



Universidade
Estadual de
Ponta Grossa

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO
EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



LUZIA DE FÁTIMA MEDEIROS DE CARVALHO

RAYMOND DUVAL E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA A PROMOÇÃO DO
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NA ALFABETIZAÇÃO:
SUBSÍDIOS AO ENSINO DA GEOMETRIA

PONTA GROSSA
2022

LUZIA DE FÁTIMA MEDEIROS DE CARVALHO

RAYMOND DUVAL E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA A PROMOÇÃO DO
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NA ALFABETIZAÇÃO:
SUBSÍDIOS AO ENSINO DA GEOMETRIA

Dissertação apresentada no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa, na linha de Pesquisa “Práticas de Ensino em Ciências”, como requisito à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Profa. Dra. Célia Finck Brandt

PONTA GROSSA
2022

C331 Carvalho, Luzia de Fátima Medeiros de
Raymond Duval e suas contribuições para a promoção do desenvolvimento do pensamento geométrico na alfabetização: subsídios ao ensino da geometria / Luzia de Fátima Medeiros de Carvalho. Ponta Grossa, 2022.
113 f.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática - Área de Concentração: Formação de Professores e Ensino de Ciências), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientadora: Profa. Dra. Celia Finck Brandt.

1. Desconstrução dimensional. 2. Geometria segundo Raymond Duval. 3. Pensamento geométrico. 4. Apreensões em geometria. 5. Olhares em geometria. I. Brandt, Celia Finck. II. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Formação de Professores e Ensino de Ciências. III.T.

CDD: 510.7

TERMO

TERMO DE APROVAÇÃO

LUZIA DE FÁTIMA MEDEIROS DE CARVALHO

**"RAYMOND DUVAL E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA A PROMOÇÃO DO
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NA ALFABETIZAÇÃO:
SUBSÍDIOS AO ENSINO DA GEOMETRIA"**

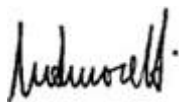
Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Setor de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Ponta Grossa 22 de agosto de 2022.

Membros da Banca:



Profª. Dra. Celia Finck Brandt - (UEPG) – Presidente



Prof. Dr. Mérciles Thadeu Moretti - (UFSC)



Prof. Dr. Dionísio Burak – (UEPG)

RESUMO

CARVALHO, Luzia de Fátima Medeiros de; **Raymond Duval e suas contribuições para a promoção do desenvolvimento do pensamento geométrico na alfabetização: subsídios ao ensino da geometria**. 2022. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2022.

A presente pesquisa buscou responder a seguinte questão: Que elementos geométricos necessitam ser contemplados na organização de práticas para crianças voltadas para o desenvolvimento do pensamento geométrico à luz dos subsídios teóricos de Raymond Duval? Teve por objetivo geral apontar os elementos geométricos em desenhos feitos no livro “Há geometria em todo lugar?”, por crianças do terceiro ano do Ensino Fundamental. Cada capítulo procurou responder uma meta específica desta pesquisa. Os resultados apontaram que os desenhos apresentaram potencial para reconhecer elementos da teoria de Raymond Duval relacionados a geometria e que a criança sendo estimulada a perceber elementos figurais pode reconhecer semelhanças com situações vivenciadas no cotidiano e estabelecer relações geométricas, sobretudo no ambiente escolar. O professor poderá despertar na criança a forma criativa de representação em imagens, espaço, objetos e relacionar com formas geométricas desde que também as reconheça. Diante disso, conclui-se que são necessários os conhecimentos geométricos desde o início do processo de alfabetização, para professores e estudantes, o que requer mudanças no processo de formação, inicial e continuado, de professores. O estudo teve o propósito também de apresentar algumas reflexões sobre a organização de práticas para o ensino da geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, com essas sugestões a pesquisa ajudará os professores a pensar sobre o pensamento geométrico, tão negligenciado no espaço escolar. Assim, é preciso permitir as crianças o ver as representações, reconhecê-las e diferenciá-las desvinculadas de características que as definem apenas como uma forma ou figura por uma teoria ou conceito.

Palavras chave: geometria segundo Raymond Duval; pensamento geométrico; apreensões em geometria; olhares em geometria; desconstrução dimensional.

ABSTRACT

CARVALHO, Luzia de Fátima Medeiros de; **Raymond Duval and his contributions to promoting the development of geometric thinking in literacy: subsidies for teaching geometry**. 2022. Dissertation (Master's in Science Teaching and Mathematics Education) - Ponta Grossa State University, Ponta Grossa, 2022.

The present research sought to answer the following question: What geometric elements need to be considered in the organization of practices for children aimed at the development of geometric thinking in the light of Raymond Duval's theoretical subsidies? Its general objective was to point out the geometric elements in drawings made in the book "Has geometry everywhere?", by children in the third year of Elementary School. Each chapter sought to answer a specific goal of this research. The results showed that the drawings had the potential to recognize elements of Raymond Duval's theory related to geometry and that the child being stimulated to perceive figural elements can recognize similarities with situations experienced in everyday life and establish geometric relationships, especially in the school environment. The teacher will be able to awaken in the child the creative form of representation in images, space, objects and relate to geometric shapes as long as he also recognizes them. In view of this, it is concluded that geometric knowledge is necessary from the beginning of the literacy process, for teachers and students, which requires changes in the process of training, initial and continued, of teachers. The study also had the purpose of presenting some reflections on the organization of practices for the teaching of geometry in the Initial Years of Elementary School, with these suggestions the research will help teachers to think about geometric thinking, so neglected in the school space. Thus, it is necessary to allow children to see the representations, recognize them and differentiate them unlinked from characteristics that define them only as a shape or figure by a theory or concept.

Keywords: geometry according to Raymond Duval; geometric thinking; apprehensions in geometry; look at geometry; dimensional deconstruction.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Pesquisa no “Google Acadêmico”	16
Quadro 2 - Pesquisa na BDTD	18
Quadro 3 - Pesquisa Periódicos CAPES	19
Quadro 4 - Semelhanças e diferenças em relação à esta pesquisa	21
Quadro 5 - Classificação dos procedimentos da pesquisa	24
Quadro 6 - Tipos de apreensão operatória de figuras	42
Quadro 7 - Atividade para construir um quadrado	47
Quadro 8 - Atividade que contempla a apreensão sequencial	47
Quadro 9 - Categorias para Análise Cognitiva elaborado por Carina Scheifer (2017)	56
Quadro 10 - Aspectos contemplados na figura 24	58
Quadro 11 - Aspectos contemplados na figura 25	60
Quadro 12 - Aspectos contemplados na figura 26	62
Quadro 13 - Aspectos contemplados na figura 27	65
Quadro 14 - Aspectos contemplados na figura 28	67
Quadro 15 - Aspectos contemplados na figura 29	69
Quadro 16 - Aspectos contemplados na figura 30	71
Quadro 17 - Aspectos contemplados na figura 31	72
Quadro 18 - Aspectos contemplados na figura 32	74
Quadro 19 - Aspectos contemplados na figura 33	75
Quadro 20 - Aspectos contemplados na figura 34	77
Quadro 21 - Aspectos contemplados na figura 35	78
Quadro 22 - Aspectos contemplados na figura 36	79
Quadro 23 - Aspectos contemplados na figura 37	81
Quadro 24 - Aspectos contemplados na figura 38	82
Quadro 25 - Aspectos contemplados na figura 39	84
Quadro 26 - Aspectos contemplados na figura 40	85
Quadro 27 - Aspectos contemplados na figura 41	87
Quadro 28 - Objetos de Conhecimento – Unidade Temática Geometria	89
Quadro 29 - Sugestões de práticas	90
Quadro 30 - Propostas das figuras 42, 43, 44, 45, 46 e 47	91
Quadro 31 - Proposta da Figura 48	96
Quadro 32 - Proposta da Figura 49	97

Quadro 33 - Proposta da Figura 50	97
Quadro 34 - Proposta da Figura 51	99
Quadro 35 - Proposta da Figura 52	100
Quadro 36 - Propostas com palitos	103
Quadro 37 - Desafios de lógica com palitos	105

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Uma figura x sem discurso	13
Figura 2	- A figura é um quadrado	29
Figura 3	- Diagrama com as unidades figurativas	30
Figura 4	- As maneiras de ver uma figura geométrica	31
Figura 5	- As figuras subscritas na figura	33
Figura 6	- A mesma forma em diferentes posições	34
Figura 7	- Exemplo de reconfiguração	36
Figura 8	- Resolução da atividade de reconfiguração	36
Figura 9	- Dois quadrados de tamanhos diferentes	37
Figura 10	- Dois quadrados em profundidade	37
Figura 11	- Desconstruir uma figura e construir outra	38
Figura 12	- Síntese dos olhares	38
Figura 13	- Planificações do cubo	41
Figura 14	- Problema de Euclides	43
Figura 15	- Possível solução	43
Figura 16a	- Resolvendo primeira parte	44
Figura 16b	- Resolvendo segunda parte	44
Figura 17	- Superposição	45
Figura 18	- Montagem de duas formas iguais lado a lado	45
Figura 19	- Forma dividida em duas partes	45
Figura 20a	- Dois triângulos sobrepostos	45
Figura 20b	- Dois paralelogramos que se interceptam	45
Figura 20c	- Representa um feixe de paralelas ou dois triângulos sobrepostos	45
Figura 21a	- Uma figura sem discurso	48
Figura 21b	- É um quadrado	49
Figura 22	- O vértice: encontro de duas semirretas	52
Figura 23	- O vértice de um triângulo	52
Figura 24	- Toda a geometria em perfeita harmonia	58
Figura 25	- A “cerca” da geometria	60
Figura 26	- Repousar na geometria da natureza	62
Figura 27	- Incluir as diferenças com a geometria	65
Figura 28	- Ver o dia nas linhas da geometria	67

