos realizaram a divisão da ordem da centena do dividendo pelo divisor com sucesso. No entanto, apenas 6 desses 17 alunos continuaram a divisão da ordem da dezena do dividendo pelo divisor com sucesso, mas na sequência do desenvolvimento da operação cometeram equívocos nas multiplicações e/ou nas subtrações que surgiram no momento de definir o resto da operação. A figura 66 ilustra um exemplo do exposto.

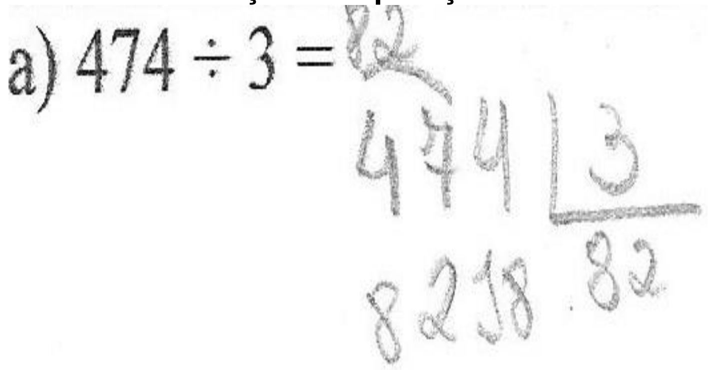
FIGURA 66 - Resolução da operação de divisão 474 ÷ 3



FONTE: Aluno S10, 2014.

Os demais 23 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **474 ÷ 3** cometeram enganos de multiplicação, assim como nas subtrações que surgiram no momento de definir o resto da operação. A figura 67 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 67 - Resolução da operação de divisão 474 ÷ 3



FONTE: Aluno O7, 2014.

O quadro 32 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de divisão **535 ÷ 5**.

QUADRO 32 - DIVISÃO EXATA ENTRE NÚMEROS NATURAIS COM DIVISOR NA ORDEM DA UNIDADE SIMPLES E DIFERENTE DE ZERO E COM UM ALGARISMO ZERO INTERCALADO NO QUOCIENTE

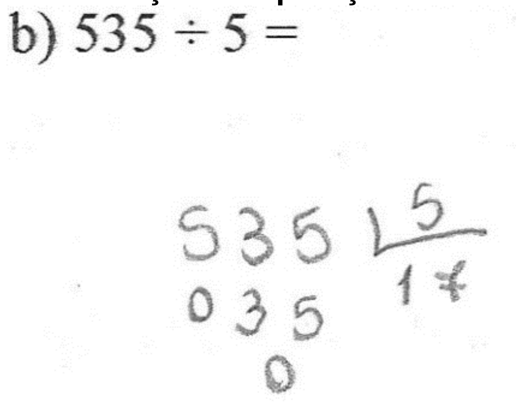
DIVISÃO: 535 ÷ 5				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	8	20	6
S	34	10	18	6
N	25	7	12	6
O	34	2	14	18
A	30	10	18	2
C	27	10	11	6
I	19	3	9	7
Total	203	50 (24,63%)	102 (50,24%)	51 (25,13%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 32 observa-se que quase 25% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de divisão **535 ÷ 5**, que envolve números naturais e cujo divisor é da ordem da unidade simples e diferente de zero e que tem em seu quociente um algarismo zero intercalado.

Cabe destacar que dentre os 102 alunos que não alcançaram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **535 ÷ 5**, 62 alunos obtiveram o quociente 17, pois não intercalaram no quociente o algarismo zero na ordem da dezena, conduzindo ao entendimento que eles não relacionaram o quociente com o valor do dividendo e do divisor. A figura 68 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 68 - Resolução da operação de divisão 535 ÷ 5



FONTE: Aluno S22, 2014.

O quadro 33 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de divisão **432 ÷ 12**.

QUADRO 33 - DIVISÃO EXATA ENTRE NÚMEROS NATURAIS COM DIVISOR NA ORDEM DA DEZENA

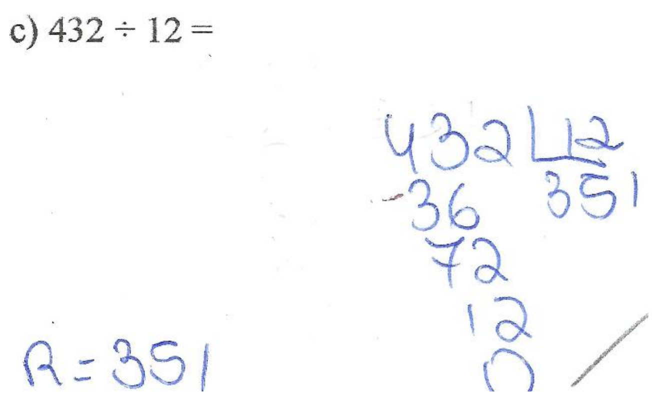
DIVISÃO: 432 ÷ 12				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	11	11	12
S	34	19	6	9
N	25	6	11	8
O	34	7	4	23
A	30	19	5	6
C	27	12	7	8
I	19	4	1	14
Total	203	78 (38,42%)	45 (22,17%)	80 (39,41%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 33 observa-se que pouco mais de 38% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de divisão **432 ÷ 12**, que envolve números naturais e cujo divisor é da ordem da dezena.

Cabe destacar que 45 alunos não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **432 ÷ 12**. Desses 45 alunos, apenas 6 alunos conseguiram realizar com sucesso a divisão das 43 dezenas por 12 unidades ficando com o resto 7 dezenas. Mas, na sequência do desenvolvimento da operação cometeram equívocos nas multiplicações e/ou nas subtrações que surgiram no momento de definir o resto da operação. A figura 69 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 69 - Resolução da operação de divisão 432 ÷ 12



FONTE: Aluno M4, 2014.

O quadro 34 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de divisão **14112 ÷ 14**.

QUADRO 34 - DIVISÃO EXATA ENTRE NÚMEROS NATURAIS COM DIVISOR NA ORDEM DA DEZENA E COM DOIS ALGARISMOS ZERO INTERCALADO NO QUOCIENTE

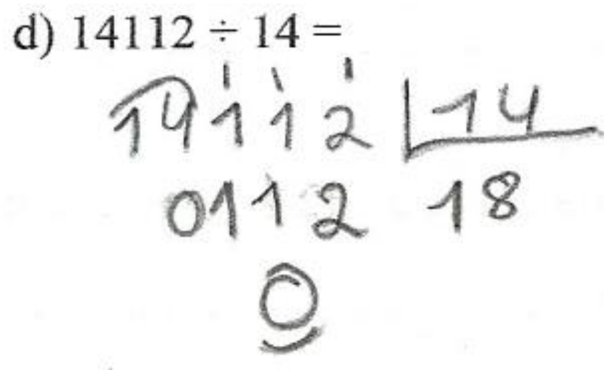
DIVISÃO: 14112 ÷ 14				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	0	17	17
S	34	6	14	14
N	25	3	11	11
O	34	0	9	25
A	30	5	12	13
C	27	4	14	9
I	19	0	5	14
Total	203	18 (8,87%)	82 (40,39%)	103 (50,74%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 34 observa-se que apenas quase 9% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de divisão **14112 ÷ 14**, que envolve números naturais e cujo divisor é da ordem da dezena e com dois algarismos zero intercalado no quociente.

