

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E CIÊNCIA DE  
MATERIAIS

DÉBORA CRISTIANE SAMPAIO DE OLIVEIRA

ANÁLISE MULTIFRACTAL DA DINÂMICA DA RUPTURA MECÂNICA E  
FRAGMENTAÇÃO POR IMPACTO EM CERÂMICA

PONTA GROSSA

2021

DÉBORA CRISTIANE SAMPAIO DE OLIVEIRA

ANÁLISE MULTIFRACTAL DA DINÂMICA DA RUPTURA MECÂNICA E  
FRAGMENTAÇÃO POR IMPACTO EM CERÂMICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciência de Materiais como requisito parcial à obtenção de título de Mestre em Engenharia e Ciência de Materiais.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup>Dr<sup>a</sup>. Adriana Scoton  
Antônio Chinelatto

Co-Orientador: Prof. Dr. Lucas Máximo  
Alves

PONTA GROSSA

2021

O48 Oliveira, Débora Cristiane Sampaio de  
Análise Multifractal da Dinâmica da Ruptura Mecânica e Fragmentação por Impacto em Cerâmica / Débora Cristiane Sampaio de Oliveira. Ponta Grossa, 2021.  
134 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Ciência de Materiais - Área de Concentração: Desenvolvimento e Caracterização de Materiais), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientadora: Profa. Dra. Adriana Scoton Antonio Chinelatto.  
Coorientador: Prof. Dr. Lucas Máximo Alves.

1. Porcelana. 2. Impacto. 3. Fractal. 4. Tensão de Fratura. 5. Weibull. I. Chinelatto, Adriana Scoton Antonio. II. Alves, Lucas Máximo. III. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Desenvolvimento e Caracterização de Materiais. IV.T.

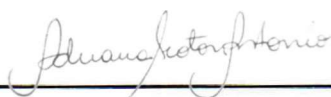
CDD: 620.14

DÉBORA CRISTIANE SAMPAIO DE OLIVEIRA

ANÁLISE MULTIFRACTAL DA DINÂMICA DA RUPTURA MECÂNICA E  
FRAGMENTAÇÃO POR IMPACTO EM CERÂMICA

Dissertação apresentada para à obtenção de título de Mestre em Engenharia e  
Ciência de Materiais na Universidade Estadual de Ponta Grossa. Área de  
concentração: Desenvolvimento e Caracterização de Materiais.

Ponta Grossa, 29 de janeiro de 2021.



---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Adriana Scoton Antonio Chinelatto  
Doutora em Ciências e Engenharia de Materiais  
Universidade Estadual de Ponta Grossa — UEPG



---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Marilena Valadares Folgueras  
Doutora em Ciências e Engenharia de Materiais  
Universidade do Estado de Santa Catarina- UDESC



---

Prof. Dr. Adolfo Nicolas Posadas Durand  
Doutor em Física  
Agrientech Ltda. — São Carlos



Dedico este trabalho a toda minha família, que me apoiam e me incentivam a seguir em frente sempre e nunca desistir perante as dificuldades.

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, por ser à base da minha vida.

A minha Orientadora Prof.<sup>a</sup>Dr<sup>a</sup>. Adriana Scoton Antônio Chinelatto, pelo incentivo, por todo conhecimento repassado, apoio e orientação deste trabalho.

Ao meu Co-Orientador Dr<sup>o</sup> Prf<sup>o</sup> Lucas Máximo Alves, por todo apoio, incentivo, conhecimento e auxílio em todo momento do trabalho.

Aos meus pais, Araci e Adelbar (in memoriam), por me incentivarem e darem condições de eu ir atrás dos meus objetivos.

Ao meu esposo Alberto e filha Isadora por todo incentivo e amor.

Ao meu irmão, irmã, cunhado e sobrinhos por todo carinho e apoio.

Ao meu amigo e Prof. Robson Couto da Silva, por todo apoio e ensinamento.

Aos meus colegas de mestrado e especialmente a Ketlhin pela paciência e ajuda durante este período.

Ao CLabmu e aos Técnicos do Laboratório de Pós-Graduação: Douglas, Milton e Dirceu pela realização dos ensaios solicitados.

A Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela qualidade e dedicação de todos os professores e funcionários envolvidos no curso de Pós-Graduação de Engenharia e Ciências de Materiais, em especial a Selma.

## RESUMO

Muitos fenômenos de transporte de massa, percolação, fratura e fragmentação existente na natureza não podem ser explicados usando somente a geometria euclidiana, por isto tem-se a necessidade de se utilizar outras geometrias, como a Geometria Fractal ou Multifractal. Assim diferentes objetos com estruturas irregulares formados por meio desses fenômenos, tais como, cristais de gelo, fragmentos, cadeia de montanhas, agregados de partículas, precisam ser estudados e descritos usando fractais. Neste trabalho estudou-se a ruptura mecânica através do impacto balístico e a fragmentação em porcelana silicosa, porcelana aluminosa, alumina por meio da geometria fractal e multifractal, comparando com os valores do vidro e do acrílico. As cerâmicas são materiais frágeis em relação à ruptura mecânica e, devido a este comportamento, o padrão de dissipação de energias formado por trincas seguem uma geometria irregular, que pode ser caracterizada como uma geometria fractal. Os corpos de provas para o estudo foram moldados em forma de discos para a realização do ensaio de impacto balístico e de barras para o ensaio de flexão de três pontos. Os corpos de provas de vidro e acrílico foram comprados comercialmente com diâmetros e espessuras pré-determinados. Com os dados obtidos a partir dos ensaios de impacto balístico foram feitas análises estatística e gráfica da fração de massa dos fragmentos em função da probabilidade de falha dada pela fração de fragmentos menores  $F(\leq m)$  para uma mesma energia de impacto. Com esse gráfico de fragmentação também se obteve a tenacidade do material. A entropia termodinâmica e multifractal de fragmentação do material foram calculadas usando as definições de Shannon, Renyi e Tsallis e comparando os resultados obtidos entre elas e a relação com os materiais estudados. A análise multifractal foi realizada através do cálculo da dimensão fractal e do espectro multifractal. O método desenvolvido é econômico, uma vez que, para se obter o módulo Weibull não é necessário um ensaio destrutivo de um número grande de corpos de prova. A metodologia aqui demonstrada também poderá aumentar a confiabilidade na produção de materiais cerâmicos dados as características multifractais desses materiais.

**Palavras chaves:** Porcelana, Impacto, Fragmentos, Entropia, Tensão de Fratura, Weibull.

## ABSTRACT

Many phenomena of mass transport, percolation, fracture and fragmentation existing in nature cannot be explained using only Euclidean geometry, so there is a need to use other geometries, such as Fractal or Multifractal Geometry. Thus, different objects with irregular structures formed through these phenomena, such as ice crystals, fragments, mountain ranges, aggregates of particles, need to be studied and described using fractals. In this work, mechanical rupture through ballistic impact and fragmentation into siliceous porcelain, aluminous porcelain, alumina by means of fractal and multifractal geometry were studied, comparing with the values of glass and acrylic. Ceramics are fragile materials in relation to mechanical breakage and, due to this behavior, the energy dissipation pattern formed by cracks follows an irregular geometry, which can be characterized as a fractal geometry. The samples for the study were shape in the form of discs to perform the ballistic impact test and bars for the three-point flexion test. The glass and acrylic sample were purchased commercially with predetermined diameters and thicknesses. With the data obtained from the ballistic impact tests, statistical and graphical analyzes of the mass fraction of the fragments were performed as a function of the failure probability given by the fraction of smaller fragments  $F(\leq m)$  for the same impact energy. This fragmentation graph also obtained the toughness of the material. The thermodynamic and multifractal entropy of material fragmentation was calculated using the definitions of Shannon, Reny and Tsallis and comparing the results obtained between them and the relationship with the studied materials. The multifractal analysis was performed by calculating the fractal dimension and the multifractal spectrum. The developed method is economical, since, in order to obtain the Weibull module, it is not necessary to destructively test a large number of specimens. The methodology demonstrated here may also increase the reliability in the production of ceramic materials given the multifract characteristics of these materials.

**Keywords:** Porcelain, Impact, Fragments, Entropy, Tensile Strength

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3-1- Ilustração esquemática de um diagrama de fase ternário do sistema caulim-quartzo-feldspato .....	16
Figura 3-2 – Evolução da microestrutura em porcelana triaxial.....	22
Figura 3-3 - Representação dimensional do composto $A_2O_3$ : A) apresenta simetria (cristal) e B) não apresenta simetria (vidro) .....	26
Figura 3-4 – Representação das trincas formadas em placas frágeis por impactos laterais.....	28
Figura 3-5 – Exemplo de aparelho de ensaio de impacto mecânico.....	30
Figura 3-6 – Exemplo de equivalência da Teoria de Weibull e Brown .....	36
Figura 3-7 – Comparação entre Geometria Euclidiana e Fractal .....	42
Figura 3-8 – Níveis de construção de um fractal imerso em dimensão.....	43
Figura 3-9 – Fractal Linear .....	43
Figura 3-10 – Superfície Irregular ou Rugosa .....	44
Figura 3-11 – Processo Box-Counting .....	45
Figura 3-12 – Processo Sand Box.....	46
Figura 3-13 – Imagem do Espectro Multifractal.....	50
Figura 4-1 - Exemplificação da relação da densidade de energia com a tensão de fratura.....	61
Figura 4-2 - Máquina de ensaio de impacto mecânico.....	62
Figura 4-3 - Esquema de trinca superficial e na espessura do corpo.....	63
Figura 4-4 - Equipamento de ensaio de impacto balístico.....	64
Figura 5-1 – Análise Granulométrica .....	67
Figura 5-2 - Difração de Raios -X das matérias-primas: (a) Caulim, (b) Quartzo, (c) Argila, (d) Feldspato e (e) Alumina.....	68
Figura 5-3 – Difração de Raios X da Composição 1- Porcelana Silicosa .....	71
Figura 5-4 - Difração de Raios X da Composição 2 – Porcelana Aluminosa.....	72
Figura 5-5 – Difração de Raios X da Alumina. ....	72
Figura 5-6 – Imagens de MEV da composição 1, mostrando as fases cristalinas presente na porcelana silicosa.....	73
Figura 5-7 – Imagens de MEV da composição 2, mostrando as fases cristalinas de uma porcelana aluminosa. ....	74
Figura 5-8 – MEV da Composição 3 - 100% Alumina .....	75

Figura 5-9 – Gráfico da Frequência $F(<m/m_0)$ em função da massa dos fragmentos ( $m/m_0$ ).....	76
Figura 5-10 – Representação gráfica da escala logarítmica: a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico. ....	78
Figura 5-11 - Representação gráfica da escala logarítmica com eliminação dos pontos dispersos. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico. ....	81
Figura 5-12– Representação Gráfica dos valores de $D_q \times q$ , a) Porcelana Silicosa, b) Porcelana Aluminosa, c) Alumina, d) Vidro, e) Acrílico. ....	85
Figura 5-13– Espectro Multifractais: a) Porcelana Silicosa, b) Porcelana Aluminosa, c) Alumina, d) Vidro, e) Acrílico. ....	89
Figura 5-14 – Gráficos da Entropia de Renyi. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico. ....	92
Figura 5-15 - Gráficos da Entropia de Tsallis. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico. ....	94
Figura 5-16 – Gráficos da relação entre o $\ln[m/mt]$ com a Entropia de Renyi. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico.....	96
Figura 5-17 - Gráficos da relação entre o $\ln[m/mt]$ com a Entropia de Tsallis. a) Porcelana Composição 1. b) Porcelana Composição 2. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico. ....	98
Figura 5-18 – Gráficos Densidade de Energia ( $u$ ) por Tensão de Fratura ( $\sigma_f$ ) com aplicação do ajuste linear. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico. ....	101
Figura 5-19 - Gráficos Densidade de Energia ( $u$ ) por Tensão de Fratura ( $\sigma_f$ ) com aplicação do ajuste polinomial. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico .....	104
Figura 5-20 – Superfície de fratura obtida por MEV das faces fraturadas do acrílico. ....	106
Figura 5-21 - Superfície de fratura das faces fraturadas do vidro obtida por MEV..	107
Figura 5-22 – Superfície de fratura da Porcelana Silicosa obtida por MEV.....	108
Figura 5-23 – Superfícies de fratura da Porcelana Aluminosa, obtidas por MEV..	109
Figura 5-24 – Superfícies de fratura da Alumina, obtidas por MEV.....	110

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1– Origem das Matérias Primas .....	55
Tabela 4.2– Composição das Porcelanas e da Alumina .....	57
Tabela 5.1 - Análise Química das matérias primas .....	66
Tabela 5.2 – Valores médios da granulometria .....	67
Tabela 5.3 – Resultado de densidade aparente, porosidade aparente e absorção de água das composições estudadas. ....	70
Tabela 5.4 - Resultado da análise fractal da fratura dos materiais: porcelana silicosa, porcelana aluminosa, alumina, vidro e acrílico. ....	79
Tabela 5.5 - Resultado da análise fractal da fratura dos materiais, com a eliminação de alguns pontos: vidro, porcelana silicosa, porcelana aluminosa, alumina e acrílico .....	83
Tabela 5.6 – Dados comparativos dos Valores do estudo (1) anteriormente realizado.....	84
Tabela 5.7 - Dados Comparativos entre ajuste linear e polinomial .....	84
Tabela 5.8– Valores da Análise Multifractal da Porcelana Silicosa, Porcelana Aluminosa, Alumina, Vidro e Acrílico.....	88
Tabela 5.9- Valores de $q=0$ , obtidos através do espectro multifractal .....	91
Tabela 5.10 – Valores de entropia .....	91
Tabela 5.11– Valores médios de Tensão de Fratura do ensaio de flexão em três pontos.....	100
Tabela 5.12 – Valores médios da densidade de energia. ....	101
Tabela 5.13- Valores comparativos dos ajustes linear e polinomial .....	105

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>2 OBJETIVOS.....</b>	<b>14</b>
2.1 OBJETIVOS GERAIS.....	14
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	14
<b>3 REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>15</b>
3.1 PORCELANA .....	15
3.1.1 Matérias-Primas .....	16
3.1.1.1 Argila .....	17
3.1.1.2 Caulim .....	18
3.1.1.3 Alumina .....	20
3.2 MICROESTRUTURA DAS PORCELANAS.....	21
3.3 PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS PORCELNAS .....	23
3.4 VIDRO.....	25
3.5 ACRÍLICO .....	26
3.6 RUPTURA POR IMPACTO .....	27
3.7 REGIÃO DE IMPACTO BALÍSTICO .....	28
3.7.1 Máquina de Impacto Balístico .....	29
3.8 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DA FRAGMENTAÇÃO POR IMPACTO BALÍSTICO.....	31
3.8.1 Probabilidade de Fratura .....	31
3.8.2 Fração de Massa Fragmentada .....	32
3.8.3 Equivalência entre o Impacto Balístico e Weibull.....	34
3.9 GEOMETRIA EUCLIDIANA .....	36
3.10 GEOMETRIA FRACTAL.....	37
3.10.1 Fractais.....	38
3.10.1.1 Fractais auto similares.....	38
3.10.1.2 Fractais auto afins .....	39
3.11 DIMENSÃO FRACTAL.....	39
3.12 MEDIDA FRACTAL .....	40
3.12.1 Dimensão de um Objeto.....	41
3.12.2 Comparação entre Geometria Euclidiana e Fractal.....	41
3.13 DIMENSÃO PELO PROCESSO BOX-COUNTING.....	44
3.14 DIMENSÃO PELO PROCESSO SAND-BOX.....	45
3.15 MULTIFRACTAIS .....	47
3.15.1 Espectro Multifractal .....	50
3.16 ENTROPIA E TENACIDADE AO IMPACTO .....	51
<b>4 MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>55</b>
4.1 MATÉRIAS PRIMAS .....	55
4.2 CARACTERIZAÇÃO DAS MATÉRIAS PRIMAS .....	56
4.2.1 Difração de Raios X.....	56
4.2.2 Fluorescência de Raios X.....	56
4.2.3 Tamanho e distribuição de tamanhos de partículas. ....	56
4.3 PREPARAÇÃO DAS COMPOSIÇÕES .....	56
4.4 CONFORMAÇÃO DOS CORPOS DE PROVAS.....	57



4.5 CORPOS DE PROVA DE ACRÍLICO E VIDRO .....	58
4.6 SINTERIZAÇÃO DOS CORPOS DE PROVA .....	58
4.7 CARACTERIZAÇÃO DOS CORPOS DE PROVA.....	58
4.7.1 Densidade aparente (DA).....	59
4.7.2 Porosidade aparente .....	59
4.7.3 Absorção de água .....	59
4.7.4 Difração de raios X.....	60
4.7.5 Microscopia eletrônica de varredura (MEV) .....	60
4.8 ESTUDO DO MÓDULO DE RUPTURA À FLEXÃO EM TRÊS PONTOS.....	60
4.9 ESTUDO DE IMPACTO BALÍSTICO EM DISCOS .....	62
4.10 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL UTILIZADO NO ENSAIO DE IMPACTO.....	63
4.11 CÁLCULO MATEMÁTICO DAS ENTROPIAS.....	64
 <b>5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>66</b>
5.1 FLUORESCÊNCIA DE RAIOS X .....	66
5.2 TAMANHO E DISTRIBUIÇÃO DE TAMANHOS DE PARTÍCULAS .....	67
5.3 DIFRAÇÃO DE RAIOS X .....	68
5.4 CARACTERIZAÇÕES DOS CORPOS DE PROVAS APÓS SINTERIZAÇÃO....	70
5.5 ANÁLISE FRACTAL DA FRATURA POR IMPACTO .....	76
5.6 ESTUDO DA TENACIDADE DO MATERIAL .....	77
5.7 ANÁLISE MULTIFRACTAL .....	85
5.7.1 Análise da Dimensão Fractal.....	85
5.7.2 Análise do espectro multifractal $f(\alpha)$ .....	89
5.8 ENTROPIA TERMODINÂMICA E MULTIFRACTAL .....	91
5.9 RELAÇÃO ENTRE DENSIDADE DE ENERGIA E TENSÃO DE RUPTURA ....	100
5.10 MICROSCOPIA ELETRÔNICA DE VARREDURA (MEV) - SUPERFÍCIES FRATURADAS.....	106
 <b>6 CONCLUSÃO .....</b>	<b>111</b>
 <b>7 TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>113</b>
 <b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>114</b>
 <b>APÊNDICES .....</b>	<b>124</b>

## 1 INTRODUÇÃO

No decorrer dos tempos à necessidade de estudar formas irregulares mostrou que a Geometria Euclidiana não era suficiente para estudar estas formas, com isto surgiu a Geometria Fractal.

A Geometria Fractal é uma vertente da matemática, a qual estuda formas irregulares, desde formas da natureza, como formação de cristais e montanhas e também como elementos na área de pesquisa, como fragmentação, fraturas e agregado de partículas.

Os fractais são conjuntos de formas irregulares ou fragmentadas, que tem essencialmente a mesma estrutura em todas as escalas. Já o multifractal é uma composição de fractais.

As cerâmicas possuem um comportamento frágil, em relação à ruptura mecânica. Este comportamento faz com que o padrão de dissipação de energia formado por trincas siga uma geometria irregular. Esta geometria irregular das trincas atualmente é caracterizada como uma geometria fractal.

Pela técnica de impacto é possível obter-se parâmetros importantes, tais como tensão de ruptura e tenacidade, na caracterização da resistência mecânica de corpos sólidos cerâmicos para aplicações em fenômenos de impacto e processos de fratura dinâmica com alta velocidade de propagação de trincas.

Alguns estudos já foram realizados sobre o comportamento fractal de uma trinca em porcelanas. Com as massas dos fragmentos obtidos pelo ensaio de impacto balístico, foram analisados os valores da probabilidade de falha e tenacidade dos materiais. (1)

O intuito deste trabalho foi realizar o ensaio de impacto balístico nas porcelanas silicosa, aluminosa e alumina e através das massas dos fragmentos destes materiais obtidos pelo ensaio, foi realizado um refinamento nas análises já estudadas (1) verificando qual o comportamento do expoente de Weibull, utilizando um número reduzido de corpos de provas em formato de disco.

Também foi estudada a relação entre a tensão de ruptura obtida pelo ensaio de flexão em três pontos e a densidade de energia, obtida através de cálculo, sendo este estudo uma hipótese a ser confirmada.

Com os dados das massas dos fragmentos, foi calculada as entropias de Shannon, Renyi e Tsallis dos materiais, verificando a relação entre elas e os materiais estudados.

A análise multifractal foi realizada, usando como base os valores das massas obtidas dos fragmentos e foi verificado, pelo cálculo da dimensão fractal e do espectro multifractal, se os materiais ensaiados no impacto apresentaram um comportamento monofractal ou multifractal.

Para o estudo padrão de trinca por impacto necessita de um corpo de prova, que possa apresentar trincas em todas as direções. Devido a isto o formato dos corpos de prova necessitou ser em forma de disco, o que permite estudar as trincas em todas as direções, o que não ocorre no corpo de prova em barra. O disco durante o ensaio de impacto se comporta como se diversas barras estivessem sendo ensaiadas num giro de  $360^\circ$ .

Esta medida tomada torna o experimento viável, matematicamente mais simples por causa da simetria radial, sendo capaz de apresentar os resultados de padrões desejados.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 OBJETIVOS GERAIS

Este trabalho teve como objetivo realizar o estudo do impacto, fragmentação e análise fractal e multifractal de porcelanas silicosas, porcelanas aluminosas, alumina, tendo como comparativo os valores do vidro e acrílico.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos deste projeto são:

Preparação e sinterização de corpos-de-prova na forma de discos e de barras de alumina, porcelana silicosa e porcelana aluminosa.

- Análise estatística e gráfica da fração de massa dos fragmentos em função da probabilidade de falha dada pela fração de fragmentos menores  $F(\leq m)$  para uma mesma energia de impacto, obtidas a partir de ensaios de impacto numa máquina de impacto balístico nos discos de porcelanas, alumina, vidro e acrílico.
- Determinação e avaliação da tenacidade dos materiais por meio dos gráficos de fragmentação.
- Verificação da relação entre a tensão de ruptura, obtida a partir do ensaio de flexão em três pontos, e a densidade de energia da fragmentação do material, obtido por cálculo.
- Cálculo da entropia termodinâmica e multifractal de fragmentação dos materiais utilizando as entropias de Shannon, Renyi e Tsallis, correlacionando com os materiais.
- Realização da análise multifractal das porcelanas e alumina, através das massas dos fragmentos obtidos pelo ensaio de impacto balístico.

### 3 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo serão abordados os conceitos básicos sobre as características e propriedades das cerâmicas e alumina e a teoria sobre a geometria fractal e multifractais, além do ensaio de impacto e entropias.

#### 3.1 PORCELANA

Porcelanas são cerâmicas produzidas com matérias-primas naturais e utilizadas na fabricação de uma grande variedade de produtos cerâmicos (2). A porcelana foi inventada pelos chineses e produzida durante a dinastia T'ang (618-907 D.C.). É uma cerâmica branca, fina e translúcida que possui um som metálico quando tocada (3).

Desde sua descoberta, a porcelana apresenta excepcional prestígio tanto no Extremo Oriente como no mundo ocidental. A produção de porcelana se restringiu à China, Coreia e Japão até o século XVIII, tendo sido levada à Europa no século XVI pela Companhia das Índias e as grandes navegações. (4)

Somente após o século XVIII, a Europa conseguiu desenvolver uma porcelana de alta qualidade. No começo do século XIX, as principais classes de porcelanas já haviam sido desenvolvidas. (5)

Apesar de a porcelana ser conhecida há séculos e ter sido extensivamente estudada durante a primeira metade do século XX, a busca do entendimento do desenvolvimento microestrutural ganhou novo impulso com a diversidade de aplicações e o avanço de técnicas de análise de microestrutura, especificamente Microscopia Eletrônica de Varredura (MEV) e Transmissão (MET) associadas com Microanálise por Energia Dispersiva (EDS). (2,6)

Nos materiais cerâmicos, a análise da microestrutura é empregada para explicar diferentes propriedades e, conseqüentemente, diferentes aplicações para os materiais. Através da microestrutura observa-se a proporção e composição das fases presentes, tamanho e orientação dos grãos, porosidade. (7)

As porcelanas são fabricadas a partir de massas triaxiais, as quais recebem esta denominação por ser uma mistura de três tipos de matérias-primas diferentes. Estas matérias-primas influenciam tanto na etapa de conformação do produto, quanto

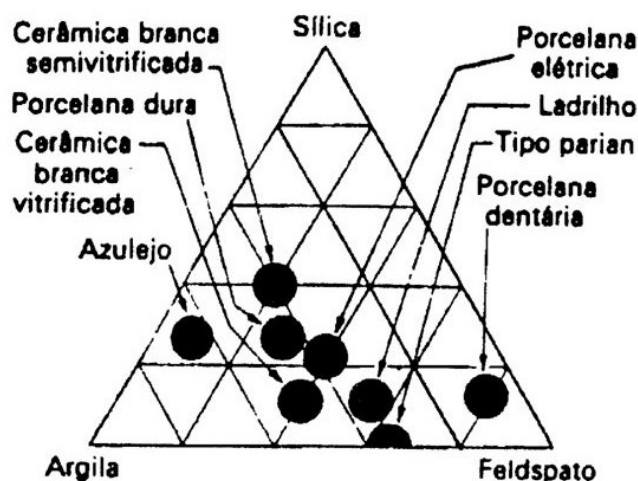
na etapa da queima, determinando a estrutura final do material e suas propriedades (8).

As porcelanas exibem diversas aplicações, pois suas características físicas, químicas e mecânicas variam em função da sua composição química. (9–11)

As matérias-primas utilizadas na fabricação de porcelanas triaxiais são: a argila, o feldspato e o quartzo ou a alumina (2).

A Figura 3.1 mostra uma ilustração de um diagrama de fase ternário do sistema caulim-quartzo-feldspato, no qual são mostradas várias aplicações da porcelana em função da sua composição química. (12)

Figura 3-1- Ilustração esquemática de um diagrama de fase ternário do sistema caulim-quartzo-feldspato



Fonte: NORTON, F.H (13)

A escolha das matérias-primas, sua formulação, conformação e processo de queima determinam as propriedades do produto final. (7)

### 3.1.1 Matérias-Primas

Para a fabricação de um material cerâmico em geral, não existe uma única matéria-prima natural que venha apresentar todas as características necessárias para que ocorra uma boa formulação, uma boa fundência e uma estabilidade dimensional. Portanto, se faz necessária a utilização de uma mistura de matérias-primas para se obter as características desejadas. (14)

As propriedades das cerâmicas são determinadas pela estrutura cristalina e pela composição química dos seus constituintes essenciais e pela natureza e quantidade dos minerais presentes (15).

#### 3.1.1.1 Argila

As argilas são utilizadas pelo homem desde as antiguidades nas mais diversas aplicações como na produção de utensílios domésticos e adornos de barro (16). São elementos componentes de uma grande parte de solos e podem ser encontradas no estado puro em depósitos minerais, em seu ambiente de formação e em ambientes naturais (17).

Argilas são matérias-primas cerâmicas constituídas predominantemente por silicatos de alumínio hidratados, denominados de argilominerais, podendo também conter minerais acessórios, como feldspato e quartzo, calcita, pirita, entre outros minerais, bem como matéria orgânica e sais (18).

Possuem alta capacidade de troca catiônica, baixo custo e estrutura cristalina em camadas (filossilicatos), constituídos por folhas contínuas de tetraedros de ( $\text{SiO}_4$ ), ordenados de forma hexagonal, condensados com folhas octaédricas de hidróxidos de metais di e trivalentes. Os argilominerais são essencialmente constituídos por partículas (cristais) de pequenas dimensões, geralmente abaixo de  $2\mu\text{m}$  (19).

A granulação fina da argila permite que, quando umedecidas com água, apresentem certa plasticidade. As argilas têm a função de fornecer as características plásticas a verde, originando as melhores propriedades durante a fase de compactação e resistência mecânica após a secagem (12,16).

Devido aos argilominerais, as argilas na presença de água desenvolvem uma série de propriedades tais como: plasticidade, resistência mecânica a úmido, retração linear de secagem, compactação, tixotropia e viscosidade de suspensões aquosas que explicam sua grande variedade de aplicações tecnológicas. Os principais grupos de argilominerais são caulinita, illita e esmectitas ou montmorlonita. (21)

A argila caulinitica é a que foi utilizada neste trabalho, pois é a que fornece a caulinita ( $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ), que durante a sinterização irá se decompor e formar cristais de mulita, chamado de mulita primária. (2)

Na composição química das argilas, encontram-se geralmente os seguintes componentes. (14)

$\text{SiO}_2$  – sílica livre proveniente do quartzo e mineral argiloso. Quanto menor é a percentagem da sílica, menor será a quantidade de quartzo livre na argila, portanto maior será sua plasticidade. (14)

$\text{Al}_2\text{O}_3$  – a alumina está em sua maior parte combinada formando os argilominerais, geralmente caulinita. Isto significa que quanto maior o teor de alumina na argila, maior a quantidade desta caulinita presente, portanto terá mais plasticidade na formulação da massa. (14)

$\text{TiO}_2$  e  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  – óxido de titânio e outros minerais de ferro, são frequentes nas argilas. Seus efeitos se fazem sentir principalmente na alteração da cor. Estas são consideradas como impurezas nas porcelanas, pois possuem características de mudar a coloração da massa para tons mais escuros de marrons e amarelados. (14)

$\text{MgO}$  e  $\text{CaO}$  – óxido de cálcio e de magnésio são agentes fundentes que atuam como modificadores do ponto de fusão, e tendem a baixar a refratariedade das massas de argilas. Podem prejudicar a tonalidade da massa. (14)

$\text{Na}_2\text{O}$  e  $\text{K}_2\text{O}$  – trabalham como fundentes e são desejáveis para redução da percentagem do feldspato da composição. São fundamentais para vitrificação das porcelanas. (16)

### 3.1.1.2 Caulim

Caulim é uma rocha formada por um grupo de silicatos hidratados de alumínio, além de conter outras substâncias como, quartzo, grãos de feldspato, óxidos de ferro e titânio, etc. (22)

Em função de suas propriedades físicas e químicas, o caulim pode ser utilizado em uma grande variedade de produtos, com destaque para o seu uso na fabricação de papéis comuns e revestidos, cerâmicas, tintas, plásticos, refratários e muitas outras utilizações. (23,24)

O caulim é constituído principalmente pela caulinita, que é um silicato de alumínio hidratado, cuja fórmula química é  $\text{Al}_4(\text{Si}_4\text{O}_{10})(\text{OH})_8$ . A caulinita é um filossilicato (argilo-mineral) com composição teórica de 39,50% de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 46,54% de  $\text{SiO}_2$  e 13,96% de  $\text{H}_2\text{O}$ , no entanto, pequenas variações podem ser observadas em sua composição. (23)

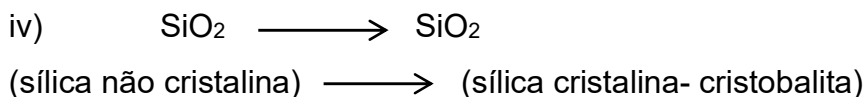
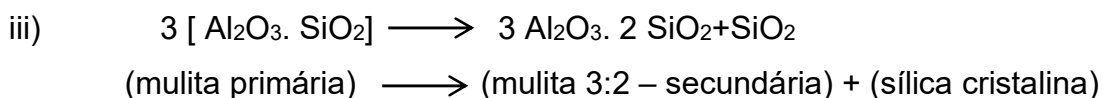
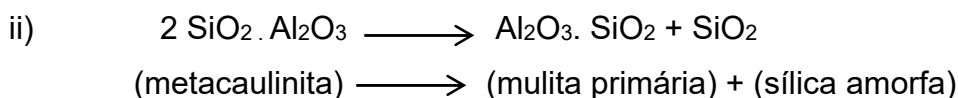
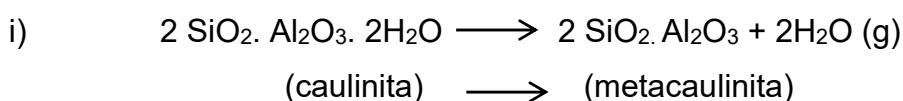
A haloisita e a metahaloisita são variedades polimorfas da caulinita, com sistema diferente de cristalização. A haloisita pode estar associada à caulinita, sendo



possível a sua identificação através da microscopia eletrônica de varredura ou de transmissão. Normalmente a caulinita apresenta partículas hexagonais, enquanto a haloisita aparece com hábito tubular. (16)

O caulim, durante a queima em temperaturas superiores a 1000°C, se converte em mulita ( $3 \text{ Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2$ ), que devido a sua estrutura em formato de agulhas atua como o esqueleto da peça, contribuindo para o aumento da resistência mecânica e reduzindo a deformação piropelástica. (25)

A transformação da caulinita em mulita (26) pode ser observada a seguir: (27,28)



- ortoclásio/ microcínio – ( $\text{K}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{SiO}_2$ ).
- albita – ( $\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6\text{SiO}_2$ )
- anortita- ( $\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2$ ).

As características básicas dos feldspatos são:

- densidade – 2,54 a 2,76.
- cores – branco, cinza e róseo.
- dureza – 6 a 6,5 (escalas Mohs)
- sistema de cristalização – monoclinico, triclínico.
- aspecto ótico – translúcido e transparente (menos frequente)
- clivagem – perfeito em duas direções, formando ângulos de 90° ou próximo deste valor. (33)

A função do feldspato na composição das porcelanas triaxiais é atuar como fundente, viabilizando a sinterização via fase líquida. Os feldspatos normalmente

usados em cerâmicas são os feldspatos potássicos ( $\text{K}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6\text{SiO}_2$ ) e os feldspatos sódicos ( $\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6\text{SiO}_2$ ). (2)

O feldspato potássico é o mais comum. Este componente contribui decisivamente para a sinterização da estrutura, pois, pela sua fusão, dá origem à fase líquida que densifica a estrutura. O feldspato potássico apresenta um eutético com a sílica em  $985^\circ\text{C}$ , enquanto com o feldspato sódico esta reação ocorre em  $1065^\circ\text{C}$ . Entretanto, relata-se que a fase formada pelo feldspato sódico é mais fluida do que a formada pelo feldspato potássico. (8)

O feldspato na massa cerâmica desempenha um papel de fundente que proporciona as primeiras fases líquidas durante a queima, sendo responsável pelo processo inicial de densificação, que contribui para a redução da porosidade. A fusibilidade e a formação de eutéticos com outros elementos presentes possibilitam atingir a gresificação mesmo a temperaturas relativamente baixas, que são características dos minerais feldspáticos. (14)

### 3.1.1.3 Alumina

A Alumina é um dos materiais cerâmicos mais importantes industrialmente, por apresentar características como alta dureza, alta resistência elétrica, estabilidade térmica e química. As matérias-primas para produção de aluminas, chamadas de precursores, são os hidróxidos e sais de alumínio. (34)

A grande maioria das propriedades da alumina está associada à sua forma polimórfica alfa ( $\alpha$ ), que apresenta elevada estabilidade e resistência a ambientes agressivos. A alumina existe em mais de 15 fases cristalográficas metaestáveis distintas, as quais são intermediárias e, levam por tratamento térmico, a sua estrutura mais estável, a alumina  $\alpha$ . Já foi observado que alguns fatores como: natureza e tamanho das partículas das matérias-primas, grau de desordem ou atividade do material, presença de gases, impurezas e aditivos na atmosfera de calcinação que promovam ou suprimam o crescimento dos cristais, rotas e condições de preparação e tratamentos térmicos influenciam na sequência de transição, bem como na fase da alumina formada. (35)

A dureza da alumina é uma das mais altas dos materiais cerâmicos conhecidos. Os fatores que influenciam a dureza são a temperatura de sinterização, a pureza, porosidade e o tamanho de grãos (36).

A substituição total ou parcial do quartzo por alumina tem sido utilizada para promover um aumento na resistência mecânica nas porcelanas. (2)

### 3.2 MICROESTRUTURA DAS PORCELANAS

O termo microestrutura é utilizado para descrever as características estruturais encontradas nos materiais poligranulares (policristalinos ou polifásicos). As microestruturas podem ser caracterizadas pelo tipo, proporção e composição das fases presentes, e pela forma, tamanho, distribuição e orientação dos grãos. No estudo dos materiais cerâmicos, a análise da microestrutura é empregada para explicar diferentes propriedades e, conseqüentemente, diferentes aplicações para os materiais. (7)

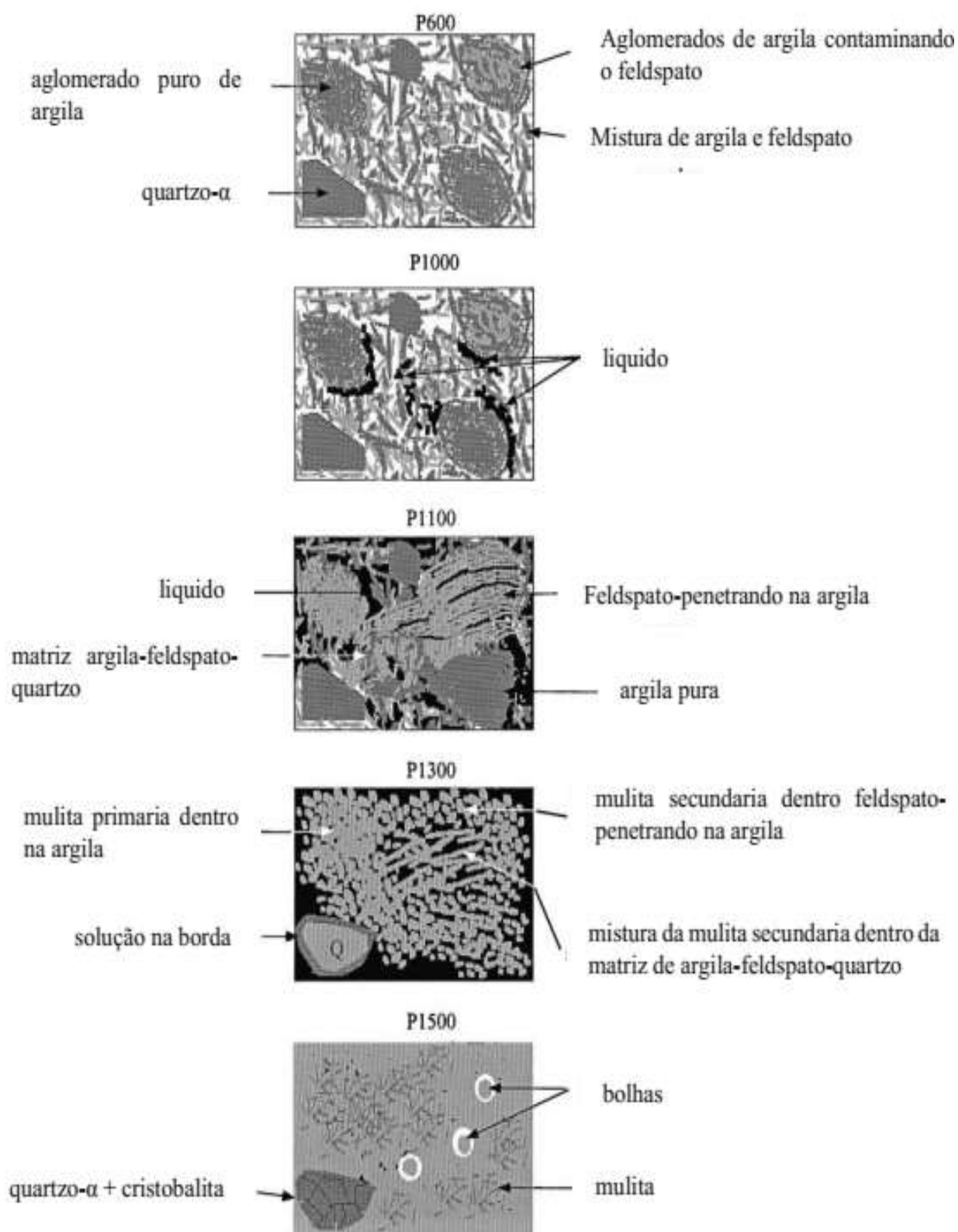
As microestruturas das porcelanas se caracterizam pela presença de fases cristalinas onde se consegue distinguir os contornos das partículas mais refratárias, envolvidas por uma matriz vítrea. (7,37)

Após a sinterização, a microestrutura consiste em grãos grosseiros de quartzo ou alumina misturados a finos cristais de mulita mantidos juntos por uma matriz vítrea. (2)

A mulita pode ser observada na microestrutura de uma porcelana na forma de aglomerados de partículas e de agulhas. Por originar-se do caulim, a mulita na forma de aglomerados é denominada primária, com tamanho  $<0,5 \mu\text{m}$ . A mulita que cristaliza a partir do feldspato fundido apresenta a forma de agulhas com tamanho  $>1 \mu\text{m}$ , facilmente identificável, é denominada secundária. A mulita, a partir do caulim puro, só apresenta a forma de agulhas a temperaturas mais altas com o crescimento de grão, enquanto em uma porcelana pode-se encontrá-la em temperaturas mais baixas, auxiliadas pela presença do feldspato fundido. (7,38,39)

A figura 3.2 apresenta as etapas da evolução da microestrutura da porcelana. (40)

Figura 3-2 – Evolução da microestrutura em porcelana triaxial.