Figura 29	- Nas formas, as retas nem sempre são iguais	69
Figura 30	- Infinitas retas e um ponto de cores	71
Figura 31	- O começo, o meio e o fim de uma reta que divide a paisagem	72
Figura 32	- Quantas representações de semirretas nos olhos de criança	73
Figura 33	- Segmento de reta pode delimitar uma distância	75
Figura 34	- Paralelas que se formam na fumaça da imaginação	76
Figura 35	- Onde estão os pontos de intersecção?	78
Figura 36	- Ângulo reto no céu estrelado	79
Figura 37	- Brincando com ângulos	80
Figura 38	- Polígonos de criança	82
Figura 39	- Três dimensões ao ar livre	84
Figura 40	- A geometria espetacular	85
Figura 41	- Onde vejo formas geométricas: aqui, ali ou acolá?	86
Figura 42	- Uma dobra num quadrado.....	92
Figura 43	- Uma região quadrada decomposta em duas regiões triangulares	92
Figura 44	- Uma região triangular decomposta em duas regiões triangulares	93
Figura 45	- Região quadrada decomposta em dois retângulos	93
Figura 46	- Uma região triangular decomposta em dois retângulos	93
Figura 47	- Dobradura de um envelope	94
Figura 48	- Semelhanças e diferenças das figuras	95
Figura 49	- Labirinto com retas	96
Figura 50	- Labirinto com linhas curvas	97
Figura 51	- Brincadeira com elementos figurais e desenho representativo	99
Figura 52	- Regiões triangulares	100
Figura 53	- Construção de figuras geométricas com palitos	101
Figura 54	- Um quadrado com palitos	102
Figura 55	- Figuras com estrutura fixa e flexíveis	102
Figura 56	- Desafio da fruta com palitos	104
Figura 57	- Proposta com 24 palitos	104

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO 1 – REVER ALGUMAS PESQUISAS	15
1.1 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO SOB APORTE TEÓRICO DE RAYMOND DUVAL	15
1.2 ANÁLISE DOS DADOS DOS TRABALHOS COM REFERÊNCIA A PROPOSTA DA PRESENTE PESQUISA.....	21
CAPÍTULO 2 – ASPECTOS DA TEORIA DE RAYMOND DUVAL NO TOCANTE À GEOMETRIA	28
2.1 AS UNIDADES QUE COMPÕEM CADA FIGURA	28
2.1.1 Unidades figurativas	29
2.1.2 Desconstrução dimensional.....	32
2.2 OLHARES E MODIFICAÇÕES POSSÍVEIS DE UMA FIGURA GEOMÉTRICA...35	
2.2.1 Os Olhares: Botânico, Agrimensor, Construtor e Inventor.....	37
2.3 FIGURA E DISCURSO EM GEOMETRIA	39
2.4 APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA E SUAS APREENSÕES	40
2.4.1 Apreensão operatória.....	42
2.4.2 Apreensão perceptiva.....	44
2.4.3 Apreensão sequencial.....	46
2.4.4 Apreensão discursiva.....	48
2.4.5 Articulação entre diferentes tipos de apreensão.....	49
CAPÍTULO 3 – ORGANIZAR A PESQUISA	53
CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DOS DADOS	57
4.1 CADA ILUSTRAÇÃO UM NOVO ENCANTAMENTO.....	57
4.1.1 Toda a geometria em perfeita harmonia	58
4.1.2 A “cerca” que representa formas ou acerca da geometria	59
4.1.3 Repousar na geometria da natureza	61
4.1.4 Incluir as diferenças com a geometria.....	64
4.1.5 Ver o dia nas linhas da geometria.....	66

4.1.6	Nas formas as retas nem sempre são iguais.....	68
4.1.7	Infinitas retas e um ponto de cores.....	70
4.1.8	O começo, o meio e o fim de uma reta que divide a paisagem.....	72
4.1.9	Quantas representações de semirreta nos olhos de crianças.....	73
4.1.10	Segmento de reta pode delimitar uma distância.....	75
4.1.11	Paralelas que se formam na fumaça da imaginação	76
4.1.12	Onde estão os pontos de interseção?	77
4.1.13	Ângulos reto no céu estrelado.....	79
4.1.14	Brincando com ângulos.....	80
4.1.15	Polígonos de criança.....	82
4.1.16	Três dimensões ao ar livre	83
4.1.17	A geometria espetacular.....	85
4.1.18	Onde vejo formas geométricas: aqui, ali ou acolá?	86
CAPÍTULO 5 – ORGANIZAÇÃO DE PRÁTICAS COMENTADAS		88
5.1	PROPOSTA DE PRÁTICA COM DOBRADURA.....	91
5.2	PROPOSTA DE PRÁTICA PARA COMPARAR FORMAS GEOMÉTRICAS.....	95
5.3	PROPOSTA DE PRÁTICA COM LABIRINTOS.....	96
5.4	BRINCADEIRA COM OS ELEMENTOS FIGURAIS.....	98
5.5	PROPOSTA DE PRÁTICA COM FORMAS GEOMÉTRICAS RECORTADAS.....	99
5.6	UTILIZAR PALITOS PARA FORMAR FIGURAS.....	101
5.7	PROPOSTA DE PRÁTICA COM DESAFIO DE LÓGICA ENVOLVENDO PALITOS E FORMAS GEOMÉTRICAS.....	103
CONSIDERAÇÕES FINAIS		107
REFERÊNCIAS		111

INTRODUÇÃO

“A geometria é uma ciência de todas as espécies possíveis de espaços.” (Immanuel Kant)

A geometria pode estar associada a representações que fazem parte do cotidiano, nas formas, nos traços, nos lados de alguns objetos, nas paisagens que compõem cada espaço da natureza ao redor das pessoas. Ao olhar e contemplar o mundo, percebe-se o quanto cada ponto, linha, traço se encaixa em detalhes que rodeiam a vida.

Esse olhar de contemplação para as formas geometricamente perfeitas em cada detalhe, fez trazer a geometria como eixo importante para o debate atual, que ao ser mencionada nos bancos escolares pode ser negligenciada por muitos professores e estudantes, talvez por falta de aprimorar conhecimentos provenientes da formação. Onde a Geometria é relegada ao segundo plano e apenas em algumas perspectivas é comumente trabalhada como: perímetro, área, volume...

Dessa maneira, acreditar-se que é necessário desconstruir esse olhar de uma geometria difícil de compreender por parte dos professores que atuam nos anos iniciais e estudantes, sejam eles de quaisquer níveis de ensino. Também por pensar na dificuldade do professor em mediar esse conhecimento proveniente da falta de compreensão e domínio claro de conteúdos referentes a espaço e forma. De acordo com Scheifer (2017, p. 30) ao citar pesquisas de Regina Pavanello (1993, p. 7) “[...] muitos professores se mostravam inseguros em incluir a Geometria entre os temas a serem abordados em suas aulas. Segundo as pesquisas da autora, isto se deve à falta de domínio do conteúdo e por não saberem desenvolvê-lo com os alunos.” O professor em sua formação, por não ter aprofundamento teórico específico nesta área de conhecimento, não se sente seguro para ensinar, muitas vezes protela-se o ensino dos conteúdos que envolvem a geometria ou, simplesmente, ignora-se.

Com isso para que se possa reconstruir e direcionar o olhar para a apreensão dos objetos geométricos, tal como apontado por Duval (2005) em relação aos diferentes olhares que se complementam durante o caminho da aprendizagem, indo do olhar icônico mais simples para o não icônico, sendo este mais aperfeiçoado. A compreensão do que são esses olhares e como eles podem contribuir para uma aprendizagem efetiva sobre geometria pode ajudar o professor a desenvolver os conteúdos de geometria de modo mais acertado. Também perceber o quanto cada imagem, forma, figura pode remeter a possíveis representações geométricas, e fazer associações entre as imagens ou palavras (ou outras representações) e os objetos geométricos.

A aprendizagem da geometria requer de acordo com Duval (2011, p. 88 - 89) o “ver” a figura de maneira imediata, como ela se apresenta, reconhecer as unidades figurais que compõem cada figura, o que exige a desconstrução dimensional das formas ($nD \rightarrow (n - 1) D$). Esse ver matematicamente uma figura com suas relações e propriedades de acordo com Duval envolve o que ele denominou de apreensões, correspondem ao registro das figuras e suas possíveis modificações, independente do conhecimento matemático sobre uma figura geométrica.