Cabe destacar que dentre os 82 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **14112 ÷ 14**, 39 alunos obtiveram como quociente o valor 18, pois eles não intercalaram, no quociente, os algarismos zero nas ordens da dezena e da centena, conduzindo ao entendimento que eles não relacionaram o quociente da operação com o valor do dividendo e do divisor. A figura 70 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 70 - Resolução da operação de divisão 14112 ÷ 14



FONTE: Aluno S9, 2014.

O quadro 35 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de divisão **57 ÷ 4**.

QUADRO 35 - DIVISÃO ENTRE NÚMEROS NATURAIS COM DIVISOR NA ORDEM DA UNIDADE SIMPLES E DIFERENTE DE ZERO E QUOCIENTE DECIMAL

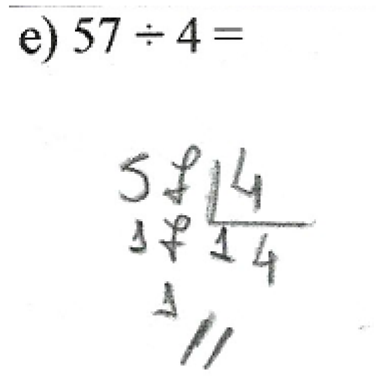
DIVISÃO: 57 ÷ 4				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	3	24	7
S	34	8	19	7
N	25	7	11	7
O	34	4	9	21
A	30	6	18	6
C	27	2	17	8
I	19	3	6	10
Total	203	33 (16,26%)	104 (51,23%)	66 (32,51%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 35 observa-se que pouco mais de 16% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de divisão **57 ÷ 4**, que envolve números naturais e cujo divisor é da ordem da unidade simples e diferente de zero e tem quociente decimal.

Cabe destacar que dentre os 104 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **57 ÷ 4**, 57 alunos realizaram apenas a parte inteira do quociente da divisão. A figura 71 ilustra um exemplo do exposto.

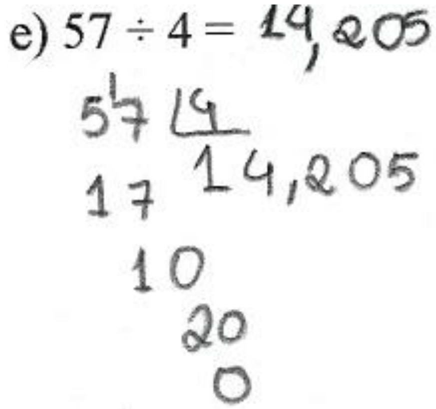
FIGURA 71 - Resolução da operação de divisão 57 ÷ 4



FONTE: Aluno M13, 2014.

Outros 12 alunos realizaram a parte inteira do quociente da divisão com sucesso, mas ao continuarem a parte decimal cometeram equívocos. A figura 72 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 72 - Resolução da operação de divisão 57 ÷ 4



FONTE: Aluno M15, 2014.

O quadro 36 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de divisão **75 ÷ 12**

QUADRO 36 - DIVISÃO ENTRE NÚMEROS NATURAIS COM DIVISOR NA ORDEM DA DEZENA E QUOCIENTE DECIMAL

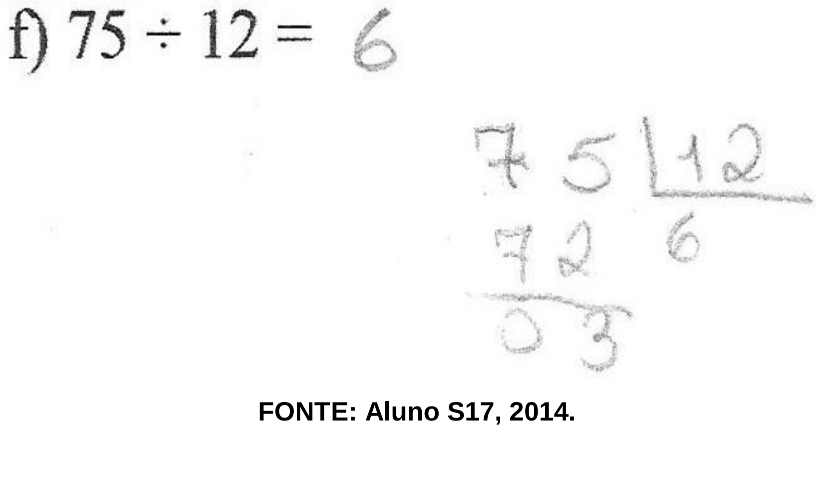
DIVISÃO: 75 ÷ 12				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	4	17	13
S	34	5	19	10
N	25	5	9	11
O	34	2	9	23
A	30	5	20	5
C	27	2	16	9
I	19	1	3	15
Total	203	24 (11,82%)	93 (45,82%)	86 (42,36%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 36 observa-se que quase 12% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de divisão **75 ÷ 12** que envolve números naturais e cujo divisor é da ordem da dezena e com quociente decimal.

Cabe destacar que dentre os 93 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **75 ÷ 12**, 42 alunos realizaram apenas a parte inteira do quociente da divisão. A figura 73 ilustra um exemplo do exposto.

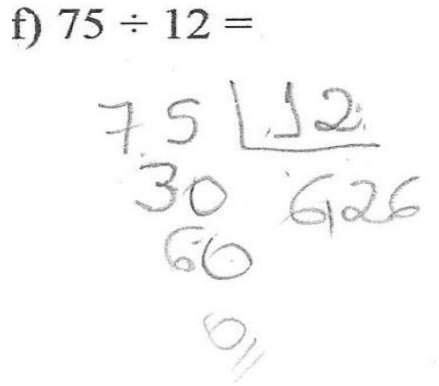
FIGURA 73 - Resolução da operação de divisão 75 ÷ 12



FONTE: Aluno S17, 2014.

Outros 13 alunos realizaram a parte inteira do quociente da divisão com sucesso, mas ao continuarem a parte decimal cometeram equívocos. A figura 74 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 74 - Resolução da operação de divisão 75 ÷ 12



FONTE: Aluno S25, 2014.

O quadro 37 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de divisão **5,75 ÷ 5**.

QUADRO 37 - DIVISÃO DE NÚMERO DECIMAL POR NÚMERO NATURAL COM DIVISOR NA ORDEM DA UNIDADE SIMPLES E DIFERENTE DE ZERO E QUOCIENTE DECIMAL

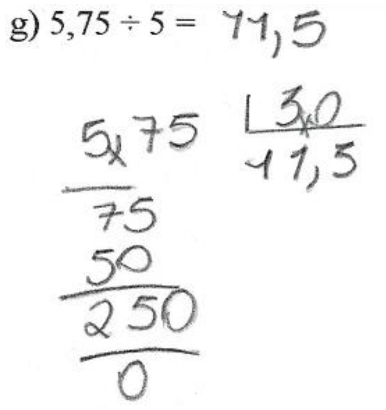
DIVISÃO: 5,75 ÷ 5				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	10	11	13
S	34	9	16	9
N	25	7	8	10
O	34	5	6	23
A	30	15	5	10
C	27	10	6	11
I	19	3	4	12
Total	203	59 (29,07%)	56 (27,58%)	88 (43,35%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 37 observa-se que pouco mais de 29% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para resolução da operação de divisão **5,75 ÷ 5** que envolve número decimal por número natural e divisor na ordem da unidade simples e diferente de zero, cujo quociente é decimal.