A partir de 500°C, durante o processo de queima ocorre a transformação endotérmica da caulinita ( $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) em metacaulinita ( $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2$ ). Em 573°C ocorre a transformação do quartzo  $\alpha$  em quartzo  $\beta$ . A metacaulinita se transforma em uma estrutura do tipo espinélio e sílica livre amorfa em uma temperatura entre 950°C a 1000°C.(37,40). Acima da temperatura de 1075°C, começa a se desenvolver a mulita primária, em formas de pequenos cristais lamelares ( $<0,5 \mu\text{m}$ ). (37,40)

A fase líquida se forma quando a temperatura eutética é atingida, sendo a aproximadamente 1050°C para o feldspato sódico e 990°C para o feldspato potássico. (37,40)

A partir de 1200°C, ocorre a formação da mulita secundária que se apresenta em forma de agulhas, com composição próxima de  $2\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{SiO}_2$ . (37,40)

Acima de 1200° ocorre à dissolução do quartzo e quando a fase líquida se torna saturada com silício, começa então a transformação de quartzo em cristobalita. (37,40)

Ao final do processo de sinterização, a microestrutura da porcelana triaxial consiste em grãos grosseiros de quartzo misturados a finos cristais de mulita, mantidos juntos por uma matriz vítrea. (37,40)

### 3.3 PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS PORCELNAS

As porcelanas exibem diversas aplicações, pois suas características físicas, químicas e mecânicas variam em função da composição química triaxial. (9)

As propriedades finais de uma porcelana tradicional, incluindo sua resistência mecânica, são consequência do processamento cerâmico que lhe deu origem, desde as matérias-primas e suas características, processo de conformação e temperatura, tempo e atmosfera de queima. Estes fatores determinam a complexidade da microestrutura, a partir do desenvolvimento de fases que promovem. (41)

A busca pela melhoria da propriedade mecânica resultou no desenvolvimento de teorias que tentam relacionar a microestrutura com o desempenho mecânico. (2)

No trabalho de Carty (42) foram destacadas três hipóteses para explicar a resistência mecânica das porcelanas: i) a influência da mulita. ii) o reforço da matriz por compressão da fase vítrea e iii) a presença de partículas dispersas.

#### - Hipótese da Mulita

Nesta teoria, uma das mais antigas sobre a resistência mecânica das porcelanas, não se leva em consideração os efeitos da transição de fase das partículas de quartzo e estabelece que ela depende unicamente do entrelaçamento de finos cristais de mulita em forma de agulhas, sendo que a resistência mecânica aumenta com o aumento da quantidade de mulita. O crescimento dos cristais de mulita, com conseqüente redução de seu número, reduz o entrelaçamento dos cristais, que é muito eficiente com cristais menores, resultando numa diminuição da resistência mecânica. O tamanho dos cristais de mulita pode ser controlado pela temperatura de sinterização. A mulita secundária, por ter cristais com morfologia acicular e agulhas de pequenos diâmetros, poderá aumentar mais a resistência mecânica que a mulita primária, desde que os cristais se mantenham devidamente entrelaçados. (1,41)

#### - Hipótese do Reforço da Matriz

Nesta teoria a diferença de coeficiente de expansão térmica entre a matriz (fase vítrea) e os grãos dispersos, tais como quartzo e alumina ou outras fases cristalinas como mulita e cristobalita, produzem forte tensão compressiva na fase vítrea. Esta tensão térmica induzida leva a um aumento da resistência mecânica da porcelana. Para uma partícula esférica em uma matriz isotrópica, a diferença entre os coeficientes de expansão térmica pode levar a tensões radiais ou tangenciais. A tensão total, P, na partícula dispersa pode ser dada por:

$$\sigma_p = \frac{\Delta\alpha \cdot \Delta T}{\frac{1+\nu_m}{2E_m} + \frac{1-2\nu_p}{E_p}} \quad (3.1)$$

Sendo:

- $\Delta\alpha$  é a diferença no coeficiente de expansão térmica entre a matriz e a partícula.

- $\Delta T$  é a diferença de temperatura do sistema matriz-partícula no resfriamento.

- $\nu_m$ ,  $\nu_p$ ,  $E_m$  e  $E_p$  são os módulos de Poisson e os módulos elásticos da matriz e da partícula respectivamente. (1,41)

A natureza das trincas nas peças é dependente dos coeficientes de expansão térmica das fases presentes. Se as partículas contraem mais que a matriz,  $\sigma_p$  é negativo resultando em um trincamento circunferencial ao redor das partículas.

Este é o caso para partículas de quartzo em uma matriz vítrea de feldspato, o que a exemplo ocorre na porcelana. A tensão e o trincamento gerados devido a presença de partículas de quartzo, tendem a ser mais severos devido a rápida transformação do quartzo  $\beta \rightarrow \alpha$  durante o resfriamento. O tamanho da partícula de quartzo é crucial no desenvolvimento das trincas, pois partículas muito pequenas não são suficientes para colocar a matriz sob tensão, enquanto que partículas muito grandes podem gerar fraturas interconectadas. (1,41)

Se a matriz contrai mais que a partícula, então  $\sigma_p$  é positivo, o que resulta em trincas radiais que emanam da partícula, que ao se conectarem, baixam a resistência mecânica. Para porcelanas, não há evidências desse fenômeno. uma vez que a matriz é vítrea, contraindo no resfriamento normalmente menos que fases dispersas no seu interior. (1,41)

#### - Hipótese de Reforço por Dispersão de Partículas

Esta teoria propõe que partículas dispersas na matriz vítrea, com tamanho próximo ao tamanho das falhas de Griffith, levam a um aumento da resistência mecânica. Nesse caso, a resistência mecânica é dependente da fração volumétrica e do tamanho das partículas dispersas na matriz, para alta fração volumétrica. E é dependente apenas da fração volumétrica para baixa fração volumétrica. Como em corpos de porcelana os coeficientes de expansão térmica da matriz raramente são idênticos aos das partículas dispersas existe sempre um efeito de reforço da matriz.

Além das três teorias, pode-se levar em conta a relação entre a presença de quartzo e cristobalita, o efeito da porosidade e a influência do fundente utilizado na formulação. (41)

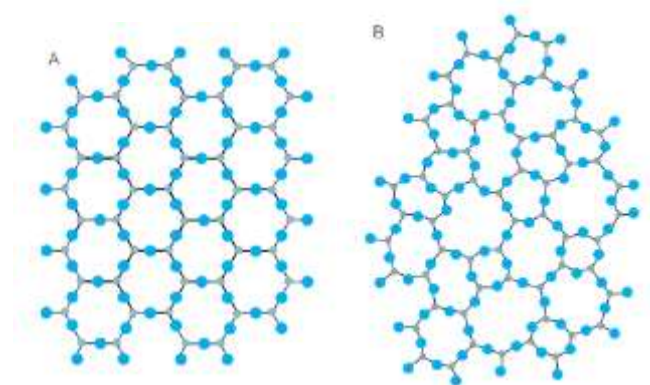
### 3.4 VIDRO

Hoje em dia o vidro é um material muito utilizado nas atividades humanas, desde utensílios domésticos até nas ciências, onde suas características e propriedades são estudadas para melhorar e atender as necessidades da sua utilização. (43)

Conforme Zanotto, o vidro são produtos inorgânicos não metálicos, não cristalinos, isto é não apresentam o arranjo atômico ordenado característico da quase totalidade dos materiais naturais e sintéticos. (44)

A presença ou ausência de simetria em uma rede tridimensional seria o fator de diferenciação dentre um cristal e um vidro, conforme demonstrado na figura 3.3. (45)

Figura 3-3 - Representação dimensional do composto  $A_2O_3$ : A) apresenta simetria (cristal) e B) não apresenta simetria (vidro)



Fonte: Alves, O.L et al.(45)

Os vidros comerciais e mais comuns são os vidros soda-cálcico, que corresponde a aproximadamente 90% da produção dos objetos de vidros. Ele é utilizado em garrafas, janelas, potes, indústria automobilística. (46)

A resistência mecânica teórica dos vidros, considerando apenas a influência das ligações químicas e excluindo os defeitos, é de aproximadamente 7.000 MPa, porém os vidros comerciais têm resistência mecânica usualmente entre 35 e 70 MPa. (47)

### 3.5 ACRÍLICO

Os objetos de polímeros estão cada vez mais presentes no cotidiano da vida moderna, desde uma escova de dente, até peças de automóveis e naves espaciais. (48,49)

O polímero é uma macromolécula composta por várias unidades de repetições denominadas meros ligados por ligações covalentes. Os polímeros podem ser de origem natural ou sintética (48–50). Dependendo do tipo de monômero e do tipo de ligação covalente pode-se dividir os polímeros em 3 grupos: Plásticos, Borrachas e Fibras. (48)



O acrílico é um polímero que pertence à família dos termoplásticos. Os termoplásticos são polímeros lineares ou ramificados que permite fusão por aquecimento e solidificação por resfriamento, sendo industrializados como chapas fundidas ou “cast”, chapas extrudadas, tubo, tarugo, filme e grânulos para moldagem por injeção ou extrusão. (50–52)

Tem como uma das suas principais características as propriedades ópticas e mecânicas, permitindo que ele resista bem aos ácidos orgânicos e inorgânicos, gorduras, óleos e a maioria dos gases comuns. Apresenta uma excelente transparência, capaz de transmitir até 92% da luz visível, podendo assim substituir o vidro em algumas aplicações. (53)

As propriedades mecânicas do acrílico são elevadas e altas tensões conseguem ser suportadas com segurança por curtos períodos. Entretanto, para esforços mais prolongados, as forças de tensão devem ser limitadas a 10,4 MPa, visando evitar “crazing” ou rachaduras na superfície. (52)

### 3.6 RUPTURA POR IMPACTO

O ensaio de impacto é um ensaio dinâmico utilizado para análise do comportamento de fratura de materiais. Esse ensaio fornece a energia necessária para fraturar uma amostra padronizada de acordo com as normas. (54)

Os ensaios de impactos podem ser realizados por vários métodos dos quais os mais comuns são o de Charpy, Izod e o impacto balístico. (55)

O ensaio Charpy – Izod são muitos utilizados para a determinação da energia absorvida por materiais de emprego em estruturas submetidas a carregamentos quase estáticos. Geralmente, são aplicados em metais e polímeros, mas não são utilizados para uma avaliação mais precisa para materiais frágeis como vidros e cerâmicas. (55)

Um item importante nos ensaios de impactos é a velocidade que o ensaio acontece. Os ensaios de Charpy-Izod ocorrem em baixa velocidade. Porém com o avanço da tecnologia foi necessário o aperfeiçoamento dos ensaios de impacto para se alcançar maiores velocidades. Deste modo desenvolveram-se os ensaios de altas velocidades, como os ensaios balísticos e por Barra de Hopkinson. (56)

A energia de impacto absorvida pelo corpo de prova fornece uma informação qualitativa de tenacidade à fratura, sendo que seus resultados podem ser

somente comparados entre si ou com um valor determinado em uma especificação. (57,58)

As características da fragmentação dependem de múltiplas variáveis, as quais podem influenciar no resultado de um experimento. A máquina de impacto é projetada para proceder um impacto e obter resultados em diversos parâmetros, tais como: geometria do corpo impactado, tipo de material, a zona de incidência do impacto, a geometria da ponta de impacto e a energia de impacto (1).

### 3.7 REGIÃO DE IMPACTO BALÍSTICO

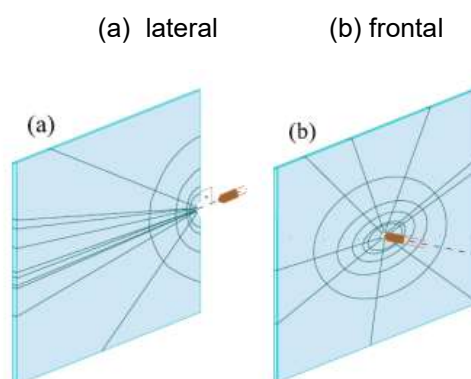
A fratura frágil é marcada pela predominância da formação de trincas em relação à deformação plástica. Ocorre nesse tipo de fratura, uma rápida formação e propagação das trincas, o que leva à rápida ruptura do material com a ocorrência de pouca ou nenhuma deformação plástica no processo. (58–60).

A distribuição de massa dos fragmentos é influenciada por algumas características do material, como comportamento mecânico, se é frágil ou dúctil, pela geometria do corpo de prova e pela distribuição temporal da entrada de energia. (1,61)

O processo de impacto mecânico nos materiais frágeis é proporcional à área na qual o impacto incide e que pode ser controlado conforme o tipo de cilindro e ponta utilizada.(1)

Para um impacto obtido por um cilindro de ponta cônica, que desce de uma determinada altura, obtêm-se trincas com aspectos do tipo radial, porém cortadas por outras trincas perpendiculares à direção de propagação, conforme pode se observar na figura 3.4. (61).

Figura 3-4 – Representação das trincas formadas em placas frágeis por impactos laterais.



Na figura 3.4 (a) o impacto ocorre na lateral, já na figura 3.4 (b) o impacto é frontal, perpendicular a placa. A diferença mais relevante entre as entradas de energia espacialmente uniformes versus localizadas é que, no primeiro caso, a energia é distribuída relativamente uniforme para cada parte da superfície, enquanto que, no segundo caso, a energia é incidente em uma pequena região e depois propaga sobre o material. (1,61).

Alguns materiais submetidos ao ensaio de impacto podem apresentar um padrão de trincas radiais, que podem ser descritos pela teoria fractal ou multifractal. Neste caso um estudo deve ser realizado em paralelo ao estudo experimental para obter parâmetros geométricos que possam fornecer uma melhor descrição da geometria envolvida. (1,54,62)

### 3.7.1 Máquina de Impacto Balístico

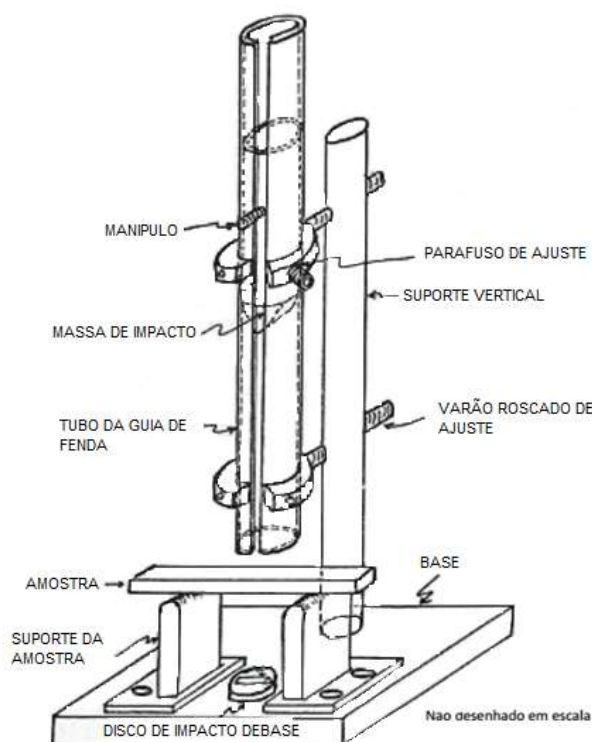
Visando uma melhor compreensão de falhas de materiais dúcteis que ocorrem de maneira frágil, surgiu o ensaio por queda de peso (Drop Weight Test). O ensaio por queda de peso é também muito simples e consiste na queda livre de uma massa de certa altura sobre a estrutura a ser testada. Quando a massa está suspensa, esta possui energia potencial gravitacional que será convertida em energia cinética quando a massa for liberada. (56,63)

A fim de realizar o estudo de impacto em materiais frágeis neste estudo, utilizou-se um equipamento que segue as mesmas diretrizes de equipamentos já existentes, no qual uma massa é liberada por um guia de altura conhecida, e realizado o impacto na peça (1). A figura 3.5 é um exemplo de uma máquina de ensaio de impacto mecânico (63).

O princípio da queda livre representa uma simulação mais próxima do caso real de carga de impacto, quando as peças estão efetivamente expostas ao impacto funcional. As vantagens deste teste são: (64)

- É aplicável a peças moldadas.
  - A carga é essencialmente unidirecional, sem direção preferencial de falha. As falhas se originam no ponto de impacto.
  - Os corpos de prova não necessitam ser destruídos para caracterizar a falha.
- A falha pode ser definida por deformação, início de trinca ou ruptura completa, dependendo dos objetivos de teste.

Figura 3-5 – Exemplo de aparelho de ensaio de impacto mecânico.



Fonte: Adaptado de Eisenstadt, R. and C. McCullough (63)

Na figura 3.5, os corpos de provas são em forma retangulares conforme norma ASTM, por se tratar de um ensaio de flexão de três pontos padrão. (63)

Os corpos de provas de geometrias de disco são mais viáveis para obter parâmetros importantes na caracterização da resistência mecânica, para aplicações em fenômenos de impacto e processo de fratura dinâmica com alta velocidade de propagação de trincas. Os corpos de provas em forma de disco permitem estudar as trincas em todas as direções, o que não ocorre no corpo de prova em barra que fornece informações de trincas em uma direção. (1)

O disco, durante o ensaio de impacto, se comporta como se diversas barras estivessem sendo ensaiadas em várias direções, num giro de 360°, fornecendo resultados análogos de uma barra em diferentes posições de rotação. Isto torna o experimento viável, com os resultados matematicamente mais simples devido à simetria radial, sendo capaz de apresentar os resultados de padrões desejados fáceis de serem analisados, pelo padrão de trincas formado em todas as direções. (1)

### 3.8 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DA FRAGMENTAÇÃO POR IMPACTO BALÍSTICO

#### 3.8.1 Probabilidade de Fratura

A probabilidade local de fratura é definida como a fração da massa dos fragmentos, como pode ser visto na equação 3.2.

$$p = \frac{m}{m_0} \quad (3.2)$$

Sendo:

$m$  - a massa de cada fragmento

$m_0$  - a massa total do corpo de prova.

A probabilidade global de fratura é definida como sendo a porcentagem de fragmentos acima de um determinado tamanho, obtida em um ensaio de impacto de um disco de um material com diâmetro e espessura determinados, submetido a uma quantidade de energia de impacto definida. Deste modo, a probabilidade global de fratura,  $P_f$  depende do material e da geometria do corpo de prova. (5,65)

$$P_f = f(\text{material}, \text{geometria}, \text{energia}), \quad (3.3)$$

A função densidade de probabilidade de fratura pode ser extraída experimentalmente a partir de medidas realizadas em discos de materiais frágeis, por exemplo.

Desta forma, para um dado material com densidade uniforme, isto é  $\rho = dm/dV = m_0/V$ , pode-se escrever: (5,65)

$$P_f = \frac{1}{V} \int p_i dV, \quad (3.4)$$

Sendo:

$P_f$  - é a probabilidade global de fratura

$p_i$  - é a probabilidade local de fratura,

$dV$  - é o diferencial do volume do disco,

$V = \pi r^2 e$  . sendo o  $r$  o raio do disco e “ $e$ ” a sua espessura.

O resultado do experimento fornece um histograma de frequência de massa em função do tamanho relativo dos fragmentos, que corresponde à densidade de probabilidade local de fratura. (5,65)

### 3.8.2 Fração de Massa Fragmentada

A teoria de fragmentação sequencial é dada em pelo menos duas escalas, a da fragmentação e de refragmentação. Isto consiste na sequência que os modelos de escalas são usados na discrepância da análise da distribuição de massa a partir das experiências de fragmentação. De acordo com esta teoria, a fragmentação sequencial é dada pela equação 3.5 (1,5,65)

$$n(m) = C \int_m^{\infty} n(m_0) f(m_0 \rightarrow m) dm_0, \quad (3.5)$$

Sendo:

$n(m)$  - Número de fragmentos após a ruptura por unidade de massa inicial até a massa final.

$f(m_0 \rightarrow m)$  - Evento singular que acontece em função da massa dos fragmentos.

Considerando-se que a função estatística é dada pela relação de escala entre a massa fragmentada e a massa inicial  $m_0$ , então, tem-se a equação 3.6.

$$f(m_0 \rightarrow m) = \left( \frac{m}{m_0} \right)^{\gamma}, \quad (3.6)$$

Sendo:

$\gamma$  - é o coeficiente que representa a tenacidade do material, a partir do número de fragmento em função da distribuição de energia na forma de trinca.

Substituindo a constante  $C$  da Equação 3.5, dada em termos da razão entre a massa inicial e a massa final do processo de fragmentação, obtém-se a equação 3.7.

$$F(>m): P(s) = \exp \left[ \frac{(m/m_0)^{\gamma+1}}{\gamma+1} \right] \quad (3.7)$$

Sendo:

$F(>m)$  – Fração de fragmentos maiores que uma quantidade de massa.

$P(s)$  - probabilidade de sobrevivência a ruptura.

A partir da Equação 3.7, que fornece a probabilidade de sobrevivência à ruptura para fragmentos maiores que um determinado tamanho relativo da massa  $m/m_0$ , pode-se obter a probabilidade de falha  $P(f)$  para a fração de fragmentos menores ou iguais que um valor de massa,  $F(\leq m)$ , também em função da massa relativa dos fragmentos. (1,5,65)

A probabilidade de falha  $P(f)$  é o resultado obtido diretamente pelo ensaio de impacto na forma de um histograma. Esse histograma é dado pela fração de fragmentos menores em um determinado tamanho ou massa,  $F(\leq m)$ , em função da massa relativa dos fragmentos  $\pi_i = m_i/m_0$ , onde  $i$  é um índice genérico usado na indexação dos fragmentos em ordem crescente de massas. (1,5,65)

Ainda pode se ter a fração de fragmentos menores ou igual do que um determinado tamanho ou massa,  $F(\leq m)$ , para obtenção da probabilidade de falha  $P(f)$ , dada a partir da Equação 3.8, por: (1,5,65)

$$F(\leq m): P(f) = 1 - \exp \left[ -\frac{(m/m_0)^{\gamma+1}}{\gamma+1} \right] \quad (3.8)$$

Em que o expoente fractal da fragmentação  $\gamma$  também representa uma medida da tenacidade ao impacto do material.

A equação 3.7 representa o histograma da probabilidade de fratura em função do tamanho de fragmentos, ela é utilizada para obter uma curva linear a partir da aplicação do logaritmo em ambos os lados dessa equação, nos parâmetros  $F(\leq m)$  e  $\pi_i = m_i/m_0$ , conforme pode-se observar na equação 3.9. (1,5,65)

$$\log f \sim \log \left( \frac{m}{m_0} \right) \quad (3.9)$$

Substituindo a equação 3.7, na equação 3.9, obtêm-se a equação 3.10, na qual se pode observar a tenacidade do material, por meio do parâmetro  $\gamma$ , que mede a inclinação da curva linear obtida pelo logaritmo. Quanto maior for o ângulo do coeficiente angular  $\gamma$ , menos tenaz é o material. (1,5,65)

$$\ln[\ln(1 - F(\leq m))] = (\gamma + 1) \ln(m/m_0) - \ln(\gamma + 1) \quad (3.10)$$

Pela equação 3.10 é possível fazer o levantamento dos dados da fragmentação por impacto.

### 3.8.3 Equivalência entre o Impacto Balístico e Weibull

O método estatístico desenvolvido por Weibull vem sendo amplamente utilizado para quantificar a resistência mecânica dos materiais cerâmicos. Weibull propôs uma função empírica de distribuição de probabilidade de falhas e obteve a expressão para a probabilidade de fratura acumulada, a qual se chamou de Distribuição de Weibull, Equação 3.11. (66)

$$F = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^w \right] \quad (3.11)$$

A distribuição de Weibull descreve a fração das amostras que fraturam em diferentes tensões aplicadas. À medida que aumenta o teor de falhas e defeitos acumulados nos corpos de prova, diminui-se a tensão de ruptura, ficando caracterizada a analogia entre uma estrutura frágil tracionada e uma corrente que se rompe quando a resistência de seu elo mais fraco é excedida. (67,68)

Assim, ao estender este conceito para os materiais frágeis, Weibull representou os elos por pequenos volumes da peça, sendo, o elo mais fraco, equivalente à região que contém a falha crítica. (67)

De acordo com Brown e Wohletz, existe uma relação entre a Equação 3.7 e a estatística de Weibull dada pela equação 3.12.(65)



$$F(\leq m): P(f) = 1 - \exp \left[ \left( \frac{\sigma_0 - \sigma_m}{\sigma_{m_0}} \right)^w \right] \quad (3.12)$$

Sendo:

$\sigma_m$  - é a tensão abaixo da qual não se constata ruptura,

$\sigma_0$  - é uma constante de adaptação escalar

w - é o módulo de Weibull.

Brown (65), em seu trabalho, defende o uso de distribuição de massa,  $mn(m)$ , em vez de distribuição de número de partículas  $n(m)$ , porque o último é impossível para observar. Para isto o acumulativo da distribuição, equação 3.8, é o mais preferido.

Brown e Wohletz descreveram uma derivação fisicamente baseada na distribuição de Weibull em relação aos processos de fragmentação, considerando o resultado de uma fragmentação de evento único que leva a uma árvore ramificada de fissuras que mostram invariância na escala geométrica. (65)

A equação 3.13 também é uma distribuição de Weibull, onde a potência à esquerda  $(m/m_2)$  é um a menos que  $(m/m_2)$  que está entre os colchetes, sendo esta uma distribuição de massa, enquanto a equação 3.8 é uma distribuição de Weibull por número de partícula. (65)

$$mn(m) = \frac{M_t}{m_n} \frac{K}{3} \left( \frac{m}{m_2} \right)^{k/3-1} \exp - \left[ \left( \frac{m}{m_2} \right)^{\frac{k}{3}} \right] \quad (3.13)$$

Sendo:

$mn(m)$  – distribuição de massa

$M_t$  – massa total da distribuição

k – constante livre

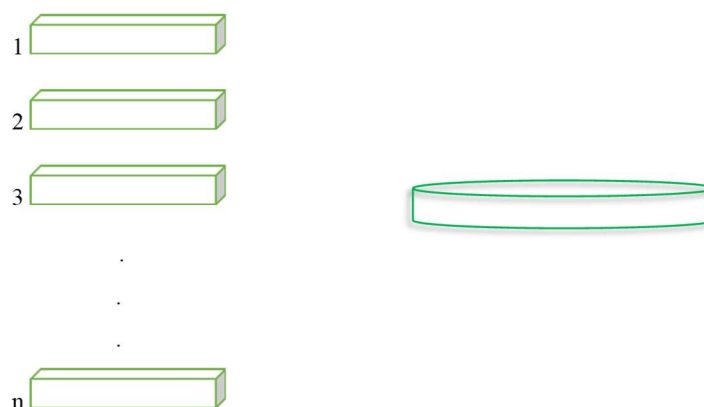
$m_2$  - está relacionado a massa média da distribuição

m – massa

Para realizar a distribuição de Weibull, se faz necessário o uso de um número grande de corpos de prova, no mínimo 50 corpos de provas, com o estudo de Brown o estudo pela massa, dá condição de realizar ensaios com um número menor de corpos de provas. (65)

A figura 3.6 demonstra a equivalência dos dois métodos.

Figura 3-6 – Exemplo de equivalência da Teoria de Weibull e Brown



Weibull – n corpos de provas em forma de barra, estudo pelo n° de peças.

Brown – um corpo de prova em forma de disco, estudo pela massa.

Fonte: Autor.

A fratura frágil de uma partícula resulta em uma trinca de ramificação em forma de árvore. Esta ramificação em forma de árvore tem a mesma características em qualquer escala, portanto pode ser descrita como um fractal. (65)

### 3.9 GEOMETRIA EUCLIDIANA

Os Elementos de Euclides é um tratado matemático e geométrico consistindo em 13 livros escrito pelo matemático grego Euclides, em Alexandria, por volta de 300 A.C. Os 4 primeiros livros, que hoje pode ser pensando como capítulos, tratam da Geometria Plana conhecida da época, enquanto os demais tratam da teoria dos números, dos incomensuráveis e da geometria espacial. (69)

Na geometria euclidiana, os elementos geométricos foram definidos da seguinte forma: (70,71)

- A dimensão zero ( $d=0$ ) é aquela em que existe um único ponto. Este ponto é apenas um lugar no “espaço” e não um objeto real.

- A reta, possui dimensão unitária ( $d=1$ ). O conjunto de pontos que formam uma linha permite a definição da grandeza de medida que se chama de comprimento.

- O plano possui dimensão dois ( $d=2$ ), além do comprimento tem-se a 90°a dimensão chamada de largura ou altura.

- O volume possui dimensão três ( $d=3$ ), e tem-se o comprimento, largura e altura.

A ineficiência da geometria euclidiana em descrever e representar formas naturais, as quais exibem alto nível de complexidade em suas estruturas, foi um dos principais motivos que levou Mandelbrot a elaborar a Geometria Fractal. (72)

### 3.10 GEOMETRIA FRACTAL

Durante as duas últimas décadas, os métodos de geometria fractal atraíram grande atenção como uma ferramenta para descrever vários fenômenos naturais irregulares, em particular na mecânica e na física dos sólidos. (73)

A geometria fractal é um ramo da matemática que estuda as propriedades e comportamentos de estruturas irregulares cujas partes são de alguma forma semelhantes ao todo em diferentes escalas. (1,70)

O emprego do termo fractal foi utilizado no ano de 1975, quando Benoit Mandelbrot fez uso pela primeira vez. Mandelbrot teve a necessidade de encontrar um nome para descrever a geometria com que buscava representar as reais formas da natureza. Uma consulta a um dicionário de latim resultou no adjetivo fractus, do verbo frangere, que significa quebrar. E foi assim que foi criada a palavra fractal.

A partir deste trabalho de Mandelbrot, questões relativas deste trabalho à similitude entre uma figura e a sua ampliação começaram a aparecer cada vez com maior frequência na literatura científica. (74,75)

Ahmad e Mustafa (76) estudaram a caracterização fractal da superfície de poros, sugerindo que a análise fractal pode ser usada para estudar e compreender uma ampla gama de estruturas de materiais porosos. Ficker (77) estudou a resistência à compressão dos géis de cimento por meio da dimensão fractal das superfícies de fratura. Ruzicka e Hausild (78) interpretaram e avaliaram a dimensão fractal variacional tridimensional de uma clivagem e uma superfície de fratura dúctil. Jiang,

et. al (79) estudaram as estruturas de rugosidades em nanoescala na superfície de fratura dinâmica de um vidro metálico resistente típico. (75)

Diferentes objetos e relações matemáticas podem ser estudados e descritos usando fractais, como por exemplo, seções irregulares relativamente retas, a formação de cristais de gelo, fraturas, costas de um continente, relevos, e estudos de estruturas bastante irregulares. (1,70)

### 3.10.1 Fractais

Os fractais são objetos geométricos que possuem estruturas em todas as suas escalas de ampliação, comumente com alguma similaridade entre elas. (80) Eles são objetos cuja definição usual de dimensão euclidiana é incompleta, necessitando de outra mais adequada. (70,75)

As principais propriedades que caracterizam os fractais são a auto similares, a complexidade infinita e a sua dimensão. (74)

#### 3.10.1.1 Fractais auto similares

A auto similaridade é identificada quando uma porção, de uma figura ou de um contorno, pode ser vista como uma réplica do todo, igualmente em todas as direções, numa escala menor. (74)

Os fractais auto similares são aqueles fractais em que a sua dimensão não inteira aparece numa transformação de escala homogênea de qualquer uma de suas partes, além do fato de uma parte parecer com o todo, em escalas desde uma inferior  $\epsilon_{\min}$  até uma superior  $\epsilon_{\max}$ . (81)

A complexidade infinita refere-se ao fato de que o processo de geração de uma figura, definida como sendo um fractal, é recursivo. Isto significa que, quando se executa um determinado procedimento, no decorrer da mesma encontra-se como sub procedimento o próprio procedimento anteriormente executado. (74)

Existem dois tipos de auto similaridade: a exata e a estatística. Na exata, as partes são as cópias exatas dos padrões em diferentes ampliações. Na auto similaridade estatística, os padrões não se repetem com exatidão, em vez disso, as qualidades estatísticas dos padrões é que se diferem. (82)

As formas naturais auto similaridades são, na sua maioria, complicadas para serem descritas apenas em termos euclidianos fundamentais (ponto, reta ou plano). Ainda que intuitiva, a auto similaridade pode ser usada para construir figuras mais complexas. (82)

### 3.10.1.2 Fractais auto afins

Fractais auto afins são aqueles que possuem sua projeção em figuras regulares, tais como retas, planos, etc. e apresentam escalonamentos anisotrópicos nas diferentes direções perpendiculares,  $x$  e  $y$ , ou seja, possuem dimensões fractais anisotrópicas (diferentes dimensões fractais,  $D_x$  e  $D_y$ ). Isto é, a sua dimensão fractal depende da direção que é feito o escalonamento. (70)

No entanto, esta dimensão deve ser avaliada a partir de um procedimento experimental ou numérico, que são conduzidos em intervalos de escalas limitadas, por meio de sucessivas escalas de ampliação e de redução em uma, ou em todas as direções (70)

Outros exemplos de configurações auto afins podem ser verificados no estudo de séries temporais rugosas, precipitações, atividades financeiras, entre outras áreas de investigação. (74)

## 3.11 DIMENSÃO FRACTAL

A dimensão fractal, ao contrário do que ocorre na Geometria Euclidiana, não necessariamente é um valor inteiro. Na euclidiana, um ponto possui dimensões zero, uma linha dimensão um, uma superfície possui dimensão dois e um volume possui dimensão três. No caso da dimensão fractal, ela é uma quantidade fracionária representando o grau de ocupação da estrutura no espaço que a contém. Como por exemplo, a dimensão fractal da bacia fluvial do rio Amazonas é 1,85 e dos relâmpagos no espaço tridimensional é de 1,51. (74)

A determinação da dimensão fractal está relacionada com a questão da métrica usada na determinação desses objetos. Na geometria euclidiana é possível entender as dimensões, baseados nas construções fundamentais de ponto, reta, plano e volume dessa geometria, sem se preocupar em como é medido as dimensões dos elementos ou objetos. (70)

Já nos objetos fractais, isto não é possível, porque não há uma construção elementar única que seja compatível com a dimensão fractal do objeto avaliado. A geometria fractal depende da dimensão da unidade de medida utilizada ou do tamanho do meio de medição. (70)

### 3.12 MEDIDA FRACTAL

A medida Fractal é usada para descrever e representar formas naturais, as quais exibem alto nível de complexidade em suas estruturas.

Diferentemente de uma curva, um plano, ou um sólido que possuem dimensão topológica 1, 2 e 3, respectivamente, os fractais possuem dimensão não inteira, esse é o sentido de fractus, “quebrados”. (72)

Das diversas “dimensões fractais” usuais, a de Hausdor é a mais antiga e possivelmente a mais importante. Para entender a geometria fractal seu entendimento é essencial. Uma vantagem desta dimensão é que é definida para qualquer conjunto. A maior desvantagem é ser sofisticada, e em muitos casos, de difícil estimativa por métodos numéricos. É mais difícil de ser utilizada que as anteriores e geralmente não é usada para procedimentos experimentais. Alguns autores se referem a esta dimensão como dimensão de Hausdorff-Besicovitch. (83)

A dimensão fractal pela definição de Hausdorff é feita a partir de características métrica no espaço (84). Quando utilizada para dimensionamentos de objetos fractais gerados por funções iteradas, em que medidas do gerador se relacionam de maneira bem definida com o objeto inicial, isto é, existe uma relação de homotetia, a dimensão é definida pela equação, 3.14.

$$D = \frac{\log n}{\log r'} \quad (3.14)$$

Sendo:

$n$  é a quantidade total de partes e  $r$  o fator de redução, definido pela razão entre a medida inicial e a final. (84)

Portanto, os fractais são objetos geométricos que possuem estruturas em todas suas escalas de ampliação, normalmente com alguma similaridade entre elas. São objetos cuja definição usual euclidiana é incompleta, necessitando de outra mais adequada ao seu contexto, que é dimensão de Hausdorff-Besicovitch. (70)

### 3.12.1 Dimensão de um Objeto

A dimensão de imersão de um objeto de dimensão  $D$  (dimensão Hausdorff-Besicovitch) sempre estará imerso em um espaço de dimensão mínima de  $l=d+1$ , sendo  $l$  a dimensão do espaço Euclidiano o qual está imerso, ou uma falta de extensão ou falhas de uma dimensão  $1+d$ . (70)

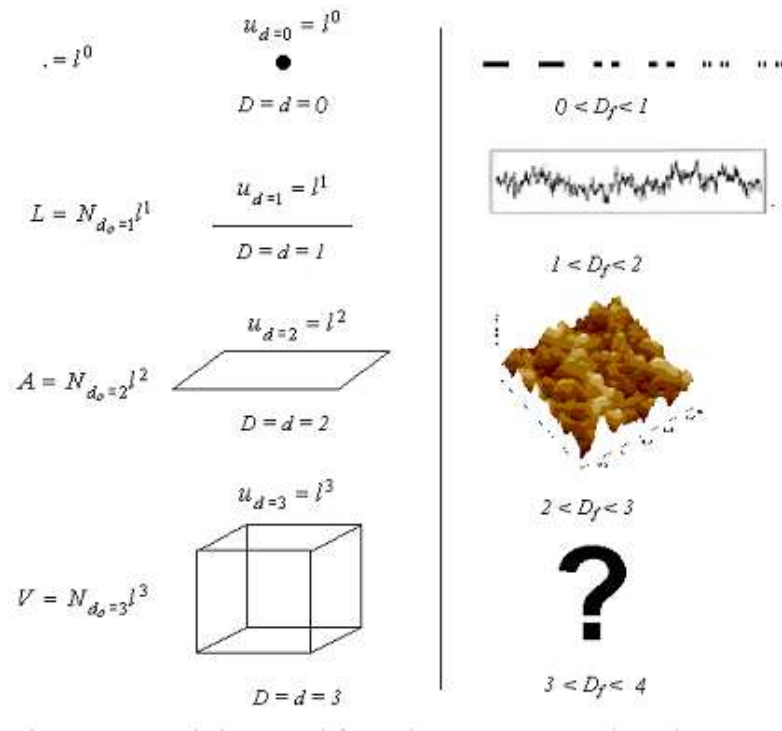
Para a dimensão de falta e de excesso de um objeto, o objeto possui uma extensão geométrica que preenche totalmente uma dimensão euclidiana de dimensão regular  $d$ , e ainda possui um excesso que preenche parcialmente outra dimensão de  $l=1+d$ , já para um objeto que possui uma dimensão em excesso  $d_e$ , dado por  $d_e = D-d$ , onde  $D$  é a dimensão do objeto. (70)

Porém se o objeto preenche parcialmente uma dimensão euclidiana regular  $l=d+1$ , certamente este objeto preenche totalmente uma dimensão euclidiana regular,  $d$ , deste modo este objeto possui uma dimensão de falta  $d_{fl} = l-D=d+1-D$ , onde,  $d_e=1-d_{fl}$ . (36,70)

### 3.12.2 Comparação entre Geometria Euclidiana e Fractal

Na geometria euclidiana tem se os elementos de construção geométrica, na geometria fractal pode se observar objetos análogos entre eles. Os tipos de fractais que existem podem ser verificados na figura 3.7 (70)

Figura 3-7 – Comparação entre Geometria Euclidiana e Fractal



Fonte: Alves, L. M. 2012.