Dessa forma, o que permeou a pesquisa foi o desejo de aprofundar o conhecimento sobre a geometria e colaborar com professores dos Anos Iniciais sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico no processo de aprender e ensinar esse eixo da matemática no Ensino Fundamental. Diante disso, percebeu a importância em desenvolver um trabalho voltado para a geometria fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

A geometria encantadora, de acordo com os subsídios teóricos de Raymond Duval, conduziu a novas possibilidades. Assim, o trabalho se concentrou em analisar os desenhos feitos por crianças de uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais num livro e a partir desta análise, explicitar elementos que deveriam ser contemplados na organização de práticas para crianças voltadas para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Para a coleta dos dados foi escolhida a pesquisa documental a partir da análise das ilustrações de uma obra com o título “Há geometria em todo lugar?” (Carvalho, 2019) que foi produzido e publicada pela autora desta pesquisa, o qual fez parte de um projeto sem o propósito de ser usado posteriormente como objeto de pesquisa. No entanto, a partir dos resultados alcançados com o trabalho em sala de aula, tornou-se objeto de pesquisa neste trabalho, por ter desenhos realizados por crianças de 8 anos de uma turma do terceiro ano de alfabetização de uma escola pública no município de Ponta Grossa e relações com a geometria. Para esse trabalho foram observados os diferentes olhares, as diferentes apreensões e desconstrução dimensional, enfim os aspectos contemplados em cada ilustração do livro.

A problemática que se pretende investigar está relacionada a geometria, ou seja buscou-se responder a seguinte questão: Que elementos geométricos necessitam ser contemplados na organização de práticas para crianças voltadas para o desenvolvimento do pensamento geométrico à luz dos subsídios teóricos de Raymond Duval?

Por isso o objetivo geral foi apontar os elementos geométricos em desenhos feitos no livro “Há geometria em todo lugar?”, por crianças do terceiro ano do Ensino Fundamental. Tendo como metas específicas: levantar pesquisas que tratam da Teoria da Representação

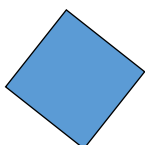
Semiótica de Raymond Duval no que se refere a geometria nos anos iniciais do ensino fundamental de 1998 a 2021; descrever alguns elementos que envolvem a geometria de acordo com a Teoria da Representação Semiótica de Raymond Duval; evidenciar a metodologia utilizada para análise a partir dos desenhos feitos por crianças em processo de alfabetização, possíveis representações geométricas associadas às imagens, palavras e objetos que fazem parte do cotidiano dela; explicitar nos desenhos produzidos por crianças no livro “Há geometria em todo lugar?” os olhares e as apreensões de acordo com a teoria de Raymond Duval e propor práticas comentadas que possam ajudar no processo de ensino e aprendizagem no que se refere à compreensão da geometria.

Ao pensar práticas que contemplem o desenvolvimento do pensamento geométrico, é necessário preparar o olhar do estudante para perceber e compreender a geometria no decorrer da aprendizagem de conceitos, definições e teoremas, que possa estabelecer relações com representações contidas no ambiente social ao qual está inserido. É necessário, também, colaborar com o professor para que mesmo sem a formação específica na área da matemática possa conduzir o estudante a desenvolver esse “olhar geometricamente”, sendo ambos, professores e estudantes, capazes de reconhecer características nas figuras geométricas e estabelecer associações entre imagem e objeto geométrico.

Um aspecto importante é favorecer o estudante na compreensão de construções e desconstruções, os diferentes componentes de uma figura ou forma, suas dimensões e unidades figurais. Assim como confirma Duval (2011, p. 85), “[é] a tomada de consciência dessas operações figurais que permite entrar na maneira matemática de ver a geometria” e estabelecer relações, usar o discurso e figura em paralelo, pois a figura não fala por si, afinal uma mesma figura pode estabelecer diferentes significados em sua composição conforme o discurso que a acompanha.

Quando a representação de uma figura não estabelece uma relação de referência com o discurso ela permite associações com outras formas de diferentes dimensões, posições e junções. Por exemplo a figura x sem um discurso que a acompanhe não permite inferir a que figura se refere (um quadrilátero? Um paralelogramo? Um quadrado? Um losango? etc.):

Figura 1 – Uma figura x sem discurso.



Fonte: a autora.

Para evitar possíveis distorções, uma simples palavra ou característica que acompanhe a figura 1, por exemplo, determinar que a figura apresentada é um quadrado. Isso permite ver a figura e reconhecê-la com suas propriedades, mesmo que num primeiro olhar, devido sua posição possa lembrar um outro quadrilátero qualquer, um losango ou paralelogramo.

Diante disso, para que os professores possam aprofundar as raízes do conhecimento para o ensino da geometria e apresentar reflexões sobre a organização de práticas para a aprendizagem da geometria e o desenvolvimento do pensamento geométrico, a presente pesquisa buscou apresentar estudos que ajudem os professores a favorecer seus estudantes a considerarem os conceitos geométricos em consonância com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

A pesquisa foi dividida em cinco capítulos. O primeiro capítulo refere-se ao estado da arte com pesquisas fundamentadas na teoria de Raymond Duval. No segundo capítulo foi enfatizada a abordagem teórica de acordo com alguns elementos da Teoria dos Registros das Representações Semióticas de Raymond Duval, referindo-se às unidades que compõem cada figura, os olhares e modificações que a figura pode apresentar em sua composição e apreensões, bem como suas articulações para aprendizagem da geometria. No terceiro capítulo os aspectos metodológicos que norteiam a pesquisa e como organizados os dados submetidos a análise. O quarto capítulo corresponde a organização e análise dos dados a partir do livro “Há geometria em todo lugar?” e, finalmente no quinto capítulo sugestões de algumas práticas comentadas, com propostas para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da geometria.

CAPÍTULO 1 - REVER ALGUMAS PESQUISAS

“Linha Curva: O caminho mais agradável entre dois pontos”
(Mário Quintana)

1.1 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO SOB APORTE TEÓRICO DE RAYMOND DUVAL

Este capítulo teve como objetivo levantar pesquisas que tratam da Teoria da Representação Semiótica de Raymond Duval no que se refere a geometria nos anos iniciais do ensino fundamental de 1998 a 2021. Este levantamento norteou a pesquisa de modo a contribuir com estudos no que se refere aos elementos que deverão ser contemplados na organização de práticas para crianças voltadas para o desenvolvimento do pensamento geométrico sob o aporte Teórico de Raymond Duval.

O estudo buscou trabalhos com suporte teórico baseados na teoria dos Registros de Representação Semiótica defendida por Raymond Duval, e como é despertado o pensamento geométrico no processo de aprendizagem em crianças na fase de alfabetização. Buscou também, verificar a produção de materiais que envolvem práticas que possam dar suporte e orientação para o desenvolvimento do pensamento geométrico no ensinar e aprender geometria em sala de aula, em que professor e estudante possam estabelecer relações com representações encontradas no cotidiano.

As palavras-chaves que nortearam as buscas foram: Raymond Duval; Materiais didáticos; Aprendizagem da Geometria; Séries iniciais; Alfabetização. A partir disso as pesquisas encontradas contemplaram docentes e discentes em diferentes níveis de ensino para superação de algumas dificuldades, melhorar a qualidade do ensino/aprendizagem. Também as avaliações de materiais utilizados como suporte pedagógico entre eles os livros didáticos, a inclusão de maneira prática e acessível e atividades desenvolvidas e analisadas de determinados conteúdo curricular.

A primeira busca foi na plataforma “Google” que apresentou como resultados um total de 7.860 trabalhos. Essa busca geral do Google foi feita somente para sanar a curiosidade em relação a quantidade encontrada numa plataforma de busca comum. Quando foi utilizado as mesmas palavras em plataformas com trabalhos científicos, foi verificado um número menor de artigos, dissertações e teses oriundas de pesquisas acadêmicas.

Na plataforma do “Google Acadêmico”, a busca com as mesmas palavras chaves gerou 592 artigos, dissertações e teses, as quais aparecem também na plataforma do Google. Após

uma comparação quantitativa das duas plataformas, optou-se então, pelos trabalhos da plataforma do “Google Acadêmico” por evidenciar a importância do trabalho acadêmico.

Do total de artigos, teses e dissertações do “Google Acadêmico” foi feita uma seleção pela leitura do título, resumo e alguns artigos para verificar a relação com o tema desta pesquisa. Dos 592 trabalhos encontrados ficaram somente 22 pesquisas relacionadas com a Teoria da Representação Semiótica de Raymond Duval e elencados no quadro 1 na sequência. Na BTDT (Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações) foram encontrados 19 trabalhos e destes somente elencados 17 trabalhos no quadro 2 que segue, devido ao fato que um dos trabalhos apareceu repetido três vezes na pesquisa.