Cabe destacar que 56 alunos não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **5,75 ÷ 5**. Sendo que 33 desses 56 alunos se equivocaram e obtiveram os quocientes 115 e 11,5. Entende-se que eles chegaram a esses quocientes por não terem conhecimentos prévios relacionados a ordem de grandeza dos valores envolvidos na operação. A figura 75 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 75 - Resolução da operação de divisão 5,75 ÷ 5



FONTE: Aluno S21, 2014.

O quadro 38 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de divisão **7,56 ÷ 14**.

QUADRO 38 - DIVISÃO DE NÚMERO DECIMAL POR NÚMERO NATURAL COM DIVISOR NA ORDEM DA DEZENA E QUOCIENTE DECIMAL

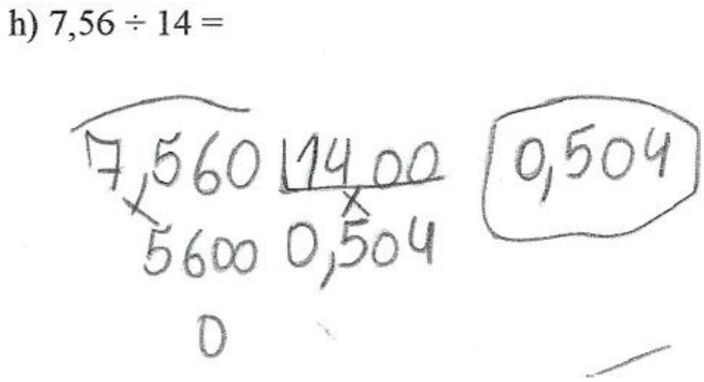
DIVISÃO: 7,56 ÷ 14				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	1	13	20
S	34	3	16	15
N	25	3	9	13
O	34	0	7	27
A	30	2	11	17
C	27	3	9	15
I	19	1	2	16
Total	203	13 (6,40%)	67 (33,00%)	123 (60,60%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 38 observa-se que pouco mais de 6% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de divisão **7,56 ÷ 14** que envolve número decimal por número natural, com divisor na ordem da dezena e quociente decimal.

Cabe destacar que dentre os 67 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **7,56 ÷ 14**, apenas 6 alunos iniciaram o quociente dessa operação com a unidade zero na parte inteira, mas se equivocaram na parte decimal da mesma. A figura 76 ilustram um exemplo do exposto.

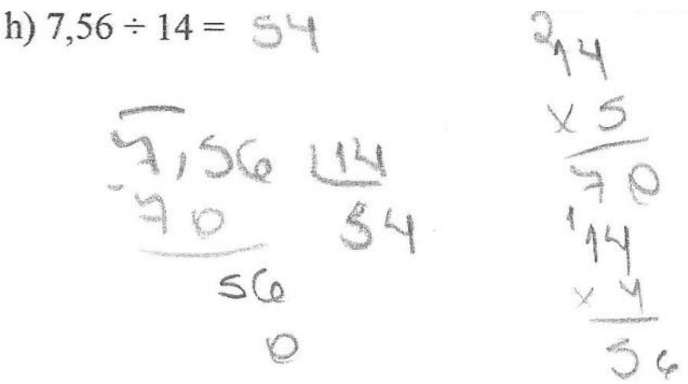
FIGURA 76 - Resolução da operação de divisão 7,56 ÷ 14



FONTE: Aluno N5, 2014.

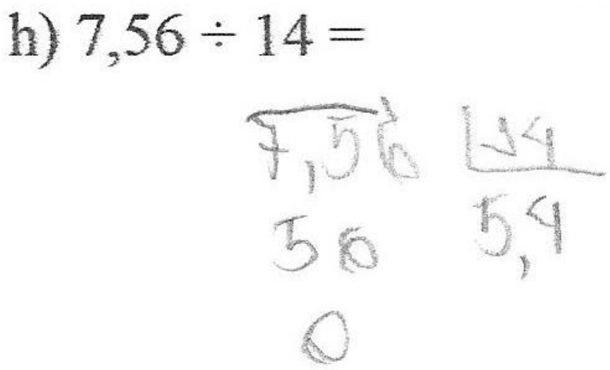
Outros 33 alunos não consideraram a ordem de grandeza dos valores envolvidos na operação, sendo que 27 alunos obtiveram o quociente 54 e 6 alunos obtiveram o quociente 5,4. As figuras 77 e 78 ilustram exemplos do exposto.

FIGURA 77 - Resolução da operação de divisão 7,56 ÷ 14



FONTE: Aluno M9, 2014.

FIGURA 78 - Resolução da operação de divisão 7,56 ÷ 14



FONTE: Aluno I11, 2014.

O quadro 39 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de divisão **6,6 ÷ 3,3**.

QUADRO 39 - DIVISÃO EXATA ENTRE NÚMEROS DECIMAIS

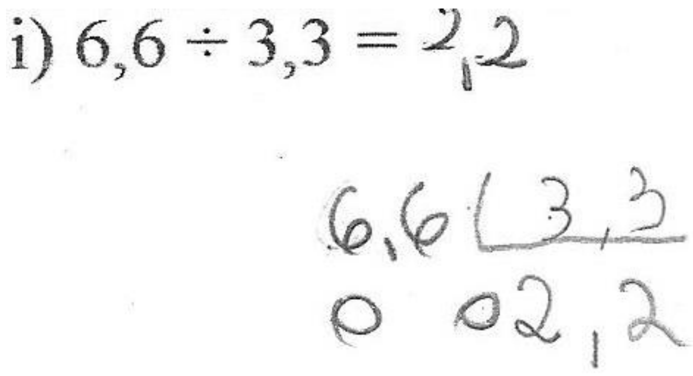
DIVISÃO: 6,6 ÷ 3,3					
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	7	9	18
S	34	17	5	12
N	25	6	8	11
O	34	0	5	29
A	30	9	8	13
C	27	1	10	16
I	19	0	3	16
Total	203	40 (19,70%)	48 (23,65%)	115 (56,65%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 39 observa-se que quase 20% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de divisão **6,6 ÷ 3,3**, que envolve números decimais e com quociente natural.

Cabe destacar que dentre os 48 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **6,6 ÷ 3,3**, 36 alunos se equivocaram pois realizaram a divisão da unidade 6 do dividendo pela unidade 3 do divisor e do décimo 6 do dividendo pelo décimo 3 do divisor, obtendo os quocientes 2,2 e 22. A figura 79 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 79 - Resolução da operação de divisão 6,6 ÷ 3,3



FONTE: Aluno A24, 2014.

O quadro 40 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para a operação de divisão **2,20 ÷ 0,2**.