Os fractais similares a pontos, onde,  $0 \leq D \leq 1$ , são denominados como “manchas de assoalhos”. Este fractal é um exemplo de imerso em uma dimensão euclidiana,  $l=d+1=1$ , com projeção em  $d=0$ .

Para a construção de um deles, denominado conjunto de Cantor, inicia-se com um segmento de reta de comprimento unitário. Divide-se este segmento em 3 partes iguais, retirando seu terço médio. Em seguida retira-se o terço médio de cada um dos segmentos restantes. As porções restantes são divididas novamente e retirados os terços médios, procedendo sucessivamente do mesmo modo, até tender a um número infinitamente grande. Conforme observa – se na figura 3.8 (36,70,74,83) Deste modo observamos que o coeficiente de redução é de  $\varepsilon = \frac{1}{3}$  e o conjunto tomado

de  $N=2$ , logo a dimensão fractal é dada por  $D = \frac{\log 2}{\log 3} \cong 0,63$ . (1,74,83)



Figura 3-8 – Níveis de construção de um fractal imerso em dimensão



Fonte: ASSIS T. A. et al. (74)

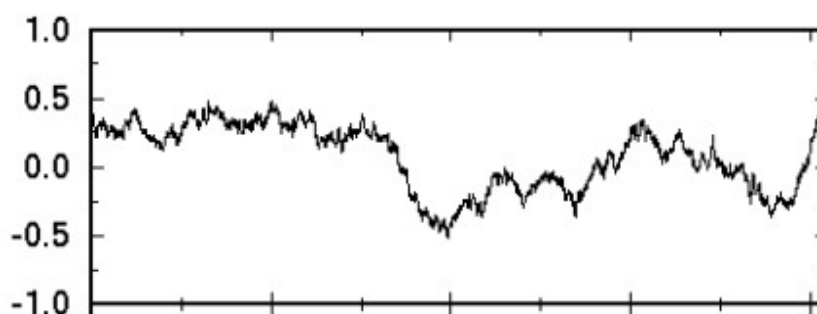
Os fractais lineares, onde  $1 \leq D \leq 2$ , são do tipo picos e vales. Eles são fractais imersos numa dimensão euclidiana  $l=d+1=2$ , com projeção  $d=1$ . O seguimento é representado por duas direções, sendo representados em duas dimensões, conforme figura 3.9. A dimensão fractal é dada pela equação 3.15.

$$D = \frac{\log(L/l)}{\log \varepsilon}, \quad (3.15)$$

Sendo:  $\varepsilon = \frac{l_0}{L_0}$ .

Gráficos de Ruídos também são exemplos de estruturas fractais lineares, onde, cuja dimensão está em  $1 \leq D \leq 2$ . (1,70)

Figura 3-9 – Fractal Linear



Fonte: Alves, L. M. 2012 (70)

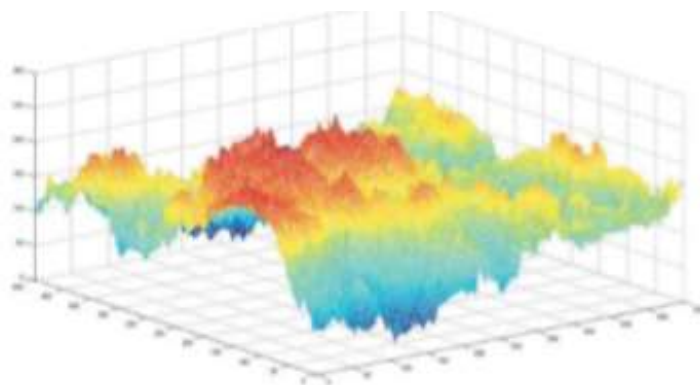
Para um fractal imerso numa dimensão  $l=d+1=3$ , com projeção em  $d=2$ , onde  $2 \leq D \leq 3$ , os resultados são obtidos em três dimensões. O número de partes que pode variar entre o mínimo e máximo denomina-se  $N$  e tem-se um coeficiente de

redução  $\varepsilon$ . Logo, dividindo o objeto em diferentes escalas, obtêm-se a relação de  $N = \varepsilon^{-D}$ , onde  $D$  é a dimensão fractal dada pela fórmula (1,70)

$$D = -\frac{\log N}{\log \varepsilon} \quad (3.16)$$

Estes fractais têm a superfícies tipos “montanhas” ou “superfícies rugosas”, como pode se observar na figura 3.10.

Figura 3-10 – Superfície Irregular ou Rugosa



Fonte: Alves, L. M. 2012 (70)

### 3.13 DIMENSÃO PELO PROCESSO BOX-COUNTING

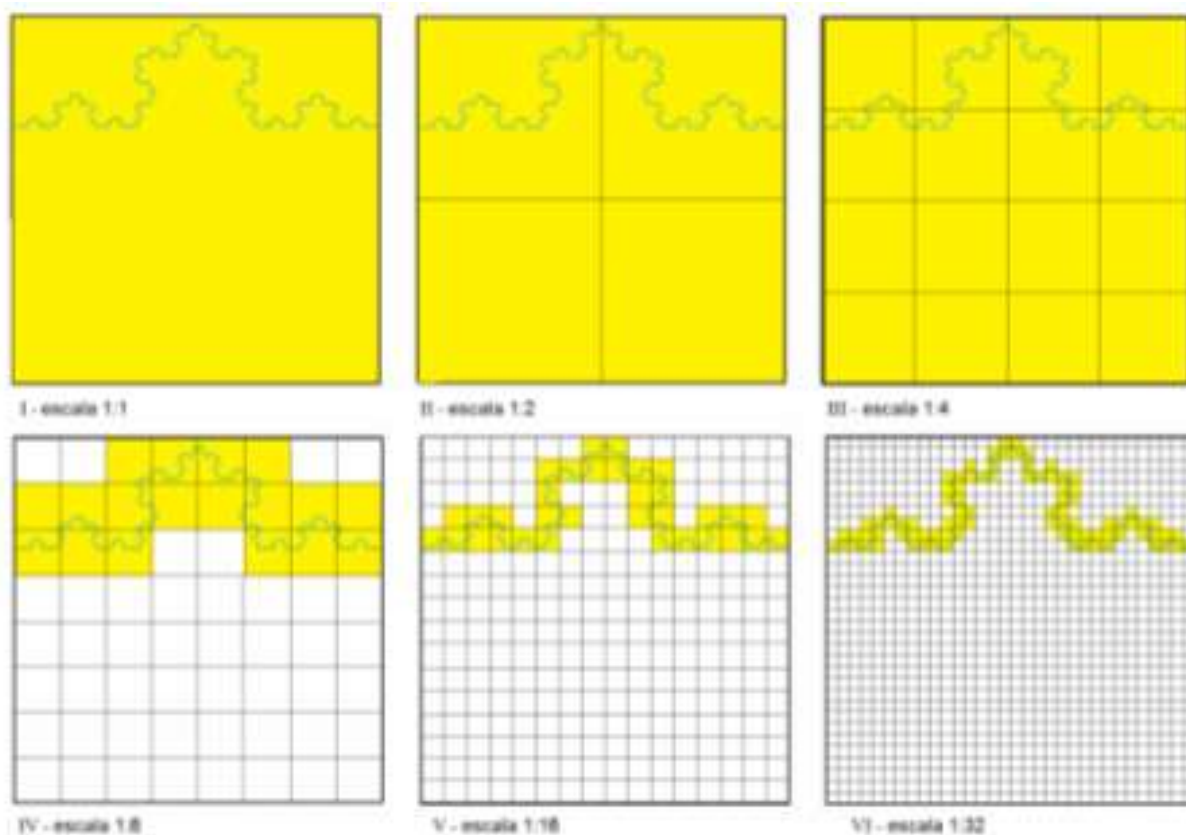
O processo de Box-Counting consiste na contagem de células que envolvem determinado objeto fractal. Inicialmente a figura é coberta com uma malha subdividida em células quadradas que a cubra totalmente. A cada etapa é reduzida a medida tamanho das células e conta-se a quantidade de células que contém alguma parte do objeto estudado repete-se o processo e calcula-se o valor da relação pela fórmula 3.17. (84)

$$d_r = \frac{\log n}{\log r'} \quad (3.17)$$

Sendo,  $r$  representa à redução feita, e  $n$  a quantidade de células quadradas necessários para cobrir o objeto. Assim  $d$  tende a estabilizar em torno de um valor, que será a dimensão fractal  $D$ . (84)

O método pode ser observado na figura 3.11.

Figura 3-11 – Processo Box-Counting

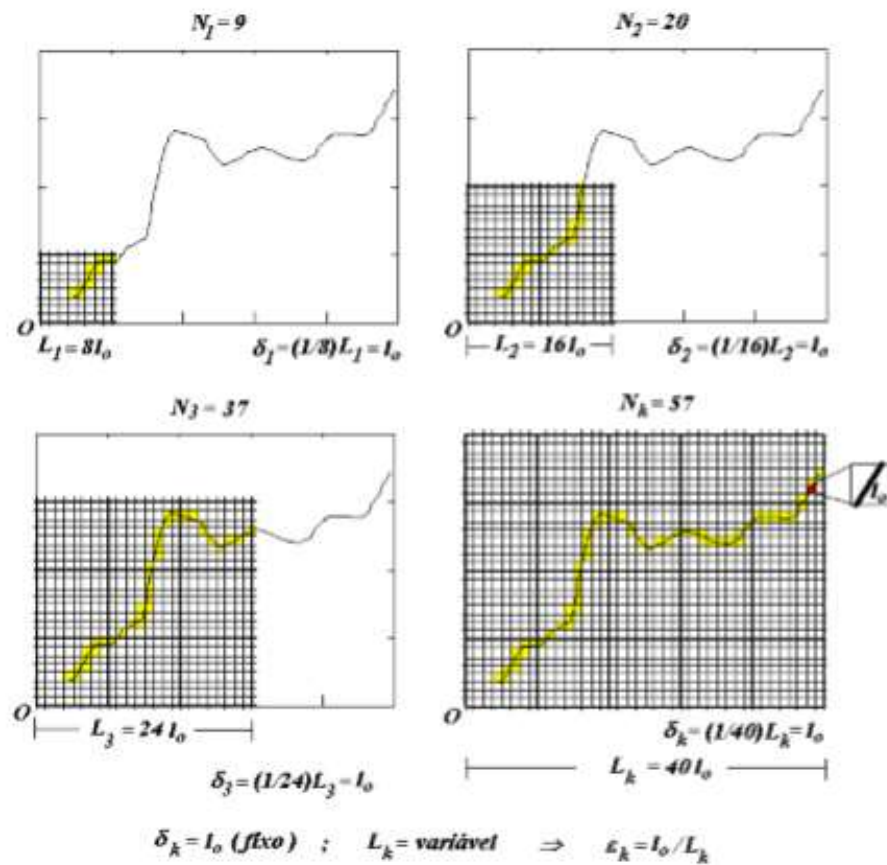


Fonte: RABAY Y.S.F, 2013 (84)

### 3.14 DIMENSÃO PELO PROCESSO SAND-BOX

O método Sand-Box, da mesma forma que o método Box-Counting, consiste em contar o número de caixas,  $N(u)$ , porém, com tamanho fixo,  $u$ , o menor possível, estendendo-se gradativamente a fronteira da contagem até atingir-se a fronteira do objeto em consideração. Isto é feito fixando-se, inicialmente, a origem da contagem a partir de um ponto fixo sobre o objeto, conforme mostra a figura 3.12.(70)

Figura 3-12 – Processo Sand Box



Fonte: Alves, L. M. 2012 (70)

Na figura 3.12, observa-se o trecho de uma trinca sobre um corpo de prova, mostrando a variação da medida do comprimento,  $L$ , da trinca com a escala de medida  $\epsilon_k = l_0/L_k$ , para uma partição,  $L_k = \text{variável}$ , com  $\delta_k = l_0$  (fixo). (70)

A figura da trinca é coberta com caixas de tamanhos  $L_k$  diferentes, não importando a forma, que podem ser retangulares ou esféricas. Porém ela deve ser fixada em um ponto “O” qualquer sobre a figura, denominado origem, a partir do qual as caixas são ampliadas. Conta-se o número  $N_k$  de estruturas elementares, ou sementes, que cabem dentro de cada caixa. (70). Fazendo-se o gráfico de  $\log N_k \times \log (\epsilon_k = \delta_{\min}/L_k)$  obtém-se a dimensão fractal do mesmo modo que o método box-counting. (70)

O número de pontos,  $N_1 L_1$ , que pertencem à estrutura, contidos dentro do quadrado, é contabilizado. Então o quadrado é deslocado para outro ponto, dentro da estrutura, e novamente o número de pontos,  $N_2 L_2$ , que ficam dentro do quadrado, é contabilizado. E assim por diante, até que toda a estrutura é varrida, deslocando-se o quadrado de lados  $L_k \times L_k$  ( $K=1$ ) e contabilizando-se os  $N_1 (L_k)$  em cada estágio. (70)

Em seguida, é mudado o tamanho do quadrado  $L_k \times L_k$  ( $K=2$ ) e repetido todo o processo anterior. Finalmente tem-se um conjunto de valores  $N_i$  ( $L_k$ ) para diferentes valores dos quadrados  $L_k \times L_k$  ( $K= 1,2, 3...$ ) construídos imaginariamente. (70)

A partir destes dados, é feito um tratamento estatístico para o cálculo da dimensão fractal. (70)

### 3.15 MULTIFRACTAIS

Muitos fenômenos existentes na Física, Geografia, Engenharia e demais áreas não podem ser explicados pela geometria fractal, tem-se a necessidade de generalizar a definição de fractal para incluir algumas estruturas. Essas estruturas são chamadas de multifractais. (85)

Modelos multifractais fornecem mais informações sobre uma distribuição física do que os modelos fractais. (86)

Em 1992, Evertsz e Mandelbrot observaram uma diferença entre o fractal e o modelo multifractal. Os modelos fractais se aplicam para um conjunto de objetos, já os modelos multifractais para medidas. (87,88)

Um multifractal é uma composição de fractais entrelaçados onde a dimensão fractal de cada um varia continuamente por toda sua extensão geométrica. (89–91)

Métodos multifractais foram aplicados em várias áreas da ciência. Muller and McCauley (92), usaram o multifractal para a caracterização de poros em rochas, Kropp (93) quantificou a variabilidade em sedimentos marinhos com bioatividade e Appleby (94) caracterizou os padrões da população humana. (95)

O modelo multifractal se baseia que a não uniformidade do sistema, frequentemente apresenta ricas propriedades de escala, incluindo a auto-similaridade. Ele descreve as propriedades estatísticas das medidas singulares em termos dos seus espectros de singularidade ou de dimensões generalizadas. (96)

A dimensão fractal é uma medida bem importante para os multifractais, pois define a conexão do conjunto de fractais com os valores reais. (85)

Num sistema homogêneo, a probabilidade é uma medida que varia com a escala  $L$  conforme equação: (95,96)

$$P(L) \sim L^D \quad (3.18)$$

Sendo D a dimensão fractal. Para um sistema heterogêneo e não uniforme a probabilidade  $P_i$  dentro da região  $i$ -ésima região ( $i$ ), varia com a equação 3.19 . (95,96)

$$P_i(L) \sim L^{\alpha_i} \quad (3.19)$$

Sendo  $\alpha_i$ , o expoente de Lipschitz–Holder ou pontos singulares, que caracteriza a  $i$ -ésima região ou espacial.(97)

Uma técnica para determinar parâmetros multifractais é cobrir uma medida com caixas de tamanho L. Similar a  $\alpha$ , os valores podem ser encontrados em diferentes posições dentro de uma distribuição. O número da caixa  $N(\alpha)$  onde o  $P_i$  tem forças de singularidade entre  $\alpha + d\alpha$  é encontrado em escala conforme a equação 3.20 (95,96)

$$N(\alpha) \sim L^{-f(\alpha)} \quad (3.20)$$

Sendo que  $f(\alpha)$  pode ser definido como a dimensão fractal do conjunto de caixas N, com singularidade  $\alpha$ . O expoente  $\alpha$  pode variar no intervalo de  $[\alpha-\infty, \alpha+\infty]$  e  $f(\alpha)$  é normalmente uma simples função concâva com um máximo em  $df(\alpha(q))/d\alpha(q)=0$ , onde  $q$  é a ordem de momento de uma distribuição. Assim, quando  $q=0$ ,  $f_{\text{máx}}$  é igual ao Box-counting ou dimensão de capacidade  $D_0$ . (95,97,98)

Os conjuntos de multifractais também podem ser caracterizados com base nas dimensões generalizadas das ordens de momentos  $q$  –ésimo de uma distribuição  $D_q$ , definida como na equação 3.21.(89,95,96)

$$D_q = \frac{1}{(q-1)} \lim_{L \rightarrow 0} \frac{\log \mu(q.L)}{\log(l)} \quad (3.21)$$

Sendo que  $\mu(qL)$  é função de participação que é definida pela equação 3.22.

$$\mu(q.L) \sim \sum_{i=L}^{N(L)} P_i^q(L) \quad (3.22)$$

A dimensão generalizada  $D_q$  é uma função monótona decrescente para todos os valores reais de  $q$  dentro de um intervalo de  $[-\infty, \infty]$ , que caracterizam a não

uniformidade da medida. Quando  $q < 0$ ,  $\mu$  acentua regiões na distribuição com menos concentração de medida e quando  $q > 0$ ,  $\mu$  acentua regiões com com concentração maior de medida. (95,96)

Conforme teoria (95) a função de participação é definida conforme equação 3.2.

$$\mu(q.L) \sim L^{\tau(q)} \quad (3.23)$$

sendo que  $\tau(q)$  é o expoente de massa de  $q$ -ésima ordem que é definida pela equação 3.24.

$$\tau(q) = (q-1)D_q \quad (3.24)$$

Deste modo define um conjunto de dimensões fractais generalizada(89)

$$D_q = \frac{\tau_q}{(q-1)} \quad (3.25)$$

A variação de  $D_q$  (dimensão fractal generalizada) com  $q$ , sinaliza a presença de um comportamento multifractal.(89,95,96)

A conexão entre o expoente  $f(\alpha)$  da equação (3.26) e  $\tau(q)$  da equação (3.27) ocorre através da transformação de Legendre.(89,95,96)

$$f(\alpha(q)) = q\alpha(q) - \tau(q) \quad (3.26)$$

$$\alpha(q) = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (3.27)$$

O espectro multifractal  $f(\alpha)$  e a dimensão generalizada  $D_q$  contém informações semelhantes, ambas caracterizam os arranjos estatísticos dos fractais de dimensão  $f(\alpha_i)$ . Em cada  $i$ -ésima fractal é observado escala  $P_i$  com expoentes de Lipschitz-Holder,  $\alpha_i$ . (95,96)

A curva  $f(\alpha(q))$  caracteriza a medida e é equivalente a sequência de expoente de massa  $\tau(q)$ . Este  $f(\alpha(q))$  algumas vezes é referido como espectro multifractal da medida  $p_i$  (89)

As dimensões generalizadas para  $q=0$ ,  $q=1$  e  $q=2$ , são conhecidas como  $D_0$ ,  $D_1$  e  $D_2$ . Sendo  $D_0$  a dimensão de capacidade independente de  $q$  que fornece uma

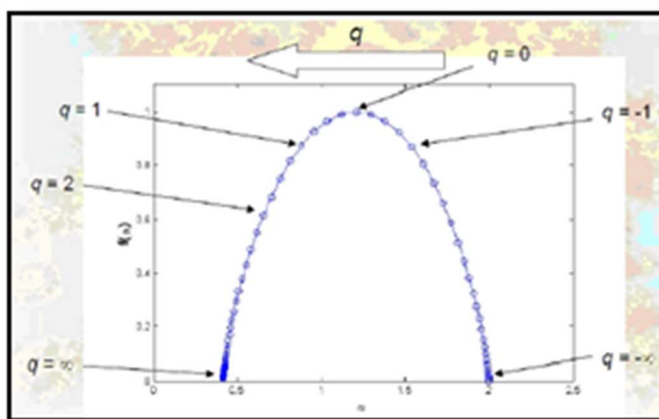
informação global (ou média) do sistema. O  $D_1$  é relacionado à informação de entropia de Shannon e quantifica o grau de desordem presente em uma distribuição, medindo a forma que a entropia de Shannon, sendo conhecida como dimensão de informação.  $D_2$  é conhecida como dimensão de correlação. (89,95,96)

### 3.15.1 Espectro Multifractal

Um espectro multifractal,  $f(\alpha)$ , está associado a entropia generalizada e  $\alpha$  é a energia interna do sistema. O espectro caracteriza quantitativamente a variabilidade da medida. A largura é a indicação da variabilidade total. Os gráficos que apresentam um  $\Delta\alpha$  maior sinaliza que o sistema é mais heterogêneo, consequentemente mais entrópico, e se a distância é menor, indica que o sistema é menos entrópico, ou seja, mais homogêneo. (95,99)

A figura 3.13 é um exemplo de espectro multifractal, onde está demonstrado as regiões do  $q$ .

Figura 3-13 – Imagem do Espectro Multifractal



Fonte: Jorge L, Posadas N, et.al (99)

Na figura 3.13, observa-se onde os momentos  $q$  estão relacionados à singularidade dos espectros. Para valores de  $q > 1$ , as únicas medidas são altamente reforçadas e para  $q < 1$ , as menores áreas são enfatizadas. O ponto em que  $f(\alpha)$  é igual a  $\alpha$ , corresponde ao ponto onde  $q$  é igual a 1 e que é a medida do sistema (entropia). O ponto  $q=0$  corresponde ao valor máximo e é conhecido como dimensão fractal, e o ponto  $q=2$  corresponde a correlação da dimensão. Para monofractais, o espectro é



constante enquanto que para multifractais são representados por uma função monótona decrescente. (98,99)

### 3.16 ENTROPIA E TENACIDADE AO IMPACTO

Na Mecânica da Fratura a tenacidade à fratura é definida como sendo a capacidade de o material resistir à propagação de uma trinca, medida pelo trabalho necessário para fazê-la crescer. (100) Um material pode mudar completamente seu comportamento à fratura mediante o estado de tensões que lhe é aplicado. (100)

A tenacidade à fratura fornece uma ideia conjunta das diferentes resistências mecânicas distribuídas no interior material. Então, por meio de argumentos e equações termodinâmicas pode-se dizer que a tenacidade dos materiais frágeis é diretamente proporcional à entropia (1)

A entropia é um conceito essencial na termodinâmica e na mecânica estatística. Seu papel fundamental em relação ao comportamento dos sistemas macroscópicos foi reconhecido um século atrás, por Clausius, Kelvin, Maxwell, Boltzmann, entre muitos outros. Ela está relacionada com o estado e a tendência de um sistema, em produzir desordem em uma fragmentação. (101)

Boltzmann mostrou uma perspectiva diferente sobre o sentido da entropia, que dentro da termodinâmica estatística, passou a ser entendida como uma medida de probabilidade de um estado. (102). De acordo com Boltzmann, a entropia está relacionada com o número de microestados acessíveis ao sistema. (101,102)

A fórmula da entropia de Boltzmann é mostrada na equação 3.28. Quanto maior for o número de microestados, maior será o valor da entropia, ou seja, o aumento da entropia ocorre quanto maior for o número de maneiras de distribuir as moléculas. (102)

$$S = K_B \ln W \quad (3.28)$$

Sendo:

S – é a entropia

$K_B$  – é a constante de Boltzmann

W – Número de microestados (Número de fragmentos)

Em 1902, Gibbs adotou um ponto de vista que deu uma definição de entropia de sistema com base na distribuição de probabilidade dos microestados,

conforme equação 3.29. O seu teorema diz que as propriedades macroscópicas de um sistema podem ser encontradas como média dos valores para microestados. (101,103)

$$S = K \sum_i^W p_i \ln p_i \quad (3.29)$$

Sendo: K é a constante de Boltzmann

A entropia de Shannon, conhecida como a Teoria da Informação, fornece uma medida de incerteza de uma dada distribuição de probabilidade. Ou seja, a quantidade de informação está ligada a quantidade de estados microscópicos permitido ao sistema. Sendo assim quanto mais estado microscópico o sistema tiver, maior será a quantidade de informação contida nele. Shannon utiliza um tratamento probabilístico e faz uso de uma função logarítmica, conforme a equação 3.30. (104,105)

$$S = -K \sum_i^W p_i \ln p_i \quad (3.30)$$

Sendo:

$p_i$  - é a probabilidade de ocorrência de cada evento.

K – Constante a ser determinada.

A única diferença entre as equações da entropia de Gibbs e Shannon são as constantes K. (103)

Fora do contexto da termodinâmica e da teoria da informação as equações de entropia de Boltzmann e Gibbs apresentaram limitações. Por exemplo, elas não conseguem explicar situações onde é necessário a análise fractal. (106)

Em 1961 o matemático Renyi apresentou uma equação (3.31) de entropia que, além de depender da probabilidade, depende de um parâmetro real (q). (107)

$$S_q = -\frac{K}{(q-1)} \ln \sum_{i=1}^W p_i^q \quad (3.31)$$

Sendo:

q - é um número real.

Interpretando a entropia de Renyi, pode-se dizer que é uma generalização da entropia de Shannon. Entre as propriedades básicas da entropia pode-se citar a positividade ( $S_q \geq 0$ ), quando o  $q \leq 1$  a entropia é côncava, mas para  $q > 1$  não é convexa e nem côncava, e quando  $q \rightarrow 1$  a entropia de Renyi é igual a entropia termodinâmica de Shannon (equação 3.30). (106,108,109)

Estudos recentes na Física revelam que a entropia de Reny é apropriada para estudo de multifractais. (109)

Com o aumento do uso de multifractais, em 1988, Tsallis propôs uma nova generalização da teoria da mecânica estatística. Em sua equação (3.32) aparece uma variável adicional, o expoente  $q$ . As probabilidades dos microestados são elevadas a  $q$  (expoente de Tsallis). (108,110)

$$S_q = K \frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{q-1} \quad (3.22)$$

Sendo:

$K$  – Constante positiva

$q$  – Número real

$p_i = \frac{m_i}{m_t}$  é a fração parcial de massa dos fragmentos em relação a massa total

Quando o valor de,  $q \rightarrow 1$ , a entropia de Tsallis (equação 3.32), obtêm-se a entropia termodinâmica de Shannon. (108,110,111)

A entropia de Tsallis também tem concavidade definida, mais precisamente, ela é côncava para  $q > 0$  (somente um máximo) e convexa para  $q < 0$  (somente um mínimo). (112) (108)

Supõe-se que a entropia detectada diretamente pelo número de fragmentos produzido por cada material tenha uma relação linear direta com a tensão de ruptura do material, sendo a resistência dada em Megapascal =  $N/m^2 = \text{Joule}/m^3$ . (1)

De acordo com o modelo de Griffith, a tensão de fratura, que também corresponde a uma densidade de energia. Ou seja, a quantidade de energia aplicada, no caso da fragmentação é convertida em fragmentos e depende essencialmente do modelo de fratura que se empregue. Esta energia depende do material para criação

de superfícies livres de propagação da trinca, que determina a rigidez do material.  
(100)

A densidade de energia pode ser calculada pela equação 3.33.

$$u = \frac{U}{V} = \frac{TS}{V} \quad (3.33)$$

Sendo:

u – densidade de energia interna

U – energia interna

S – entropia

T – temperatura (K)

A densidade de energia (u), dada dessa forma, será usada para comparar com a tensão de fratura obtida pelo ensaio de flexão em três pontos.

Em medidas experimentais a checagem da validade do uso das equações de entropia é feita pela convergência dos resultados fornecidos por essas diferentes abordagens.

## 4 MATERIAIS E MÉTODOS

O trabalho está estruturado em duas etapas, sendo a primeira o processamento dos corpos de provas das porcelanas e da alumina e as suas caracterizações, e a segunda a realização dos ensaios de impacto dos corpos de provas cerâmicos (porcelana e alumina), de um vidro comum e acrílico.

Os corpos de prova dos vidros e acrílicos foram adquiridos já prontos, sendo solicitada a espessura, largura e comprimento desejados. O vidro e acrílico serão materiais de referência.

### 4.1 MATÉRIAS PRIMAS

As matérias-primas foram escolhidas em função das suas características químicas. Para a produção das porcelanas silicosas e aluminosas foram utilizadas as matérias primas descritas na tabela 4.1.

Para a produção das amostras de alumina foi utilizada a Alumina A 3000, fornecida pela Almatís.

Tabela 4.1– Origem das Matérias Primas

Matéria Prima	Origem
Feldspato	Incepa
Argila	Castro
Caulim	Incepa
Quartzo	Pianaro
Alumina A 3000	Almatís

Fonte: Autor

Inicialmente as matérias primas feldspato, argila, caulim e quartzo foram desaglomeradas em moinho de bola por 8 horas, utilizando bolas de porcelana numa proporção de bolas:material de 2:1.

Após a desaglomeração, cada matéria prima foi seca em estufa com circulação de ar a 105°C, por 24 horas. Em seguida com um auxílio de um almofariz e um pistilo, as matérias primas foram desaglomeradas e passadas em peneira de malha 0,177 mm (Mesh 80).

## 4.2 CARACTERIZAÇÃO DAS MATÉRIAS PRIMAS

A caracterização das matérias primas foi feita por Difração de Raios X, Fluorescência de Raios X e medida de tamanho e distribuição de tamanho de partículas.

### 4.2.1 Difração de Raios X

A análise de difração de raios X foi feita em um equipamento modelo Ultima IV, da marca Rigaku com os seguintes parâmetros, velocidade de varredura de 2°/min, com 2 $\theta$  variando de 5° a 90°, com radiação CuK $\alpha$ .

### 4.2.2 Fluorescência de Raios X

A determinação da composição química das matérias primas foi feita por espectrometria de fluorescência de raios X, utilizando o equipamento modelo EDX 700, da marca Shimadzu.

### 4.2.3 Tamanho e distribuição de tamanhos de partículas.

A medida de tamanho e distribuição de tamanho de partículas foi feita por Difração a Laser, utilizando o equipamento Cilas 920.

## 4.3 PREPARAÇÃO DAS COMPOSIÇÕES

Foram preparadas duas composições de porcelanas, sendo uma porcelana aluminosa e uma porcelana silicosa, e uma composição com 100% de alumina. A tabela 4.2 apresenta as composições estudadas.

Tabela 4.2– Composição das Porcelanas e da Alumina

Matéria prima	Composição		
	Comp. 1 (%)	Comp. 2 (%)	Comp. 3 (%)
Argila	10	10	-
Caulim	25	25	-
Feldspato	35	35	-
Quartzo	30	-	-
Alumina	-	30	100

Fonte: Autor

A composição 1 refere-se a uma porcelana silicosa, a composição 2 refere-se a uma porcelana aluminosa e a composição 3 refere-se a uma cerâmica de alumina.

Para a preparação das composições de porcelana, com as porcentagens definidas, as matérias primas foram misturadas em moinho de bolas, em água, utilizando uma proporção de bola:material de 2:1, com a adição de 1% do dispersante silicato de sódio ( $\text{Na}_2\text{SiO}_3$ ), por 8 horas.

As misturas foram então secas em estufa com circulação de ar a 110°C por 24h. Após secagem as misturas foram desaglomeradas com o auxílio de almofariz e pistilo e passada em peneira 0,149 mm (100 Mesh).

A preparação da composição 3 foi feita em um jarro de Nalgene com bolas de zircônia, numa proporção de bola:material de 3:1, com adição de 1% em peso de ligante PVB (poli (vinil butiral)), por 2 horas. Após, a composição foi secada com fluxo de ar quente, desaglomerada com o auxílio de um almofariz e pistilo e passada em peneira de 100 Mesh.

#### 4.4 CONFORMAÇÃO DOS CORPOS DE PROVAS

A conformação dos corpos de provas foi realizada por prensagem uniaxial. Foram conformados corpos-de-prova com duas geometrias diferentes: uma em forma de barras e outra em forma de discos.

O corpo de prova em forma disco, com diâmetro de 50 mm e espessura de 4 mm, foram feitos para a realização dos ensaios de impacto balístico e os corpos de provas em barras, com dimensão de 50 mm de comprimento e 10 mm de largura foram feitos para os ensaios de flexão em três pontos

Foram prensados 15 corpos de provas na forma de barra e 15 corpos de prova na forma circular, sendo 5 (cinco) de cada composição.

Após a prensagem os corpos de provas foram medidos e pesados para a caracterização física.

#### 4.5 CORPOS DE PROVA DE ACRÍLICO E VIDRO

Os corpos de prova de vidro e de acrílico foram adquiridos com dimensões próximas aos corpos-de-prova das porcelanas e alumina produzidos, pois para comparação dos resultados, é necessário que os materiais estudados tenham aproximadamente as mesmas dimensões.

A dimensão dos corpos de prova circulares do acrílico e do vidro foi de 45 mm e de 4,0 mm de espessura e dos corpos de prova retangulares foi de 45 mm de comprimento, 9,0 mm de largura e 4,0 mm de espessura.

#### 4.6 SINTERIZAÇÃO DOS CORPOS DE PROVA

Depois de compactados, os corpos de prova das porcelanas foram sinterizados em forno elétrico, de marca JUNG, com taxa de aquecimento de 10°C/min até a temperatura de 1250°C, com patamar de 2 horas.

Os corpos de prova de alumina foram sinterizados num forno elétrico Lindberg, na temperatura de 1550°C, por duas horas, com taxa de aquecimento de 10°C/min.

#### 4.7 CARACTERIZAÇÃO DOS CORPOS DE PROVA

Os corpos de provas das porcelanas e da alumina sinterizados foram caracterizados por medidas de densidade aparente (DA), porosidade aparente (PA), absorção de água (AA), resistência à flexão em três pontos, difração de raios X e microscopia eletrônica de varredura (MEV).



#### 4.7.1 Densidade aparente (DA)

Para determinação da densidade aparente foi utilizado o método de imersão em líquido, baseado no Princípio de Arquimedes. O método baseia-se em determinar o peso do volume de líquido deslocado pelo corpo de prova, considerando que a densidade da água depende da temperatura em que o ensaio está sendo realizado.

Após sinterização os corpos de prova foram pesados a seco, em seguida foram deixados imersos em água por 24 horas e após foram feitos os pesos úmidos e imerso.

Com estes valores, a densidade aparente (DA) foi calculada pela equação (4.1).

$$DA = \frac{P_s}{P_u - P_i} \cdot \rho \quad (4.1)$$

Sendo:

$P_s$  - peso seco do corpo de prova (g).

$P_u$  - peso do corpo de prova úmido após ele ter permanecido imerso em água durante 24 horas (g).

$P_i$  - peso do corpo de prova imerso em água (g).

$\rho$  - densidade da água.

#### 4.7.2 Porosidade aparente

A porosidade aparente (PA) foi determinada pela equação:

$$PA = \frac{P_u - P_s}{P_u - P_i} \cdot 100 \quad (4.2)$$

#### 4.7.3 Absorção de água

A absorção de água (AA) foi calculada pela equação:

$$AA = \frac{P_u - P_s}{P_s} \cdot 100 \quad (4.3)$$

#### 4.7.4 Difração de raios X

Para realização da difração de raios X os corpos de provas foram moídos com o auxílio de um almofariz e pistilo e passado em uma peneira de mesh 100. O equipamento e as condições para a análise foram às mesmas descritas anteriormente no item 4.2.1.

#### 4.7.5 Microscopia eletrônica de varredura (MEV)

Para a análise da microestrutura das porcelanas, os corpos-de-prova sinterizados foram lixados e polidos, em seguida foram atacados com uma solução de 5% de ácido fluorídrico (HF) por 15 segundos para retirar a fase vítrea e após lavados em água corrente.

Para a análise da microestrutura da alumina, os corpos de prova foram lixados e polidos e foram atacados termicamente numa temperatura de 50°C abaixo da temperatura de sinterização, por 10 minutos.

Para a melhor observação no microscópio eletrônico de varredura foi depositado uma fina camada de ouro na área a observar.

A análise foi feita num microscópio do modelo Vega 3/Tescan.

### 4.8 ESTUDO DO MÓDULO DE RUPTURA À FLEXÃO EM TRÊS PONTOS

Para realização do ensaio de resistência a flexão em três pontos foi utilizada a Máquina Universal de Ensaio SHIMADZU AGI – 10 KN. O método se baseia em apoiar o corpo de prova sobre dois pontos e aplicar uma carga no centro do mesmo.

A carga foi aumentada continuamente até a ruptura e determinou-se a força necessária para a ruptura dos corpos de provas. Com o resultado da força e conhecendo as dimensões iniciais do corpo de prova, calculou-se a resistência à flexão, de acordo com a equação 4.4.

$$MR = \frac{3 \cdot P \cdot L}{2 \cdot b \cdot d^2} \quad (4.4)$$

Sendo:

MR - Módulo de ruptura (MPa).

P - Carga de ruptura (N).

L - Distância entre os apoios (mm).

b - largura do corpo de prova (mm).

d - espessura do corpo de prova (mm).

Os resultados foram obtidos através do software Trapézio.

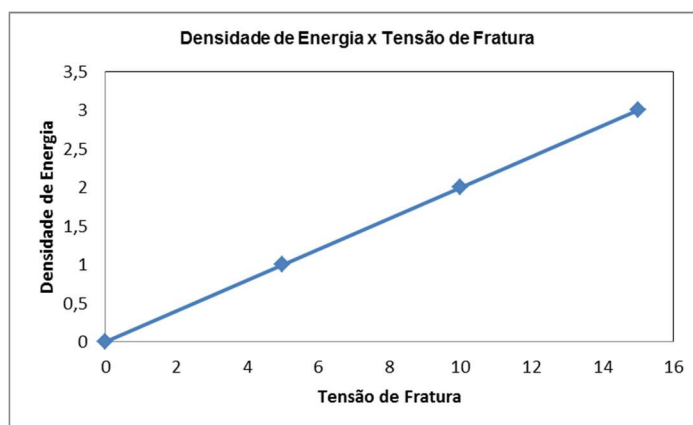
O ensaio de flexão foi realizado em 5 corpos de provas em formato de barras, para cada composição. Os resultados obtidos no ensaio foram a Força e Tensão de Fratura.

Para o presente estudo foi utilizado os valores de tensão de fratura ( $\sigma_f$ ), com o qual foi plotado o gráfico de Densidade de energia (equação 3.23) por Tensão de Fratura.

Para o cálculo da densidade de energia, foi calculada a entropia dos corpos em forma de disco através do ensaio de impacto balístico. O ensaio foi realizado em 5 corpos de provas de cada matéria prima.

A relação entre a entropia e a tensão de fratura é linear (113), conforme figura 4.1.