No Periódicos CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) foram encontrados 8 trabalhos e elencados 5 deles no quadro 3, pois um dos trabalhos apareceu na combinação de palavras chaves por quatro vezes e na SCIELO (Scientific Electronic Library Online, ou seja, Biblioteca Eletrônica Científica Online) não teve nenhum resultado de acordo com as palavras-chaves. Seguem os quadros com os resultados:

Quadro 1: Pesquisa no “Google Acadêmico”

(Continua)

	TÍTULO	AUTOR	ANO	ASSUNTO
1	Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de Representações semióticas segundo Raymond Duval	Gabriela Teixeira Kluppel	2012	DISSERTAÇÃO: Estudo sobre como os conteúdos de geometria são apresentados nos livros didáticos e em que medida a abordagem do conteúdo de Geometria nos livros didáticos contempla aspectos da Teoria de Representações Semióticas segundo Raymond Duval.
2	O Cenário da Pesquisa no Campo da Educação Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica	Celia Finck Brandt; Mércles Thadeu Moretti	2014	ARTIGO: Um trabalho investigativo que vem refletir sobre as pesquisas existentes no campo da educação matemática que se valem da Teoria de Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval para responder suas problemáticas.
3	Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semi-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval	Mércles Thadeu Moretti; Celia Finck Brandt;	2020	COLETÂNEA DE PESQUISAS divulgadas uma referência a um quadro teórico para a organização de sequências de atividades que conduzam à aquisição tanto de conceitos como de procedimentos matemáticos.
4	Aprendizagem da álgebra segundo Raymond Duval	Celia Finck Brandt; Mércles Thadeu Moretti	2018	ARTIGO: Abordagem cognitiva necessária para a aprendizagem da álgebra de acordo com Raymond Duval.
5	A interação entre o trabalho educativo com software de geometria dinâmica e fotografia no ensino e aprendizagem de figuras geométricas	Viviane Aparecida de Souza, Éliton Meireles de Moura, Janaína Fátima Sousa Oliveira, Arlindo José de Souza	2017	ARTIGO: Além do software de Geometria Dinâmica, outro artifício tecnológico foi o uso de uma máquina fotográfica pelos alunos. O uso de programas computacionais ou outras ferramentas tecnológicas que possam automatizar a produção cognitiva de representações semióticas podem despertar o interesse e a inovação de um ponto de vista cognitivo e que explica o papel cada vez mais primordial que desempenham no ensino de matemática.
6	Geometria Esférica: Uma sequência didática para a aprendizagem de conceitos elementares no Ensino Básico	Maria Lúcia Torelli Doria de Andrade	2011	DISSERTAÇÃO: Registros de Representação Semiótica. Conceitos de Geometria Esférica.

Quadro 1: Pesquisa no Google Acadêmico

(Continuação)

	TÍTULO	AUTOR	ANO	ASSUNTO
7	O tratamento da informação nas séries iniciais: Uma proposta de formação de professores para o ensino de gráficos e tabelas	Elizangela Gonçalves De Araujo	2008	DISSERTAÇÃO: Pesquisa incide diretamente na formação de professores pedagogos acerca da problemática do ensino e aprendizagem de gráficos e tabelas nas séries iniciais do ensino fundamental.
8	Tratamento Vetorial Da Geometria Analítica Plana	Elisabete Teresinha Guerato	2012	DISSERTAÇÃO: Estudo da Geometria Analítica Plana e faz uma comparação com a abordagem clássica cartesiana.
9	Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos registros de representação semiótica	Deise Pedroso Maggio	2014	DISSERTAÇÃO: Caso de uma professora de matemática que conhece os pressupostos teóricos dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e atua no Ensino Médio.
10	O estudo da função afim e a teoria de registros de representação semiótica: uma revisão de literatura	Ana Paula Ferreira	2018	ARTIGO: Destaca-se que a maior parte das pesquisas que abordam Função Afim sob os aspectos da Teoria de Registros de Representação Semiótica estão centradas numa perspectiva de investigação sobre o processo de ensino e aprendizagem, nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio
11	Uma proposta de ensino para o estudo da geometria hiperbólica em ambiente de geometria dinâmica	Marília Valério Rocha	2008	DISSERTAÇÃO: Propõe um ambiente computacional para professores de matemática.
12	Tarefas Exploratórias-Investigativas Para A Aprendizagem De Função Afim	Fábio Luiz Dias Tozo	2016	DISSERTAÇÃO: A articulação das tarefas exploratórias-investigativas com a mobilização e coordenação dos registros de representação semiótica.
13	Aprendizagem da docência para o ensino de Geometria na infância no contexto da formação e da prática pedagógica	Fátima Aparecida Queiroz Dionizio	2019	TESE: Buscou verificar como tem ocorrido a aprendizagem da docência para o ensino da geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental e o que influencia nesse processo.
14	A representação semiótica como ponto de pesquisa: análise de trabalhos do III congresso internacional de ensino da matemática	Tatiane Siridakis	2007	ARTIGO: Pesquisas divulgadas nos Anais do III Congresso Internacional de Ensino da Matemática que utilizaram o tema Registro de Representação Semiótica.
15	Um Experimento Apoiado Na Teoria Dos Registros De Representações Semióticas Sobre O Ensino De Função Linear Afim Em Um Ambiente Computacional	Cristiano Souza Ramos	2014	DISSERTAÇÃO: São destacados os pontos em que possivelmente ocorrem as maiores dificuldades dos alunos em relação ao conceito de função.
16	O Estudo da Semiótica mediado pela Resolução de Problemas	Iracélia Coimbra Peixoto Martins; Anágela Cristina Morete Felix	2016	ARTIGO: Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, no estudo da Porcentagem por meio da metodologia Resolução de Problemas.
17	As Múltiplas Representações E A Construção Do Conceito De Função	Rafael Winícios Da Silva Bueno	2009	DISSERTAÇÃO: Conceitos relacionados à Didática Francesa, em especial, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval, e as ideias propostas por estudiosos oriundos do grupo de pesquisa de Psicologia da Educação Matemática, relacionadas ao Sentido das Representações, com atenção destacada ao Sentido do Símbolo e ao Sentido do Gráfico.
18	Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental	Filomena Aparecida Teixeira Gouvêa	1998	DISSERTAÇÃO: Estimular professores para recuperar o ensino de geometria Estudo a partir de resultados negativos com alunos do 7º ano
19	Design Metodológico Para Análise De Atividades De Geometria Segundo A Teoria Dos Registros De Representação Semiótica	Carine Scheifer	2017	DISSERTAÇÃO: Apontar de que modo esta teoria pode subsidiar teoricamente a organização do ensino da Geometria; evidenciar, em exemplos de questões da Prova Brasil, a ocorrência das proposições de Duval relativas às ideias da Geometria; e apontar, possíveis encaminhamentos para um ensino com o enfoque cognitivo da teoria.
20	Equação da reta: a matemática e o fantástico mundo das artes	Elisete Maria Bonfada	2015	ARTIGO: Investigação no ensino e aprendizagem da Equação da Reta. Com a ação pedagógica investigativa, realizada em sala de aula

Quadro 1: Pesquisa no Google Acadêmico

(Conclusão)

	TÍTULO	AUTOR	ANO	ASSUNTO
21	Desconstrução dimensional das formas: gesto intelectual necessário à aprendizagem da geometria	Roberta Nara Sodr� de Souza	2018	TESE: Apontar direcionamentos que podemos indicar em problemas que envolvem figuras geométricas, de abordar intencionalmente a desconstru�o geométrica no Ensino Básico de forma a possibilitar a aprendizagem dessa opera�o fundamental � constru�o dos conceitos em Geometria
22	Desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos com Transtorno do Espectro Autista (TEA): um estudo � luz da teoria dos registros de representa�o semiótica.	Mateus Bibiano Francisco	2018	DISSERTA�O: Compreender como a transi�o entre diferentes registros de representa�o semiótica contribui para a aprendizagem de �lgebra por alunos com Transtorno do Espectro Autista (TEA)

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro 2: Pesquisa na BDTD

(Continua)