QUADRO 40 - DIVISÃO EXATA ENTRE NÚMEROS DECIMAIS

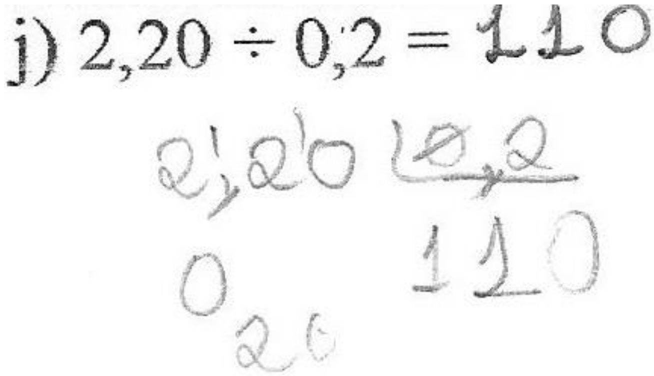
DIVISÃO: 2,20 ÷ 0,2				
Turma	**Total de alunos**	**Desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu corretamente a operação**	**Não desenvolveu a operação**
M	34	1	13	20
S	34	8	11	15
N	25	6	8	11
O	34	1	5	28
A	30	2	10	18
C	27	1	11	15
I	19	1	4	14
Total	203	20 (9,85%)	62 (30,54%)	121 (59,61%)

FONTE: Autoria própria.

Com o exposto no quadro 40 observa-se que quase 10% dos sujeitos dessa pesquisa apresentaram conhecimento prévio para a resolução da operação de divisão **2,20 ÷ 0,2** que envolve números decimais e tem quociente natural.

Cabe destacar que dentre os 62 alunos que não obtiveram sucesso no desenvolvimento da operação de divisão **2,20 ÷ 0,2**, 50 alunos se equivocaram e obtiveram os quocientes: 1,1; 110; 0,110 e 0,11. Entende-se que eles chegaram a esses quocientes por não terem conhecimentos prévios relacionados à ordem de grandeza dos valores envolvidos na operação. A figura 80 ilustra um exemplo do exposto.

FIGURA 80 - Resolução da operação de divisão 2,20 ÷ 0,2



FONTE: Aluno M15, 2014.

Com o exposto nos quadros de 31 a 40 observa-se que vários sujeitos apresentaram não ter conhecimento prévio relacionado a ordem de grandeza dos valores envolvidos nas operações de divisão elencadas nessa pesquisa.

O quadro 41 mostra o resultado numérico da categorização das resoluções apresentadas pelos sujeitos dessa pesquisa para as operações de divisão em questão.

QUADRO 41 - CATEGORIZAÇÃO GERAL DAS OPERAÇÕES DE DIVISÃO

Operação	Desenvolveu corretamente a operação	Não desenvolveu corretamente a operação	Não desenvolveu a operação
474 ÷ 3	107	40	56
535 ÷ 5	50	102	51
432 ÷ 12	78	45	80
14112 ÷ 14	18	82	103
57 ÷ 4	33	104	66
75 ÷ 12	24	93	86
5,75 ÷ 5	59	56	88
7,56 ÷ 14	13	67	123
6,6 ÷ 3,3	40	48	115
2,20 ÷ 0,2	20	62	121

FONTE: Autoria própria.

Observando o quadro 41 nota-se que apenas na primeira operação de divisão pouco mais de 52% dos sujeitos dessa pesquisa obtiveram sucesso. Logo, muitos alunos apresentaram não ter conhecimentos prévios para resolver com sucesso as operações de divisão apresentadas nessa pesquisa.

De modo geral, a análise dos dados relacionados as operações de divisão, permite afirmar que na resolução das mesmas os alunos apresentaram diversas dificuldades relacionadas as operações de multiplicação e subtração que são necessárias para o desenvolvimento das operações de divisão.

Também se observou que os sujeitos dessa pesquisa apresentaram dificuldades para desenvolver com sucesso as operações de divisão que exigem o uso do algarismo zero intercalado no quociente.

Assim como, não relacionaram o quociente das operações com o valor de seus termos, pois para fazer essa relação se implica no uso de "relações bastante complexas entre as partes que o compõe (dividendo, divisor, quociente e resto), como, por exemplo, compreender que quanto maior (ou menor) o número de partes, menor (ou maior) o tamanho de cada parte" (LAUTERT; SPINILLO, 2006, p. 240).

Segundo Corrêa e Meireles (2000), um fato que complica o desenvolvimento da operação de divisão é o evento de que elas vão sendo reapresentadas, gradativamente, ano a ano escolar, de forma cada vez mais complexa e envolvendo quantidades maiores, tanto no dividendo quanto no divisor, de modo que aluno precisa desenvolver diversos raciocínios e habilidades operatórias para desenvolver com sucesso as mesmas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse capítulo são apresentadas as conclusões sobre a proposta tratada nessa pesquisa, com a finalidade de sondar os conhecimentos prévios que os alunos no início do 1º Ano do Ensino Médio de dois colégios situados na cidade de Ponta Grossa, apresentaram sobre as quatro operações fundamentais da aritmética.

Pois, entende-se que ensinar e oportunizar a construção de conceitos matemáticos para os alunos é um grande desafio para os docentes. Logo, é relevante que os alunos saibam desenvolver as quatro operações fundamentais da aritmética, pois essas fazem parte de suas vidas cotidianas.

5.1 Conclusões

Dentre os conhecimentos que os alunos necessitam construir, destaca-se o desenvolvimento das quatro operações fundamentais da aritmética, pois sem elas os alunos poderão ter dificuldade para resolver situações-problema de seu cotidiano, que exijam esse conhecimento.

Belfort e Mandarino (2008a, p. 6) afirmam que em qualquer atividade,

> o cidadão vai encontrar situações nas quais necessitará compreender, utilizar e reconstruir conceitos e procedimentos matemáticos. Assim, a Matemática escolar tem um papel formativo, ajudando a estruturar o pensamento e o raciocínio lógico. Além disso é uma ferramenta útil e com uma linguagem de expressão própria, necessária a diversas áreas do conhecimento.

No entanto, Souza (2004) afirma que muitas vezes, o professor ensina o procedimento do algoritmo usual como uma regra necessária e natural que deve ser seguida à risca na realização das quatro operações fundamentais da aritmética, não demonstrando haver outras maneiras para que o aluno desenvolva as mesmas.

Mas, cabe destacar que os algoritmos das quatro operações fundamentais da aritmética apresentam a potencialidade da generalização e eficácia, pois o mesmo procedimento utilizado para calcular 15 + 28 pode ser utilizado para 15678 + 768 e se aplicado corretamente, chega-se a soma ou total com sucesso.

Nesse sentido e de acordo com a proposta inicial dessa pesquisa, julga-se ser possível concluir que:

(i) "Conhecimentos prévios para a operação de adição".

A análise dos dados revelou que grande maioria dos alunos desenvolveram as operações de adição elencadas nessa pesquisa fazendo uso do algoritmo da adição sem reagrupamento e com reagrupamento, conforme necessário em cada uma delas. E, alguns poucos apresentaram apenas o resultado da operação. Logo entende-se que, esses alunos apresentaram ter conhecimento prévio para resolver operações de adição apenas por esses processos.

Particularizando, destaca-se que a grande maioria dos sujeitos teve sucesso ao desenvolver as operações de adição com números naturais que não necessitaram de reagrupamento em seu desenvolvimento. Mas, quando a operação exigia a ação de realizar reagrupamento, houve um pequeno declive no percentual de alunos com conhecimento prévio para resolver essa operação.