Figura 4-1 - Exemplificação da relação da densidade de energia com a tensão de fratura

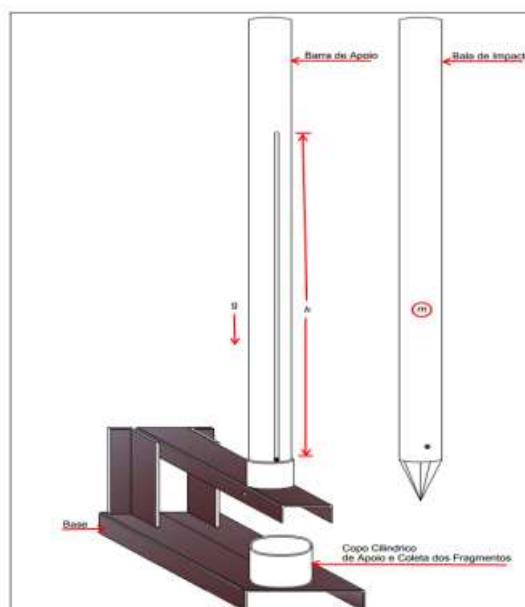


Fonte: Autor

#### 4.9 ESTUDO DE IMPACTO BALÍSTICO EM DISCOS

O estudo de impacto balístico foi realizado utilizando o equipamento mostrado na figura 4.2, o qual foi construído para se obter a probabilidade de fratura.

Figura 4-2 - Máquina de ensaio de impacto mecânico.



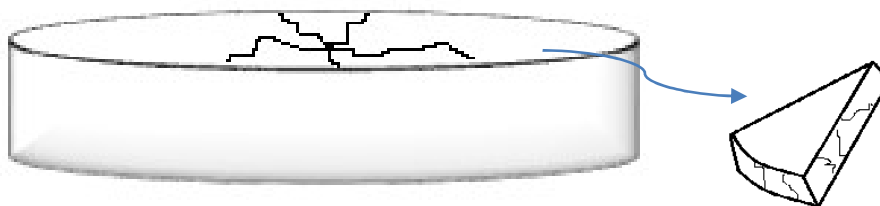
Fonte: MVU MBI.C [3]

A figura 4.2 representa o mecanismo que foi utilizado para a realização do estudo de impacto. O ensaio consistiu em deslizar, por gravidade, a barra de impacto sobre os trilhos da barra de apoio a uma dada altura ( $h$ ), até cair sobre o corpo de prova que fica em repouso sobre o copo cilíndrico. Com isso foi produzido fragmentos resultantes desse impacto da massa com o corpo de prova.

Essa altura ( $h$ ) e massa ( $m$ ) foram utilizadas no cálculo da energia do impacto a ser imposta sobre o material.

Através do ensaio do impacto balístico foram analisados os padrões dos fractais das trincas superficiais e dos fractais das trincas na espessura do corpo de prova, conforme demonstrado na figura 4.3. Os padrões estão ligados as características do material.

Figura 4-3 - Esquema de trinca superficial e na espessura do corpo.



Fonte: Autor.

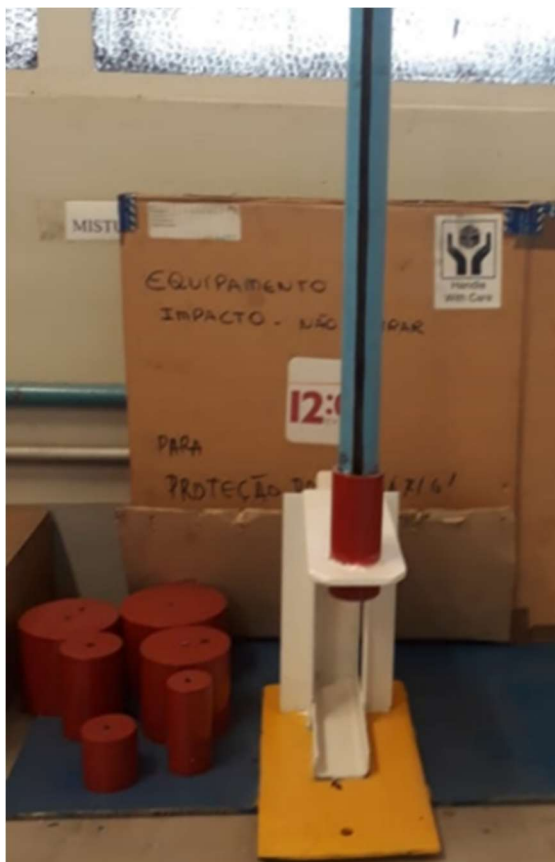
#### 4.10 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL UTILIZADO NO ENSAIO DE IMPACTO

Para a realização do ensaio de impacto, foram feitas a pesagem e medidas dos corpos de provas, onde foram retirados os dados tais como, o diâmetro, espessura e o peso da barra de impacto. Logo após, o equipamento foi preparado de forma adequada para que todos os procedimentos estivessem corretos, como: ajustes do equipamento, lubrificação da barra de apoio para diminuir o atrito entre a barra de impacto e a barra de apoio, proteção individual, e um anteparo ao redor do equipamento para que não houvesse perda de material quando feito o impacto.

Os corpos de prova foram então colocados no equipamento, figura 4.4, e centralizados no copo cilíndrico. A barra de impacto foi levantada a uma dada altura, suficiente para a ruptura do material. A barra de impacto foi então solta para que ocorresse o choque da ponta com o corpo de prova, havendo assim a fratura do material. O material fragmentado foi recolhido e os pedaços fragmentados foram pesados e fotografados.

O processo foi filmado para observar o comportamento do ensaio e da quebra do material.

Figura 4-4 - Equipamento de ensaio de impacto ballístico.



Fonte: Autor.

Através do ensaio de impacto dos corpos cilíndricos, foi realizado o estudo do expoente  $\gamma+1$ , equação 3.10, das porcelanas, alumina, vidro e acrílico, que corresponde a tenacidade ou tensão de fratura do material. Com estes valores foi avaliada a relação entre Weibull e o expoente  $\gamma+1$ .

Com os fragmentos obtidos no ensaio de impacto também foi realizado o cálculo das entropias de Shannon, Renyi e Tsallis, comparando os valores entre elas, sendo a entropia de Tsallis e Renyi um estudo de multifractais.

#### 4.11 CÁLCULO MATEMÁTICO DAS ENTROPIAS

Para realizar o cálculo das entropias foi utilizado como recurso uma planilha eletrônica, onde os dados foram inseridos.

Inicialmente foi calculada a área superficial de cada fragmento, sendo que cada massa era dividida pela espessura e densidade dos fragmentos. Com esta área calculou-se o diâmetro de cada fragmento.

Como já descrito na teoria, para o cálculo da escala do box counting, deve-se deixar  $L_0$  (diâmetro inicial) fixo e variar o  $l$  (diâmetro), sendo a escala igual a  $\frac{l}{L_0}$ .

Para cada escala do box counting foi calculada uma entropia de Boltzmann, Renyi e de Tsallis. Devido a isto os gráficos de entropias de Renyi e Tsallis apresentaram várias curvas.

Para a entropia de Boltzmann, calculou-se a probabilidade de cada evento  $p_i$ , sendo dividindo  $M$  (massa) de cada fragmento pelo  $M$  total. Este valor foi normalizado, tendo deste modo o  $p_i$  normalizado. E para finalizar calculou-se pela fórmula 3.19 o valor da entropia de Boltzmann.

Para os cálculos da entropia de Renyi e Tsallis, utilizou-se os valores de  $q$  de -3 a 3. Os valores de  $p_i$  normalizado foram elevados a  $q$ , e o seu  $\ln$  foi dividido por  $(q-1)$ , deste modo se obteve a entropia de Renyi. Para o cálculo da entropia de Tsallis aplicou-se na equação 3.22 os mesmos dados da entropia de Renyi.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo estão apresentados os resultados das caracterizações das matérias primas e composições, e dos resultados obtidos pelos ensaios de impacto balístico

### 5.1 FLUORESCÊNCIA DE RAIOS X

As análises químicas das matérias primas utilizadas foram obtidas por fluorescência de raios X e está apresentada na tabela. 5.1

Tabela 5.1 - Análise Química das matérias primas

% Massa	Caulim	Argila	Feldspato	Quartzo	Alumina
SiO <sub>2</sub>	51,5	49,28	66,50	93,32	
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	44,7	44,71	21,75	6,28	99,72
TiO <sub>2</sub>	0,72	3,61	0,27		
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,68	1,58	1,19	0,11	0,03
K <sub>2</sub> O	0,09	0,65	1,52		
CaO		0,16	1,01		0,21
Na <sub>2</sub> O			7,62		

Fonte: Autor

A análise química mostra que o maior componente presente nas matérias primas, com exceção da alumina é o óxido de silício. O caulim apresentou valores de SiO<sub>2</sub> e Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> próximos aos valores teóricos para o argilomineral caulinita, apresentados por Luz A.B et.al (23). A argila e o caulim apresentaram uma porcentagem de TiO<sub>2</sub> e Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, porém os valores não influenciaram na cor nos corpos de provas.

Pela análise química observou-se que o feldspato utilizado é uma albita a qual apresenta 7,62% de Na<sub>2</sub>O.

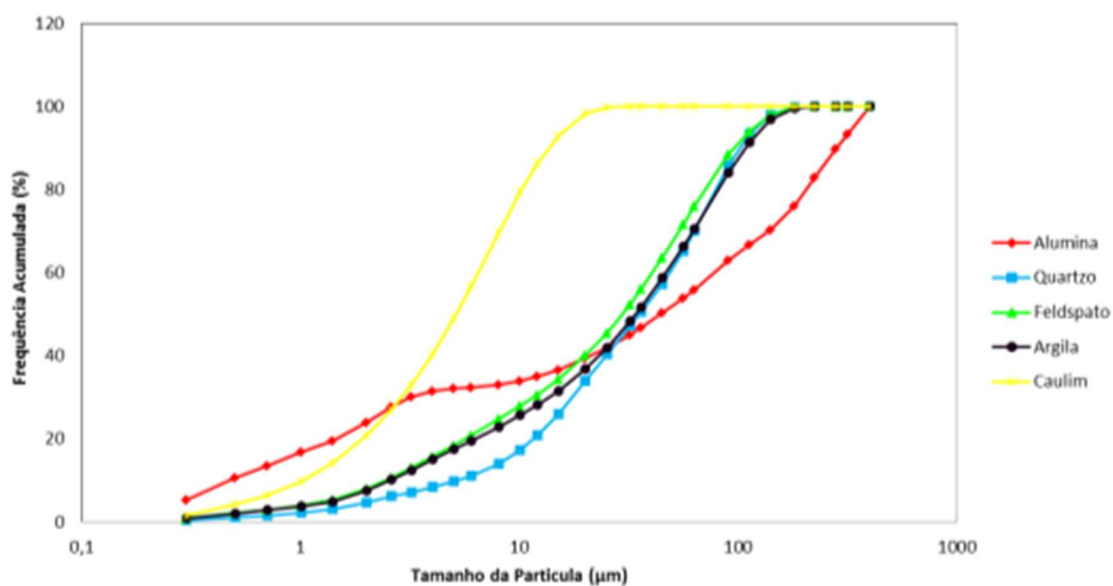
O quartzo apresentou em quase totalidade SiO<sub>2</sub>, e uma porcentagem baixa de Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.



## 5.2 TAMANHO E DISTRIBUIÇÃO DE TAMANHOS DE PARTÍCULAS

A figura 5.1 mostra os resultados da análise granulométrica das matérias primas utilizada na composição das porcelanas e da alumina.

Figura 5-1 – Análise Granulométrica



Fonte: Autor

Na tabela 5.2 são apresentados os resultados das distribuições de tamanho de partículas das matérias primas.

Tabela 5.2 – Valores médios da granulometria

<b>Matéria Prima</b>	<b>Granulometria 10% - Inferior (μm)</b>	<b>Granulometria 50% - Inferior (μm)</b>	<b>Granulometria 90% - Inferior (μm)</b>	<b>Tamanho Médio das Partículas (μm)</b>
<b>Caulim</b>	1,02	5,12	13,55	6,38
<b>Argila</b>	2,53	33,80	107,51	45,76
<b>Quartzo</b>	5,09	35,16	101,43	46,11
<b>Feldspato</b>	2,41	29,32	95,54	40,41
<b>Alumina</b>	0,47	44,0	280,96	96,13

Fonte: Autor

Nos resultados da tabela 5.2 observa-se que o quartzo apresenta o valor médio maior de partículas comparando com o caulim, argila e feldspato. Essa relação está de acordo com a teoria, onde o quartzo apresenta uma partícula mais grosseira, assim diminuindo a retração durante a secagem evitando o trincamento da peça. (2)

A alumina também apresentou uma granulometria mais grosseira, o que é positivo, pois ela substituiu o quartzo na composição de uma das porcelanas.

A argila apresentou uma granulometria mais grosseira do que o caulim, o que difere da teoria. Pois o caulim deveria ter uma granulometria maior. (23,114)

O quartzo foi o que apresentou o segundo maior tamanho de partículas, característica própria de materiais não plásticos e indica que esta granulometria é grosseira.(7)

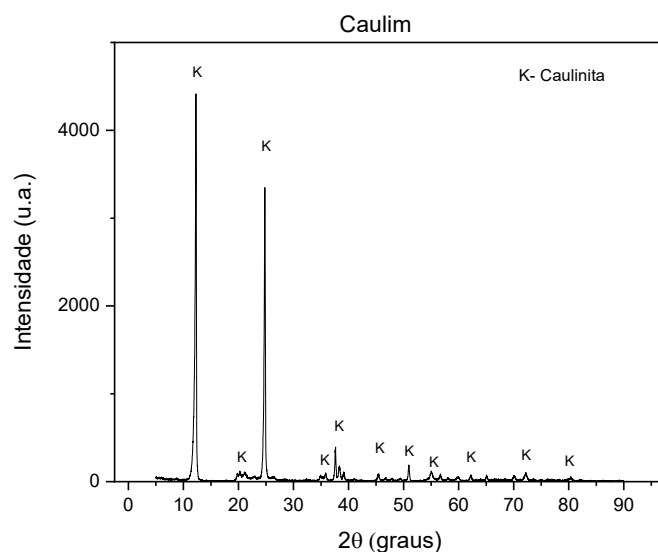
A diferença dos resultados teóricos com os obtidos deve ser devido a aglomeração das partículas durante o ensaio de análise granulométrica. E estes valores não impactaram nos resultados dos ensaios realizados.

### 5.3 DIFRAÇÃO DE RAIOS X

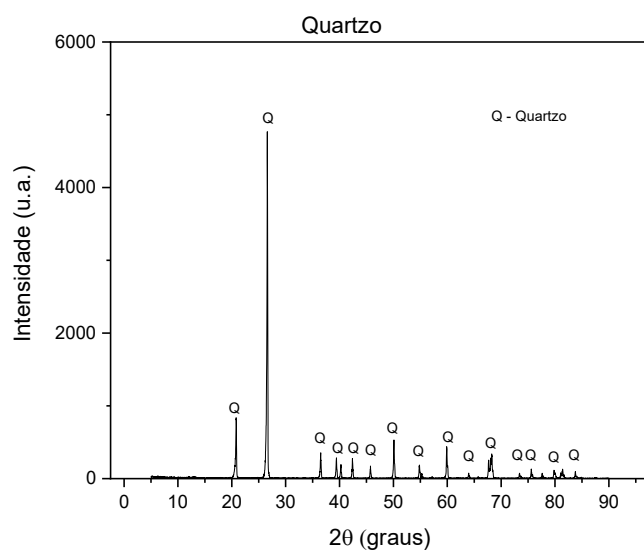
A figura 5.2 apresenta os resultados da difração de raios X das matérias-primas utilizadas.

Figura 5-2 - Difração de Raios -X das matérias-primas: (a) Caulim, (b) Quartzo, (c) Argila, (d) Feldspato e (e) Alumina

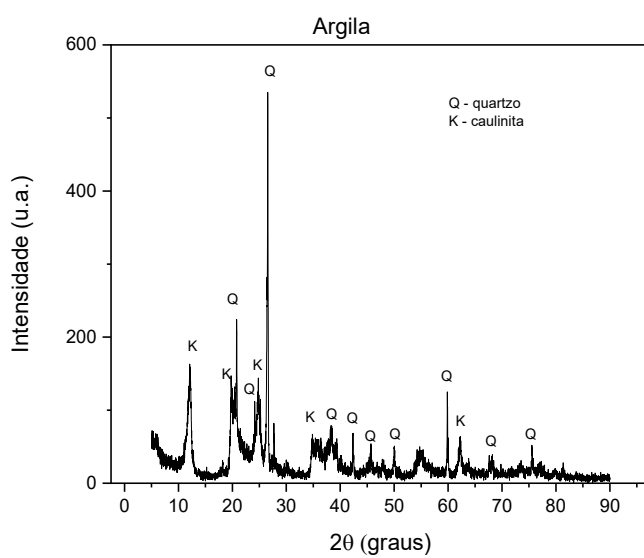
a)



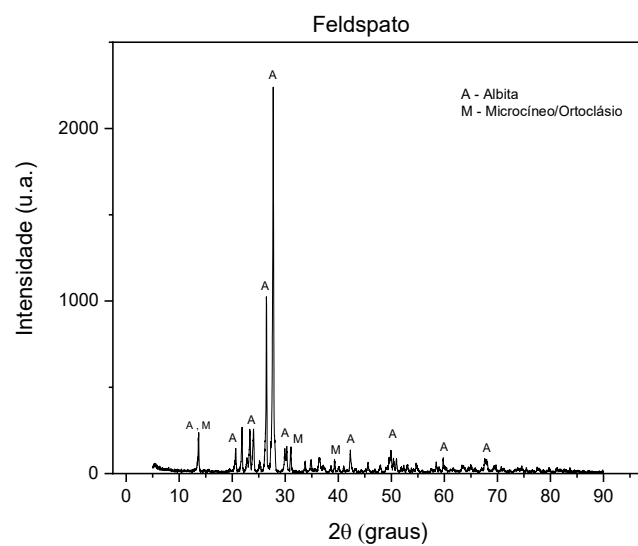
b)



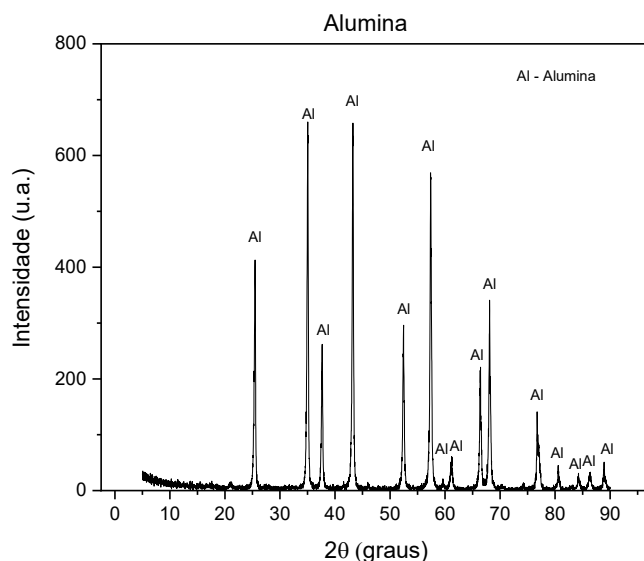
c)



d)



e)



Fonte: Autor

Pela análise dos difratogramas, observa-se que o caulim apresenta somente a fase de caulinita e o quartzo apresentou a fase de quartzo-  $\alpha$ . A argila apresentou as fases de quartzo e caulinita e o feldspato as fases albita e ortoclásio. A alumina apresentou somente picos referentes à  $\alpha$ -alumina.

#### 5.4 CARACTERIZAÇÕES DOS CORPOS DE PROVAS APÓS SINTERIZAÇÃO

A Tabela 5.3 apresenta os valores de densidade aparente, porosidade aparente e absorção de água das composições estudadas.

Tabela 5.3 – Resultado de densidade aparente, porosidade aparente e absorção de água das composições estudadas.

Composição	DA (g/cm <sup>3</sup> )	PA (%)	AA (%)
Porcelana Silicosa	2,45	1,81	0,75
Porcelana Aluminosa	2,82	1,57	0,56
Alumina	3,93	0,95	0,24

Fonte: Autor

Na tabela 5.3, observa-se que a porcelana silicosa possui a densidade aparente de 2,45 g/cm<sup>3</sup>. A porcelana aluminosa, apresenta o valor de 2,82 g/cm<sup>3</sup>. E

os corpos de prova da alumina, apresentou o valor de 3,93g/cm<sup>3</sup>, correspondendo aos valores encontrados na literatura. (14,115,116).

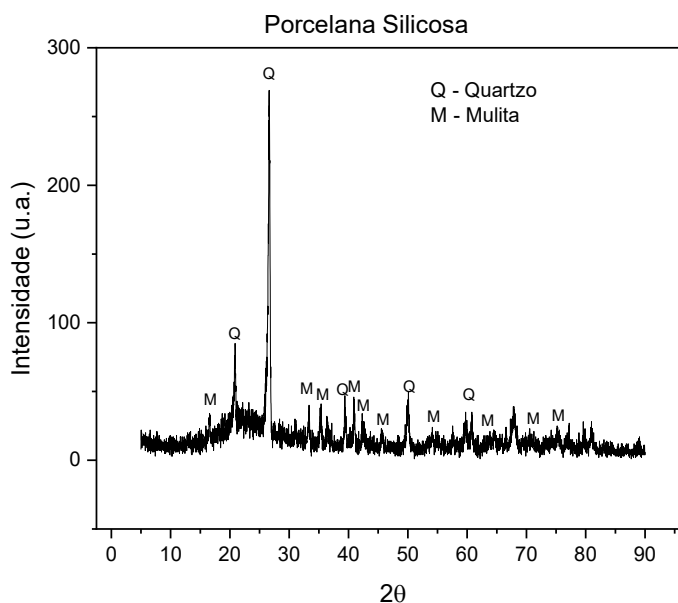
Entre as composições estudadas a que apresentou menor absorção de água, foi a Alumina, comparando os resultados obtidos na tabela 5.3.

A porosidade aparente é razão entre o volume dos poros abertos existentes no material pelo volume ocupado. Na tabela 5.3 o material que apresentou menos porosidade foi a Alumina, o que confirma o valor da absorção de água, já que os valores de porosidade e absorção de água são proporcionais. Quanto menor a porosidade, maior é a densificação do material, sendo a densidade teórica da alumina de 3,98 g/cm<sup>3</sup>. (25)

Os resultados de porosidade aparente e absorção de água foram relativamente baixos para as 3 composições estudadas, ficando a porosidade aparente com valores abaixo de 1,8% e de absorção de água abaixo de 0,75%. Esses dados são importantes, pois indicam que as composições atingiram densidades relativamente altas, conforme observado na tabela 5.3.

As figuras 5.3, 5.4 e 5.5 apresentam os resultados da difração raios X da porcelana silicosa, porcelana aluminosa e alumina, respectivamente após a sinterização.

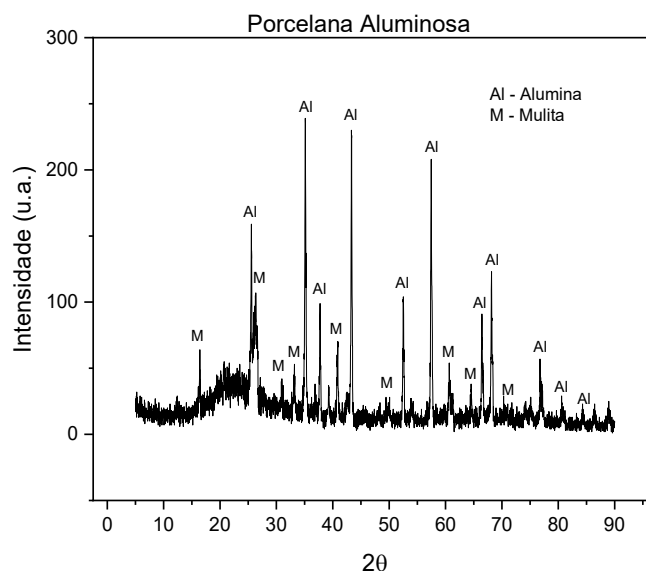
Figura 5-3 – Difração de Raios X da Composição 1- Porcelana Silicosa



Fonte: Autor

Na figura 5.3, observa-se a presença de duas fases cristalinas, sendo elas a mulita e o quartzo. Estas duas fases juntamente com a fase vítrea são os principais constituintes de uma porcelana.(7)

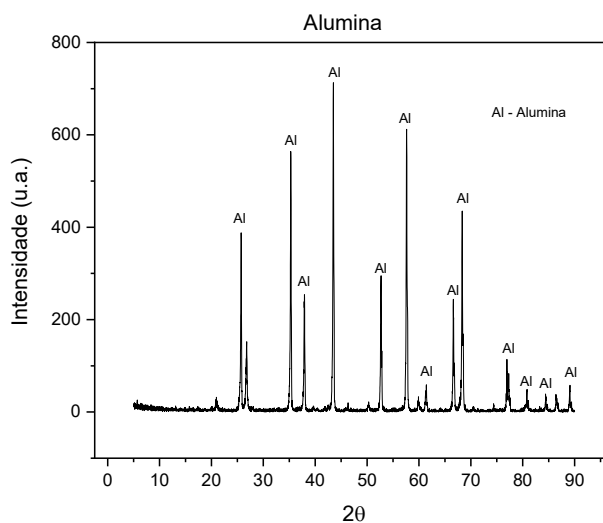
Figura 5-4 - Difração de Raios X da Composição 2 – Porcelana Aluminosa



Fonte: Autor

Na difração de raios X apresentada na figura 5.4, observa-se a presença de duas fases cristalinas, que são a alumina e a mulita, as quais são fases encontradas nas porcelanas triaxiais aluminosas. (2)

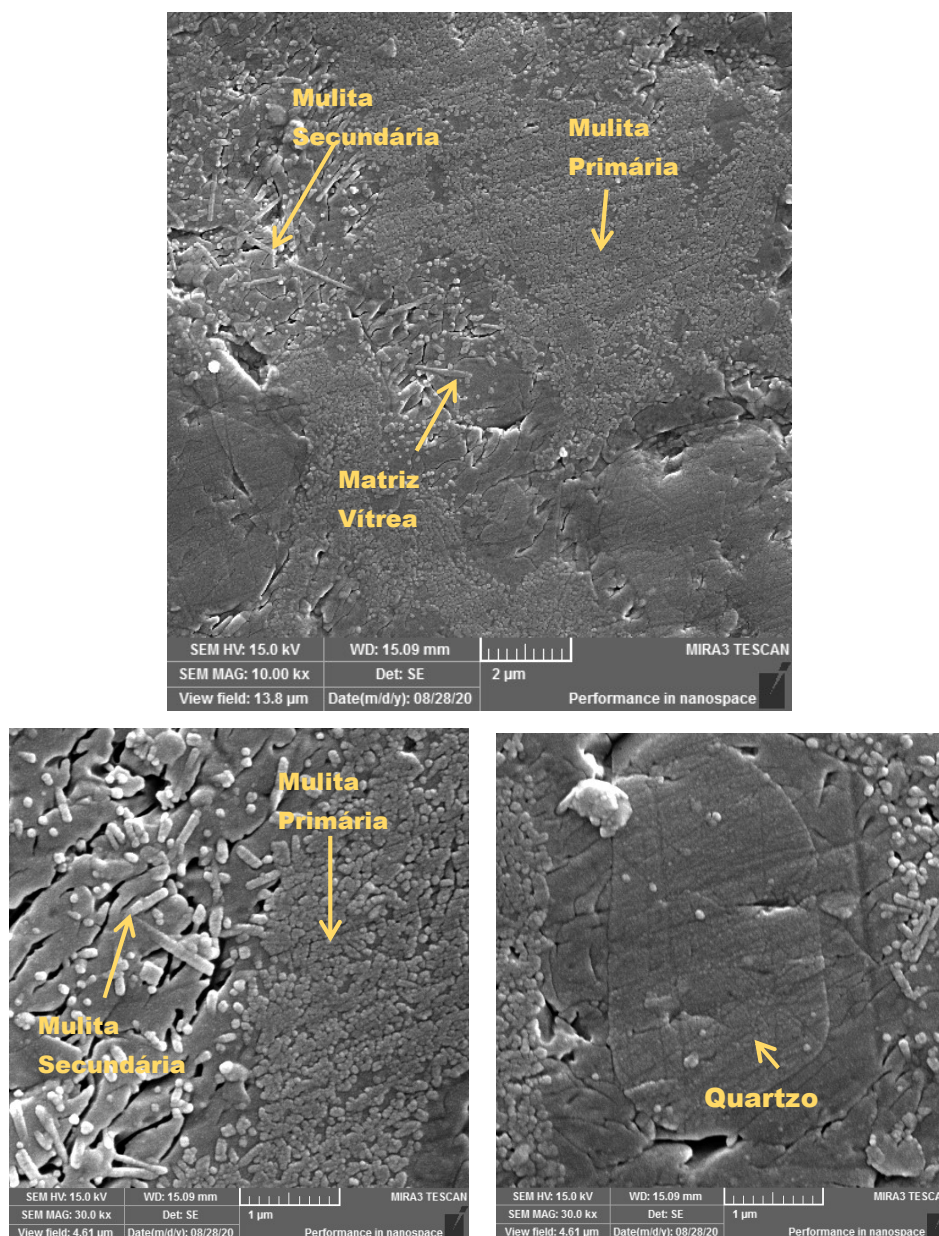
Figura 5-5 – Difração de Raios X da Alumina.



Fonte: Autor

O difratograma da Alumina apresentou somente uma fase a alumina- $\alpha$ . As micrografias obtidas por MEV das composições 1, 2 e 3 são apresentadas nas figuras 5.6, 5.7 e 5.8, respectivamente.

Figura 5-6 – Imagens de MEV da composição 1, mostrando as fases cristalinas presente na porcelana silicosa.

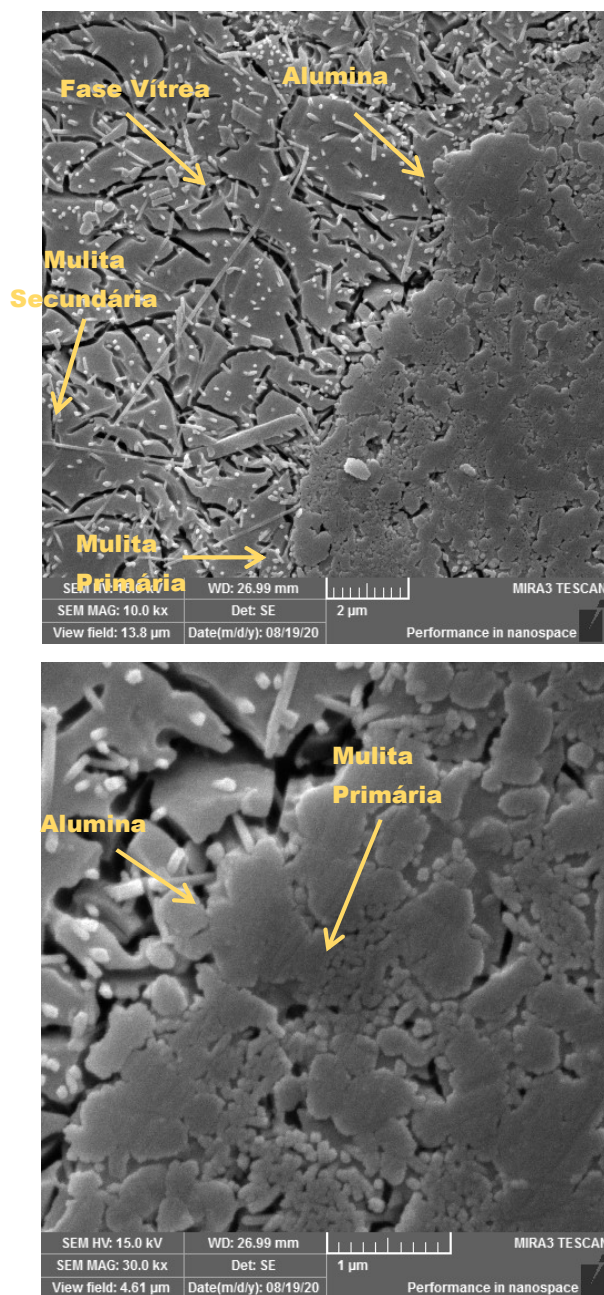


Fonte: Autor

Observa-se, pela figura 5.6, a presença de uma fase vítrea, na qual estão dispersos grãos de quartzos e regiões de mulitas primárias e secundárias. A mulita primária é proveniente da sequência de reações caulinita-mulita e se apresenta no

formato de aglomerados de pequenos cristais, com tamanho menor que  $0,5\ \mu\text{m}$ . A outra forma de mulita é a secundária, ela é formada a partir da nucleação e crescimento de cristais na região do líquido feldspático, a qual possui a forma de longos cristais, com tamanho maior que  $1\ \mu\text{m}$ . (2,40)

Figura 5-7 – Imagens de MEV da composição 2, mostrando as fases cristalinas de uma porcelana aluminosa.

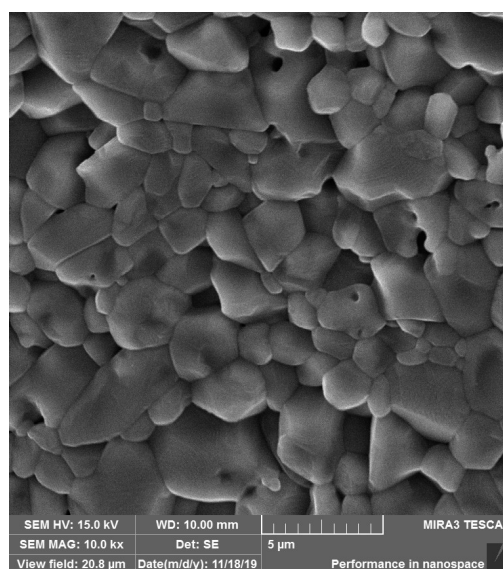
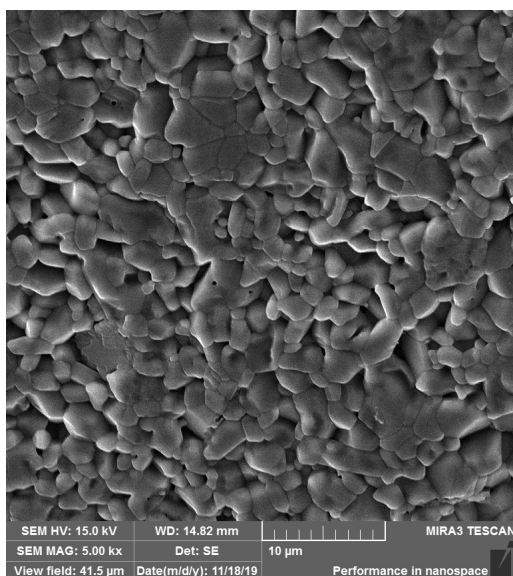
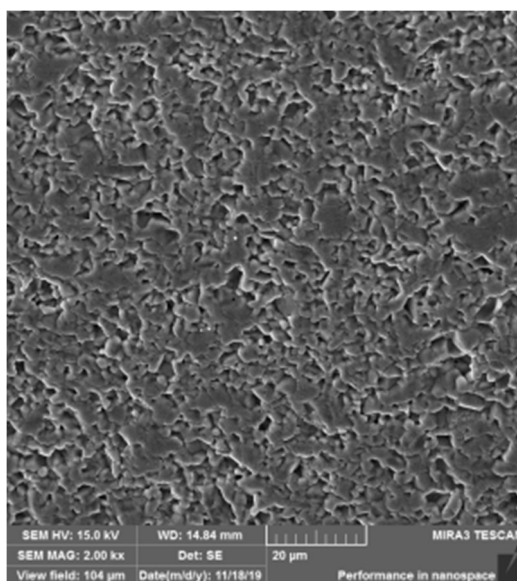


Fonte: Autor



Na figura 5.7 observa-se a micrografia da porcelana de composição 2, na qual verificou-se a presença de mulita primária e secundária, além da alumina. Conforme Carty e Senapati (42), na porcelana aluminosa, a mulita primária está presente em volta da alumina, e a secundária em forma de agulhas na fase vítrea. Na figura 5.8, observa-se os grãos de alumina com a presença de poros intragranulares.

Figura 5-8 – MEV da Composição 3 - 100% Alumina



Fonte: Autor

## 5.5 ANÁLISE FRACTAL DA FRATURA POR IMPACTO

Após a caracterização das composições, foi realizado o teste de impacto das três composições, e também do vidro e do acrílico para comparação.

A energia de impacto ( $E_p$ ) foi calculada utilizando a equação 5.1, da energia potencial.

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad (5.1)$$

Sendo:

$m$  = massa da ponta cônica (Kg)

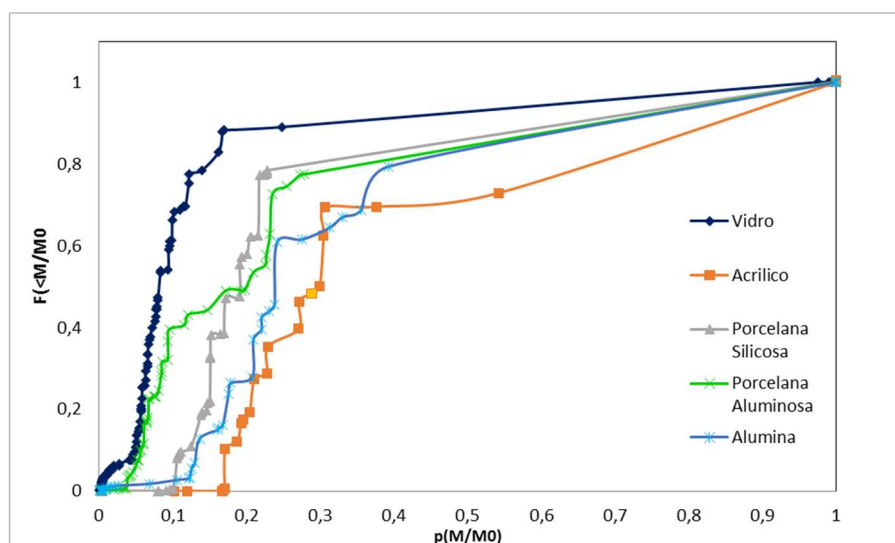
$g$  = aceleração da gravidade ( $m/s^2$ )

$h$  = altura que o pino foi elevado. (m)

Os valores utilizados para o cálculo da energia foram: massa da ponta cônica de 2,110 Kg, aceleração da gravidade de 9,8  $m/s^2$  e altura de 0,4 m. Com isto a energia de impacto utilizada para a fratura de todas as composições foi de 8,27 J.

A análise fractal da fratura por impacto foi obtida pela análise estatística da fração de massa dos fragmentos e da probabilidade de falha dada pela fração de fragmentos menores  $F(\leq)$  quando aplicado sobre os corpos de provas uma mesma energia. A fração de massa foi calculada conforme a equação 3.5 e a probabilidade de falha pela equação 3.8. O resultado desta relação está representado na figura 5.9.

Figura 5-9 – Gráfico da Frequência  $F(<m/m_0)$  em função da massa dos fragmentos ( $m/m_0$ )



Fonte: Autor

Na figura 5.9 verifica-se a tendência de resistência à fratura da porcelana silicosa, porcelana aluminosa e alumina em comparação com o vidro e o acrílico. Observa-se que a porcelana silicosa e porcelana aluminosa e alumina estão entre os valores do vidro e do acrílico. Porém a alumina, apresentou um comportamento mais próximo do acrílico e esse comportamento pode ser atribuído à sua dureza alta.

O vidro é um material amorfo, ou seja, não possui ordenação de longo alcance e ele é um material frágil, no qual o alívio de tensões é feito através da fratura. Ele possui grande resistência a ruptura é duro e rígido, porém não é tenaz. (117–120). Observa-se que o vidro foi o material que apresentou mais fragmentos em relação aos demais ensaiados, isto ocorre devido ao vidro apresentar estrutura amorfa e por ser menos tenaz. A trinca se inicia no centro do corpo de prova, propagando radialmente até a borda, ocasionando um número grande de fragmentos.