	TÍTULO	AUTOR	ANO	ASSUNTO
1	Ensino de Geometria: Constru�o de materiais didáticos manipuláveis com alunos surdos e ouvintes.	Lijecson Souza dos Santos	2018	DISSERTA�O: Buscou analisar resultados de uma seq�ncia didática aplicada numa turma de 9� ano com alunos surdos e ouvintes, baseada na constru�o de materiais manipuláveis, verificando sua participa�o na media�o do conteúdo de Geometria entre professor e o intérprete de Libras.
2	Reconfigura�o e matemática: Um caminho para a aprendizagem de geometria	Liza Santos de Oliveira	2016	DISSERTA�O: Reconfigura�o atrelada a conteúdos de Geometria do Ensino Fundamental. O estudo do tema desta pesquisa consistirá em uma interven�o didática direcionada aos alunos do quinto ano
3	A aprendizagem da geometria analítica do ensino médio e suas representa�es semióticas no grafeq	Fabrício Fernand Halberstadt	2015	DISSERTA�O: Como aporte teórico adota-se a Teoria dos Registros de Representa�o Semiótica de Raymond Duval devido ao papel importante das representa�es na compreensão dos conceitos matemáticos. Com o intuito de propiciar a coordena�o entre os registros de representa�o gráfico e algébrico da Geometria Analítica, as atividades que compõem a seq�ncia didática foram planejadas com o uso do software Grafeq, permitindo que o aluno realize diversas experimenta�es envolvendo esses registros.
4	Um estudo sobre o uso do GeoGebra na aprendizagem de geometria analítica no ensino médio	Girleide Maria da Silva	2016	DISSERTA�O: Que buscou analisar em que medida o software GeoGebra contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos de ponto e reta.
5	Aprendizagem da Geometria Plana através da conversão de registros de Representa�es Geométricas e linguagem Natural	Francinaldo da Silva Bezerra	2018	DISSERTA�O: Neste trabalho realizou-se uma pesquisa sobre o ensino da Geometria plana e criou-se uma proposta didática utilizando constru�es geométricas com régua, compasso, esquadro e transferidor.
6	O ambiente dinâmico GeoGebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em Geometria segundo Raymon Duval: olhares, apreensões e desconstru�o dimensional	Franciele Isabelita Lopes Novak	2018	DISSERTA�O: A pesquisa consiste em apontar contribui�es referentes ao uso desse ambiente dinâmico para o trabalho com a Geometria no que diz respeito ao estímulo da visualiza�o de características envolvendo figuras geométricas, indicando quais atividades cognitivas específicas da Teoria dos Registros de Representa�o Semiótica de Raymond Duval foram presentes.
7	Aprendizagem em geometria nas séries iniciais: uma possibilidade pela integra�o entre as apreensões em geometria e as capacidades de percep�o visual	Daiani Lodate Pirola	2012	DISSERTA�O: Estudo de caso numa turma de 5� ano relativa às apreensões - perceptiva, operatória, discursiva e sequencial - de uma figura na resolu�o de problemas geométricos
8	Aprendizagem de Geometria Analítica a partir de Conversões de Registros de Representa�o Semiótica...	Alysson Roberto Garcia Azevedo	2018	DISSERTA�O: A investiga�o por uma prática diferenciada e dinâmica com o intuito de melhorar a qualidade do processo de ensino-aprendizagem, foi a principal motiva�o deste estudo diante das inúmeras dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Quadro 2: Pesquisa na BDTD

(Conclusão)

	TÍTULO	AUTOR	ANO	ASSUNTO
9	Representação semiótica no ensino da geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores	Ivone Catarina Freitas Buratp	2006	DISSERTAÇÃO: Formação inicial de professores de matemática considerando o ensino de geometria
10	Construções com régua e compasso envolvendo lugares geométricos: uma proposta dinâmica aliada a teoria de registros de representação semiótica	Roberta Lied	2016	DISSERTAÇÃO: Investigar a mobilização de registros de representação semiótica por meio de atividades didáticas, envolvendo lugares geométricos, em dois ambientes de aprendizagem: quando se faz uso de papel, lápis, régua e compasso e do software GeoGebra.
11	Os signos peirceanos e os registros de representação semiótica: qual semiótica para a matemática e seu ensino?	Cintia Rosa da Silva	2013	TESE: Esta pesquisa tratou de uma reflexão a respeito das teorias de Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval e da Semiótica de Charles Sanders Peirce.
12	Representações mobilizadas nas turmas de 3º ano do ensino médio de duas escolas da rede estadual de Itabaiana/SE no ensino de geometria analítica	Jones Clécio Oliveira	2014	DISSERTAÇÃO: Identificar alguns entendimentos em relação à aprendizagem da geometria analítica e aos registros de representação semiótica, além de verificar se e como esse conteúdo era conduzido em sala de aula.
13	As dificuldades relacionadas à aprendizagem do conceito de vetor à luz da teoria dos registros de representação semiótica	Rafael Silva Patrício	2010	DISSERTAÇÃO: Foi desenvolvida no sentido de contribuir para o ensino e para aprendizagem da Geometria Analítica no ensino superior.
14	Triângulos nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica	Amanda Barbosa da Silva	2014	DISSERTAÇÃO: Triângulo Anos Iniciais Livro Didático Teoria dos Registros de Representação Semiótica
15	Análise do conhecimento de professores sobre o ensino de inequações	Regina Aparecida Xavier Gomes Dias	2014	DISSERTAÇÃO: Utilizou-se a teoria de Raymond Duval que trata dos registros de Representação Semiótica, que coordenam os diversos tipos de registros de representações, buscando facilitar a apreensão conceitual de um objeto matemático.
16	Uma abordagem conceitual de volumes no ensino médio	Wagner Pulido Rodrigues	2011	DISSERTAÇÃO: A pesquisa visou avaliar se e em que medida os Cadernos do Professor e do Aluno de Matemática, na abordagem da estereometria, contemplam a especificidade da disciplina, consistente precipuamente no seu caráter abstrato, de sorte a proporcionar ao professor as condições de superação das dificuldades que aquelas especificidades acarretam para o processo de aprendizado.
17	Função do 1º grau: um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1ª série do Ensino médio	Dejahyr Lopes Junior	2006	DISSERTAÇÃO: Análise de algumas atividades cognitivas envolvidas nas transformações (tratamentos e as conversões).

Fonte: Dados da pesquisa

Quadro 3: Pesquisa Periódicos CAPES

(Continua)

	Título	Autor	Ano	Assunto
1	O estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na educação matemática	Helaine Maria de Souza Pontes; Celia Finck Brandt; Ana Luiza Ruschel Nunes;	2017	ARTIGO: Saber como a Teoria dos Registros de Representação Semiótica se evidencia nas pesquisas científicas brasileiras.
2	Abordagens Semióticas em Educação Matemática	Lourdes Mari Werle de Almeida; Karina Alessandra Pessoa da Silva;	2018	ARTIGO: Nesta pesquisa os autores examinaram produções publicadas no BOLEMA que tematizam a semiótica no âmbito das pesquisas da área de Educação Matemática.

Quadro 3: Pesquisa Periódicos CAPES

(Conclusão)				
	Título	Autor	Ano	Assunto
3	Congruência semântica e equivalência referencial em problemas envolvendo equações de 1º grau	Edrei Henrique Lourenço; Paulo César Oliveira;	2018	ARTIGO: Critérios de congruência são conservados em quinze problemas com equações do primeiro grau apresentados em um material didático apostilado e tecer reflexões sobre a influência dos critérios não conservados nas possíveis dificuldades dos alunos.
4	Célia Maria Carolino Pires: uma educadora matemática e suas reflexões sobre propostas curriculares	Karen Gonçalves Britis; Elenilton Vieira Godoy; Roberto Carlos Vianna;	2019	ARTIGO: O artigo aborda cinco momentos específicos: Geometria Experimental; Movimento Matemática Moderna; Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas; Guias Curriculares dos anos 1970/Propostas Curriculares dos anos 1980 e, finalmente, a Implementação das Propostas Curriculares.
5	Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa	Brandt, Celia Finck; Moretti, Mérciles Thadeu;	2016	COLETÂNEA: Reunindo textos de pesquisadores do Brasil com resultados de pesquisas desenvolvidas no campo da educação matemática ou com reflexões sobre temáticas relacionadas aos processos de ensino, aprendizagem, avaliação ou formação de professores

Fonte: Dados da pesquisa

Nas buscas foram evidenciados artigos, dissertações e teses, que os títulos fazem menção a geometria, a Teoria de Representações Semióticas de Raymond Duval, Anos Iniciais e materiais didáticos. Nessa direção, foram selecionados os dados referidos nos quadros de acordo com as plataformas pesquisadas, destacou-se autor, ano e assunto tratado. Sendo assim, destaca-se que dos 44 trabalhos elencados com variação do período de 1998 a 2020. Os assuntos tratados referiam-se a geometria nos livros didáticos, interpretação de problemas, sequências de atividades, utilização de ferramentas tecnológicas, conceitos, formação de professores, tratamento da informação, álgebra, resolução de problemas, avaliações e inclusão.

Os artigos contemplavam em sua maior parte estudantes, seguida de formação ou pesquisa que envolveu professores, acadêmicos de graduação e algumas contemplavam aspectos diversos, sendo eles livro didático, atividades, materiais didáticos, revisão de literatura ou estado da arte. Contudo, algumas pesquisas pelo título já deixaram claro ter vínculo com o que é pesquisado, outras foi necessário ler o resumo e outras foram lidos o artigo para verificar se teriam aspectos relacionados com a promoção do desenvolvimento do pensamento geométrico da criança, produção de materiais didáticos para a aprendizagem da matemática com suporte na teoria de Raymond Duval no que se refere a geometria.

Pode-se ressaltar, portanto, uma certa carência de trabalhos como o que se pretende com essa pesquisa no meio educacional envolver o protagonismo da criança dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pois a maioria dos estudos envolvem docentes e sua formação acadêmica e estudantes do Ensino Médio com conteúdo específico.