Essa ocorrência pode estar relacionada ao fato desses alunos não apresentarem conhecimento prévio para realizar os reagrupamentos necessários, ou seja, por exemplo, a troca de 10 unidades por uma dezena e, assim sucessivamente, dentro da necessidade de cada operação.

Belfort e Mandarino (2008a, p. 12-13) afirmam que a

> primeira grande estratégia para contar e representar é o **agrupamento**. [...] Nosso sistema de numeração está baseado em uma estratégia de agrupamento: juntamos dez unidades para formar uma dezena, dez dezenas para formar uma centena, dez centenas para formar um milhar, e assim por diante. [...] Utilizando apenas dez símbolos (os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0) somos capazes de representar qualquer número natural. O valor representado por um algarismo vai depender de sua posição na representação, por isso, o sistema é chamado **posicional**. Esta não é uma ideia simples, [...], e precisa ser bem trabalhada com os alunos.

Assim, o desenvolvimento das atividades que necessitam agrupamento e trocas pode possibilitar ao aluno perceber, semelhanças e diferenças, envolvidas nas situações de contagem, favorecendo os alunos na abstração e na compreensão do sistema de numeração (BRASIL, 2014, p. 36).

Nesse contexto, ressalta-se que, para o aluno vir a ser capaz de desenvolver com sucesso a operação de adição, é necessário não apenas o desenvolvimento de estratégias mentais que lhes permitam utilizar os fatos básicos[2] com segurança, mas também, um bom conhecimento das diversas possibilidades para decompor um número.

Outro fato observado foi que diminuiu, consideravelmente, a quantidade de alunos que apresentaram ter conhecimento prévio para o desenvolvimento das operações de adição que envolviam número decimal.

Essa falta de conhecimento prévio apresentada pelos alunos pode ser justificada pelo fato deles terem apenas decorado os termos unidade, dezena, centena, sem terem entendido o que é a base dez e para que ela serve.

Visando suprir os conhecimentos prévios que os sujeitos dessa pesquisa apresentaram não ter, principalmente em relação às dificuldades na compreensão do valor posicional, Belfort e Mandarino (2008a, p. 19), sugerem o uso do Quadro Valor de Lugar, pois esse material é um recurso que reforça o significado da representação posicional decimal.

Segundo as autoras, ao montar uma tabela na qual estão indicadas as ordens decimais, como por exemplo, unidade de milhar, centena, dezena, unidade, décimo, centésimo, milésimo e assim por diante, o aluno pode fazer e desfazer agrupamentos, representar com desenho estes agrupamentos e dar significado aos números escritos no sistema decimal de numeração (BELFORT; MANDARINO, 2008a, p. 19).

Brousseau (2008) aponta que as diversas dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem dos números decimais estão relacionadas a uma questão histórica do ensino dos números decimais, pois esses sempre foram ensinados associados a um sistema de medidas e a técnicas de operações dos inteiros naturais. Como consequência, os alunos enxergam os decimais, não como um número do conjunto dos racionais, mas como números naturais com uma vírgula.

Segundo Coll *et al* (2006) é relevante ter ciência dos conhecimentos que os alunos têm em relação a um determinado conteúdo. Nesse contexto, Belfort e Mandarino (2008a, p. 20) expõem que a "conceituação da operação de adição serve de base para boa parte de aprendizagens futuras em Matemática".

Portanto, é preciso levar em conta que os aspectos a serem explorados não podem se limitar a uma lista de fatos, conceitos, procedimentos ou atitudes, mas

---

[2] Quando numa operação empregamos números de um só algarismo, estamos diante de um fato básico. Em outras palavras, os fatos básicos são os cálculos de uma operação que devem ser realizados mentalmente, sem o auxílio do algoritmo (BELFORT; MANDARINO, 2008a, p. 24).

devem ser ampliados necessariamente para a relação ou relações estabelecidas entre os conhecimentos prévios e os novos conhecimentos a serem adquiridos pelos alunos.

(ii) “Conhecimentos prévios para a operação de subtração”.

A análise dos dados revelou que a maioria dos alunos desenvolveram as operações de subtração elencadas nessa pesquisa, fazendo uso do algoritmo da subtração sem reagrupamento e com recurso à ordem superior ou decomposição, conforme necessário em cada uma delas. Logo entende-se que, esses alunos apresentaram ter conhecimento prévio para resolver as operações elencadas nessa pesquisa apenas por esses processos.

Como o observado na operação de adição, muitos alunos demonstraram ter conhecimento prévio para desenvolver as operações de subtração com números naturais que não necessitam de reagrupamento em seu desenvolvimento. Pois, como Belfort e Mandarino (2008a, p. 20) apontam, a “subtração e a adição são operações inversas. Por exemplo, quando reúne objetos para desenvolver o significado da adição, a criança sente que pode também separá-los. Assim, ela vê que se 4 + 2 = 6, vale também que 6 – 2 = 4”.

Mas, diminuiu a quantidade de alunos que apresentaram ter conhecimento prévio para o desenvolvimento das operações de subtração que necessitavam de reagrupamento.

Essa falta de conhecimento prévio apresentada pelos alunos pode estar atrelada a uma das grandes dificuldades na aprendizagem do sistema de numeração que é relacionar o agrupamento com a escrita numérica, “o que implica compreender as regularidades da escrita e o significado numérico” (BRASIL, 2014, p. 37).

Para suprir essa lacuna, os alunos precisam ter domínio do princípio fundamental do sistema de numeração decimal, para assim, entenderem a função dos agrupamentos e das trocas.

Outro fato observado na análise dos dados, foi que diminuiu a quantidade de alunos que apresentaram ter conhecimento prévio para o desenvolvimento das operações de subtração que apresentaram, em sua composição, principalmente no minuendo, o algarismo zero.

Sobre o algarismo zero envolvido nos termos da operação, Belfort e Mandarino (2008a, p. 13-14) expõem que

> Para desenvolver um sistema posicional, o algarismo para representar o zero (0) é de importância fundamental. Essa ideia é a “chave” do sistema posicional: afinal, para que serve representar o “nada”? [...]
> Examinando o sistema de numeração decimal, vemos que o significado de um símbolo depende da posição que ele ocupa.
> Observe o número trezentos e cinquenta e quatro: 354.
> O símbolo colocado mais à direita da representação significa quatro unidades ou quatro.
> O algarismo 5, colocado imediatamente à sua esquerda, significa:
> · cinco dezenas, ou
> · cinco grupos de dez unidades cada ou ainda
> · cinquenta unidades
> O próximo algarismo à esquerda do cinco é o 3, que significa:
> · três centenas ou
> · 3 grupos de uma centena cada, ou
> · 30 grupos de uma dezena cada, ou ainda
> · trezentas unidades
> O quatro, o cinquenta e o trezentos somam trezentos e cinquenta e quatro, e isto é o que o 354 representa. Para escrever números como este, apenas nove símbolos seriam suficientes. No entanto, se eu quiser escrever o número duzentos e três, não poderia escrever 23, pois estaria usando a mesma representação para duas quantidades diferentes. Esta é a representação que usamos para o número vinte e três (isto é: dois grupos de uma dezena e mais três unidades).

Também, observou-se que os alunos não relacionaram o resto das operações com o valor dos termos, pois encontraram valores maiores nas diferenças do que nos termos.

O Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP1, 2007, p. 48) expõe que as estimativas de resultado devem ser sempre incentivadas, mas quando os valores envolvem grandes quantidades, torna-se necessário a utilização de técnicas operatórias, as quais não podem ser desenvolvidas pelos alunos sem que eles percebam a relação entre elas e as características do sistema de numeração decimal.

Novamente, como o observado na operação de adição, muitos alunos apresentaram não ter conhecimento prévio para o desenvolvimento das operações de subtração que envolvem número decimal.

Fato esse preocupante, pois a representação decimal está presente na vida desses alunos, “principalmente quando se trata de cálculos envolvendo dinheiro (reais e centavos)” (BRASIL, 2014, p. 11).

Logo, deve-se considerar que uma aprendizagem, segundo Ausubel (1973) é tanto mais significativa quanto mais relações com sentido o aluno for capaz de estabelecer entre o que já conhece, seus conhecimentos prévios e o novo conteúdo que lhe é apresentado como objeto de aprendizagem.

(iii) “Conhecimentos prévios para a operação de multiplicação”.

A análise dos dados revelou que todos os alunos que desenvolveram as operações de multiplicação elencadas nessa pesquisa, tentaram fazer uso do algoritmo usual. Pois, o significado de uma multiplicação refere-se, basicamente, às ideias e às ações subjacentes a ela. Por exemplo, para obter a resposta de 4 x 56, basta somar 56 quatro vezes. Nesse caso, a operação de multiplicação é vista como um caso particular da operação de adição, pois as parcelas envolvidas são todas iguais.

No entanto, seria simplório tratar a multiplicação tão somente como uma outra forma de adição, uma vez que essa abordagem seria insuficiente para que os alunos compreendessem e resolvessem outras situações relacionadas à operação de multiplicação.

Segundo Nunes e Bryant (1997), o raciocínio multiplicativo é diferente do raciocínio aditivo, pois o primeiro deles envolve relações fixas entre variáveis e ações de correspondência de um para muitos. Já o segundo, envolve ações de juntar, acrescentar e corresponder um a um.

Particularizando, dos alunos que fizeram uso do algoritmo usual, apenas, pouco mais de três quartos realizaram com sucesso a operação da multiplicação que não exigia o uso de reagrupamentos.

Mas, quando na composição dos números do multiplicando e/ou do multiplicador estavam presentes, principalmente, os algarismos 7 e 8, diminuiu, consideravelmente, a quantidade de alunos que realizaram com sucesso essas operações, pois no desenvolvimento das mesmas, passou a se fazer necessário o uso de reagrupamento.

Nesse contexto, destaca-se que os sujeitos dessa pesquisa demonstraram ter memorizado as tabuadas da multiplicação por 1, 2, 3 e 4, uma vez que essas tabuadas são fáceis de memorizar, como por exemplo, a tabuada do 2, pois mesmo que não praticando a contagem de dois em dois, os alunos que sabem realizar o ato de dobrar entendem, por exemplo, que 9 + 9 = 18, e portanto, recordarão facilmente que 2 x 9 = 18.

Logo, deve-se levar em consideração que a tabuada da multiplicação é parte integrante do currículo de Matemática do Ensino Fundamental, por isso, antes de defendê-la ou de atacá-la, é necessário pensar como a ensinar, pois ela “é importante para uma aprendizagem mais sólida de outros conceitos e técnicas aritméticas, como os algoritmos da multiplicação e da divisão” (BRASIL, 2014, p. 55).

Outro fato observado na análise dos dados, foi a falta de conhecimento prévio de reagrupamento e do valor posicional da ordem de grandeza dos números por parte dos alunos. Pode-se atribuir essa falta de conhecimento prévio, ao fato de que, provavelmente, os sujeitos dessa pesquisa não têm domínio da base dez que é o alicerce do sistema de numeração decimal, pois todo esse sistema “foi estruturado a partir da base 10. O pressuposto primordial dessa base é ter em mente que a leitura, escrita, comparação, composição, decomposição e todas as operações são realizadas a partir de agrupamentos de 10 em 10” (BRASIL, 2014, p. 29).

Portanto, é necessário traçar um plano de ação entre o que o aluno não conhece e o que precisa saber, para segundo Coll *et al* (2006), poder determinar quais são os conhecimentos prévios que devem ser trabalhados com os mesmos, para estes desenvolverem, corretamente, as operações de multiplicação.

(iv) “Conhecimentos prévios para a operação de divisão”.

A análise dos dados revelou que grande parte dos alunos não desenvolveram as operações de divisão elencadas nessa pesquisa. E, a maioria dos alunos que as desenvolveram, apresentaram apenas ter conhecimento prévio para resolver as operações de divisão com divisor na ordem da unidade simples, sem o algarismo zero intercalado no quociente.

Diante desse fato, observa-se o exposto no Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, p. 58) que, de todas as operações com números naturais

> aquela que traz as maiores dificuldades de cálculo é a divisão (pelo processo euclidiano, seja ele o “breve” ou o “longo”). Em geral, isso acontece porque as regras são passadas aos alunos, sem que eles tenham oportunidade de usar material de manipulação, de maneira que não conseguem perceber o processo de agrupamentos e trocas, na base 10, presente em tais regras.

A análise dos dados relacionados as operações de divisão elencadas nessa pesquisa vêm ao encontro da observação do Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, p. 58), permitindo afirmar que os alunos apresentaram dificuldades relacionadas as operações de multiplicação e subtração, as quais são necessárias para o desenvolvimento das operações de divisão, principalmente quando o dividendo é um número que ultrapassa 10 vezes o divisor, pois nesse caso, “somente a tabuada não dá o resultado esperado, sendo necessário fazer a divisão por etapas” (MEC/TP3, 2007, p. 58).

Outro fato observado, foi a falta de conhecimento prévio, por parte dos alunos, para desenvolverem com sucesso as operações de divisão que exigem o uso do algarismo zero intercalado no quociente.

Nesse contexto, o Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, p. 60) lembra que

> Ao fazer o registro da divisão realizada, é importante que o aluno registre as ordens ocupadas pelos algarismos do dividendo e as correspondentes ordens que serão ocupadas pelos algarismos do quociente.
> Embora possa parecer uma providência de pouca importância, ela tem se mostrado, didaticamente, bastante produtiva, pois previne erros muito comuns como, por exemplo, nos casos de ”zero intercalado” ou “zero na ordem das unidades”, no quociente.

Também, observou-se que os alunos não relacionaram o quociente das operações com o valor de seus termos, pois talvez não tenham conhecimento prévio para entender que “os algoritmos nada mais são que respostas adquiridas para perguntas futuras” (DEUS; TAHAN, 1998, p. 21).

Outro fato observado na análise dos dados, foi que a maioria dos alunos apresentaram não ter conhecimento prévio para o desenvolvimento das operações de divisão que envolvem número decimal.

Pode-se atribuir essa falta de conhecimento prévio, ao fato de que os sujeitos dessa pesquisa ao fazerem o registro da divisão realizada, em nenhum momento registraram as ordens ocupadas pelos algarismos do dividendo e as correspondentes ordens ocupadas pelos algarismos do quociente.