Na figura 5.9, observa-se que a porcelana aluminosa, tem um comportamento mais próximo do vidro, sendo menos tenaz que a porcelana silicosa.

Os corpos de provas de alumina apresentaram um comportamento mais próximo ao do acrílico. A Alumina é um material com uma dureza alta, com alta resistência mecânica e neste ensaio apresentou um comportamento de tenacidade próximo ao do acrílico.

O acrílico foi o material que menos fragmentou, e esta característica está ligada à tenacidade do mesmo. Ele absorveu mais o impacto e teve uma menor dissipação ocasionando menos fragmentos que os demais materiais analisados.

## 5.6 ESTUDO DA TENACIDADE DO MATERIAL

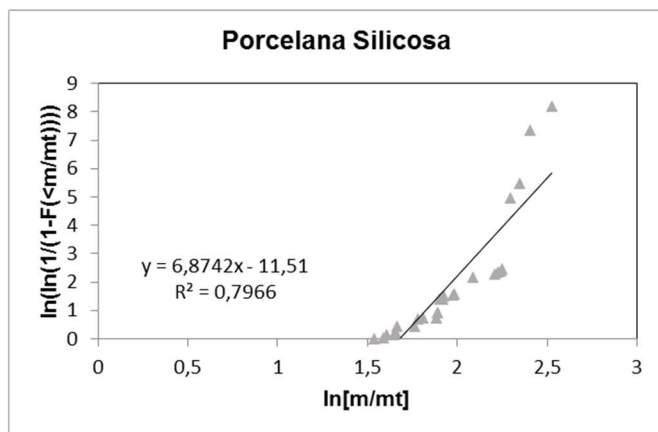
Para entender melhor o estudo da fratura do material é importante o estudo da tenacidade do material. A tenacidade é uma propriedade importante nos materiais cerâmicos, pois através desta característica é possível verificar a capacidade de um material de resistir a tensões aplicadas antes de iniciar a fratura. (121,122)

Na estatística tradicional de Weibull utiliza-se corpos de provas retangulares e um número “n” de peças para realizar os ensaios e os cálculos, porém na análise realizada neste trabalho foi utilizada uma peça, em forma de disco, que se fragmenta em diversas partes. Para este caso, a estatística de Weibull foi feita em relação a fragmentos de uma peça obtida através do ensaio de impacto.

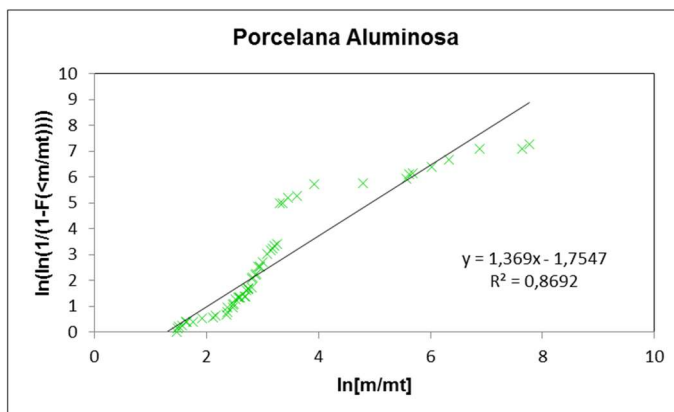
Para o cálculo da tenacidade foi aplicado a escala logarítmica nos valores da figura 5.9. E os resultados estão demonstrados na figura 5.10.

Figura 5-10 – Representação gráfica da escala logarítmica: a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico.

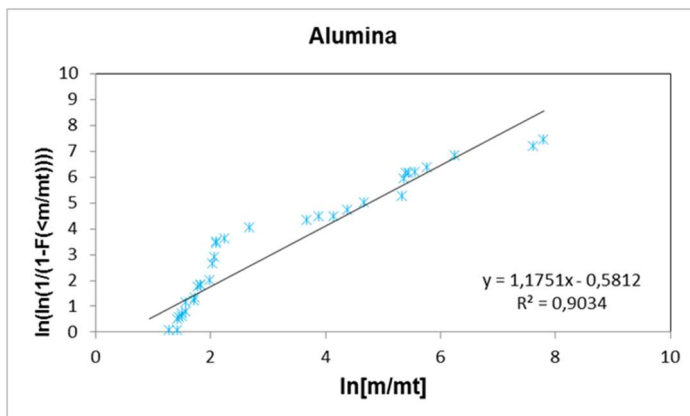
a)



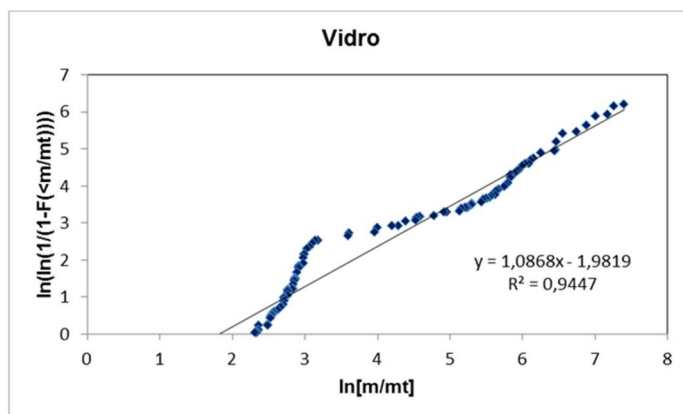
b)



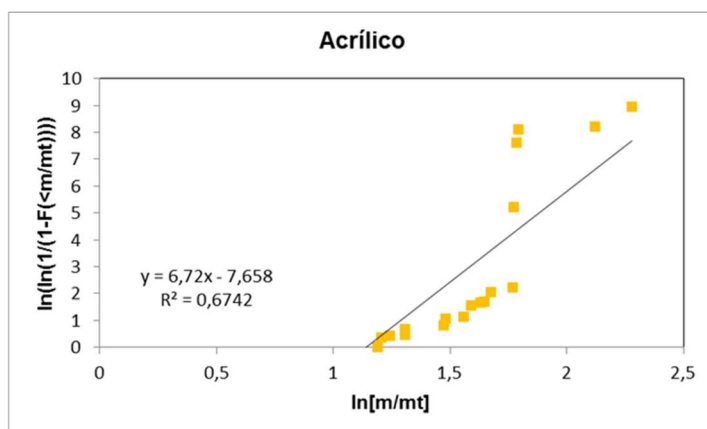
c)



d)



e)



Fonte: Autor

Nos gráficos obtidos foi realizado um ajuste linear e calculado os valores dos coeficientes angular, linear e de correlação, os quais estão listados na tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Resultado da análise fractal da fratura dos materiais: porcelana silicosa, porcelana aluminosa, alumina, vidro e acrílico.

Material	Coeficiente Angular (a)	Coeficiente Linear (b)	Coeficiente de Correlação (R)	Número de Fragmentos
Porcelana Silicosa	6,8742	-11,510	0,7966	5 - 6
Porcelana Aluminosa	1,3690	-1,7547	0,8692	10 - 13
Alumina	1,1751	-0,5812	0,9034	6 - 10
Vidro	1,0868	-1,9819	0,9447	16 - 26
Acrílico (PMMA)	6,7200	-7,6580	0,6742	3 - 5

Fonte: Autor

Na tabela 5.4 verifica-se que o coeficiente angular e o linear correspondem ao expoente  $Y+1$ , da equação 3.10 e ao expoente de Weibull da equação 3.15, respectivamente. As relações entre as duas equações não são diretas, deste modo, os expoentes possuem uma relação indireta. O expoente  $Y+1$  está relacionado a tenacidade ou tensão de fratura do material. O coeficiente linear corresponde ao grau de confiabilidade da peça e o número de fragmentos ao grau de distribuição de energia total de fratura do material. (1)

A inclinação da reta (coeficiente angular) indica o valor de tenacidade que o material possui. Quando a reta é mais inclinada o material tem uma tenacidade ao impacto menor, sendo um material mais frágil. Quanto menor o coeficiente linear, maior é a confiabilidade no valor da tensão de fratura e por isto a peça tem em todas as suas partes um valor mais próximo do esperado. (1)

Quando um material se fragmenta mais, indica que ele tem capacidade de transformar mais energia de impacto em fragmentos. Observando a tabela 5.4, verifica-se que o vidro possui mais fragmentos do que os demais materiais, já o que possui menos é o acrílico, ou seja ele tem maior capacidade de reter energia e dissipá-la em outras formas do que em fragmentos.

Conforme estudo já realizado (5), o vidro deve apresentar coeficiente angular maior em relação aos demais materiais, deste modo apresentando menor tenacidade, dissipando mais a energia, resultando em um número maior de fragmentos. Porém os resultados dos ensaios deste trabalho mostraram resultados diferentes da teoria. O vidro, apesar de apresentar maior número de fragmentos, o que indica que é mais frágil, apresentou um valor de coeficiente angular menor que os demais materiais. Isto deve ter ocorrido devido a um comportamento não uniforme dos dados dos gráficos como pode ser observado na figura 5.10 e esta não uniformidade comprometeu os valores dos coeficientes angulares dos gráficos.

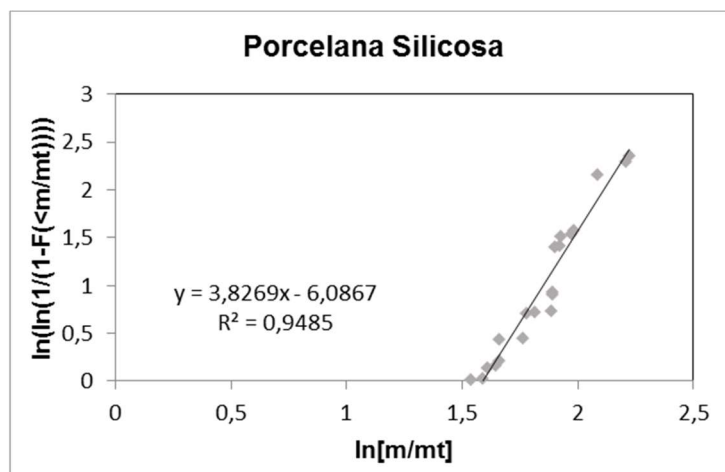
O valor do coeficiente angular e o número de fragmentos da porcelana aluminosa, está próximo dos valores encontrados para os corpos de provas de alumina. Porém a porcelana aluminosa, apresenta um número de fragmentos um pouco maior que a alumina, provavelmente devido à presença da fase vítrea. A adição da alumina na porcelana tem como objetivo o aumento da resistência e não da tenacidade à fratura. E em comparação com o vidro e o acrílico as duas possuem valores mais próximos do vidro.

Analisando os valores da porcelana silicosa, verifica-se que seus resultados estão mais próximos do acrílico.

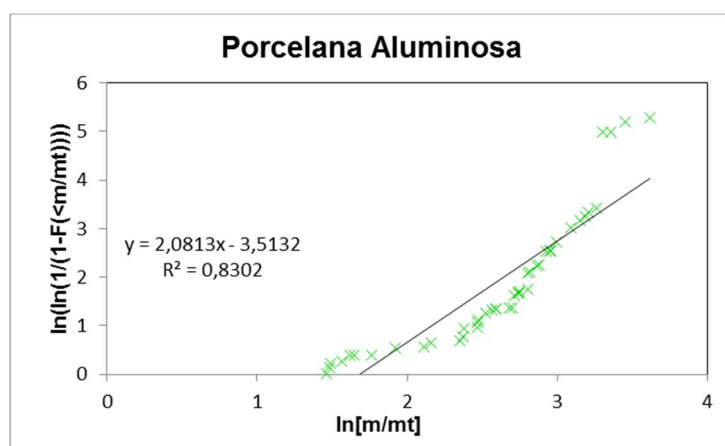
Conforme já comentado anteriormente, os gráficos na figura 5.10 não apresentaram uma linearidade constante, e observou-se que alguns pontos estavam dispersos. Assim, para uma nova análise, foram retirados estes pontos dispersos, os gráficos foram plotados novamente e foram calculados os coeficientes angulares e lineares dos mesmos. Os gráficos plotados com a eliminação dos pontos dispersos são apresentados na figura 5.11.

Figura 5-11 - Representação gráfica da escala logarítmica com eliminação dos pontos dispersos. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico.

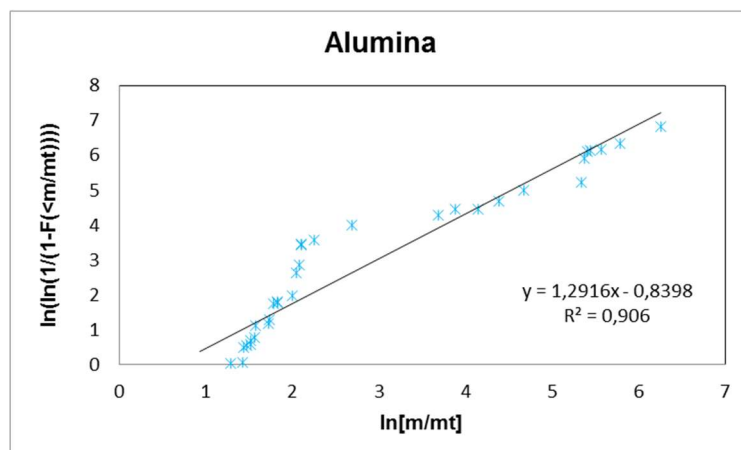
a)



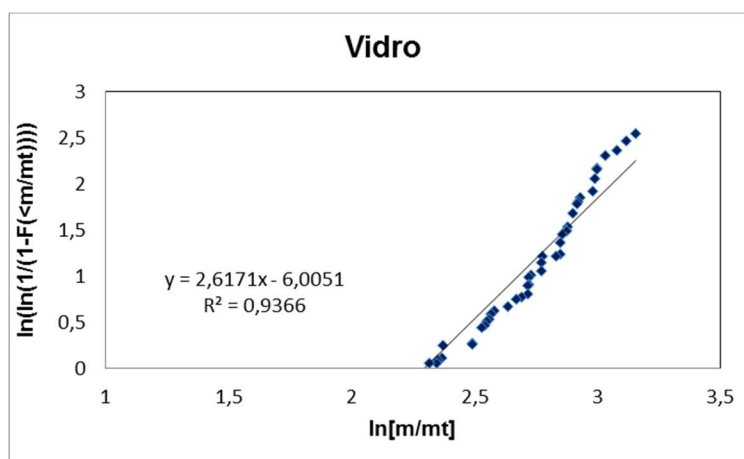
b)



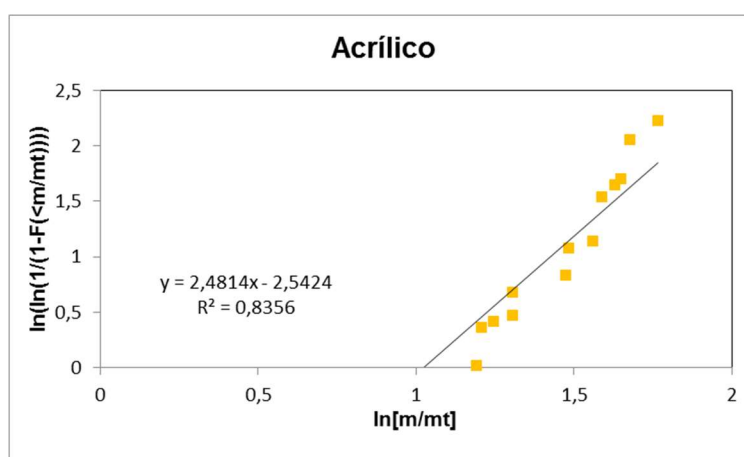
c)



d)



e)



Fonte: Autor



Analisando os resultados dos gráficos da figura 5.11 e os seus coeficientes, apresentados na tabela 5.5, observa-se que mesmo retirando os pontos dispersos, os materiais não apresentam um comportamento linear constante, conforme esperado.

Tabela 5.5 - Resultado da análise fractal da fratura dos materiais, com a eliminação de alguns pontos: vidro, porcelana silicosa, porcelana aluminosa, alumina e acrílico

Material	Coeficiente Angular (a)	Coeficiente Linear (b)	Coeficiente de Correlação (R)	Número de Fragmentos
Porcelana Silicosa	3,8269	-6,0867	0,9485	5 - 6
Porcelana Aluminosa	2,0813	-3,5132	0,8302	10 - 13
Alumina	1,2916	-0,8398	0,9060	6 - 10
Vidro	2,6171	-6,0051	0,9366	16 - 26
Acrílico (PMMA)	2,4814	-2,5424	0,8356	3 - 5

Fonte: Autor

Analisando a tabela 5.5, observou-se que, com a eliminação dos pontos que representam os fragmentos menores, de cada material, obteve-se uma melhora nos valores do coeficiente de correlação, mostrando que os valores obtidos estão mais próximos de uma reta. Com esta nova análise, os resultados da tenacidade estão mais coerentes com os estudados anteriormente, ou seja, o coeficiente  $\gamma+1$  do vidro é maior que a maioria dos materiais, confirmando que é um material menos tenaz, dissipando mais energia e transformando está em fragmentos.

No estudo realizado por Mvumbi (1), os materiais apresentaram um comportamento linear, e no estudo atual os materiais não apresentaram este comportamento, observou-se a presença de pontos dispersos, que deformaram a linha.

Outro ponto analisado no estudo de Mvumbi (1), foi a tendência dos gráficos. No trabalho dele foi aplicado o ajuste linear e para ampliar o conhecimento deste estudo, aplicou-se nos mesmos resultados o ajuste polinomial e calculou-se o valor do coeficiente de correlação para verificar se teria alguma alteração. O resultado pode ser verificado na tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Dados comparativos dos Valores do estudo (1) anteriormente realizado

Material	Linear (1)	Polinômio de 2° grau
Vidro	0,9851	0,9844
Acrílico (PMMA)	0,9444	0,9585
Porcelana Comp.1	0,8315	0,9483
Porcelana Comp.2	0,8306	0,9646
Porcelana Comp.3	0,8666	0,9722

Fonte: Autor

Observa-se que, para o vidro e o acrílico, não se obteve um valor diferente do coeficiente de correlação quando aplicado o ajuste linear e o polinômio de segundo grau, o que indica que para o vidro e acrílico no estudo avaliado a correlação é linear. Porém quando aplicado o polinômio de segundo grau nas porcelanas estudadas por ele, verifica-se que houve um aumento do coeficiente de correlação, ficando mais próximo do número um.

Para poder realizar uma comparação dos valores atuais com os já estudados anteriormente, aplicou-se os polinômios de segundo grau nos dados atuais. Os resultados estão apresentados na tabela 5.7.

Tabela 5.7 - Dados Comparativos entre ajuste linear e polinomial

Material	Linear	Polinômio de 2° grau
Porcelana Silicosa	0,7966	0,9164
Porcelana Aluminosa	0,8692	0,9189
Alumina	0,9034	0,9487
Vidro	0,9447	0,9487
Acrílico (PMMA)	0,6742	0,7921

Fonte: Autor

Comparando-se os valores da tabela 5.7, observa-se que os coeficientes de correlação do vidro se mantiveram o mesmo para o ajuste linear e polinomial, indicando que o vidro tem uma correlação linear. Já os coeficientes de correlação das porcelanas aumentaram quando aplicado o polinômio, como também ocorreu nos dados da tabela 5.6. O que se entende é que as porcelanas possuem uma correlação,

porém não linear e sim polinomial. Já o acrílico apresentou resultado diferente no trabalho atual quando aplicado o polinômio e ainda não se obteve um coeficiente de correlação próximo ao valor de um, ao contrário do resultado da tabela 5.6, na qual o acrílico teve um valor próximo de um.

## 5.7 ANÁLISE MULTIFRACTAL

### 5.7.1 Análise da Dimensão Fractal

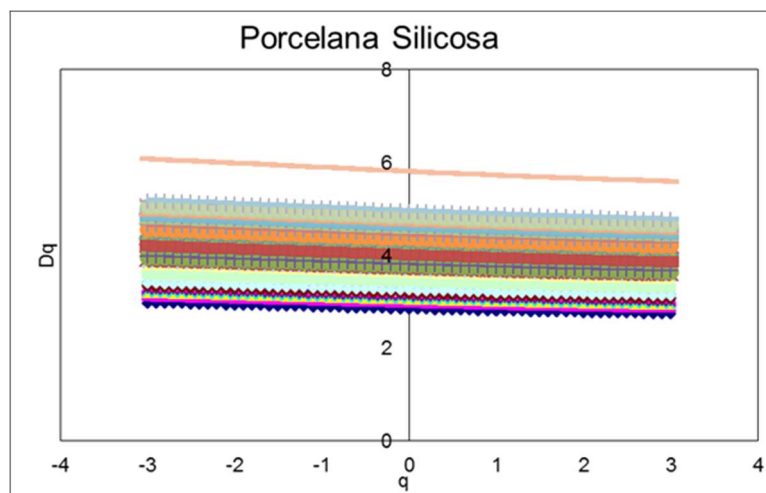
Neste capítulo será realizado a análise multifractal das composições de porcelana silicosa, porcelana aluminosa e alumina.

Foram calculados os valores de  $D_0$ ,  $D_1$  e  $D_2$ , sendo que, estes valores correspondem aos valores de dimensão fractal, dimensão de entropia e a função de correlação, respectivamente.

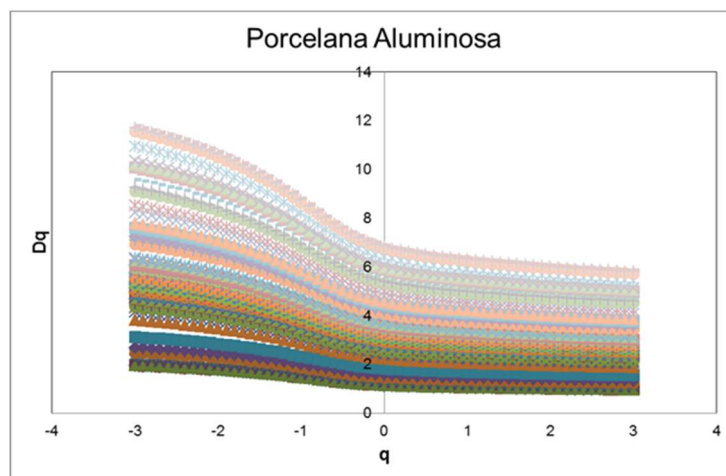
A figura 5.12, apresenta os valores dos da Dimensão ( $D$ ) por  $q$ , para a composições da porcelana silicosa, porcelana aluminosa, alumina, vidro e acrílico.

Figura 5-12– Representação Gráfica dos valores de  $D_q \times q$ , a) Porcelana Silicosa, b) Porcelana Aluminosa, c) Alumina, d) Vidro, e) Acrílico.

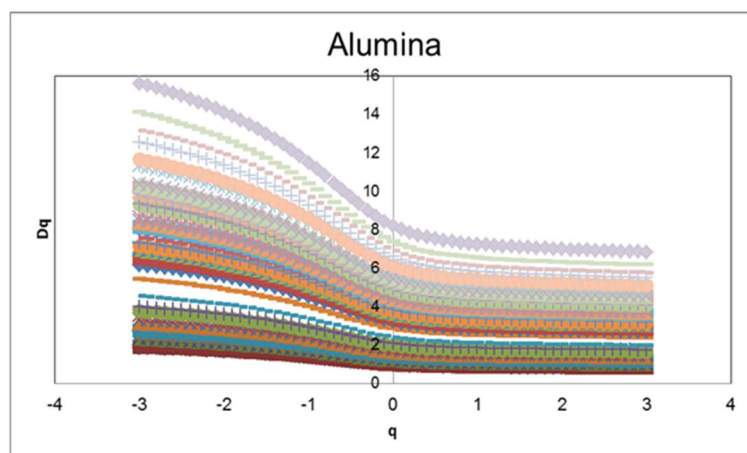
a)



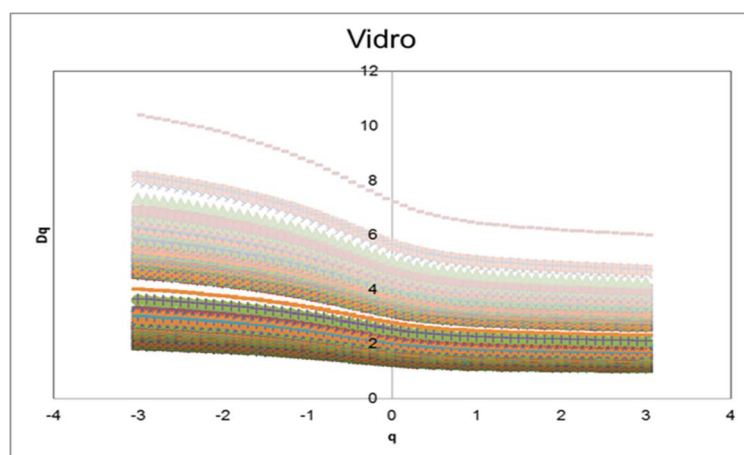
b)



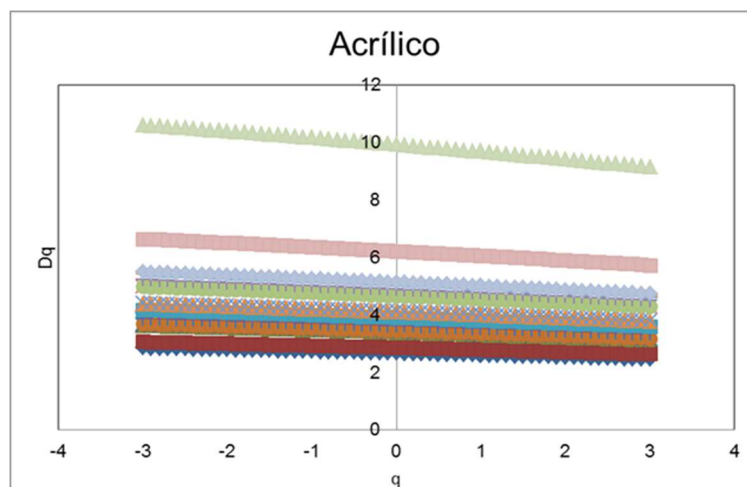
c)



d)



e)



Fonte: Autor

Pelos gráficos da figura 5.12, observou-se que para cada fragmento dos materiais, obtido no ensaio de impacto, foi calculado os valores de D. Com isto obteve-se vários gráficos, tendo um intervalo de valores de D. Para o estudo foi verificado os valores do D para o máximo, médio e mínimo valor do gráfico, para os valores de  $q=0$ ,  $q=1$  e  $q=2$ .

Os valores de D0, D1 e D2, para todos os materiais estão demonstrados na tabela 5.8

Tabela 5.8– Valores da Análise Multifractal da Porcelana Silicosa, Porcelana Aluminosa, Alumina, Vidro e Acrílico

		D <sub>0</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>
Porcelana Silicosa	Mín.	2,8399	2,8032	2,7653
	Médio	4,0297	3,9734	3,9246
	Máx.	5,8119	5,7307	5,6604
Porcelana Aluminosa	Mín.	1,1279	1,0407	0,9912
	Médio	3,2473	2,9963	2,8537
	Máx.	6,9040	6,3703	6,0671
Alumina	Mín.	0,9820	0,8680	0,8383
	Médio	3,8406	3,3945	3,2784
	Máx.	8,1935	7,2418	6,9939
Vidro	Mín.	1,3568	1,2137	1,1656
	Médio	3,2631	2,9169	2,8033
	Máx.	7,2010	6,4416	6,1864
Acrílico	Mín.	2,6705	2,6036	2,5332
	Médio	3,9064	3,8085	3,7055
	Máx.	9,9345	9,6854	9,4236

Fonte: Autor

Observou-se na tabela 5.8 que os fragmentos com maior massa apresentam um valor maior dos D's em relação aos demais fragmentos e o inverso também ocorreu.

A relação de  $D_2 \leq D_1 \leq D_0$  foi obtida em todos os valores analisados, confirmando que é multifractal.

Sendo que os valores de D<sub>0</sub> é a dimensão fractal do material, D<sub>1</sub>, está relacionado com a entropia do sistema e D<sub>2</sub> é a correlação das medidas.

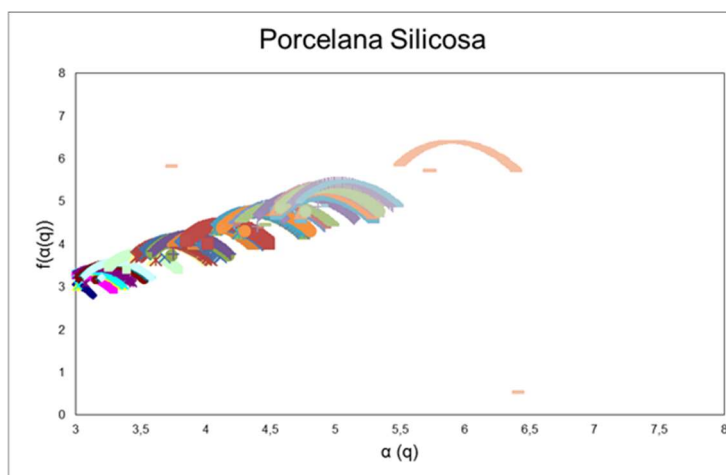
A igualdade de  $D_0 = D_1 = D_2$  ocorre apenas se o fractal for estatisticamente ou exatamente auto similar e homogêneo (123)

### 5.7.2 Análise do espectro multifractal $f(\alpha)$

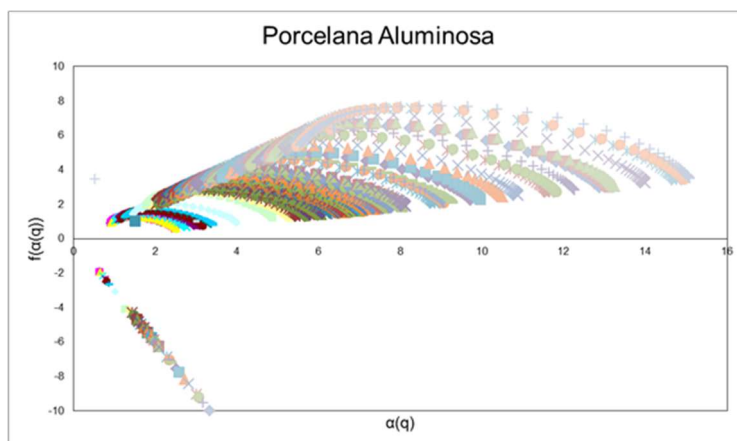
Através da análise dos gráficos, da figura 5.13, do espectro multifractal dos materiais foi verificado o valor mais alto da parábola, identificando este valor como sendo o  $q=0$ , ou seja, a dimensão fractal de cada material. Os gráficos apresentaram várias parábolas pois foi plotado o gráfico para cada fragmento dos materiais obtidos pelo ensaio de impacto

Figura 5-13– Espectro Multifractais: a) Porcelana Silicosa, b) Porcelana Aluminosa, c) Alumina, d) Vidro, e) Acrílico.

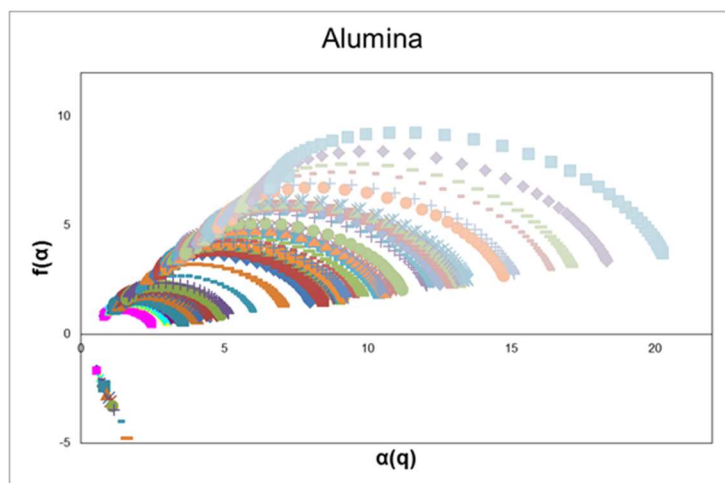
a)



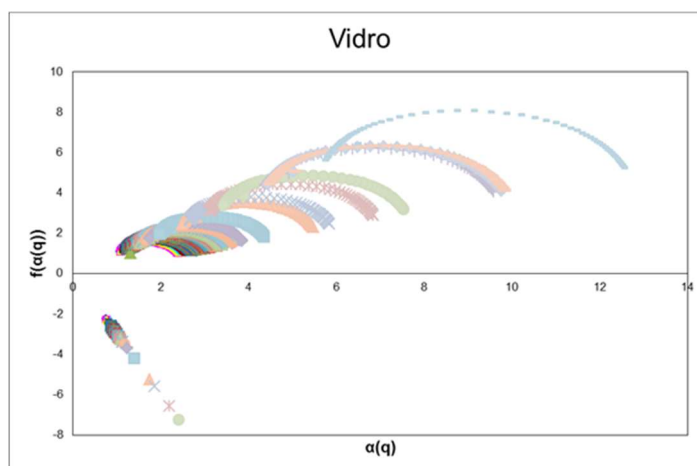
b)



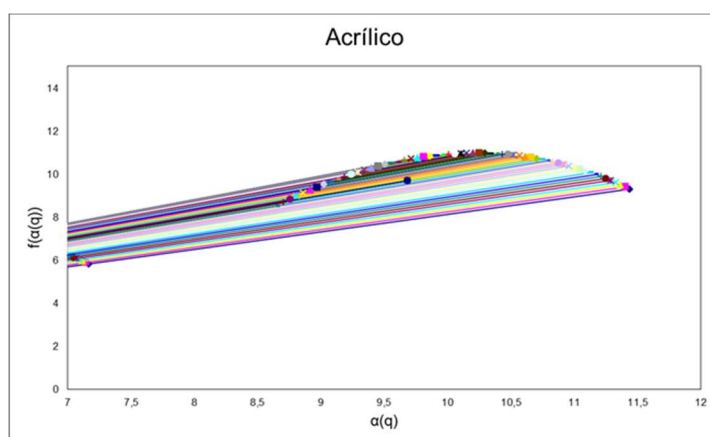
c)



d)



e)



Fonte: Autor



Os valores dos pontos mais altos das parábolas podem ser observados na tabela 5.9

Tabela 5.9- Valores de  $q=0$ , obtidos através do espectro multifractal

	$q=0$
Porcelana Silicosa	6,4026
Porcelana Aluminosa	7,7062
Alumina	9,2667
Vidro	8,0709
Acrílico	10,9545

Fonte: Autor

## 5.8 ENTROPIA TERMODINÂMICA E MULTIFRACTAL

Nesta etapa do trabalho foram calculadas as entropias de Shannon, Renyi e Tsallis, utilizando o método Box-Counting e comparado os resultados obtidos entre elas com as especificações teóricas.

Para realizar os cálculos, foram utilizados as massas dos fragmentos de cada material estudado e os valores de  $q$ , variando de -3 a +3 (escala de 0,1), aplicando as fórmulas 3.29, 3.30 e 3.31. A constante  $k$  utilizada foi a de Boltzmann, com isto a entropia de Shannon é a mesma que a entropia de Boltzmann e Gibbs.

Os resultados podem ser observados na tabela 5.10.

Tabela 5.10 – Valores de entropia

	Shannon (J/K)	Reny (J/K)	Tsallis (J/K)
Porcelana Silicosa	3,533	3,535	3,525
Porcelana Aluminosa	4,043	4,042	4,040
Alumina	3,384	3,382	3,380
Vidro	4,488	4,488	4,488
Acrílico (PMMA)	2,967	2,972	2,951

Fonte: Autor

Conforme comentando anteriormente, a entropia de Tsallis e de Renyi, quando tem o valor de  $q \rightarrow 1$ , elas retornam a entropia de Shannon. Na tabela 5.10, pode-se observar os valores calculados das entropias para  $q \rightarrow 1$  para todas os materiais estudados. Os valores mostram que os resultados atendem a teoria estudada. As diferenças de valores foram devido aos arredondamentos matemáticos.

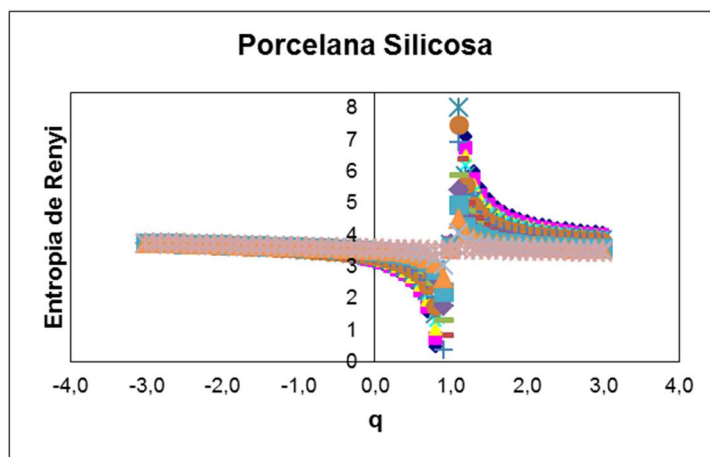
Conforme Boltzmann, quanto maior o número de microestados (fragmentos) maior é a entropia da peça (102). Na tabela 5.10, o material que apresentou maior entropia foi o vidro, com o valor de 4,488 o qual confirma a teoria, pois o vidro apresenta maior número de fragmentos.

Relacionando o número de fragmentos ou número de microestados, também observou-se que a porcelana aluminosa apresentou o segundo maior valor de entropia em comparação que os demais, o que está de acordo com a teoria (102), porém os resultados da porcelana silicosa e alumina não estão conforme a teoria.

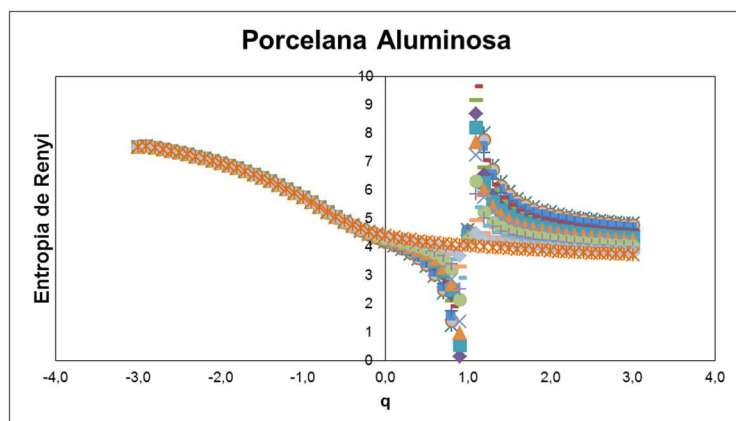
Com os resultados das entropias de Renyi e Tsallis foram plotados os gráficos de entropia por  $q$ . Na figura 5.14, estão representados os gráficos da entropia de Renyi para todos os materiais estudados.

Figura 5-14 – Gráficos da Entropia de Renyi. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico.