1.2 ANÁLISE DOS DADOS DOS TRABALHOS COM REFERÊNCIA A PROPOSTA DA PRESENTE PESQUISA

A pesquisa desenvolvida com este trabalho envolveu a geometria baseada na Teoria de Raymond Duval e o desenvolvimento do pensamento geométrico da criança em fase de alfabetização. Buscou-se somente artigos, teses e dissertações que teriam relações mais próximas da proposta a ser pesquisada, dos 44 trabalhos selecionados nas plataformas pesquisadas, resultou numa nova tabela, que não elencou os trabalhos que envolvem álgebra, conteúdo específicos como funções, tratamento da informação, signos, volume no ensino médio e Inequações.

O quadro a seguir relaciona as informações e apresenta um total de 18 artigos, dissertações e teses todos com a característica comum relacionada a geometria fundamentada na Teoria das Representações Semióticas que resultem num processo de ensino e aprendizagem significativo. Neste quadro procurou semelhanças e possíveis diferenças com a pesquisa que desenvolvida.

Quadro 4: Semelhanças e diferenças em relação à esta pesquisa

(Continua)

	TÍTULO	AUTOR / ANO	SEMELHANÇAS	DIFERENÇAS
1	Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de Representações semióticas segundo Raymond Duval	Gabriela Teixeira Kluppel / 2012	* As lacunas que as atividades dos livros didáticos em relação a aspectos da Teoria de Representações Semióticas segundo Raymond Duval *Preocupação com a aprendizagem do aluno.	* Ênfase em livros didáticos
2	O Cenário da Pesquisa no Campo da Educação Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica	Celia Finck Brandt; Méricles Thadeu Moretti / 2014	*Estudo da abordagem da Teoria de Representações Semióticas segundo Raymond Duval	*Procura revelar as temáticas nas quais são mais enfatizadas a Teoria de Duval e identificar quais elementos de ensino e aprendizagem de matemática estão sendo estudados.
3	Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval	Méricles Thadeu Moretti Celia Finck Brandt (Orgs.) / 2020	Análise da influência de Raymond Duval	*Remete aprendizagem matemática em diferentes etapas de ensino.
4	A interação entre o trabalho educativo com software de geometria dinâmica e fotografia no ensino e aprendizagem de figuras geométricas	Viviane Aparecida de Souza, Éliton Meireles de Moura, Janaína Fátima Sousa Oliveira, Arlindo José de Souza / 2017	*A análise das atividades feita na perspectiva das representações semióticas de Raymond Duval	* Para alunos do 5º ano
5	Aprendizagem da docência para o ensino da Geometria na infância no contexto da formação e da prática pedagógica	Fátima Aparecida Queiroz Dionizio / 2019	Baseada na Teoria de Duval	*Formação de professores das séries iniciais *Entrevistas, oficinas e grupo de professoras

Quadro 4: Semelhanças e diferenças em relação à esta pesquisa

(Continuação)

	TÍTULO	AUTOR / ANO	SEMELHANÇAS	DIFERENÇAS
6	A representação semiótica ensino ponto de pesquisa análise de trabalhos do III congresso internacional de ensino da matemática	Tatiane Siridakis / 2007	Sete trabalhos apresentados no Congresso utilizaram a noção de representação semiótica em suas pesquisas concluindo que os alunos têm maior facilidade de interpretação, análise, entendimento e compreensão dos conteúdos matemáticos ensinados quando trabalham com diversos registros de representação semiótica.	*Análise de diferentes pesquisas
7	O Estudo da Semiótica mediado pela Resolução de Problemas	Iracélia Coimbra Peixoto Martins e Anágela Cristina Morete Felix / 2016	Teoria dos Registros de Representações Semióticas desenvolvida por Raymond Duval	*Alunos do EJA (Ensino Médio)
8	Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental	Filomena Aparecida Teixeira Gouvêa / 1998	Geometria no Ensino Fundamental	*Reflexões direcionadas aos professores do Ensino Fundamental
9	Design Metodológico para análise de atividades de geometria segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica	Carine Scheifer / 2017	Questionamentos sobre o que está sendo ensinado ou deixado de lado Geometria Olhares	*Estudos à partir de atividades da Prova Brasil
10	Desconstrução dimensional das formas: gesto intelectual necessário à aprendizagem da geometria	Roberta Nara Sodrê de Souza / 2018	A teoria dos registros de representação semiótica se revela nas funções da Língua, nas apreensões, nos olhares e também na desconstrução dimensional, propostas por Duval e que constituíram a base teórica e metodológica dessa investigação, unidas a elementos da engenharia didática.	*Trabalho com alunos do Ensino Médio
11	Ensino de Geometria: Construção de materiais didáticos manipuláveis com alunos surdos e ouvintes	Lijecson Souza dos Santos / 2018	O conhecimento geométrico e da importância dos registros de representação semiótica para a aquisição e sua compreensão deram contribuição de elaboração, aplicação e análise da sequência didática	*Alunos do 9º ano com alunos surdos e ouvintes.
12	Reconfiguração e matemática: Um caminho para a aprendizagem de geometria	Liza Santos de Oliveira / 2016	Teoria de Registros de Representação Semiótica concebida por Raymond Duval	*Alunos do quinto ano Reconfiguração atrelada a conteúdos de Geometria
13	Aprendizagem da Geometria Plana através da conversão de registros de Representações Geométrica e linguagem Natural	Francinaldo da Silva Bezerra / 2018	Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval Utilizando construções geométricas com régua, compasso, esquadro e transferidor	*Alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental
14	O ambiente dinâmico GeoGebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em Geometria segundo Raymond Durval: olhares, apreensões e desconstrução dimensional	Novak, Franciele Isabelita Lopes / 2018	Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval (2004, 2005, 2011, 2012ª, 2012b, 2013, 2015) evidencia atividades cognitivas referentes ao desenvolvimento do pensamento geométrico, servindo de amparo para possibilidades de melhoria dos processos de ensino e aprendizagem	*Alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental
15	Aprendizagem em geometria nas séries iniciais uma possibilidade pela integração entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual	Daiani Lodate Pirola / 2012	Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (1998, 1994, 1995, 1997) relativa às apreensões – perceptiva, operatória, discursiva e sequencia	*Alunos do 5º ano do Ensino Fundamental

Quadro 4: Semelhanças e diferenças em relação à esta pesquisa

(Conclusão)

	TÍTULO	AUTOR / ANO	SEMELHANÇAS	DIFERENÇAS
16	Representação semiótica no ensino da geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores	Ivone Catarina Freitas Buratto / 2006	Raymond Duval sobre registros de representação semiótica e o processo das apreensões em geometria	*Licenciandos do 5º semestre do curso de Licenciatura Plena de Matemática
17	Construções em régua e compasso envolvendo lugares geométricos: uma proposta dinâmica aliada a teoria de registros de representação semiótica	Lied, Roberta / 2016	Registros de representação semiótica por meio de atividades didáticas, envolvendo lugares geométricos, em dois ambientes de aprendizagem: quando se faz uso de papel, lápis, régua e compasso e do software GeoGebra	*Alunos do curso de graduação em matemática
18	Triângulos nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica	Amanda Barbosa da Silva / 2014	Representação gráfica de triângulos, nos livros utilizados no ensino fundamental, ou há diversidade dessas representações	*Estudo exploratório realizado em uma coleção de livro didático dos anos iniciais.

Fonte: Dados da pesquisa

Algumas observações nas pesquisas podem complementar ou dar suporte para novas pesquisas. Como em Brandt e Moretti (2014), pesquisa do tipo estado da arte, que se fundamenta na teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, revela um crescimento significativo de pesquisas que buscam essa teoria como fonte de interpretação e análise dos mais diversos problemas relacionados às preocupações em educação da matemática.

Bem como, Moretti e Brandt (2020) em sua coletânea descrevem sobre as contribuições no capítulo de autoria de Carine Scheifer e Celia Finck Brandt intitulado “Design teórico do pensamento geométrico”, em que “[...] apresenta um quadro teórico que contempla, de forma prática e sucinta, as diversas especificidades sobre o que Raymond Duval considera ser necessário para a aprendizagem da Geometria.” As autoras visaram organizar as atividades em categorias que buscam desenvolver habilidades do estudante no que se refere a sistematização do conhecimento geométrico.

Assim como, aportes da coletânea em outro capítulo de autoria de Fátima Aparecida Queiroz Dionizio e Celia Finck Brandt intitulado “Ensino da geometria na infância: saberes e conhecimentos na aprendizagem da docência”, no qual as autoras apresentam resultados de uma investigação com um grupo de professores, referente a aprendizagem de quem ensina a geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Os organizadores desta coletânea, a qual faz parte o capítulo mencionado reforçam a relação com as contribuições da teoria de Raymond Duval,

Com base na teoria dos Registros de Representação Semiótica, o estudo abordou o papel das operações cognitivas necessárias para a organização do trabalho com a

geometria. Foram estabelecidas relações entre os saberes e conhecimentos docentes, a prática pedagógica e o desenvolvimento do pensamento geométrico pelos estudantes no período da infância. (MORETTI; BRANDT, 2020, p. 15)

Os autores reforçam a necessidade de organizar o trabalho com a geometria em sala de aula desde os anos iniciais de maneira que o estudante possa ser instigado a estabelecer relações e desenvolver o olhar para as apreensões. Nesse sentido, o desenvolvimento do olhar do estudante para as apreensões deve acontecer gradativamente conforme houver necessidade de se apropriar do conhecimento, de modo que o professor também compreenda os conteúdos e conceitos a serem transmitidos ou relacionados com clareza.