Nesse contexto, o Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I (MEC/TP3, 2007, p. 61) destaca que é muito importante retomar, sempre que necessário, as regras do sistema de numeração decimal, mesmo embora “possa parecer uma providência de pouca importância, ela tem se mostrado, didaticamente, bastante produtiva”. Logo, entende-se que é extremamente relevante ter conhecimento prévio do sistema de numeração decimal para resolver com sucesso as operações de divisão.

Finalizando, entende-se que propor atividades para verificar o nível de conhecimento prévio dos alunos sobre um conteúdo é extremamente relevante para planejar ações para um novo conteúdo a ser ensinado, pois a importância desse conhecimento serve para ancorar um novo saber a ser trabalhado em sala de aula.

Pois, com base nos documentos que delineiam o ensino da Matemática, percebe-se que os mesmos adotam uma estrutura curricular sequencial, de modo que a aquisição de certos conhecimentos e o desenvolvimento de certas capacidades depende de outros a adquirir e a desenvolver previamente.

Assim, sondar os conhecimentos prévios que os alunos no início do 1º Ano do Ensino Médio de dois colégios da rede pública estadual do município de Ponta Grossa apresentaram sobre as quatro operações fundamentais da aritmética se faz necessário, para respeitar a própria estrutura de uma disciplina cumulativa como a Matemática.

Além disso, nota-se que os conhecimentos prévios desempenham um papel fundamental na atividade da disciplina de Matemática, pois permitem agregar e unificar objetos, conceitos e linhas de raciocínio, e adaptar métodos e resultados conhecidos a novos conteúdos.

Logo, conhecer esses dados pode contribuir para um aprendizado efetivo dos alunos e para reflexões dos professores quanto as suas práticas metodológicas a serem utilizadas em sala de aula.

5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Fica a sugestão de um novo olhar para o ensino das quatro operações fundamentais da aritmética, sempre relacionando os termos das mesmas com o uso do Quadro Valor de Lugar, em todo o Ensino Fundamental e Médio para ancorar o conhecimento prévio necessário para a compreensão do valor posicional da ordem dos algarismos.

Outra sugestão é proporcionar aos alunos do Ensino Fundamental e Médio a oportunidade de rever e entender o uso do reagrupamento, por meio do sistema de numeração decimal, com o uso de material manipulável, por exemplo, o ábaco e o material dourado, para ancorar o conhecimento prévio para realizar as operações fundamentais da aritmética que exigem o uso de reagrupamento.

Sugere-se, também, um novo olhar para o ensino da tabuada, tendo como ponto de partida a Tábua de Pitágoras, para ancorar o conhecimento prévio necessário para desenvolver as operações de multiplicação e divisão.

Por fim, sugere-se pesquisar junto a profissionais graduados, que já possuem experiência profissional, o uso de atividades para verificar os conhecimentos prévios de seus alunos para determinado conteúdo e se fazem uso desse conhecimento para auxiliar no desenvolvimento do ensino escolar.

Logo, a semente plantada por esse trabalho pode dar frutos, uma vez que outros estudos podem ser desenvolvidos no sentido de implementar de modo viável, o conjunto de fatores percebidos nessa pesquisa.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David Paul. **Algunos aspectos psicológicos de la estrutuctura del conocimiento**. Buenos Aires: El Ateneo, 1973.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamerica, 1980.

BELFORT, Elizabeth; MANDARINO, Mônica. Matemática Fascículo 1 - Números Naturais. In: **Pró Letramento**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica, 2008a.

BELFORT, Elizabeth; MANDARINO, Mônica. Matemática Fascículo 2 – Operações com Números Naturais. In: **Pró Letramento**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica, 2008b.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. **Anuário Brasileiro da Educação Básica 2012**. São Paulo: Editora Moderna, 2012. Disponível em http://www.moderna.com.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId=8A8A8A83376FC2C9013776334AAE47F0. Acesso em: 05 de jan. de 2014.

BRASIL. **Todos pela Educação**. Disponível em http://www.todospelaeducacao.org.br/educacao-na-midia/indice/23037/apenas-11-dos-alunos-sabem-matematica-ao-fim-do-ensino-medio-mostra-anuario. Acesso em: 10 de jan. de 2014.

BRASIL. **SAEB/Prova Brasil, 4ª série/5º ano Ensino Fundamental – Matemática**: orientações para o professor. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Construção do Sistema de Numeração Decimal / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASIL/SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Séries Finais de Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 1998.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Tradução de Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008.

CHEVALLARD, Yves; BOSH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas o Elo entre o Ensino e a Aprendizagem**. Porto Alegre: Arimed, 2001.

COLL, César et al. **O construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ática, 2006.

Coll, César. **Aprendizagem escolar e construção de conhecimentos**. Porto Alegre, Artmed, 2002.

CORRÊA, Jane; MEIRELES, Elisabet de Sousa. A Compreensão Intuitiva da Criança acerca da Divisão Partitiva de Quantidades Contínuas. **Estudos de Psicologia**, Natal, v. 5, n. 1, Natal, 2000. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1413-294X2000000100002&script=sci_arttext&tlng=pt. Acesso: 20 dez. 2014, p. 11 -31.

D'AUGUSTINE, Charles H. **Métodos modernos para o ensino da matemática**. Tradução de Maria Lucia F. E. Peres. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1976.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: vivência e construção. 3º Ano. São Paulo: Ática, 2000.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. 6º Ano. São Paulo: Ática, 2010.

DEUS, Jorgina de Fátima Pereira de; TAHAN, Simone Panocchia. Algoritmos de multiplicação e divisão. In: **Cadernos da TV Escola**: PCN na Escola/Coordenação Geral Vera Maria Arantes. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação a Distância, Secretaria de Educação Fundamental,1998.

FERNANDES, Elisângela. O que cada um sabe é a ponte para saber mais. In: **Revista Nova Escola**, edição 240, março, 2011.

FONSECA, Vitor. **Introdução às dificuldades de aprendizagem**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

GIL, Antônio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Editora Atlas S. A., 2008.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A Conquista da Matemática**. 3º Ano. São Paulo: FTD, 2011a.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A Conquista da Matemática**. 4º Ano. São Paulo: FTD, 2011b.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A Conquista da Matemática**. 5º Ano. São Paulo: FTD, 2011c.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A Conquista da Matemática**. 6º Ano. São Paulo: FTD, 2011d.

KAMII, Constance; JOSEPH, Linda Leslie. **Crianças Pequenas Continuam Reinventando a Aritmética**: implicações da teoria de Piaget (series iniciais). Trad. Vinicius Figueira. Porto Alegre: Artmed, 2005.

LAUTERT, Síntia Labres; SPINILLO, Alina Galvão. As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão. **Psicologia**: Teoria e Pesquisa, V. 18, n. 3, Brasília, set/dez 2002. Scielo. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0102-37722002000300002&script=sci_arttext&tlng=pt. Acesso em: 2 mar. 2014. p. 237-246.

LOUREIRO, Cristina. Em defesa da utilização da calculadora algoritmos com sentido numérico. In: **Educação e Matemática**, nº 77, Março/Abril, 2004.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MATSUBARA, Roberto; ZANIRATTO, Ariovaldo Antônio. **Big Mat**. 5ª Série. São Paulo: IBEP, 2002.

MEC/TP1. Caderno Teoria e Prática 1. Planejando o ensino da Matemática. In: **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar I**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica, 2007.