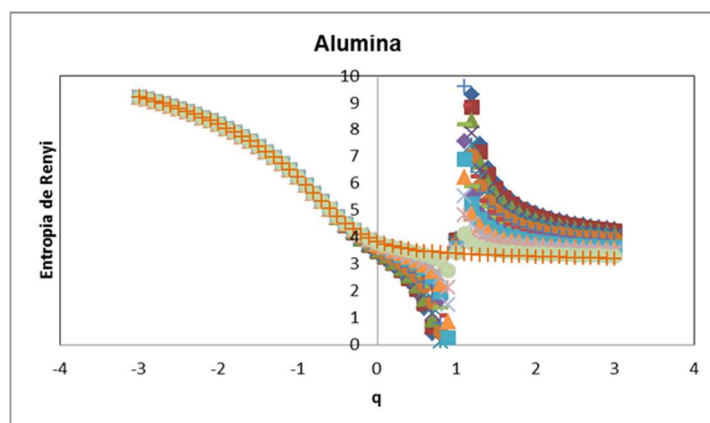
a)



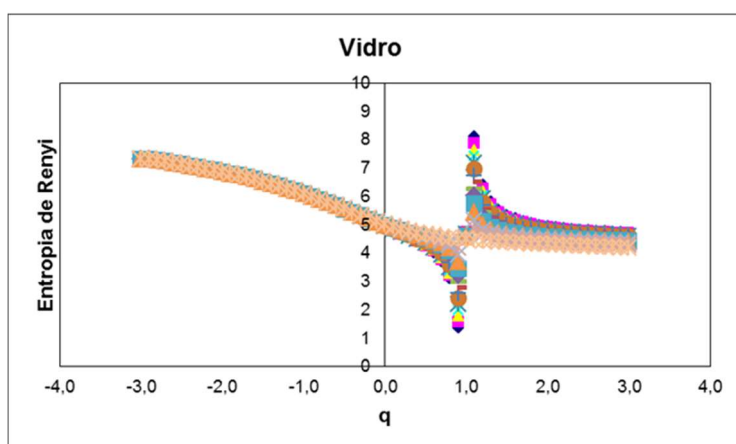
b)



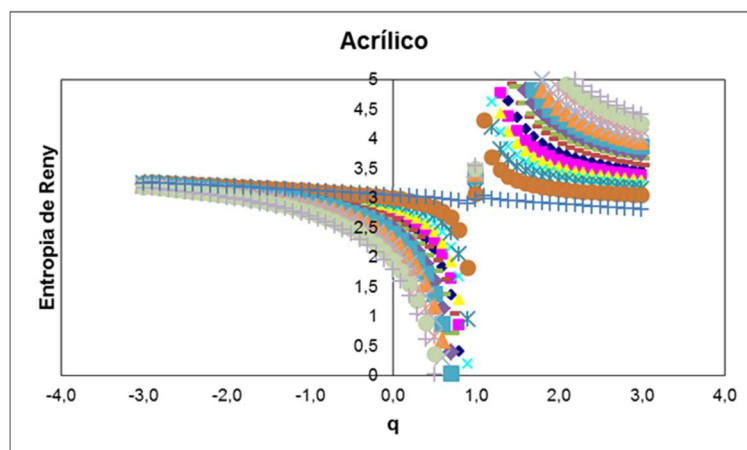
c)



d)



e)



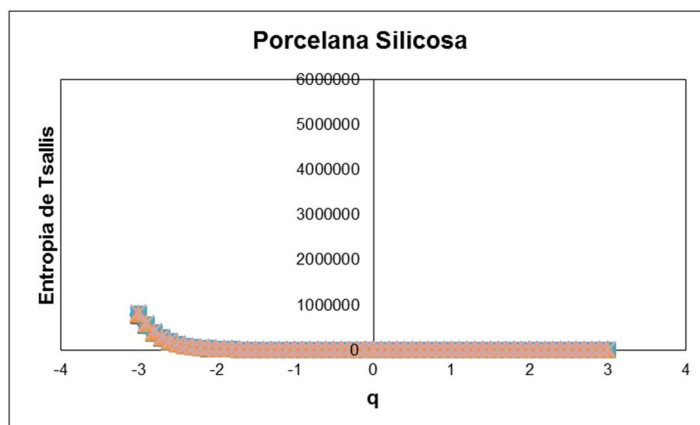
Fonte: Autor

Para a entropia de Renyi, quando os valores de  $q \leq 1$ , o gráfico da entropia tem um formato côncavo, e esta propriedade pode ser observada em todos os gráficos da figura 5.14. Avaliando quando  $q > 1$ , o gráfico apresenta comportamento côncavo e convexo, para os valores de  $q$  variando de zero a um, tem-se um gráfico mais côncavo e para valores acima de um, o gráfico apresenta uma característica convexa, estando de acordo com a teoria da entropia de Renyi.

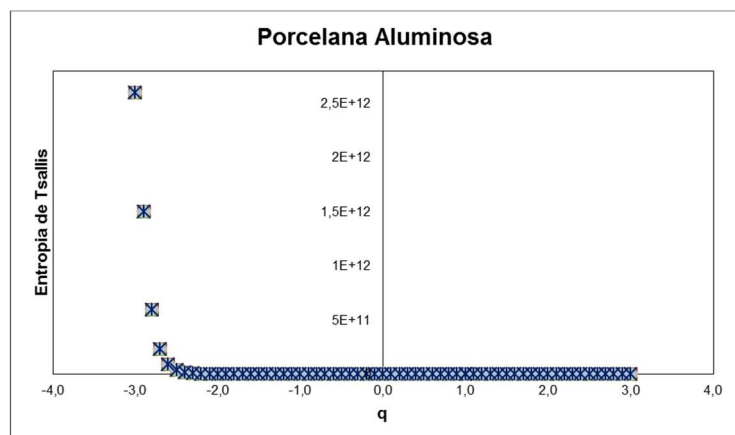
Conforme a teoria estudada, a entropia de Tsallis possui a concavidade do seu gráfico definida, sendo côncava para  $q > 0$  e convexa para  $q < 0$ . A figura 5.15 contém os gráficos plotados com os valores da entropia de Tsallis.

Figura 5-15 - Gráficos da Entropia de Tsallis. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico.

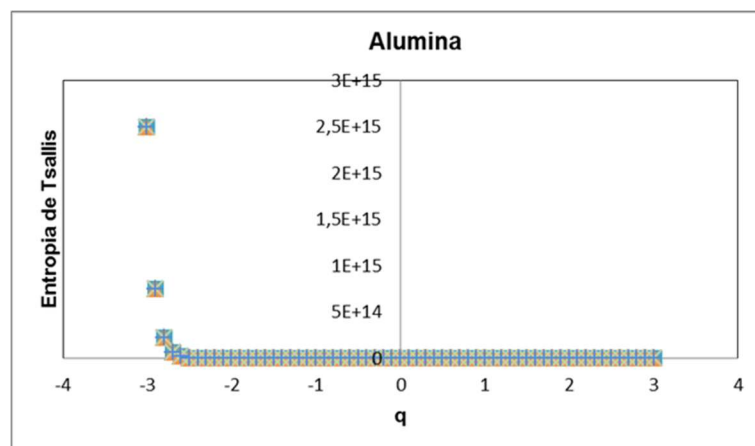
a)



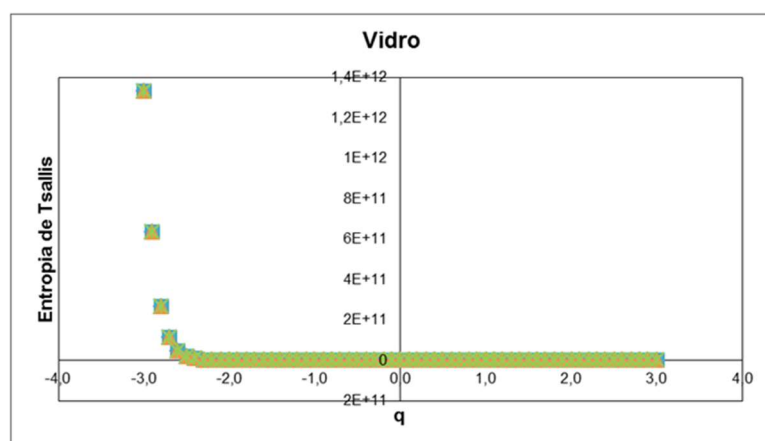
b)



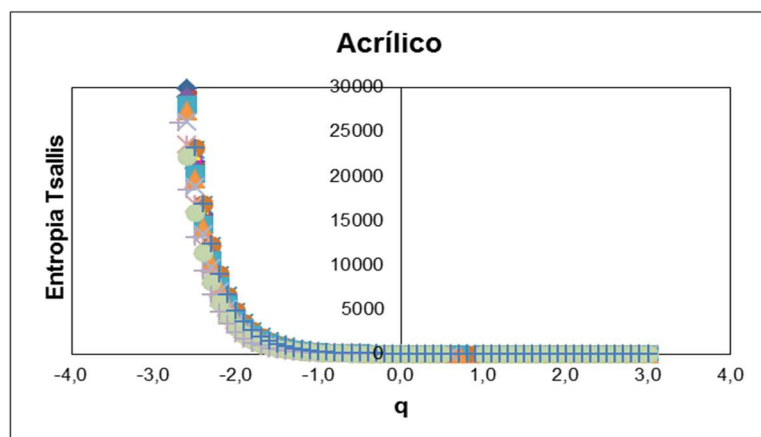
c)



d)



e)



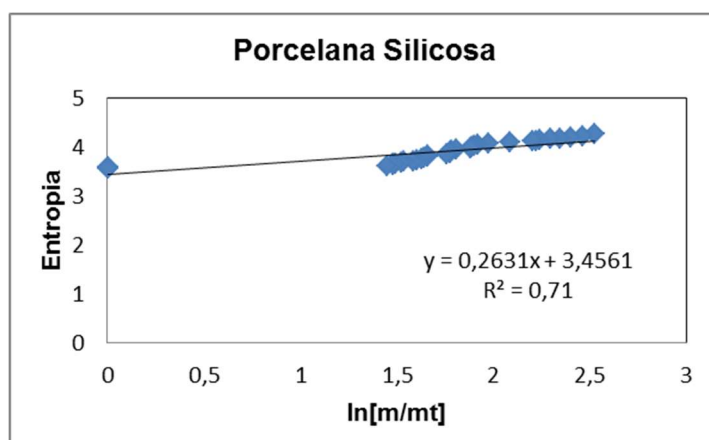
Fonte: Autor

Analisando os gráficos de entropia de Tsallis, observou que os valores de entropia para os valores de  $q < 0$ , tende a formar uma curva convexa, porém quando  $q > 0$  os dados formam uma reta, o que não confere com a teoria. Porém todos os gráficos tanto da entropia de Renyi e entropia de Tsallis apresentaram o mesmo comportamento entre eles.

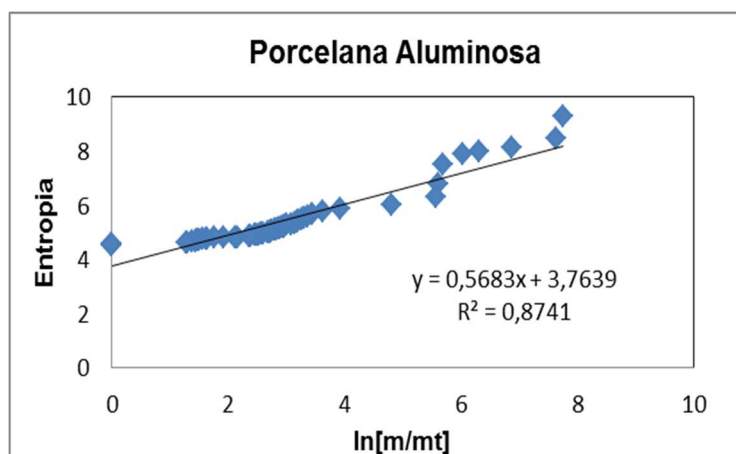
Outra análise realizada neste estudo foi à relação entre o  $\ln$  do número de fragmentos ( $\ln[m/mt]$ ) com a entropia de Renyi e Tsallis. A figura 5.16 é a representação gráfica da entropia da Renyi e  $\ln[m/mt]$ .

Figura 5-16 – Gráficos da relação entre o  $\ln[m/mt]$  com a Entropia de Renyi. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico.

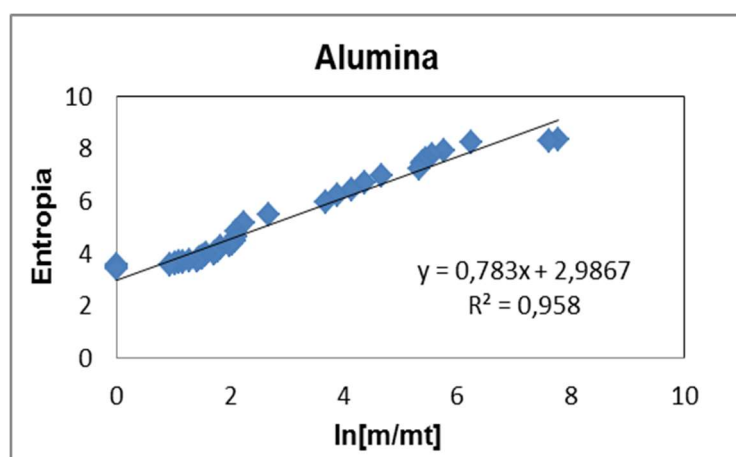
a)



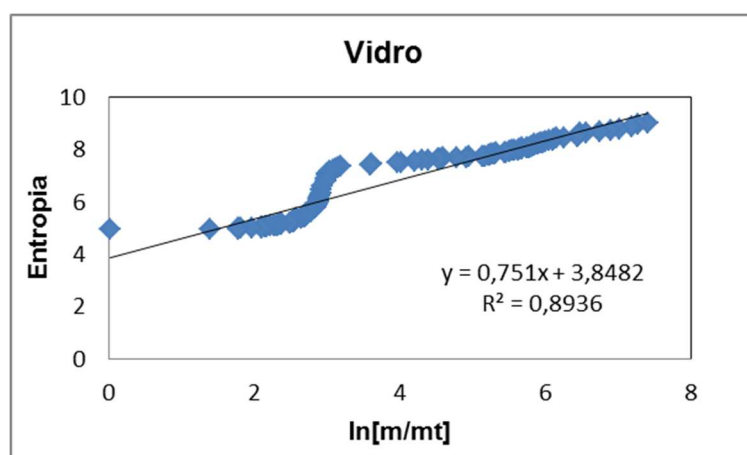
b)



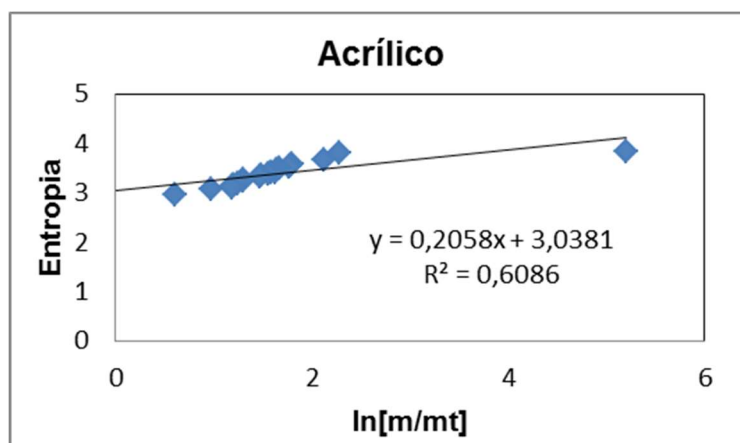
c)



d)



e)



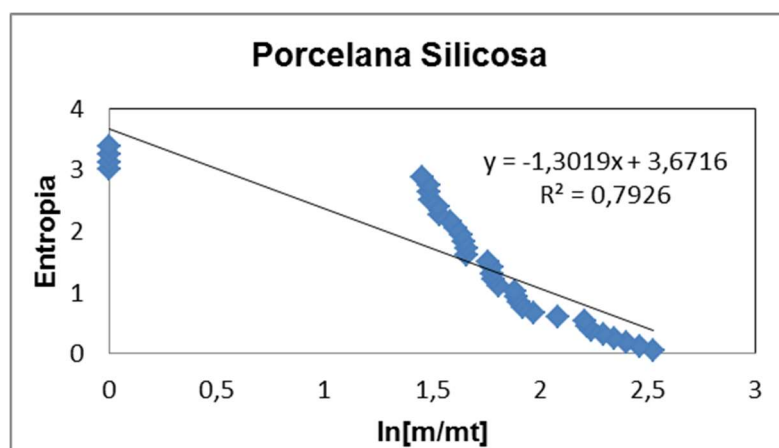
Fonte: Autor

Nos gráficos da figura 5.16 observa-se que a relação entre o  $\ln[m/mt]$  e a entropia de Renyi não é linear, porém elas possuem uma correlação. Verifica-se que entre os materiais, os gráficos possuem o mesmo comportamento crescente.

A figura 5.17 é a representação gráfica da relação entre o  $\ln[m/mt]$  e a entropia de Tsallis.

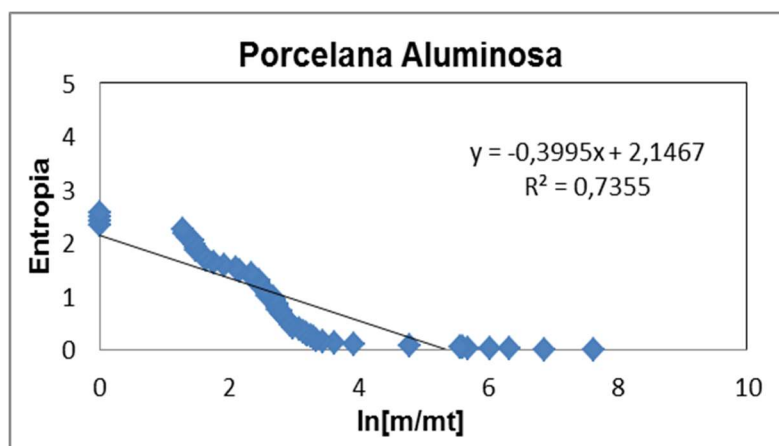
Figura 5-17 - Gráficos da relação entre o  $\ln[m/mt]$  com a Entropia de Tsallis. a) Porcelana Composição 1. b) Porcelana Composição 2. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico.

a)

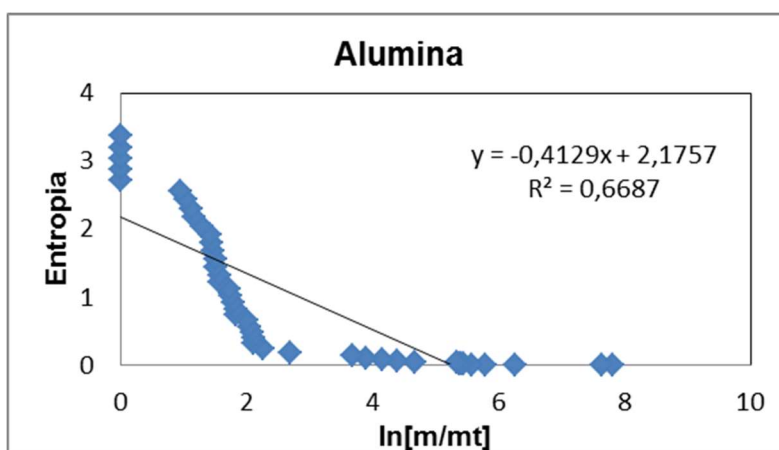




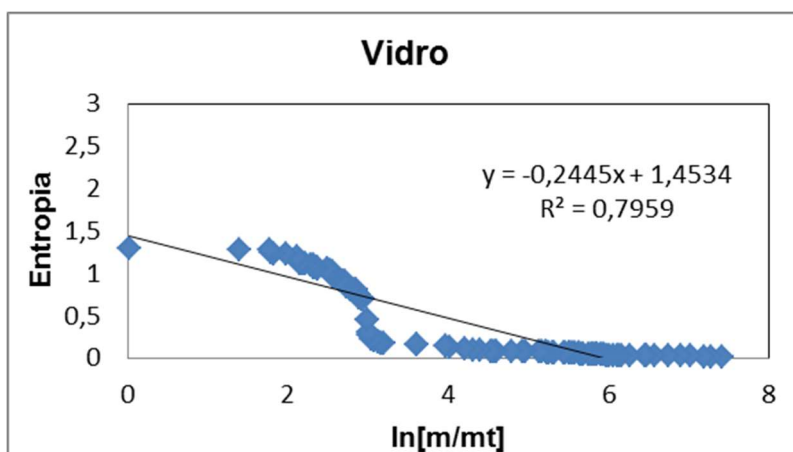
b)



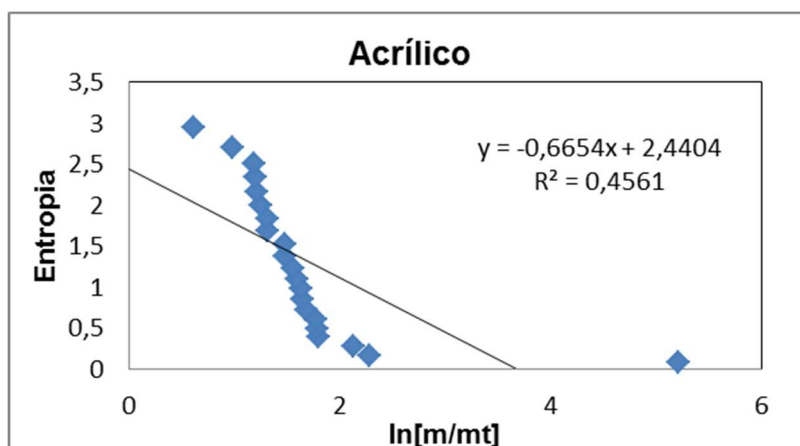
c)



d)



e)



Fonte: Autor

Como ocorreu nos gráficos da Entropia de Renyi (figura 5.16), os gráficos da entropia de Tsallis da figura 5.17, apresentaram uma correlação com  $\ln[m/mt]$ , porém também não é uma relação linear, conforme era esperado. Porém é natural que exista essa relação, pois quanto maior o número de fragmentos maior será a desordem.

## 5.9 RELAÇÃO ENTRE DENSIDADE DE ENERGIA E TENSÃO DE RUPTURA

O intuito desta etapa do trabalho foi estudar a relação entre a densidade de energia ( $u$ ) e a tensão de fratura ( $\sigma_f$ ). Para isto foi realizado o ensaio de flexão em três pontos nos corpos de provas retangulares dos materiais estudados. Os valores da média e desvio da tensão de fratura estão demonstrados na tabela 5.11

Tabela 5.11– Valores médios de Tensão de Fratura do ensaio de flexão em três pontos

	Porcelana Silicosa (MPa)	Porcelana Aluminosa (MPa)	Alumina (MPa)	Acrílico (MPa)	Vidro (MPa)
Média	70,59	84,59	206,57	115,68	82,07
Desvio	7,79	20,39	46,74	11,26	8,29

Fonte: Autor

A alumina, por ser um material mais resistente, apresentou um valor médio de tensão de fratura de 206, 57 MPa. Comparando porcelana silicosa com porcelana

aluminosa, onde o quartzo é substituído por alumina, tem-se um aumento nos valores de tensão de fratura da silicosa para a aluminosa, deste modo a alumina atendeu sua função de aumento de resistência. E o acrílico é o segundo mais resistente dentre os analisados.

A densidade de energia foi calculada pela equação 3.33. Os valores de entropia utilizados são os valores da entropia de Tsallis, calculada para cada corpo de prova fraturado no ensaio de impacto.

As médias e os desvios padrão dos valores calculados da densidade de energia estão listados na tabela 5.12.

Tabela 5.12 – Valores médios da densidade de energia.

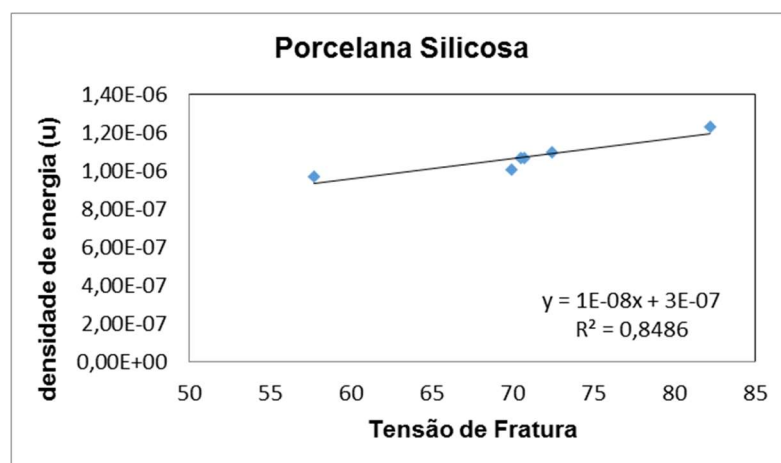
	Porcelana Silicosa $n(\text{J/m}^3)$	Porcelana Aluminosa $n(\text{J/m}^3)$	Alumina $n(\text{J/m}^3)$	Acrílico $n(\text{J/m}^3)$	Vidro $n(\text{J/m}^3)$
Média	1,07E-06	5,33E-07	5,43E-07	8,81E-07	1,59E-06
Desvio	8,92E-08	2,74E-07	3,92E-07	1,47E-07	1,35E-07

Fonte: Autor

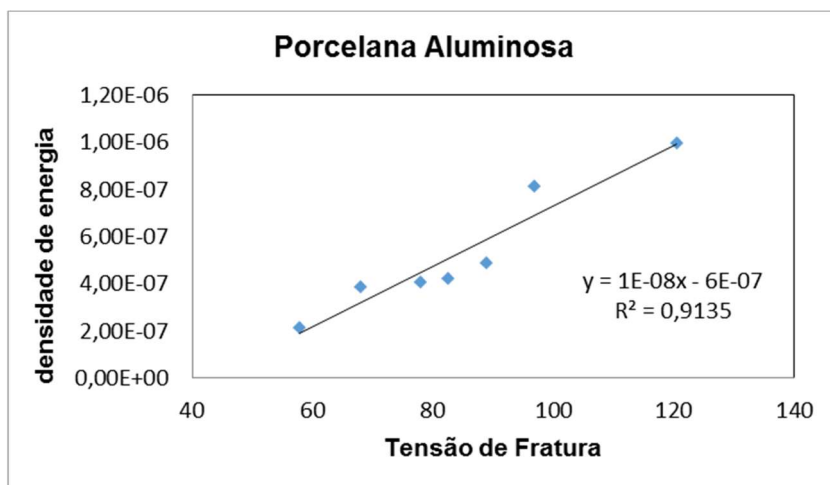
Com os valores da tensão e densidade de energia conhecidos foram plotados os gráficos da figura 5.18.

Figura 5-18 – Gráficos Densidade de Energia ( $u$ ) por Tensão de Fratura ( $\sigma_f$ ) com aplicação do ajuste linear. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico.

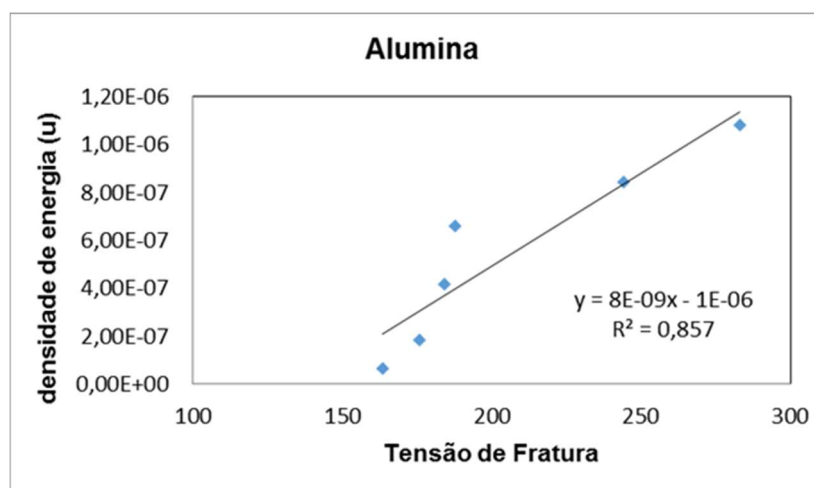
a)



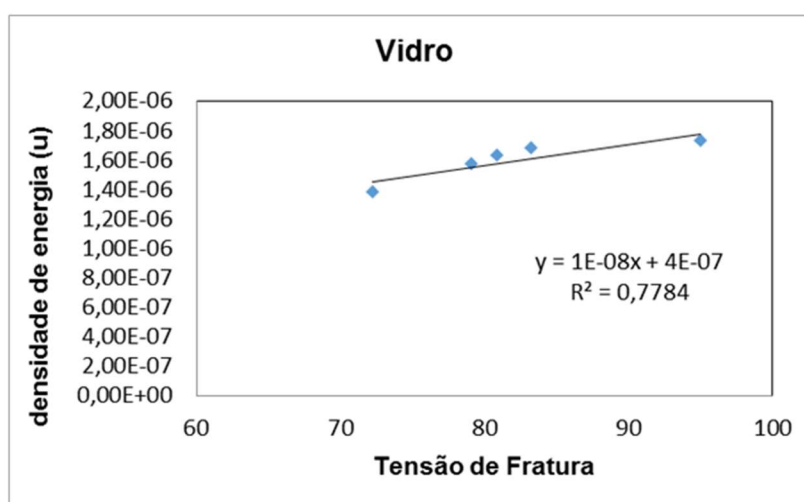
b)



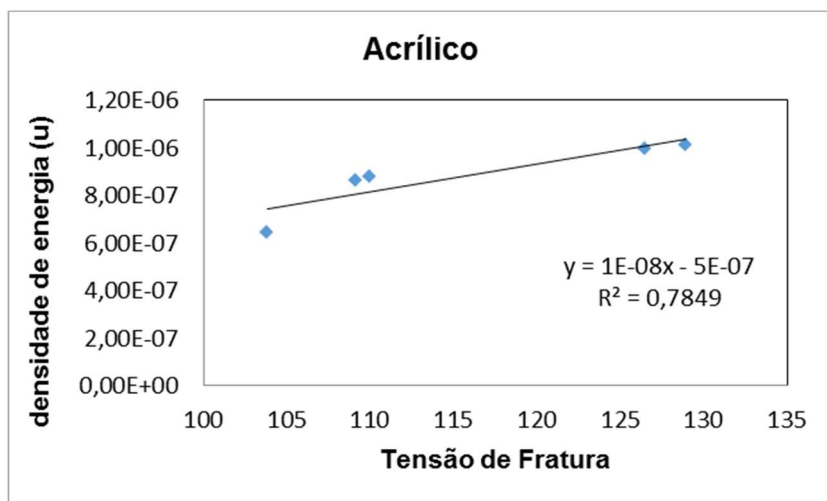
c)



d)



e)



Fonte: Autor

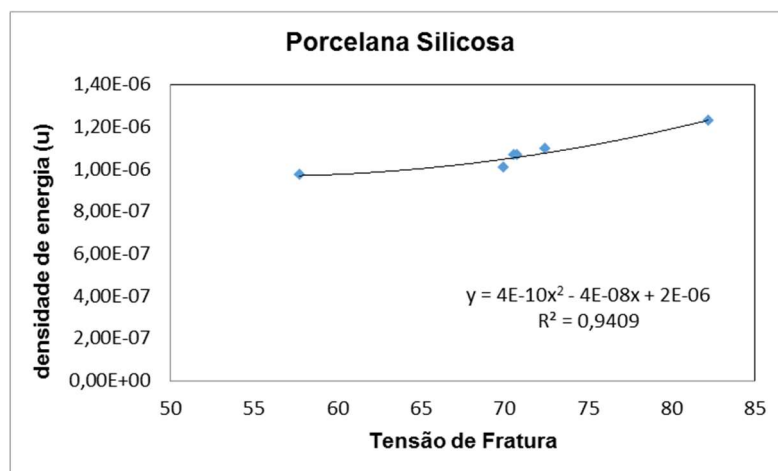
Como análise preliminar deste assunto, observa-se que o coeficiente de correlação dos gráficos da porcelana silicosa, alumina, vidro e acrílico não estão próximos ao valor de 1, conforme esperado. Somente a porcelana da aluminosa, apresenta um coeficiente de correlação de 0,9135, estando mais próximo ao 1.

Verificando cada gráfico verifica-se que existem pontos dispersos e pontos mais próximos uns dos outros, porém não tem como elimina-los já que não se sabe se é algum erro de ensaio ou próprio comportamento do material.

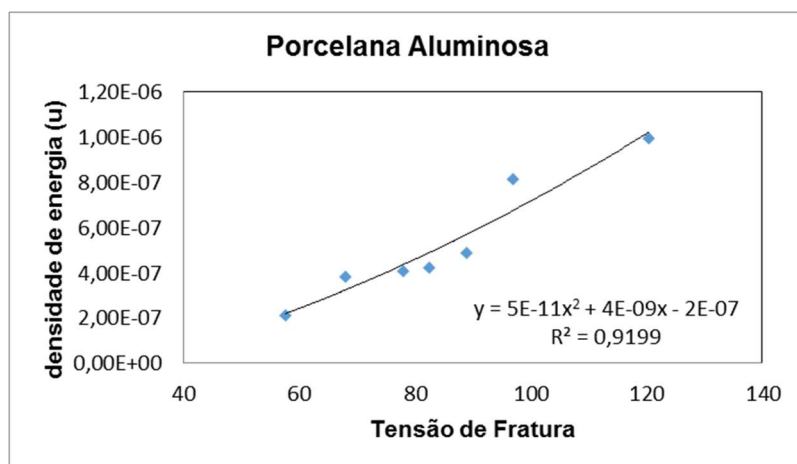
Como a correlação dos gráficos não estão lineares realizou- o ajuste polinomial, para verificar o comportamento dos materiais dos gráficos 5.18, como está demonstrado na figura 5.19.

Figura 5-19 - Gráficos Densidade de Energia (u) por Tensão de Fratura ( $\sigma_f$ ) com aplicação do ajuste polinomial. a) Porcelana Silicosa. b) Porcelana Aluminosa. c) Alumina. d) Vidro. e) Acrílico

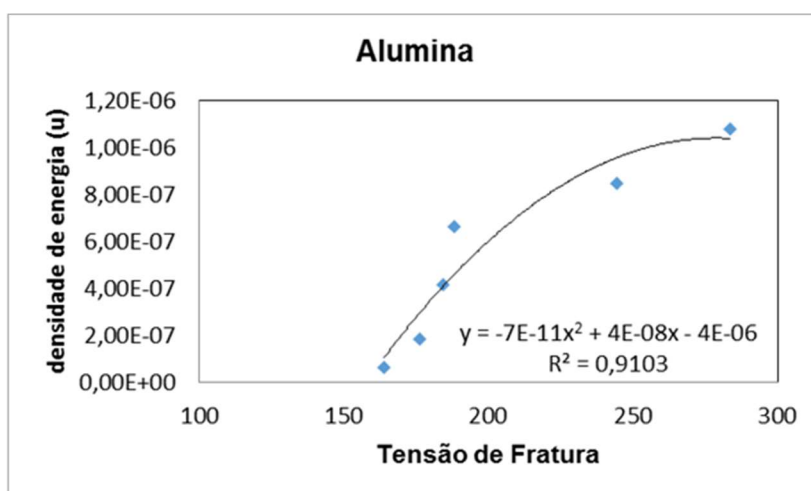
a)



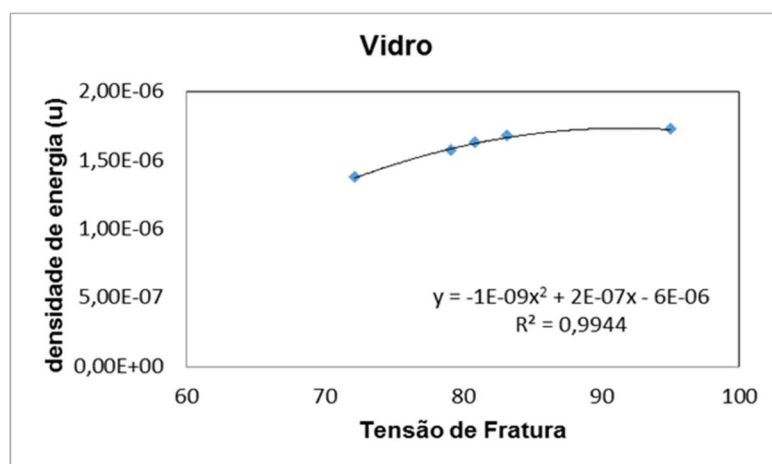
b)



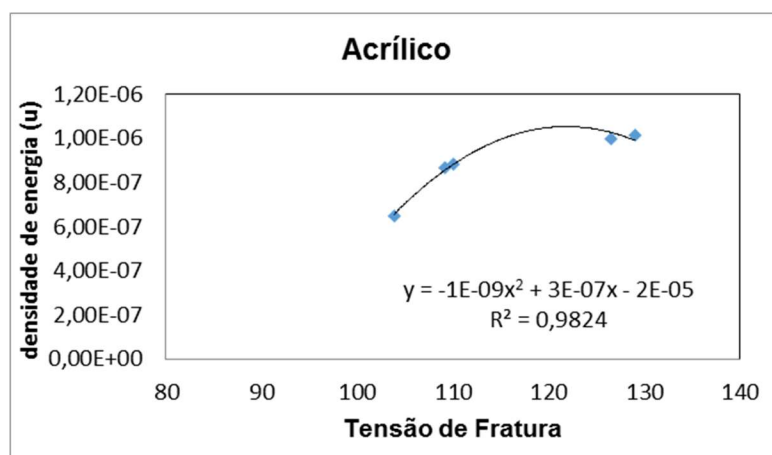
c)



d)



e)



Fonte: Autor

Após aplicar o polinômio de segundo grau nos dados dos gráficos, identifica-se que houve um aumento no valor de correlação dos materiais, o comparativo deles pode ser verificado na tabela 5.13.

Tabela 5.13- Valores comparativos dos ajustes linear e polinomial

	Ajuste Linear – $R^2$	Ajuste Polinomial – $R^2$
Porcelana Silicosa	0,8486	0,9409
Porcelana Aluminosa	0,9135	0,9199
Alumina	0,8570	0,9103
Vidro	0,7784	0,9944
Acrílico	0,7849	0,9824

Fonte: Autor

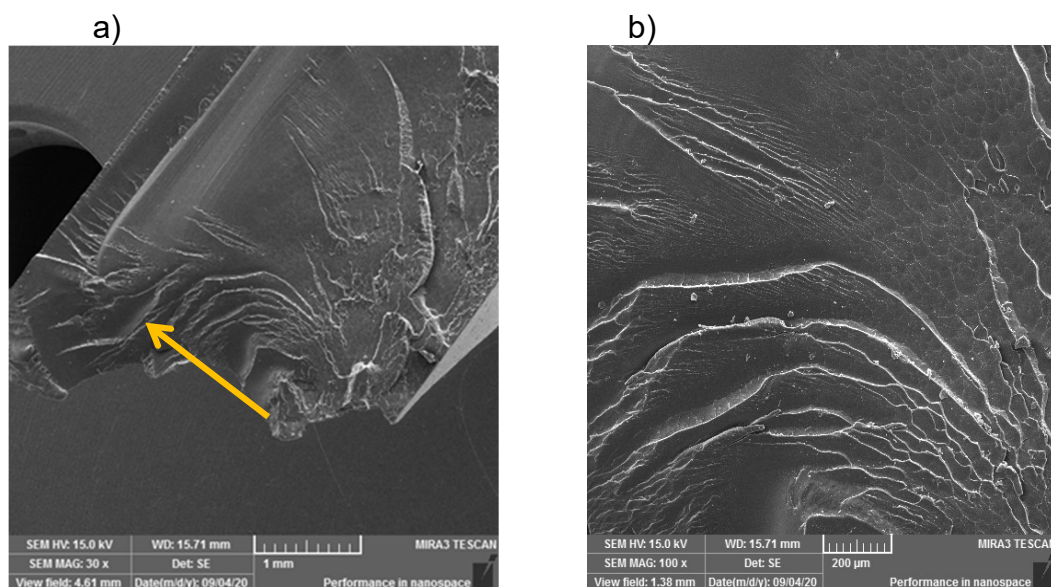
Com os valores da tabela 5.13, verifica-se que com a aplicação do ajuste polinomial de segundo grau, obteve-se um aumento nos valores dos coeficientes de correlação para a porcelana silicosa, alumina, vidro e acrílico, demonstrando que há uma correlação entre a densidade de energia e tensão de fratura, porém não é linear. Quando aplicado o ajuste polinomial na porcelana aluminosa, o coeficiente de correlação não apresentou alteração em comparação com o valor do linear, o que indica que a correlação da porcelana aluminosa, é linear.