No artigo de Dionizio (2019) percebeu-se a necessidade de estratégias de ensino que sejam reconhecidas como efetivas pelos professores em formação, os quais muitas vezes não priorizam o ensino de geometria em decorrência a outros conteúdos considerados de maior importância, quiçá por insegurança, por não ter conhecimento adquiridos na formação inicial e com isso o não domínio do conteúdo a ser ensinado.

Os artigos, dissertações e teses selecionadas para essa pesquisa têm no contexto o referencial da Teoria dos Registros de Representação Semiótica como suporte para o ensino da matemática de modo geral nas diversas etapas de ensino. Os eixos da matemática, ou seja, geometria, álgebra, tratamento da informação ou situações problemas, são temas de pesquisas em situações diferentes. Em relação as pesquisas foram desenvolvidas no Ensino Médio, anos finais do Ensino Fundamental, na graduação e formação de professores, com conteúdo específicos, avaliações e atividades propostas para a análise. Como a pesquisa teve interesse especificamente nos trabalhos que se relacionam à geometria em paralelo com a Teoria de Raymond Duval e alfabetização, e para melhor visualizar a quantidade de trabalhos vinculados ao que foi proposto, o quadro a seguir relaciona as pesquisas de acordo com: o que ou quem contempla e é contemplado de acordo com público alvo, atuação e o que envolve a mesma:

Quadro 5: Classificação dos procedimentos da pesquisa

O que ou quem?	O que ou quem é contemplado?	Quais pesquisas? (Referência - quadro 4)	Quantas?
Alunos	Ens. Fundamental Anos Iniciais	4, 12, 15	3
	Ens. Fundamental Anos Finais	3, 11, 13, 14	4
	Ensino Médio	3, 7, 10	3
	Graduação	3, 16, 17	3
Professores	Formação Continuada	3, 5, 8	3
Outros aspectos	Inclusão	3, 11	2
	Atividades	3, 9	2
	Materiais Didáticos	1, 11, 18	3
	Revisão de Literatura	2, 3, 6	3

Fonte: Dados da pesquisa

O que se percebe é que há preocupação constante de compreensão e interpretação de situações que envolvem conhecimentos básicos da matemática, tanto no ensinar, quanto no aprender. Diante disso, torna-se necessário os conhecimentos geométricos desde o início do processo de alfabetização.

A utilização de mídias digitais em algumas pesquisas, geralmente envolvendo o ensino médio, graduação e formação de professores atuantes na área específica da matemática. Nessa busca não foram encontradas pesquisas que utilizam-se de softwares no ensino fundamental com estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Dos artigos, teses e dissertações encontrados nesta pesquisa poucos contemplam os Anos Iniciais do Ensino fundamental, dentre estes a ênfase no quinto ano, o último ano desta etapa de ensino.

Vale ressaltar que na coletânea de Moretti e Brandt (2020) no capítulo de autoria de Crislaine Costa e Mércles Thadeu Moretti sob o título “A contribuição da Teoria dos Registros de Representação Semiótica nas pesquisas científicas brasileiras: Tendências e Reflexões”, nas avaliações sobre o levantamento de trabalhos científicos realizados, abordam que mesmo existindo uma preocupação no que se refere a Educação Básica e muitas pesquisas realizadas nesta fase do ensino, há uma carência especificamente nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A maioria dos professores que trabalham com a alfabetização, não têm nesta etapa do ensino formação específica em matemática, sem aprofundar conhecimentos nos conteúdos abordados.

Os autores colocam também que a disciplina de matemática somente no Ensino Fundamental Anos Finais é que passa a ser trabalhada por um profissional com formação específica na área. Lembrando que o professor atuante nos anos iniciais é unidocente, trabalha em diversas áreas do conhecimento e sua formação não aprofunda todos os saberes próprios, restringe-se muitas vezes em reproduzir conteúdo. Esta lacuna infelizmente pode ser fruto da formação, de acordo com Ferreira e Tribeck (2010, p. 4) “[...] o processo ensino aprendizagem nos anos iniciais depende fundamentalmente da 25uantific unidocente, ou seja, de um único professor que conduzirá os fios da trama que compõe o currículo escolar, nas diversas e diferentes áreas do conhecimento, de forma significativa. “

O artigo de Costa e Moretti (2020) analisou pesquisas de 1996 a 2019, mapeando os principais problemas no que se refere ao ensino aprendizagem da matemática, fundamentada na Teoria de Duval e encontrou três trabalhos referentes aos anos iniciais.

Sendo eles na pesquisa de Costa e Moretti, do tipo estado da arte, um dos artigos de Nehting (1996), descreve uma sequência didática para 2º série com foco na multiplicação. Outro artigo de Cunha (2003), o qual enfatiza representações gráficas estatísticas no trabalho

docente e o artigo de Pirola (2012) que envolve geometria e as apreensões (perceptiva, operatória, discursiva e sequencial) da Teoria de Duval, porém trata-se de resolução de problemas e sendo um estudo de caso de uma turma de 5º ano, ou seja, o ano final do ensino fundamental Anos Iniciais.

Todo conhecimento vai sendo aprimorado à medida que novas complexidades vão sendo introduzidas as aprendizagens anteriores, logo é necessário preparar o estudante no processo de alfabetização. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017) contempla especificamente sobre a matemática que “[...] é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática”, ou seja formar a base para se apropriar dos conceitos, teoremas, postulados que fazem dela uma ciência hipotético-dedutiva.

Nos primeiros anos de alfabetização há necessidade de estruturar o pensamento geométrico, quando trabalhados alguns conteúdos específicos (propriedades das figuras planas e espaciais, planificação, etc). Foram evidenciadas características geométricas em produções feitas pelos estudantes no processo de alfabetização, nos desenhos e representações, com: pequenos traços, linhas, pontos, tamanhos e formas de dimensões diferentes. Nestas representações pode-se associar a figuras geométricas e introduzir o pensamento voltado a geometria, ou seja, contemplar os detalhes de uma composição.

Nessa direção, é preciso permitir as crianças o ver desvinculado de características que definem uma forma ou figura por uma teoria ou conceito. O professor poderá despertar na criança a forma criativa de representação em imagens, espaço e objetos e relacionar com formas geométricas. Por meio dos olhares icônicos de reconhecimento de algumas características, onde poderá perceber contornos, traços, semelhanças, diferenças e harmonizar paisagens retratadas por ela preparando para novos conhecimentos futuros.

Assim sendo, a revisão sistemática da literatura permite alinhar as pesquisas para que se busque outras possíveis resposta para o problema e direciona-se para a melhoria da educação matemática ou outras áreas do conhecimento.

Os artigos selecionados em plataformas diferentes, mas que envolve a mesma temática ajudaram a compreender que existe uma carência de trabalhos como este no meio educacional envolvendo o protagonismo da criança. Pode-se observar que, a maioria dos estudos envolvem docentes atuantes no Ensino Fundamental Anos Finais e durante sua formação acadêmica específica. Também envolvem estudantes do Ensino Médio e do Ensino Fundamental Anos Finais e poucos atuam no Ensino Fundamental Anos Iniciais e desses não há muitos na etapa de alfabetização, os três primeiros anos de escolarização.

Um recurso importante para a aprendizagem da geometria são as metodologias diferenciadas, dinâmicas, que envolvem construções, possíveis interpretações e soluções diferentes, nas quais o estudante possa expor seu raciocínio para encontrar a solução e comparar com outras maneiras de obter a mesma resposta. Dessa maneira poderá construir seu conhecimento, com autonomia e fazer correções, bem como justificar seu pensamento. Também utilizar materiais que despertem o raciocínio e deem suporte para o estudante desenvolver o pensamento geométrico, para posterior compreensão e apropriação de conteúdo. As trocas de conhecimentos podem colaborar com professores que não tem formação específica para conduzir o estudante na compreensão da geometria e conceitos matemáticos importantes. Ambos, professores e estudantes, precisam serem capazes de reconhecer características nas figuras geométricas e estabelecer associações.

As crianças precisam ser estimuladas a reconhecer nas representações contidas no seu ambiente social ou escolar, fazer relações, comparações sendo ela proveniente da inclusão ou não, proporcionar atividades e trabalhos elencando características, apreensões, construções e desconstruções, diferentes olhares e que possam contribuir com o desenvolvimento do pensamento geométrico. Que este “ver” geometricamente as formas com suas características continuem sendo aplicadas também com docentes que trabalham com a geometria nos anos iniciais, ou seja, da alfabetização para que a sistematização do conhecimento matemático seja significativo para ambos no aprender e ensinar.