MEC/TP3. Caderno Teoria e Prática 3. Matemática: operações com números naturais. In: **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar I**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica, 2007.

MEC/TP8. Caderno Teoria e Prática 8. Matemática: operações com números racionais. In: **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar I**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica, 2007.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de aprendizagem.** 2. ed. ampl. São Paulo: EPU, 2011.

MOREIRA, Marco Antônio; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem significativa:** a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

NICOLAI, Ronaldo. Algumas técnicas operatórias (de outros tempos e de outros lugares). In: **Explorando o ensino da Matemática**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica, 2004.

NOVAK, Joseph David. **Apreender, criar e utilizar o conhecimento**: Mapas conceituais como ferramentas de facilitação nas escolas e empresas. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1998.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia**. Rio de Janeiro: Forense, 1969.

PRIETO, Andrea Cristina Sória. “Vai um”? “Empresa um”? O que isso significa exatamente? In: **Planeta Educação**, 2006. Disponível em: http://www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=590. Acessado em 05 de fev. 2014.

PROGRAMA EDUC@R. **A técnica da compensação**. 1996. Disponível em: http://educar.sc.usp.br/matematica/m2p1t5.htm. Acesso em 15 de jan. de 2014.

PROGRAMA EDUC@R. **A técnica do "vai um.** 1996. Disponível em: http://educar.sc.usp.br/matematica/m2p1t5.htm. Acesso em 15 de jan. de 2014.

PROGRAMA EDUC@R. **Usando o ábaco para adicionar**. 1996. Disponível em: http://educar.sc.usp.br/matematica/m2p1t5.htm. Acesso em 15 de jan. de 2014.

PROGRAMA EDUC@R. **Utilizando o ábaco para subtrair.** 1996. Disponível em: http://educar.sc.usp.br/matematica/m2p1t5.htm. Acesso em 15 de jan. de 2014.

RIBAS, João Luiz Domingues. Ensino de Matemática num enfoque cotidiano. In: (Org.) NADAL, Beatriz Gomes. **Práticas Pedagógicas nos Anos Iniciais**: concepção e ação. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2007.

SMOLE, Katia Stocco; MUNIZ, Cristiano Alberto. **Matemática em sala de aula**. São Paulo: Editora Penso, 2013.

SOUZA, Eliana da S. **A prática social do cálculo escrito na formação de professores**: a história como possibilidade de pensar questões do presente. 278 f. Teses (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-graduação, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2004. CD-ROM.

TEIXEIRA, Leny. R. M. Dificuldades e Erros na Aprendizagem da Matemática. In: **Encontro Paulista de Educação Matemática**, USP/SP. Anais do VII EPEM, São Paulo: SBEM, 2004.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática da Matemática**: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

USISKINJ, Zalman. Paper-and-Pencil Algorithms in a Calculator-and-Computer Age. In: KENNEY, Margaret J.; MORROW, Lorna J. **Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematics**. Virgínia: NCTM, 1998.

APÊNDICE

APÊNDICE 1: Atividade com operações de adição, subtração, multiplicação e divisão

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA

Informações para o(a) participante voluntário(a):

Você está convidado(a) a responder este questionário que faz parte da coleta de dados da pesquisa **"CONHECIMENTO PRÉVIO DOS ALUNOS INGRESSOS NO ENSINO MÉDIO SOBRE A RESOLUÇÃO DOS ALGORITMOS DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS"** sob responsabilidade do mestrando Professor João Luiz Schirlo.

Caso você concorde em participar da pesquisa, leia com atenção os seguintes pontos: a) você é livre para, a qualquer momento, recusar-se a responder às perguntas que lhe ocasionem constrangimento de qualquer natureza; b) sua identidade será mantida em sigilo; c) caso você queira, poderá ser informado(a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa; d) **não poderá fazer consulta a nenhum tipo de material, seja ele, escrito ou eletrônico, como por exemplo, calculadora**.

QUESTIONÁRIO:

Nome: ____

Idade: ____

Com quem mora?

( ) pai ( ) mãe ( ) avó ( ) avô ( ) tia ( ) tio ( ) irmão ( ) outro

Sempre estudou em escola pública? ( ) Sim ( ) Não

Já reprovou de ano? ( ) Sim ( ) Não

Se sim, em qual(ais) disciplina(s)? ______________________________

Em quais escolas já estudou? ___________________________________

Apresenta dificuldade na aprendizagem de Matemática? ( ) Sim ( ) Não

Se sim, qual é essa dificuldade? ________________________________

Apresenta dificuldades na aprendizagem de outras disciplinas? Quais disciplinas? Qual dificuldade? ________________________________

Efetue as seguintes adições, deixando todos os cálculos que realizou:

a) 501 + 6342 =	b) 975 + 9877 =
c) 8 + 2,04 =	d) 88 + 167,03 =
e) 20,3 + 40,25 =	f) 88,5 + 6,77 =

Responda:

a) Quantas vezes você já resolveu ou tentou resolver uma adição (soma)?

(   )10   (   )20   (   )50   (   )100   (   )200   (   )outra ____________________

b) Você sabe resolver uma adição (soma)? (   ) Sim   (   ) Não

Por quê? ____

c) Qual dificuldade você tem para resolver uma adição?

____

Efetue as seguintes subtrações deixando todos os cálculos que realizou:

a) 1988 – 930 =	b) 134 – 57 =
c) 205 – 51 =	d) 1005 – 998 =
e) 8,45 – 2 =	f) 9 – 8,25 =
g) 5,75 – 3,43 =	h) 14,3 – 6,87 =

Responda:

a) Quantas vezes você já resolveu ou tentou resolver uma subtração (diferença)?

( )10 ( )20 ( )50 ( )100 ( )200 ( )outra ______________________

b) Você sabe resolver uma subtração (diferença)? ( ) Sim ( ) Não

Por quê? ____

c) Qual dificuldade você tem para resolver uma subtração (diferença)?

____

Efetue as seguintes multiplicações, deixando todos os cálculos que realizou:

a) 302 x 23 =	b) 87 x 423 =
c) 213 x 2,3 =	d) 48 x 4,07 =
e) 11,02 x 3,2 =	f) 7,23 x 8,6 =

Responda:

a) Quantas vezes você já resolveu ou tentou resolver uma multiplicação?

(   )10   (   )20   (   )50   (   )100   (   )200   (   )outra ____________________

b) Você sabe resolver uma multiplicação? (   ) Sim   (   ) Não

Por quê? ____

c) Qual dificuldade você tem para resolver uma multiplicação?

____

Efetue as seguintes divisões, deixando todos os cálculos que realizou:

a) 474 ÷ 3 =	b) 535 ÷ 5 =
c) 432 ÷ 12 =	d) 14112 ÷ 14 =
e) 57 ÷ 4 =	f) 75 ÷ 12 =
g) 5,75 ÷ 5 =	h) 7,56 ÷ 14 =
i) 6,6 ÷ 3,3 =	j) 2,20 ÷ 0,2 =

Responda:

a) Quantas vezes você já resolveu ou tentou resolver uma divisão?

(   )10   (   )20   (   )50   (   )100   (   )200   (   )outra ______________________

b) Você sabe resolver uma divisão? (   ) Sim   (   ) Não

Por quê? ____

c) Qual dificuldade você tem para resolver uma divisão?

____