## 5.10 MICROSCOPIA ELETRÔNICA DE VARREDURA (MEV) - SUPERFÍCIES FRATURADAS.

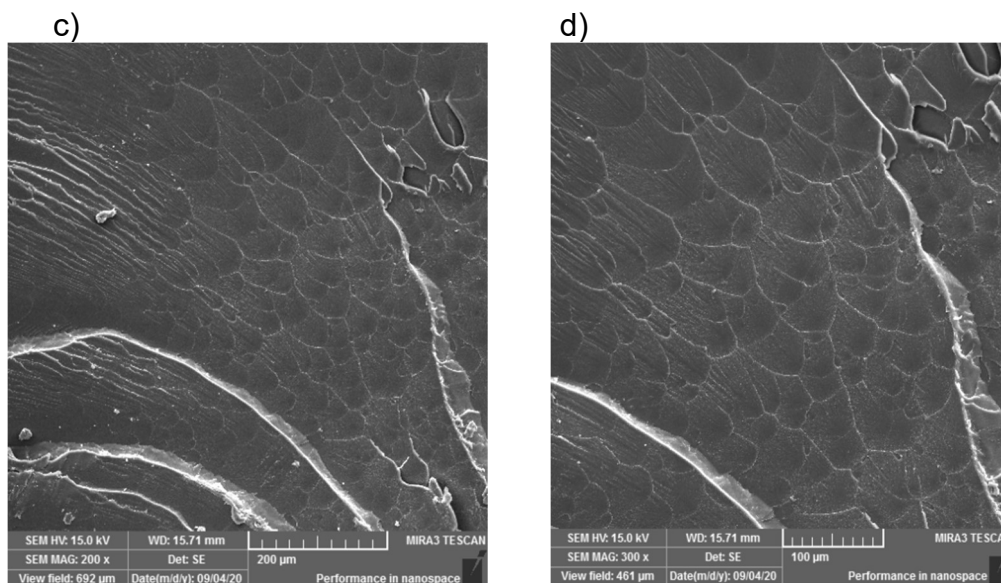
Após o ensaio de impacto mecânico, realizou-se a análise de MEV nas amostras de cada material estudado: acrílico, vidro, porcelana composição silicosa, porcelana aluminosa e alumina.

Na figura 5.20 é apresentada a micrografia obtida por MEV para o acrílico. Observou-se que a trinca ocorreu da direita para a esquerda (seta cor laranja), pois se pode observar uma camada menor de formação de estrias, no lado oposto ao impacto, devido à pouca energia de impacto, nesta região. No acrílico, a energia dispersa ocorre do centro para as extremidades devido sua morfologia, os esferulitos.

Figura 5-20 – Superfície de fratura obtida por MEV das faces fraturadas do acrílico.







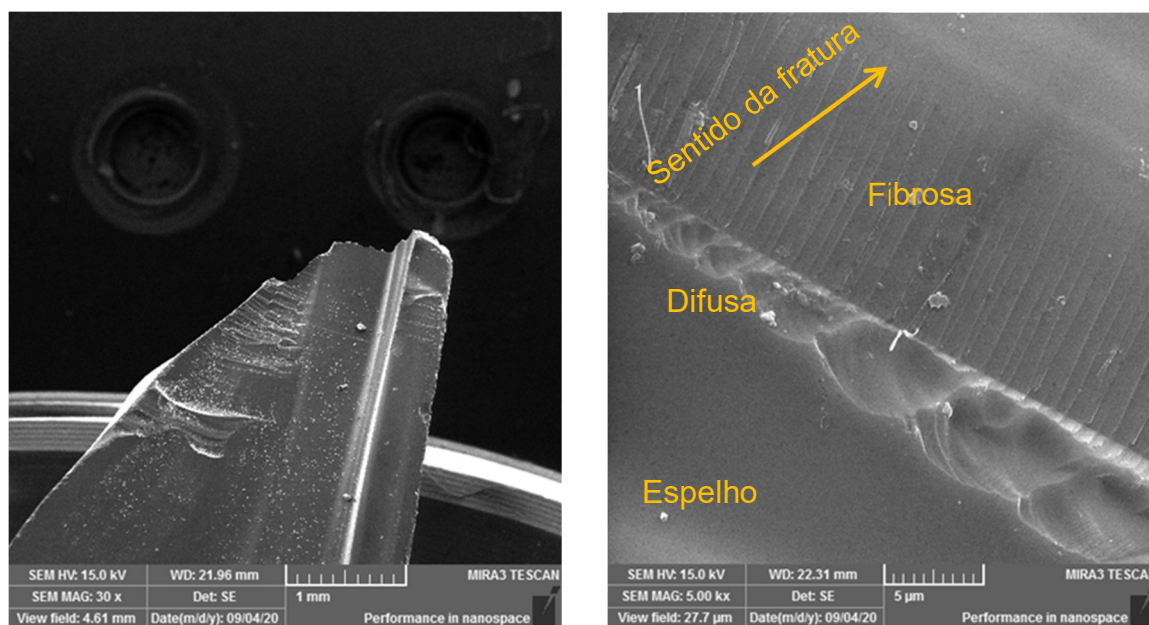
Fonte: Autor

Na figura 5.20 (b), (c) e (d), nota-se a presença de marcas em forma de parábolas. Estas marcas, em particular, aparecem em muitos materiais frágeis, como o Acrílico (PMMA).

Um estudo específico sobre as parábolas está descrito no apêndice I.

A figura 5.21 apresenta a superfície de fratura, obtida por MEV, do vidro.

Figura 5-21 - Superfície de fratura das faces fraturadas do vidro obtida por MEV

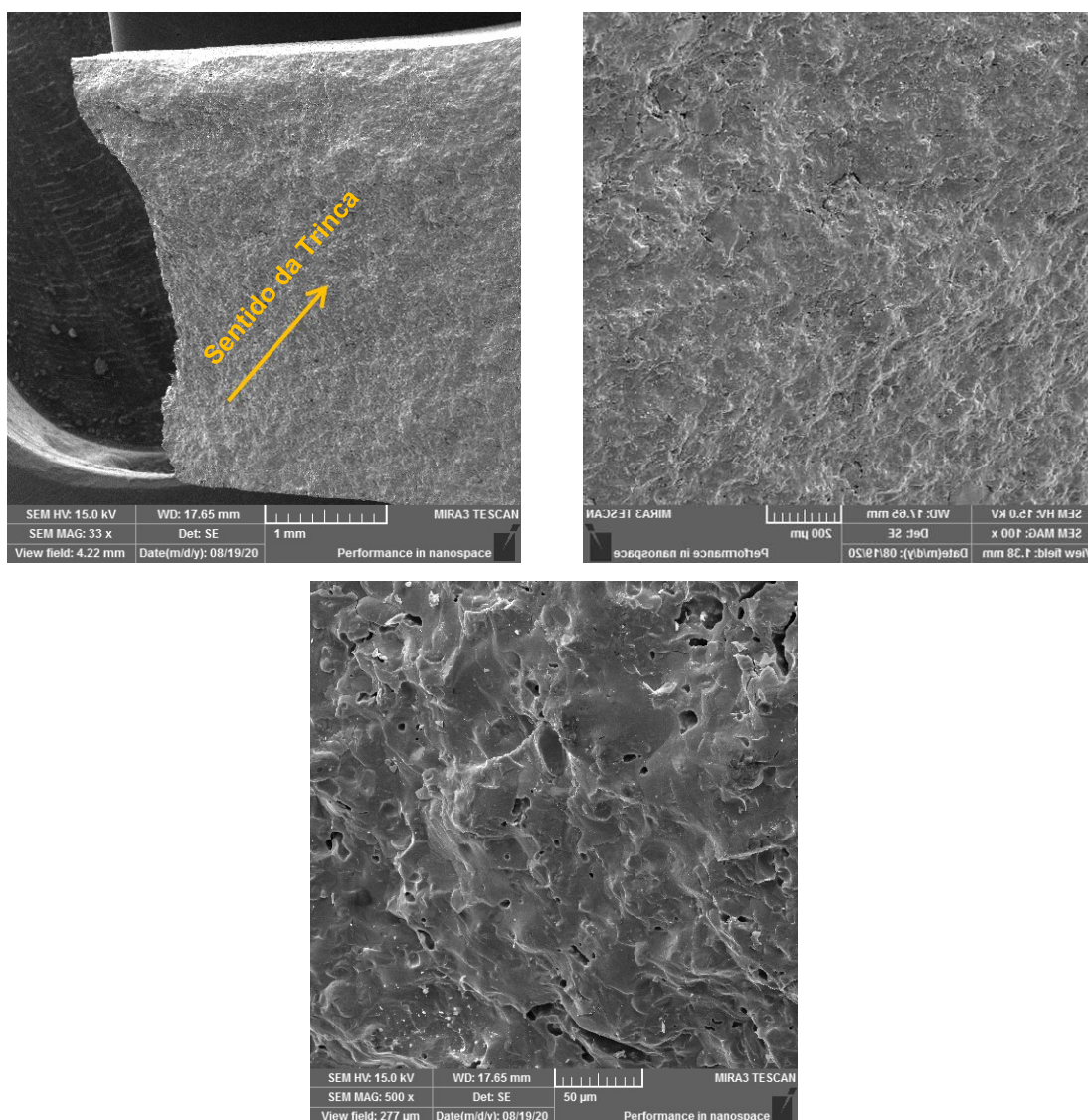


Fonte: Autor

Na figura 5.21 foi observada a presença de três áreas na fratura do vidro, a área de espelho, difusa e fibrosa, conforme estudos realizados. (120,124). A área do espelho é nomeada pela sua refletividade e suavidade e é tradicionalmente descrita como um plano euclidiano. Já as áreas difusas e fibrosas possuem uma irregularidade ou aspereza perceptível a olho nu. Esses perfis mostraram claramente o conceito qualitativamente de auto afinidade, o que demonstra que superfícies de fratura de vidro são verificadas como objetos fractais naturais. (120,124)

A superfície de fratura da porcelana silicosa obtida por MEV, pode ser observada na figura 5.22.

Figura 5-22 – Superfície de fratura da Porcelana Silicosa obtida por MEV

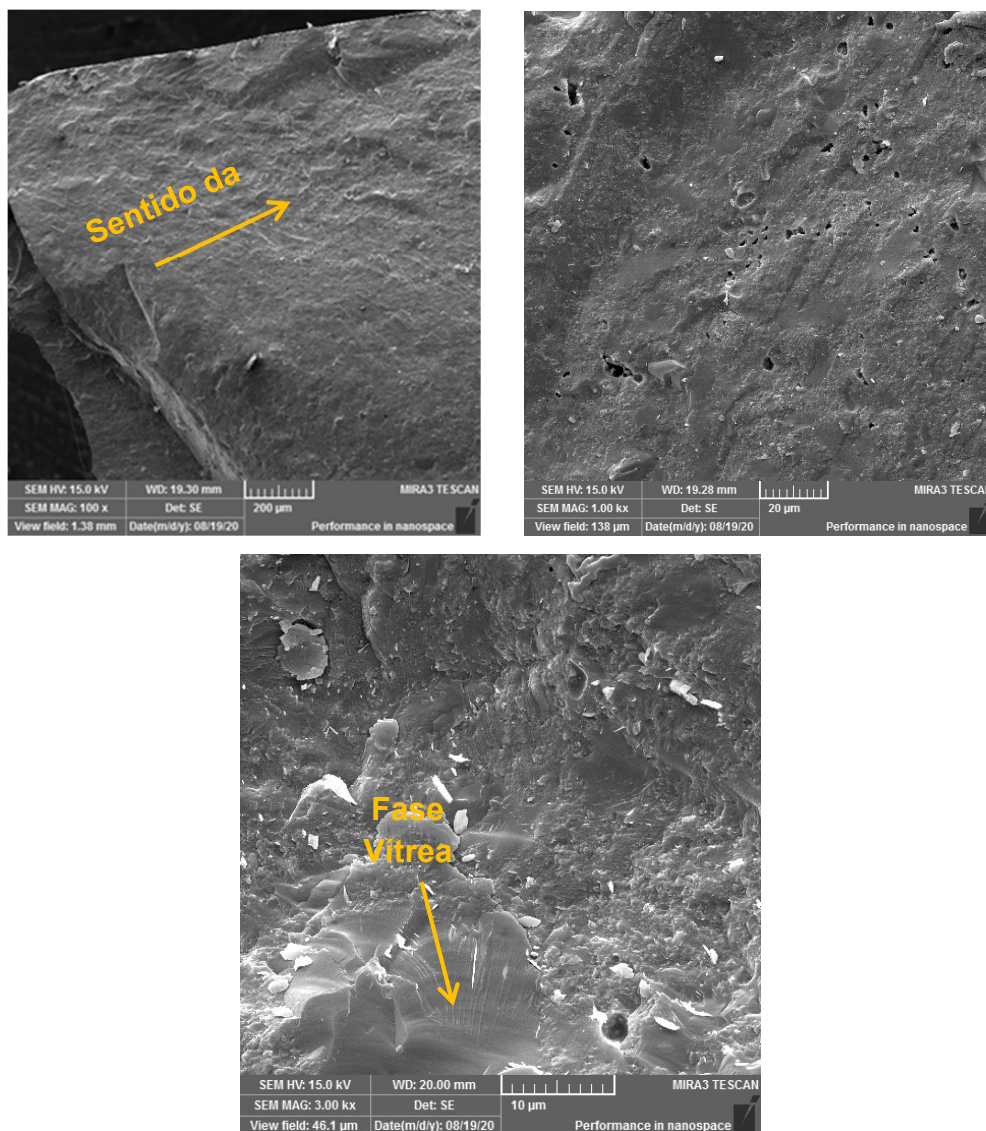


Fonte: Autor

Observa-se que a porcelana silicosa apresentou uma fratura com a superfície rugosa, com a trinca seguindo a linha dos poros, caracterizando uma trinca transgranular.

A figura 5.23 apresenta a superfície de fratura da Porcelana Aluminosa, –obtidas por MEV.

Figura 5-23 – Superfícies de fratura da Porcelana Aluminosa, obtidas por MEV



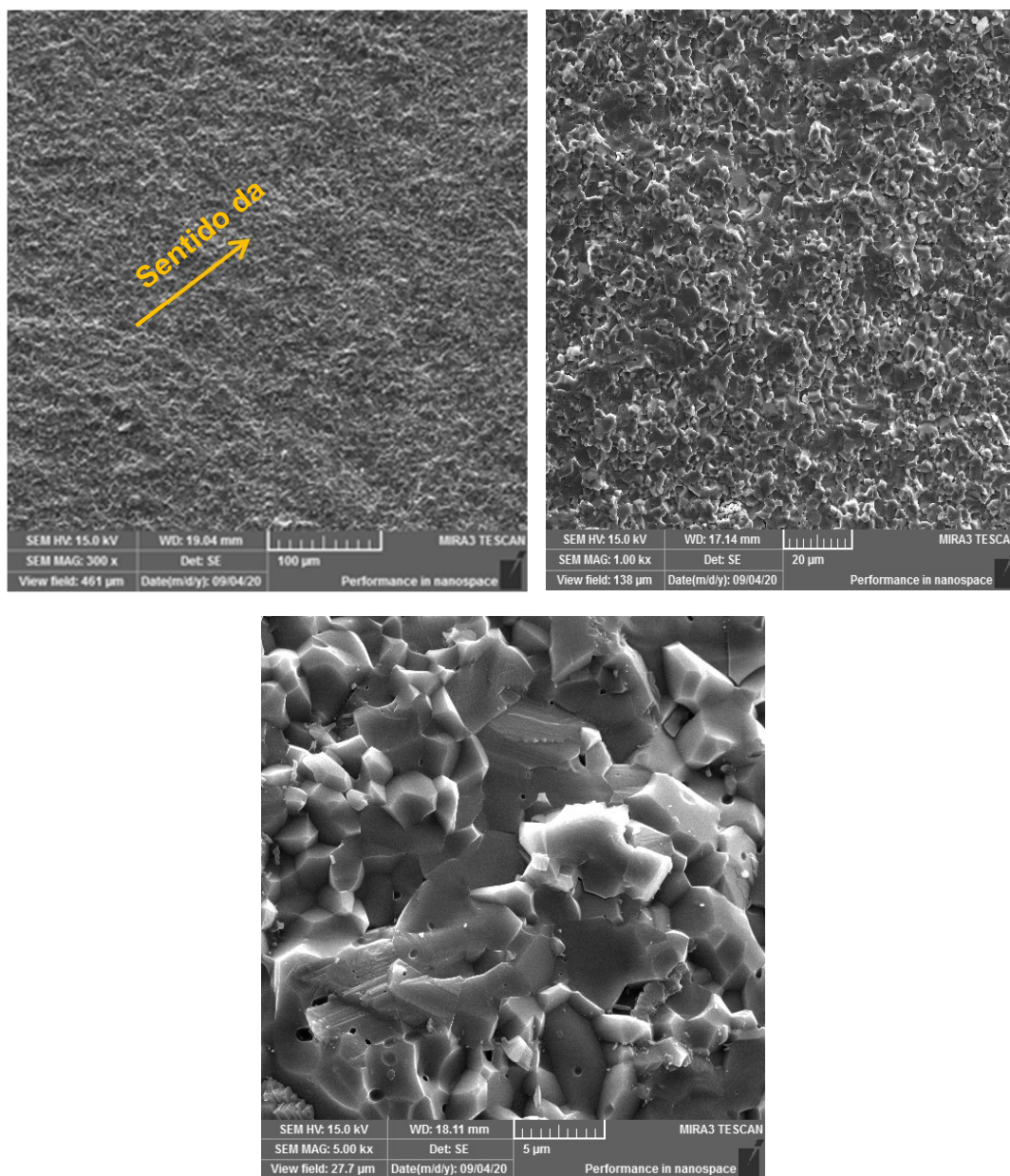
Fonte: Autor

Conforme já observado na fratura da porcelana aluminosa, a fratura da figura 5.23 apresenta rugosidade e uma trinca transgranular. Também verifica a fase vítrea presente na amostra, podendo ser este o motivo da porcelana aluminosa, fragmentar com um número maior de fragmentos se aproximando do vidro.



A figura 5.24 apresenta a superfície de fratura da amostra de alumina.

Figura 5-24 – Superfícies de fratura da Alumina, obtidas por MEV



Fonte: Autor

Na figura 5.24, verifica-se que a trinca ocorreu por clivagem, sendo intergranular e transgranular, indo pelos contornos de grão, quando os grãos são menores e pelo grão, quando os grãos são maiores.

## 6 CONCLUSÃO

Pela massa dos fragmentos obtidos pelo ensaio de impacto balístico em corpos de provas com formato de disco, foi possível realizar a análise multifractal dos materiais, além dos números de fragmentos, tenacidade, entropia e densidade de energia.

No estudo da massa dos fragmentos dos materiais, identificou-se que o vidro foi o que apresentou maior número de fragmentos e o acrílico o menor número, o que já era esperado devido a estudos já realizados (1). Em comparação a estes dois materiais, as composições de porcelana silicosa, porcelana aluminosa e alumina ficaram entre eles dois.

Pelo gráfico de Frequência  $F(<m/m_0)$  em função da massa dos fragmentos ( $m/m_0$ ), pode-se concluir que a porcelana aluminosa apresentou número de fragmentos mais próximo ao vidro, e este resultado deve ter ocorrido devido a maior presença de fase vítrea conforme foi verificado no MEV. A alumina teve fragmentos mais próximos ao acrílico, devido a sua dureza. Já a porcelana silicosa apresentou em valor mais centralizado em comparação com os dois materiais. Estes resultados já eram esperados pois conforme estudos já realizados os valores da quantidade de fragmentos das porcelanas e alumina estariam entre o vidro e o acrílico.

Outra característica estudada dos materiais foi a tenacidade, conforme teoria o vidro é material que apresenta menor tenacidade e o acrílico maior tenacidade. Porém nos cálculos e gráficos de log analisados verificou-se que a porcelana silicosa e o acrílico apresentaram um coeficiente angular maior que os demais, o que não é correto, pois quem apresenta maior valor de coeficiente angular, corresponde que é um material menos tenaz e tem um número de fragmentos maior.

Observando os gráficos verificou-se que os valores não apresentaram uma linearidade e que havia pontos dispersos e esta característica influenciou nos resultados esperados, pois os coeficientes de correlação não estavam próximo de um. Isto indica que pode ter ocorrido uma falha durante o processo ou até uma característica do próprio material. Dessa forma, novos estudos podem ser realizados levando em conta parâmetros de processo.

O estudo realizado demonstra que o ensaio de impacto em disco é um método econômico para obter-se o módulo de Weibull, pois não é necessário a utilização de um número grande de corpos de provas para realizar o estudo estatístico.

Outra vertente do trabalho foi realizar o estudo das entropias dos materiais, realizando os cálculos para as entropias de Shannon que é a entropia da informação e para fractais a de Renyi e Tsallis, fazendo os cálculos utilizando as massas dos fragmentos. Foram plotados os gráficos e realizado o cálculo para quando  $q=1$ , verificando que todas as entropias apresentaram os mesmos valores, atendendo a teoria. Com estes valores identificou-se que o vidro, por apresentar maior número de fragmentos, apresenta maior entropia, e em seguida a porcelana aluminosa, conforme esperado. Porém os demais materiais não seguiram essa teoria, como algum efeito do material ou externo influenciaram no resultado da tenacidade, pode também ter afetado o resultado da entropia.

Nos gráficos de  $\ln[m/mt]$  pelas entropias de Renyi e Tsallis, observou que existe uma relação entre os valores, porém essa correlação não é linear conforme inicialmente esperado, pois a quantidade de fragmentos deveria dar a entropia clássica de Boltzmann, porém como nestas entropias existe o índice  $q$ , o comportamento foi diferente. O que se pode concluir é que existe a relação, pois estudos demonstram que quanto maior o número de fragmentos, maior será a desordem, ou seja a entropia. O que pode-se verificar é que devido à complexidade da entropia, o sistema realmente não deve ser linear e mais estudos devem ser realizados para aprofundar nessa correlação.

Para o estudo da densidade de energia por tensão de fratura, observou inicialmente nos gráficos que somente a porcelana de composição 2, apresentou uma correlação linear. Para os demais materiais deve haver uma correlação, porém não é linear. Não há muitos estudos realizados sobre este assunto, por isto não se pode afirmar que os resultados são corretos, eles são somente o início de futuros estudos.

Com as massas dos fragmentos foi realizado a análise multifractal dos materiais, no qual foi possível identificar que o material que sofreu ruptura apresenta um comportamento multifractal. Foi realizado o cálculo dos valores da dimensão fractal, pelo cálculo de  $D_0$  e do espectro multifractal, mostrando a viabilidade de estudo de materiais fragmentos através da análise multifractal.

Devido a amplitude das análises realizadas e dos resultados obtidos, tem-se a oportunidade de ampliação deste estudo em trabalhos futuros.

Com todos resultados obtidos verificou que a metodologia estudada também poderá aumentar a confiabilidade na produção dos materiais cerâmicos, dados as características multifractais desses materiais.

## 7 TRABALHOS FUTUROS

- Análise da rugosidade das amostras com modelo de superfície de fratura fractal e multifractal.
- Análise da tenacidade dos materiais através de fractal, com alterações de processo e dimensional.
- Realizar o ensaio de impacto dinâmico Charpy ou Izod e comparar resultado com o ensaio de impacto balístico
- Análise da velocidade de microfissuras em materiais frágeis.
- Ampliar o estudo de multifractais nas cerâmicas.

## REFERÊNCIAS

1. MVUMBI, C. B. **Análise Fractal da Ruptura Mecânica e Porcelanas**.2016. Dissertação (Mestrado em Ciências e Engenharia de Materiais) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2016.
2. CHINELATTO, A.L; SOUZA, D.P.F. Porcelanas elétricas aluminosas : Parte I - Revisão da literatura ( Aluminous electrical porcelain : Part I - Literature review). **Cerâmica**, v .50, n. 313, p. 62–68, jan. 2004.
3. RESTREPO, J; DINGER, D.R. Controle da Deformação Piroplástica em Massas de Porcelanas Triaxiais usando a Análise Dilatométrica. **Revista Cerâmica Industrial**. v.8, n. 4, p. 37–48, jul./ago. 2003.
4. MIRANDA, A.D.S; MOREIRA, M.G; LANARI, R.A; FREITAS, R.A.S. A patrimonialização da produção de louças e porcelanas em Pedreira, São Paulo: um estudo de caso. **Temporalidades Revista de História**, Belo Horizonte, v.7,n. 1, p. 260–84, jan./ abr. 2015.
5. MVUMBI, C. B. CHINELATTO, A.L. Et.al. Fractal analysis of fragmentation by impact of porcelains. **Cerâmica**. v.63, n. 366, p.152–61, jan. 2018.
6. GARCE, L.R.N. **Cerâmica**. Indaial: Centro Universitário Leonardo da Vinci – Uniasselvi. 2011.Disponível em:  
<https://www.uniasselvi.com.br/extranet/layout/request/trilha/materiais/livro/livro.php?codigo=8833>. Acesso em 06.fev. 2020.
7. BRAGANÇA, S.R. BERGMANN, C.P. Microestrutura e propriedades de porcelanas. **Cerâmica**. v.50, n. 316, p. 291–299, jan.2005.
8. PINHEIRO, B.C.A; SILVA, DA. A.G.P. Análise Estrutural de Porcelana Tradicional. In: 49º CONGRESSO BRASILEIRO DE CERÂMICA 2005, São Pedro. **Anais do 49CBC** São Pedro - SP, 2005. p. 1–11, 2005.
9. JERMOLOVICIUS, A.B; MOLISANI, A. Porcelana colorida translúcida para luminárias decorativas ( Translucent colored porcelain for decorative lighting fixtures ). **Cerâmica**. v.64,n. 388, p.341–351, 2018.
10. ZHANG, Y; YANG, Y; LI ,W; REN. Y. Effect of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Addition on the Flexural Strength and Light-Transmission Properties of Bone China. **International Journal of Applied Ceramic Technology**. v.12, n 4, p. 875–884, 2014.
11. ZANELLI, C; RAIMONDO, M; GUARANI,G; DONDI, M. The vitreous phase of porcelain stoneware: Composition, evolution during sintering and physical properties. **Journal of Non-Crystalline Solids**. v.357, n.16–17, p.3251–60, agosto 2011.
12. FREIRE, M.N. **Uso de Matéria-Primas Argilosas do Estado do Rio de Janeiro em massas Cerâmicas para Porcelanato: Formulação, Propriedades Físicas e Microestrutura**.2007.Dissertação (Mestrado em Ciências e Tecnologia)- Universidade Estadual do Norte Fluminense - Darcy



Ribeiro. 2007.

13. NORTON, F.H. **Introdução à Tecnologia Cerâmica**. São Paulo - SP: Editora Edgar Blucher, Ltda, Editora Universidade sw São Paulo, 1973.
14. BAUCIA, J; KOSHIMIZU; GIBERTONI, C; MORELLI, M. R; Estudo de fundentes alternativos para uso em formulações de porcelanato. **Cerâmica**, v.56, n. 339, p. 262-272, jan. 2010.
15. KINGERY, W. BOWEN, H.K. UHLMAN,. D. **Introduction to Ceramics**. 2.ed, New York, John Wiley & Sons, p.1056. 1976 .
16. SANTOS, P de S. **Tecnologia de argilas aplicadas às argilas brasileiras**. 1 ed, v 1, São Paulo, Blucher Edgard, 1975.
17. CALLISTER, J.D.; RETHWISCH, D. **Ciências e Engenharia de Materiais: Uma Introdução** - Tradução de Sergio Murilo Stamile Soares. 9 ed, Rio de Janeiro, LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda. 2016.
18. SOUSA, B; GONZAGA, A; A'VILA ,J. M; VIANA, J; NEVES, G; RODRIGUES, M.G; et al. Caracterização da Argila Verde Claro para obtenção de Argila Organofílica.In: 48º CONGRESSO BRASILEIRO DE CERÂMICA , 2004, Curitiba. **Anais do 48º Congresso Brasileiro de Cerâmica**. Curitiba-Pr. 2004.p.1-11.
19. SILVA, E.L; LIMA, L.A; RODRIGUES, M.G.F. **Tecnologia de obtenção de argila organofílica visando sua utilização como adsorvente para remoção de Óleo**. Florianópolis, SC, p.1-8, out. 2014. Trabalho apresentado no COBEQ - XX Congresso Brasileiro de Engenharia Química. Florianópolis- SC.
20. SANTOS, P de S. **Ciência e Tecnologia das Argilas**. 2.ed, São Paulo, Blucher Edgard, 1992.
21. **Matérias Primas Naturais** – ABCERAM. Disponível em: <https://abceram.org.br/materias-primas-naturais>. Acesso em 12 de junho de 2019
22. CORRÊA,R.G A. **Caulim**. DNPM - 5º Distrito. 1920. p. 474–83. Disponível em: [dnpm.gov.br/dnpm/publicacoes/serie-estatisticas-e-economia-mineral/outras-publicacoes-1/6-2-caulim](http://dnpm.gov.br/dnpm/publicacoes/serie-estatisticas-e-economia-mineral/outras-publicacoes-1/6-2-caulim). Acesso em 12 de junho de 2019.
23. LUZ,A.B. CAMPOS, A.R. CARVALHO, E.A. BERTOLINO, L.C. **Caulim .Rochas e Minerais Industriais**, v.2, CETEM, 2005.
24. BERTOLINO, L.C; TOREM, M.L; SCORZELLI, R.B; ROSSI, A.M. Caracterização Mineralógica e Beneficiamento do Caulim de Prado (BA). **Holos**. Rio Grande do Norte, v. 5, ano 28, p. 83- 92, out. 2012.
25. BIFFI, G. **O Grês Porcelanato - Manual de fabricação e técnicas de emprego**.3 ed, São Paulo - SP: Faenza Ed. do Brasil. 2002.
26. GEROTTO, M.; CABO, S; INOCCENTINI, M.D; PANDOLFELLI,V. Utilização de caulim e meta-caulim em substituição à microsílica em concretos refratários aluminosos auto-escoantes. **Cerâmica**. v. 46, n. 300. p.200–209,

2000.

27. CARNEIRO, B; ANGÉLICA, R; SCHELLER, T; COSTA, A; CASTRO, E.A; NEVES, R. **Transformações Térmicas do Caulim duro da Região do Rio Capim Pará**. Natal, RN, p.473-479, nov. 2002. Trabalho apresentado no Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências dos Materiais, 2002, Natal, RN.
28. CHAKRAVORTY, A; GHOSH, D; Kaolinite–Mullite Reaction Series: The Development and Significance of a Binary Aluminosilicate Phase. **Journal American Ceramic Society**, v.74, n.6, p.1401–1406, 1991.
29. FARIAS, T.M.B; FARIAS, A.M.B. Comparação de amostras de quartzo alfa e de quartzo com enxofre por meio de técnicas espectroscópicas. **Exacta**. São Paulo. v.9, n.3, p.377–84, 2001.
30. VLACH, S.R.F. A classe dos tectossilicatos: Guia Geral da Teoria e Exercício. **Revista do Instituto de Geociência - USP**. São Paulo, p. 1-49. 2002.
31. GOMES, L. FURTADO, A.C. SOUZA, M. A Sílica e suas Particularidades. **Revista Virtual de Química**. São João Batista, v.10, p.22. 2018. Disponível em <http://rvq.sbq.org.br>. Acesso em 10 de junho de 2020.
32. BERNARDIN, A.M. **Evolução Microestrutural de Porcelanas Brandas de Queima Rápida**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia Química) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
33. LIRA, H. NEVES, G. Feldspato: conceitos, estrutura cristalina, propriedades físicas, origem e ocorrências, aplicações, reservas e produção. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos**. v.8, n.3, 2013. Disponível em <http://www2.ufcg.edu.br/revista-remap/index.php/REMAP/issue/view/25>. Acesso em 16 de junho de 2020.
34. SILVA, F.M.N. LIMA, E.G. RODRIGUES, M.G.F. **Influência da calcinação nas transformações de fase da gibsit-boemita-gama/alumina**. Águas de Lindóia, SP, p. 69-79. maio 2016. Trabalho apresentado no 60º Congresso Brasileiro de Cerâmica, 2016, Águas de Lindóia, SP.
35. CARTAXO, J.M. GALDINO, M. MENEZES, R. FERREIRA, H. NEVES, G.A. Síntese de alumina-  $\alpha$  utilizando acetato de alumínio. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos**. v 6, n.3, 2011. Disponível em <http://www2.ufcg.edu.br/revista-remap/index.php/REMAP/issue/archive>. Acesso em 16 de junho de 2020.
36. ASSIS, J.M.K.D. **Estudo Comparativo de Compósitos Alumina Zircônia Tetragonal e de Cerâmicas de Alumina Aditivada com Nióbia para Aplicações Estruturais**. 2008. Dissertação (Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia). INPE, São José dos Campos, 2008.
37. IQBAL, Y. LEE, W.E. Fired Porcelain Microstructures. **Journal of the American Ceramic Society** .v.82, n.12, p. 3584–3590. 1999
38. LUNDIN, S.T. Electron microscopy of whiteware bodies. *Trans Int Ceram*

- Congr. **Transactions of the IV International Ceramics Congress**, p. 383–390. 1954.
39. SCHULLER. K, H. Reactions between and Glassy Phase in Porcelains. Tradução por Steklo i Keramika, **Trans Brit Ceramic Soc (Great Britain)**. v.21, p. 103–117, 1964.
  40. IQBAL, Y, LEE, W.E. Microstructural evolution in triaxial porcelain. **Journal of the American Ceramic Society**. v.83, n.12 , p.3121–3127, dez. 2004.
  41. BRAGANÇA, S.R; BERGMANN, C.P. Aspectos teóricos e práticos sobre a resistência mecânica de porcelanas ( Theoretical and practical aspects on the mechanical strength of porcelains ). **Cerâmica**. v.50, n.314, p.145–155, agosto 2004.
  42. CARTY, W.M. SENAPATI, U. Porcelain-Raw Materials, Processing, Phase Evolution, and Mechanical Behavior. **Journal the American Ceramic Society**. v.81, n.1, p.3–20. jan.2005.
  43. AKERMAN, M. **Introdução ao Vidro e sua Produção**. Escola de Vidro p. 53, 2013.
  44. ZANOTTO, E.D. **Vidros: arte, ciência e tecnologia de 4000 a.C. a 2000 d.C. Artigos Técnicos**, Engenharia de Materiais - Universidade Federal de São Carlos. São Carlos - SP. v 1, p. 33–36, maio/jun/jul. 1989.
  45. ALVES, O. GIMENEZ, I.F. MAZALI, I.O. **Vidros**. Cadernos Temáticos de Química Nova Escola. edição especial, p. 13–24, 2001.
  46. Vidro. Conselho Regional de Química - IV Região. 2011. Disponível em <https://www.crq4.org.br/vidroquimicaviva>. Acesso em 6 de Fevereiro de 2020.
  47. NOVAES, P.A. TEIXEIRA, A.H.B. VENTURELLI, H.H. MONTEDO, O.R.K. Cristalização de superfície em vidro do sistema  $\text{Li}_2\text{O}-\text{ZrO}_2-\text{SiO}_2-\text{Al}_2\text{O}_3$ . **Revista Matéria** v. 22, n.02, p. 1-7, fev 2017.
  48. CANEVAROLO, S.V.J. **Ciências dos Polímeros**. vol.1, 2 ed, Artliber, p .277. 2006.
  49. SILVA, A.L.B.B. SILVA, E.O. **Conhecendo Materiais Poliméricos**. 2003. Trabalho para o Grupo de Pesquisa de Novos Materiais, Universidade Federal do Mato Grosso, p. 1-84, 2003
  50. PASSORTE C.R. **Química Dos Polímeros**. 3º Módulo- Técnico em Química. v.1, Escola Técnica Estadual, São Paulo - SP, 2013.
  51. Polímeros Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Disponível em: [https://cejarj.cecierj.edu.br/pdf\\_mod4/CN/Unidade05\\_Quimica\\_Modulo4.pdf](https://cejarj.cecierj.edu.br/pdf_mod4/CN/Unidade05_Quimica_Modulo4.pdf). Acesso em 7 de fevereiro de 2020
  52. Acrílico do começo ao fim. Indac - Instituto Nacional para Desenvolvimento do Acrílico.p. 1–41. Disponível em. [https://www.indac.org.br/arquivos/acrilico\\_indac.pdf](https://www.indac.org.br/arquivos/acrilico_indac.pdf). Acesso em 22 de maio de 2019.

53. ANGELOTTO, M.R.D.S; FEITOSA, S.A.D. **Análise Fractográfica do Polimetilmetacrilato.(PMMA)**.Rio de Janeiro,RJ, p.1966-1973, agosto.2015.Trabalho apresentado no 70º Congresso Anual da ABM, 2015, Rio de Janeiro, RJ.
54. FABRICIO, D. MENDES; E. REGULY, A; COSTA, V.M. Acreditação do ensaio de impacto Charpy , Estudo de caso no Lamef. v.12, 23 ed. **Periódico Tchê Química**. v 12, n.23, p. 28–33, 2015.
55. CARDOSO, A.L.D.V. Caracterização Dinâmica por Impacto de Cerâmicos à Base de Alumina . Disponível em [http://www.ime.eb.mil.br/arquivos/teses/se4/cm/dissert\\_mest\\_andrecardoso.pdf](http://www.ime.eb.mil.br/arquivos/teses/se4/cm/dissert_mest_andrecardoso.pdf) f. Acesso em 4 de abril de 2020.df
56. Conceitos Importantes no Estudo de Impacto. PUC-Rio. p. 25–90. Disponível em [https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/16007/16007\\_3.PDF](https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/16007/16007_3.PDF). Acesso em 11 de março de 2019.
57. MARTINS, A; FABRICIO, D; HERRMANN, J; RANZI, L; COSTA, V; STROHAECKER, T. **Comparação Da Energia Absorvida No Ensaio De Impacto Charpy Convencional E Instrumentado**. Rio de Janeiro, RJ, p. 2859-2864, agosto 2015. Trabalho apresentado no 70º Congresso Anual da ABM, agosto 2015, Rio de Janeiro, RJ.
58. CARLOS, A.C; YAMAKAWA, R.S; HAGE, E.J. Determinação de Temperatura de Transição Dúctil-frágil de Plásticos Através de Testes de Impacto Instrumentado. **Polímeros Ciência e Tecnologia**. v 9, n 1, p.76–84, jan 1999.
59. ROCHA, G.B.T. PEREIRA, L.M.M. FARIAS, L.D.P. GANDUR, N.L. FLORES, P.M. OLIVEIRA, R.M. et al. Análise fractográfica em MEV – fratura dúctil x fratura frágil. **Revista Militar de Ciências e Tecnologia**. v 33. n 2, p. 85-87, 2016.
60. SILVA, H.G.A. NETO, E.A.R. ESTEVES, P.D.B. PAZ. et al. Caracterização de fraturas frágil e dúctil em microscopia eletrônica de varredura (MEV). **Revista Militar de Ciências e Tecnologia**. v 34, n. 3, p. 85–87, 2017.
61. FALCÃO, R.C. PARISIO, F. **Fragmentation of brittle plates by localized impact**.12 ed, Appl Phys Lett, p.1–5, 2014.
62. KASHTANOV, A. PETROV, Y. Fractal models in fracture mechanics. **Internacional Journal Fractal**, v.128, p. 271–276, julho 2004.
63. EISENSTADT, R, McCULLOUGH, C.R. **New Approach to Measurement of Impact Characteristics of Brittle Materials**. Fracture 84, New York: Pergamon, p. 3255–3262, 1984.
64. Outros Testes | Medição, controle e ensaios - CIMM: Disponível em [https://www.cimm.com.br/portal/material\\_didatico/6584-outros-testes#.Xozl2EC6PIV](https://www.cimm.com.br/portal/material_didatico/6584-outros-testes#.Xozl2EC6PIV). Acesso em 12 de março de 2019.
65. BROWN, W.K. WOHLLETZ, K.H. Derivation of the Weibull distribution based on physical principles and its connection to the Rosin-Rammler and lognormal

- distributions. **Journal of Applied Physics**. v 78, n. 4, p.2758–2763, 1995.
66. PINHEIRO, B.C.A; ESTEVÃO, G.M; VITOR, R.D.R. Aplicação da Estatística de Weibull na Avaliação da Tensão de Ruptura a Flexão de Revestimento Cerâmico. **Revista da Estatística**. v.III, p.169–173, 2014.
  67. RABAHI, R.F; NETO, F.L. Analysis of the strength of synthetic marble beams through the statistical distribution of Weibull. **Revista Matéria**, Brasília, DF, v 21, n. 3, p.542–551, fev. 2016.
  68. MENEGAZZO, A.P; PASCHOAL, J.O; ANDRADE, A; CARVALHO, J; GOUVÊA, D. Avaliação da Resistência Mecânica e Módulo de Weibull de Produtos Tipo Grês Porcelanato e Granito. **Cerâmica Industrial**. v 7, n. 1, p.24–32. jan./fev.2002.
  69. SANTO, A.R.S; VIGLIONI, H.H.D.B. **Geometria Euclidiana Plana**. São Cristovão,SE, Universidade Federal de Sergipe- CESAD, p. 221, 2011.
  70. ALVES, L. M. “ **Modelagem e simulação do campo contínuo com irregularidades: Aplicações em Mecânica da Fratura com Rugosidade.**” 2011. Tese (Doutorado do Departamento de Engenharia Civil/ Departamento de Matemática) Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2011.
  71. O que são Dimensões.Disponível em.  
<https://www.webartigos.com/storage/app/uploads/public/588/4ce/5aa/5884ce5aaca78711394794.pdf>. Acesso em 4 de Abril de 2020.
  72. DICKMAN A.G; LOURENÇO B.J. **Fractais : Uma Proposta De Ensino De Física**. Vitória, ES, p. 1-12. Trabalho apresentado no XVIII Simpósio Nacional de Ensino de Física - SNEF, 2009, Vitória, ES.
  73. BORODICH, F.M. Some fractal models of fracture. **Journal the Mechanics Physics of Solids**. v. 45, n.2, p.239–259,1997.
  74. ASSIS, T.A; MIRANDA, J.G.V; MOTA, F.D.B; ANDRADE, R.F.S; CASTILHO, C.M.C. Geometria fractal: propriedades e características de fractais ideais. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. v 30, n.2, p .1-2304, 2009.
  75. TANG. W, WANG. Y. Fractal characterization of impact fracture surface of steel. **Appl Surf Science**. v.258, n.10, p.4777–4781, 2012
  76. AHMAD, A.L. MUSTAFA, N.N. Pore surface fractal analysis of palladium-alumina ceramic membrane using Frenkel-Halsey-Hill (FHH) model. **Journal Colloid Interface Sci**. v 301, n.2, p. 575–84, 2006.
  77. FICKER, T. Fractal strength of cement gels and universal dimension of fracture surfaces. **Theoretical and Applied Fracture Mechanics**. v 50, n.2, p.167–171, 2008.
  78. RUZICKA, S; HAUSILD, P. Fractal aspects of ductile and cleavage fracture surfaces. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 77, n.4 , p.744–52, 2010.
  79. JIANG, M.Q; MENG, J.X; GAO, J.B; WANG, X.L; ROUXEL, T; KERYVIN, V. et al. Fractal in fracture of bulk metallic glass. **Intermetallics**. v 18, n.12,

- p.2468–71, 2010.
80. MANDELBROT, B.B. **The Fractal Geometry of Nature**. New York, Freeman San Francisco editor, 1982.
  81. ALVES L.M; BANKS,A.D. **Da fratura a fragmentação, uma visão fractal**. Poços de Caldas, MG, p.1-4, no.1998. Trabalho apresentado 42º Congresso Brasileiro de Cerâmica, 1998, Poços de Caldas - MG.
  82. CARVALHO H.C. **Geometria Fractal Perspectivas e, possibilidades no ensino de Matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 2005.
  83. SILVA TAF. **Introdução à Geometria Fractal**. 2007. Trabalho de Conclusão de (Curso de Matemática). Instituto Superior de Educação. Praia, 2007.
  84. RABAY Y.S.F. **ESTUDO E APLICAÇÕES DA GEOMETRIA FRACTAL**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT). Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, PB,2013.
  85. BRAZ, É.C. **Análise de Superfícies Seletivas em Frequência com Geometrias Multifractais**.2014 Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica e de Computação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, 2014.
  86. VOSS, R. **Fractals in nature: From characterization to simulation**. In: The Science Fractals Imagens, New York, Springer-Verlag, 1988.
  87. EVERTSZ, C; MANDELBROT, B. **MULTIFRACTAL MEASURES**. New York, Springer-Verlag,1992.
  88. AGTERBERG, F. Multifractal Modeling of the Sizes and Grades of Giant and Supergiant Deposits. **International Geology Review**. v.37, n.1, p. 1-8, 1995.
  89. ALVES, L.M. Relatório de Trabalho Pós-Doutorado (**Construção de um Código em Intel Visual Fortran 90 para Análise da Superfície Rugosa na Interface Rocha-Concreto de Barragens**). 2016. Universidade Federal do Paraná. Curitiba, PR, 2016.
  90. BARABÁSI, A. VICSEK ,T. Multifractality of self-affine fractals. **Physical Review A**. v.44, n.4, p. 2730–2733, agosto.1991.
  91. AGTERBERG F. CHENG Q. BROWN A.GOOD D. Multifractal modeling of fractures in the Lac du Bonnet Batholith, Manitoba. **Computers& Geosciences**. v.22, n.5, p.497–507, out.1996.
  92. MULLER,J; McCAULEY, J.L. Implication of fractal geometry for fluid flow properties of sedimentary rocks. **Transport Porous Media**. v 8, n.2 , p.133–47, 1992.
  93. KROPP, J; BLOCK, A; VON B W; KLENKE, ; SCHEKKNHUMBER, H.J. **Characteristic multifractal element distributions in recent bioactive marine sediments**. In: Fractal dynamics systems in geocience In J.H.Kru, New York, Sringer Verlag, 1994.

94. APPLEBY, S. Multifractal characterization of the distribution pattern of the human population. **Geographical Analyses**. Ohio, v 28, n.2, p.147–60, abr.1996.
95. POSADAS, A.N.D; GIMÉNES, D; BITTELLI, M; VAZ, C.M.P; FLURY, M. Multifractal Characterization of Soil Particle-Size Distributions. **Soil Science Society America Journal**, v 65, n.5, p.1361–1367, set/ out. 2001.
96. CHHABRA, A; MENEVEAU, C; JESEN, R. V; SREENIVASAN, K. Direct determination of the  $f(\alpha)$  singularity spectrum and its application to fully developed turbulence. **Physical Review A**. v 40, n.9, p. 5284–5294, nov.1989.
97. GOUYET, J.F; BUG, A.L.R. Physics and Fractal. **American Journal of Physics**. v 65, n.7, p.676-677, jul.1997.
98. VICSEK, T. **Fractal Growth Phenomena**. Singapura, Institute for Technical Physics, World Scie. 2016.
99. JORGE, L.A.D.C; POSADAS, A.N.D; NAKAMURA, R. et.al. **Aplicação da Técnica Multifractal para Caracterização de Manejo de Solo**. EMBRAPA - São Carlos-SP, v 41 , n.1518, p.34, 2008.
100. MEDINA, J.A.H. **Avaliação de Previsões de Fratura Elastoplástica**.2014. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Pontifícia Católica - PUC - Rio de Janeiro, 2014.
101. WEHRL, A. General properties of entropy. **Reviews of Modern Physics**. v.50, n.2, p. 221–260, abr. 1978.
102. CAVALCANTI, H.L; FERREIRA, E.A; ABRANTES, P.G. et.al. As Muitas Interpretações da Entropia e a Criação de Um Material Didático Para o Ensino da Interpretação Probabilística da Entropia. **Química Nova na Escola**, v.40,n.3, p.169–77, ago.2018.
103. POPOVIC M. Research in Entropy Wonderland: A Review of the Entropy Concept. **Thermal Science**. v.22, n.2, p. 1163–1178, 2018.
104. SHANNON, C. A. Mathematical Theory of Communication. **Bell System Technical Journal**. Nova Iorque. v 27, n.4, p.623–656, out.1948.
105. NASCIMENTO W. **Sobre algumas características da entropia de Shannon para sistemas atômicos confinados**. 2013. Dissertação ( Mestrado em Física ).Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2013.
106. TAVARES, A.H.M.D.P. **Aspectos Matemáticos da Entropia**. 2003. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade de Aveiro, Portugal, 2003.
107. RENYI, A. **Introduction to information theory. Probability Theory**. Publishing. North- Holland, p. 540–616, 1970.
108. TSALLIS, C; CURADO, E.M. Generalized statistical mechanics: Connection with thermodynamics. **Journal of Physics A: Mathematical and General** .

- v.25, n.4 , p.1-1019, 1992.
109. JIZBA, P; ARIMITSU, T. **The world according to Rényi: Thermodynamics of fractal systems**. Japão, Institute of Physics, University of Tsukuba, 2003.
  110. TSALLIS, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. **Journal of Statistical Physics**, v.52. n.1-2 , p.479–487, jul.1988.
  111. BORGES, E.P. Irreversibilidade, Desordem e Incerteza: Três Visões de Generalização do Conceito de Entropia. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. Rio de Janeiro, v. 21, n.4, p.453–463, dez 1999.
  112. TSALLIS, C. Some Comments on Boltzmann-Gibbs Mechanics Limitations of Boltzmann-Gibbs. **Chaos, Solitons & Fractals**. Rio de Janeiro, v. 6, n. 94, p.539–559, 1995.
  113. ENGLMAN, R. Fragments of matter from a maximum-entropy viewpoint. **Journal Physics: Condens Matter**. v 3, n. 9 , p.1019–1053, 1991.
  114. Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), NBR:6502 - Rochas e Solos. Rio de Janeiro - RJ. 1995.
  115. SILVA, M. STAINER, D. AL-QURESHI, H. HOTZA, D. Blindagens cerâmicas para aplicações balísticas: uma revisão. **Cerâmica**. v. 60, n. 355, p- 323–331,set. 2014.
  116. PICCOLI, R; CASTR,O M; OSCAR, R; OLIVEIRA, A.P; BERTAN, F. **Método de Porosimetria de Mercúrio e por Análise de Imagens**. São Pedro, SP, p.1-5, jun.2004. Trabalho apresentado no 49º Congresso Brasileiro de Cerâmica. 2004, São Pedro, SP.
  117. AKERMAN, M. **Natureza , Estrutura e Propriedades do Vidro**. Saint-Gobain - Vidros Brasil.p. 1–37, 2000.
  118. FRÉCHETTE, V. **Failure Analysis of Brittle Materials**. **Advances in Ceramics**, The American Ceramic Society. v 28, Wiley, set.1990.
  119. VARNE, J. **Descriptive Fractography Ceramics and Glasses**.Engineered Materials Handbook International, 14 ed, p. 635, 1991.
  120. COELHO, J.M; COSTA, C.A; FERREIRA, M. Fractografia em Vidros. **Cerâmica** v 46, n.299, p.130–144, set. 2000.
  121. MORENA, R; LOCKWOOD, P. FAIRHURST, C. Fracture toughness of commercial dental porcelains. **Dental Materials**. v 2, n. 2, p.58–62, 1986.
  122. RIBEIRO, S; RIBEIRO, G; RODRIGUES, J. Tenacidade à fratura de cerâmicas de carbetto de silício, alumina e argila vermelha pelos métodos IF e SEVNB. **Cerâmica**. v 60, n. 356, p.509–15, dez.2014.
  123. KORVIN, G. **Fractal models in the earth sciences**. Amsterdam, New York, Elsevier Science Ltd, 1992.
  124. RIVERA, M; GUERRERO, L. Autoafinidad de superficies de fractura del vidrio.



**Ingeberías**, v. IV, n.13, p.27–31, out/dez.2001.

125. SCHEIBERT, J; GUERRA, C; CÉLARIÉ, F; et.al. Brittle-quasibrittle transition in dynamic fracture: An energetic signature. **Physical Review Letters**. v.104, n.4, p.1–4, jan. 2010.
126. GUERRA, C; SCHEIBERT, J; BONAMY, D; DALMAS, D. Understanding fast macroscale fracture from microcrack post mortem patterns. **National Academy of Sciences**. v.109, n. 2, p.390–394, jan.2012.
127. FINEBERG, J. GROSS, S. MARDER, M. SWINNEY, H.L. Instability in Dynamic Fracture. **Physical Review Letters**. v 67, n.4, p. 457–62, jul.1991.
128. FINEBERG, J; GROSS, SP; MARDER, M; SWINNEY, H.L. Fast Cracks. **Physical Review B**. v. 45, n.10 , p.5146–5156, mar.1992.
129. ALVES, L.M; LOBO, R.F.R.M. The possibility to predict crack patterns on dynamic fracture. **International Journal of Fracture** . v. 206, n.1, p.11–33, fev.2017.
130. XIA, W. PIRAS, D. HESPEN, J.C. et.al. A new acoustic lens material for large area detectors in photoacoustic breast tomography. v.1, n.2, p.9–18, 2013. Disponível em [www.elsevier.com/locate/pacs](http://www.elsevier.com/locate/pacs). Acesso em 4 de maio de 2020.

## APÊNDICES

### Apêndice A- Acrílico

O Acrílico foi adquirido na empresa Fontec Acrílicos, situada na cidade de Curitiba, na Rua Professora Joanita Bernett Passo - Boqueirão.

Acrílico ou polimetil-metacrilato (PMMA) é um material termoplástico rígido, transparente e incolor. Também pode ser considerado um dos polímeros (plásticos) mais modernos e com maior qualidade do mercado, por sua facilidade de adquirir formas, por sua leveza e alta resistência. É também chamado Vidro Acrílico ou simplesmente Acrílico.

As peças adquiridas foram as seguintes:

- 15 peças do Retangular: 45 mm x 9 mm/ Acrílico Cristal 4mm.
- 15 peças do Circulares: Ø 45 mm/ Acrílico Cristal 4mm.

## Apêndice B - Vidro

Os corpos de provas de vidro foram adquiridos na Vidraçaria Comercial Dias, situada na cidade de Ponta Grossa- Pr, na Rua Afonso Celso – Uvaranas.

O vidro é um sólido não cristalino que exhibe o fenômeno de transição vítrea, podendo ser produzido a partir de materiais inorgânicos, orgânicos e metálicos.

Composição química do vidro:

Sílica ou óxido de silício ( $\text{SiO}_2$ ): É o principal componente que forma o vidro e nada mais é do que areia. Sua quantidade percentual na fórmula do vidro chega a, aproximadamente, 70%.

Óxido de cálcio ( $\text{CaO}$ ): É utilizado na composição do vidro para dificultar a cristalização da sílica, pois ele não permite que os átomos do óxido de silício reorganizem-se corretamente em cristais de areia.

Carbonato de sódio ( $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ) ou Óxido de sódio ( $\text{Na}_2\text{O}$ ): Utilizado para remover toda e qualquer bolha de ar durante o processo de fabricação do vidro, além de contribuir para uma boa dureza e rigidez. Facilita também a fusão da sílica.

Alumina ou óxido de alumínio ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ): Está na composição do vidro para conferir maior resistência a choques mecânicos.

Óxido de magnésio ( $\text{MgO}$ ): Proporciona a capacidade de suportar mudanças bruscas na temperatura.

As peças adquiridas foram as seguintes:

- 15 peças do Retangular: 45 mm x 9 mm/ Vidro Comum 4mm.
- 15 peças do Circulares: Ø 45 mm/ Vidro Comum 4mm.

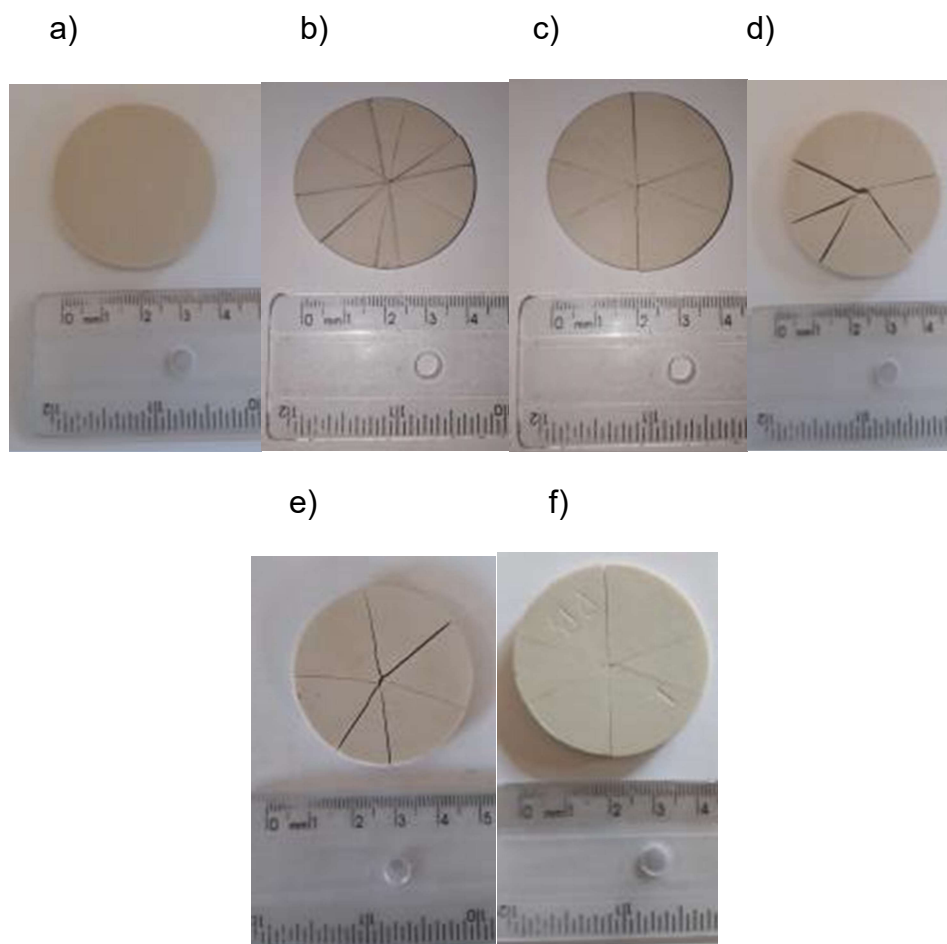
## Apêndice C - Fichas de Difração de Raios X

Material	Nº da Ficha	Fases	Composição Química
Caulim	80-886	Caulinita	$\text{Al}_2(\text{Si}_2\text{O}_5)(\text{OH})_4$
Feldspato	76-899	Albita	$\text{AlSi}_3\text{O}_8$
	76-1239	Microcíneo/Ortoclásio	$\text{K}(\text{Si}_3\text{Al})\text{O}_8$
Argila	1-527	Caulinita	$\text{Al}_2(\text{Si}_2\text{O}_5)(\text{OH})_4$
	83-539	Quartzo	$\text{SiO}_2$
Alumina	75-1862	Alumina	$\text{Al}_2\text{O}_3$
Composição 1 – Porcelana Silicosa	74-2419	Mulita	$\text{Al}_2\text{ 3Si 7O}_4\text{ 85}$
	85-796	Quartzo	$\text{SiO}_2$
Composição 2 – Porcelana Aluminosa	74-2419	Mulita	$\text{Al}_2\text{ 3Si 7O}_4\text{ 85}$
	75-1862	Alumina	$\text{Al}_2\text{O}_3$
Composição 3 - Alumina	48-366	Alumina	$\text{Al}_2\text{O}_3$

Fonte: Autor

Apêndice D - Corpos de provas de porcelana silicosa ensaiados no impacto balístico.

Figura D-1– Corpos de Provas da Composição 1 – Porcelana Silicosa.



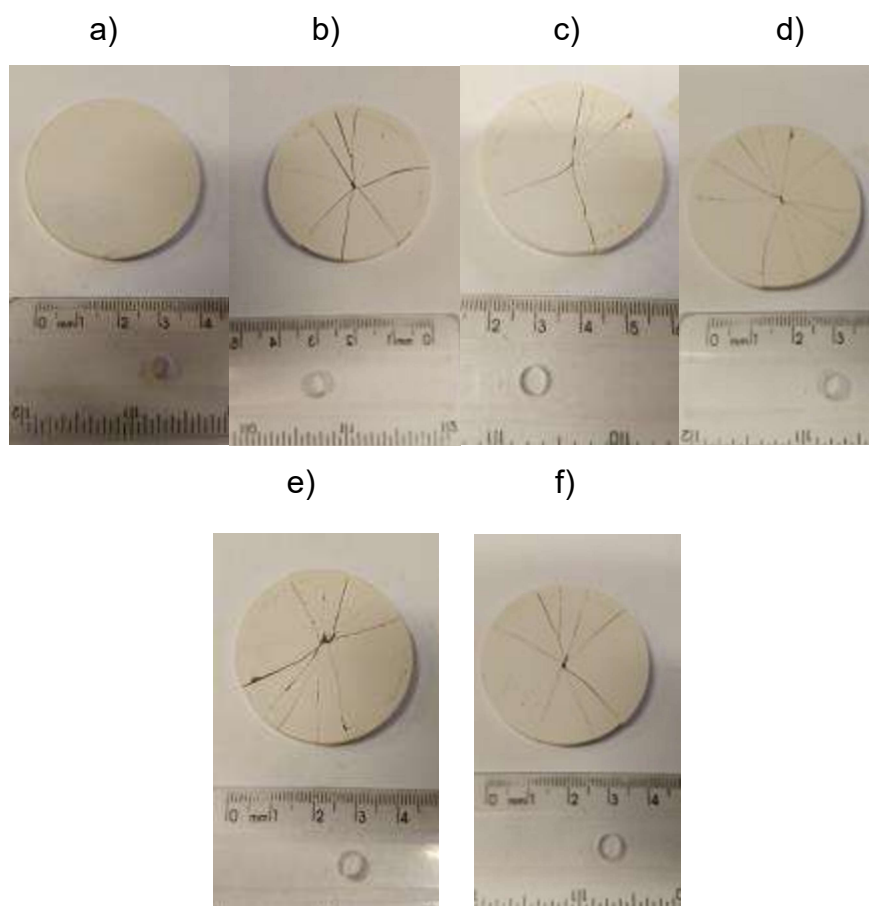
Fonte: Autor

Na figura D-1 estão os exemplos das amostras da porcelana de composição 1. Esta porcelana é silicosa. Na figura D-1 (a) está apresentado o corpo de prova antes do impacto. Nas figuras D-1 (b) a (f), são mostrados os corpos de provas após o ensaio do impacto balístico. Observa-se que o número de fragmentos variou de 5 a 6.

Apêndice E - Corpos de provas de porcelana aluminosa ensaiados no impacto balístico.

Na figura E-1 estão os exemplos das amostras da porcelana de composição 2, a qual é uma porcelana aluminosa.

Figura E-1 – Corpos de Provas da Composição 2 – Porcelana Aluminosa



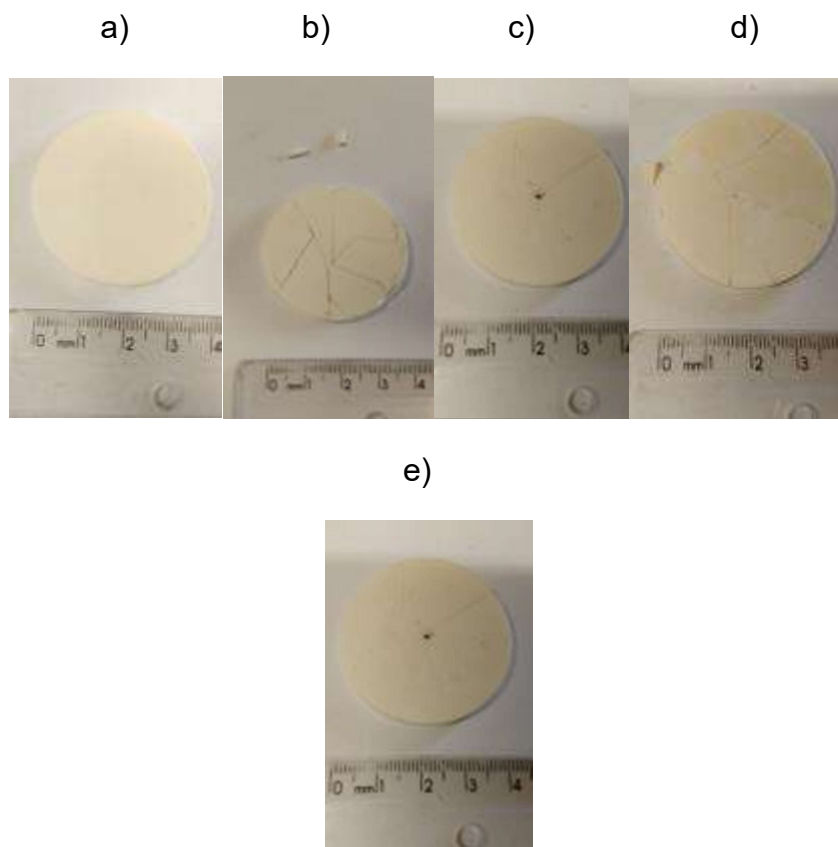
Fonte: Autor

Na figura E-1 segue-se o mesmo padrão da figura D-1, sendo a letra a) um exemplo do corpo de prova de disco da porcelana de composição 2, antes do teste de impacto e das letras (b) a (f) os corpos de provas após o ensaio de impacto balístico. A porcelana de composição 2 apresentou fragmentos variando de 10 a 13.

## Apêndice F- Corpos de provas da alumina ensaiados no impacto balístico.

Os corpos de prova da Alumina estão representados na figura F-1.

Figura F-1 – Corpos de Provas da Alumina.



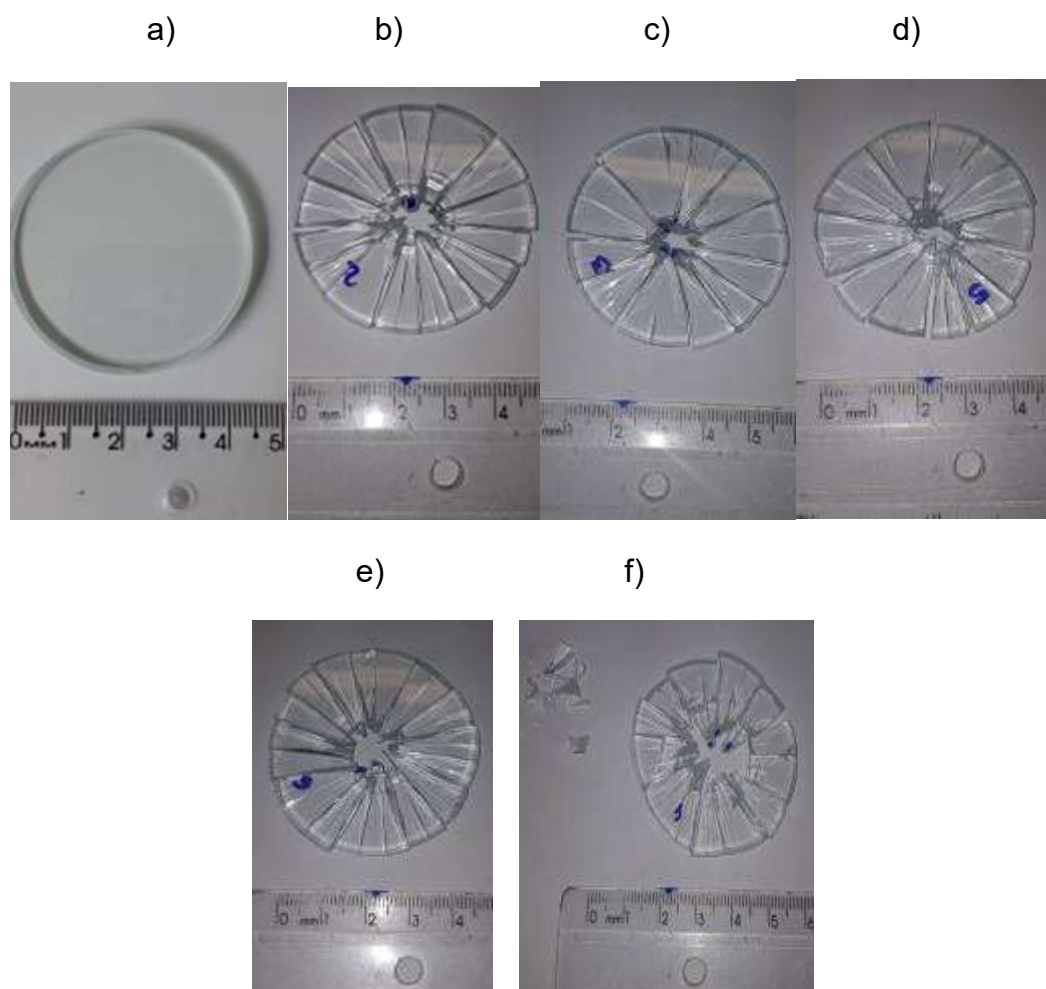
Fonte: Autor

A figura F-1 (a) é o exemplo do corpo de prova antes do ensaio de impacto balístico, já as figuras (b) a (f) representam os corpos de provas após o ensaio, tendo seus fragmentos variando de 6 a 10.

## Apêndice G - Corpos de provas do vidro ensaiados no impacto balístico.

Na figura G-1 estão os exemplos dos corpos de provas do vidro, antes e após o impacto.

Figura G-1 – Corpos de provas do vidro.



Fonte: Autor

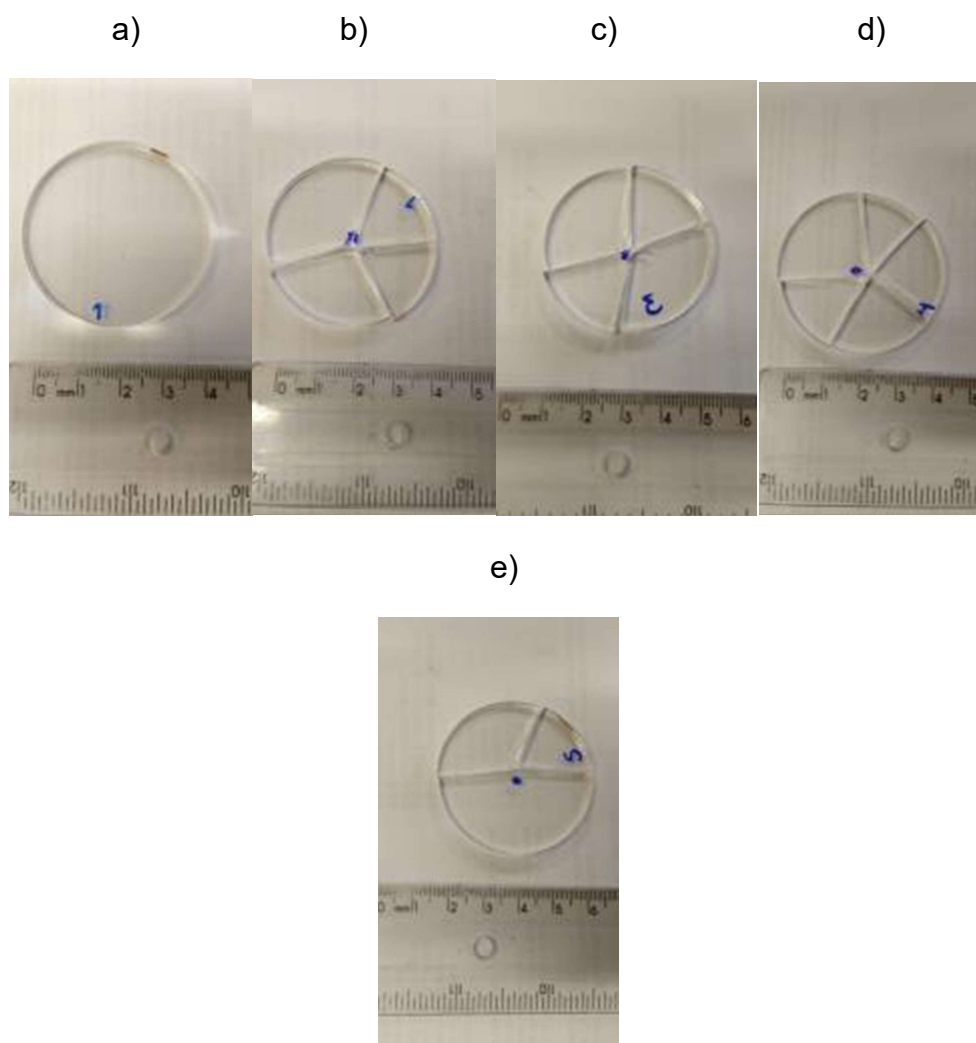
A figura G-1 (a) representa o corpo de antes do ensaio de impacto balístico e as figuras de (b) a (f) são os corpos de provas do vidro após o ensaio de impacto. Devido ser mais frágil o vidro fragmentou mais, ficando com o número de fragmentos de 16 a 26.



## Apêndice H - Corpos de provas do acrílico ensaiados no impacto balístico.

Na figura H-1 estão os exemplos dos corpos de provas do acrílico, antes e após o impacto.

Figura H-1 – Corpos de provas de Acrílico



Fonte: Autor

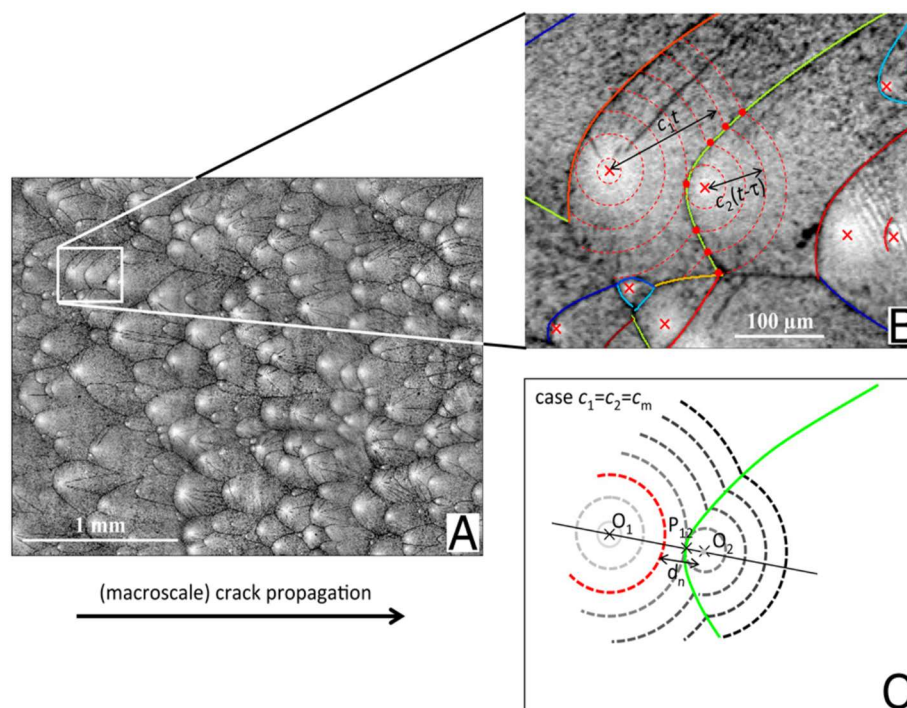
Como nas demais, a amostra da figura H-1 (a) representa o corpo de prova antes do ensaio do impacto balístico e as figuras (b) a (e) representam os corpos de provas após o ensaio de impacto balístico, apresentando um número menor de fragmentos, variando de 3 a 5.

## Apêndice I – Cálculo do tempo de retardo das parábolas do acrílico.

Devido à variação de tenacidade inerente na microestrutura dos materiais, a tensão na frente da trinca principal ativa algumas zonas de baixa resistência e desencadeia a iniciação de microfissuras secundárias em forma de “moeda” em sua frente. Cada microfissura cresce radialmente sob o estresse associado à trinca principal ao longo de um plano diferente dele. Quando duas fissuras se interceptam, o ligamento que os separam se rompe deixando um formato cônico na superfície da fratura. (125,126)

Estudos já realizados (125,126) calcularam a velocidade de crescimento das microfissuras, por meio do modelo geométrico demonstrado na figura I-1.

Figura I-1 - Imagem de microscopia de PMMA



Fonte: Guerra, C. Scheibert, J, et.al (126)

Com o modelo geométrico, é possível identificar as velocidades  $c_1$  e  $c_2$ , as quais vão crescendo em dois planos ligeiramente diferentes. As regiões brilhantes correspondem ao centro de nucleação da microfissura, os arcos tracejados de vermelho indicam a localização de duas radialmente nas velocidades  $c_1$  e  $c_2$ . Este

modelo permitiu que eles medissem  $c_2/c_1$  e quando  $c_2=c_1$ , os ramos são cônicos. (125,126)

Essas marcações cônicas podem ser observadas, em outros materiais frágeis, tais como vidro polimérico, vidro de sílica, ossos. (125,126)

No trabalho atual, não foi identificado nos demais materiais a presença de microfissuras em formato cônicas.

Estudos também já realizados com o Acrílico demonstram que durante na fratura ocorre um retardo no tempo de propagação da trinca. (114,115)

Em processos de um sistema de não equilíbrio, o sistema procura dissipar o excesso de energia, sendo termodinamicamente favorável para o equilíbrio. As taxas de energia são dissipadas superando barreiras de energias como, por exemplo, limites de grãos, partículas de uma segunda fase, imperfeições do cristal e defeitos gerados durante o processo. (129)

O atraso no tempo no Acrílico (PMMA) está relacionado ao comportamento viscoelástico do material, pois uma considerável quantidade de material é formada na ponta da trinca e o atraso no tempo aparece localmente devido a existência da fluência que leva um crescimento rápido. (127–129)

Através das parábolas da figura 5.20-d, foi calculado o tempo de atraso da trinca, para isto foi medido a distância do centro de nucleação de uma parábola até a base da outra, conforme demonstrado na figura 8.6.

Com os valores das distâncias  $dc_1$  e  $dc_2$  medidas e com o valor da velocidade do som no Acrílico de  $2750 \pm 25$  m/s (130) e utilizado a equação 8.1 foi calculado o tempo de atraso.

$$V = \frac{\Delta S}{\tau} \quad (8.1)$$

Sendo:

$V$  = Velocidade do som no Acrílico (PMMA) (m/s)

$\Delta S = dc_1 - dc_2$  (m)

$\tau$  = tempo de atraso (s)

Na tabela I -1, observa-se os valores calculados do tempo de atraso no Acrílico (PMMA)

Tabela I-1 – Valores de tempo de atraso.

S(t) (cm)	S(t) m	S(t- $\tau$ ) cm	S(t- $\tau$ )m	$\Delta(S)$ (m)	$\tau$ (s)	$\tau$ ( $\mu$ s)
3,5	0,035	2,0	0,02	0,015	5,45E-06	5,45
2,5	0,025	1,0	0,01	0,015	5,45E-06	5,45
1,5	0,015	1,0	0,01	0,005	1,82E-06	1,82
2,7	0,027	0,7	0,007	0,02	7,27E-06	7,27
4,6	0,046	2,6	0,026	0,02	7,27E-06	7,27
2,0	0,02	1,1	0,011	0,009	3,27E-06	3,27
2,9	0,029	1,1	0,011	0,018	6,55E-06	6,55
3,2	0,032	2,0	0,02	0,012	4,36E-06	4,36

Fonte: Autor

Em estudos já realizados (127–129) obteve-se um valor de atraso para o Acrílico de 3,0  $\mu$ . No trabalho atual, os valores variaram de 4,36 a 7,27  $\mu$ . Esta variação de valores pode estar relacionada a metodologia de medição, que foi realizada manualmente e a dificuldade de identificar parábolas consecutivas.