CAPÍTULO 2 – ASPECTOS DA TEORIA DE RAYMOND DUVAL NO TOCANTE À GEOMETRIA

“A Geometria é fonte da harmonia.” (Nadir Afonso)

2.1 AS UNIDADES QUE COMPÕEM CADA FIGURA

Este capítulo tem como objetivo descrever alguns elementos que envolvem a geometria de acordo com a Teoria da Representação Semiótica de Raymond Duval. No ensino da geometria é necessário o uso de imagens acompanhadas de uma descrição para desenvolver algumas habilidades que exigem diferentes contribuições para o desenvolvimento do pensamento geométrico. As atividades precisam oferecer suporte para a apropriação de novas aprendizagens que vão se ampliar nas diferentes etapas de ensino desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A criança, quando estiver diante de representações em desenhos, dobraduras, objetos semelhantes ou comparações com situações do cotidiano, pode reconhecer formas, figuras e dimensões geométricas que compõem o todo de maneira significativa. Para que a criança possa estabelecer hipóteses para uma situação problema, que consiga associar a imagem ao objeto geométrico, relacionar características semelhantes e com isso possa se apropriar de um novo conceito, precisa ser desenvolvido o pensamento geométrico. É por meio dos registros e descrições que pode-se descobrir a figura ou forma geométrica em estudo, ou mesmo por meio de uma palavra, por exemplo círculo, são as conexões que vão estabelecer os conceito e definições significativamente.

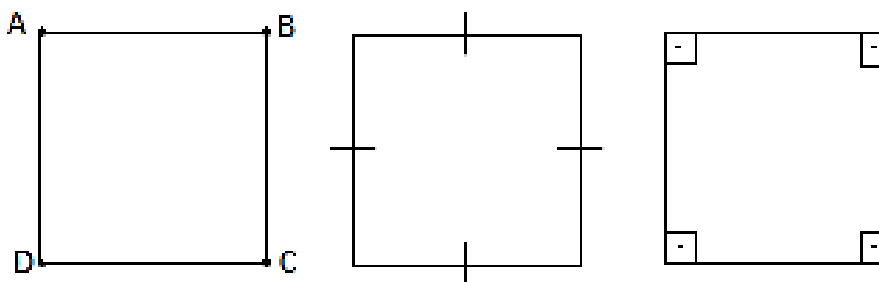
Quando se estabelece uma relação para o que está sendo de acordo com suas características e uma indicação verbal, começa-se a conceitualizar os objetos geométricos. Somente pela figura sem associação com uma descrição mais precisa, ou seja, um registro, não é possível determinar precisamente a figura, pois, somente se reconhece a figura associada à palavra “quadrado” se atribuir significação a esse significante para se saber do que está sendo tratado. O desenho de uma figura qualquer que possuí quatro lados não determina um quadrado, a menos que seja acompanhado de características próprias da figura plana mencionada (A palavra-quadrado ou traços específicos).

As formas geométricas têm características próprias que possibilitam diferenciá-las ou reportar-se a elas de acordo com suas características para encontrar a solução de uma determinada situação proposta ou compreender um conceito geométrico. A forma geométrica não é acessível por nenhum dos sentidos, não se pega um quadrado e sim a representação dele

em diferentes tamanhos variados. Por meio de registros de representações e descrições, pode-se descobrir a figura ou forma geométrica, algumas vezes pode ser identificada por uma palavra, como por exemplo: “A figura representada é um círculo”, essa afirmativa já determina a figura referida na questão, ou, características específicas destacadas no desenho (ângulos, linhas, pontos). Desse modo, as duas informações juntas, o discurso (enunciado, descrição) e a figura (desenho), definem especificamente o que se pretende com a atividade proposta.

Por exemplo, quando no enunciado de uma atividade é estabelecido que “a figura abaixo é um quadrado”, isso já estabelece que é um quadrado e as marcações nos ângulos e lados caracteriza congruência reforçam a definição da figura a ser trabalhada.

Figura 2 – “As figuras abaixo são quadrados”



Fonte: A autora

A forma ou símbolo não fala por si, é preciso acrescentar outras informações, uma descrição ou marcações para obter uma figura geométrica, embora não seja fácil ter esse olhar de reconhecimento das dimensões que compõem uma figura, do construir e desconstruir uma figura formada por elementos menores. É preciso levantar hipóteses, estabelecer reflexões, compreender o todo. Por essa razão é importante trabalhar com a criança desde pequena, para que tenha esse olhar e então, sistematizar o conhecimento geométrico, com indagações levar a perceber o invisível num primeiro momento e, portanto, se apropriar do conhecimento.

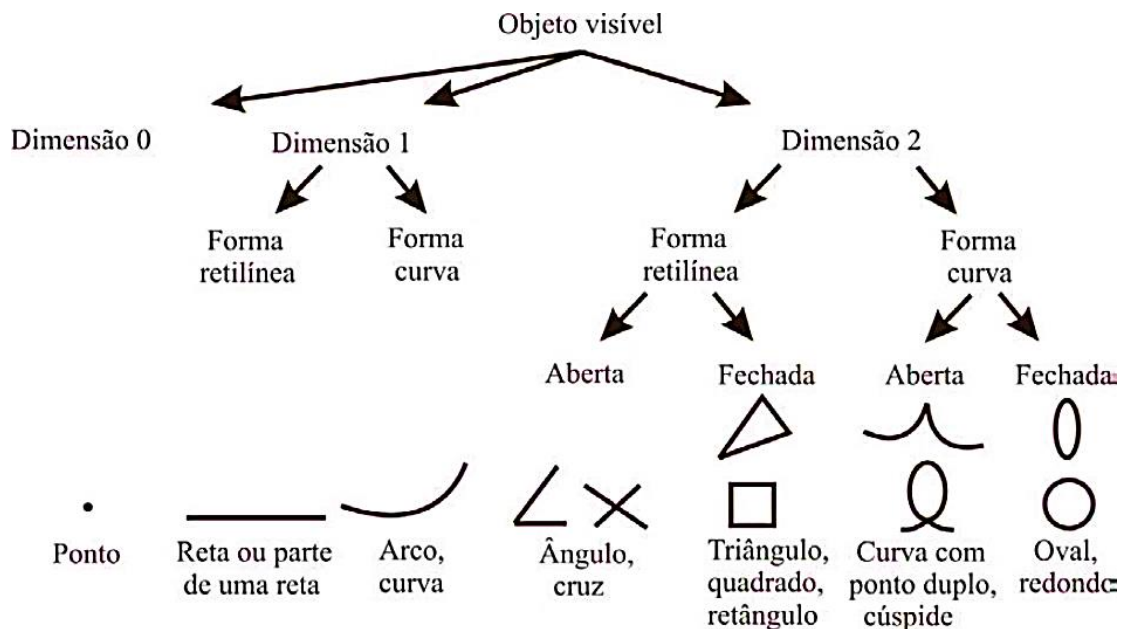
2.1.1 Unidades figurativas

Toda figura é formada por combinações de elementos que são caracterizados por dimensões variando de dimensão zero (0D) que é a representação de um ponto, sendo este adimensional, ou seja, não possui dimensão, mas determina por exemplo, o vértice de uma figura. As dimensões ainda podem ser identificadas como dimensão 1, 2 ou 3 dependendo do que está sendo representado. As linhas retas, curvas ou mistas são de dimensão um (1D) e elas

compõem figuras de dimensão dois (2D) formadas por linhas retas não colineares, não sequenciais, em que a extremidade de uma coincide com a origem de outra. Essas figuras de dimensão dois (2D) são abertas quando o extremo da última não coincide com a origem da primeira de dimensão dois (2D) são compostas de formas retas ou curvas, abertas ou fechadas. A intersecção de duas figuras de dimensão dois define uma linha que é de dimensão um (1D), por exemplo: ângulos, curvas, figuras planas retas ou arredondadas e de dimensão três (3D) os sólidos geométricos com superfícies planas ou arredondadas.

Sendo assim, Duval (2004), esquematiza essas unidades figurativas de modo claro e relacionadas num diagrama de fácil compreensão:

Figura 3 – Diagrama com as unidades figurativas



Fonte: DUVAL, 2004, p. 159

É preciso perceber e diferenciar cada parte que compõe uma figura, reconhecer suas dimensões menores. Por exemplo, identificar o ponto enquanto encontro de elementos de dimensão um (1D), o ponto formado por cruzamento/intersecção, o ponto de incidência e “ver” que todas as definições citadas se referem a uma mesma dimensão, mas dependem da situação apresentada, esse conhecimento é ampliado a cada etapa. Assim Moretti (2013, p. 290) destaca que aprender ou ensinar geometria desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, desenvolve uma “semiosfera do olhar”, todos os elementos interconectados, esse ver detalhadamente o que compõe o todo ou associar a várias situações reais de acordo com o que está sendo abordado.

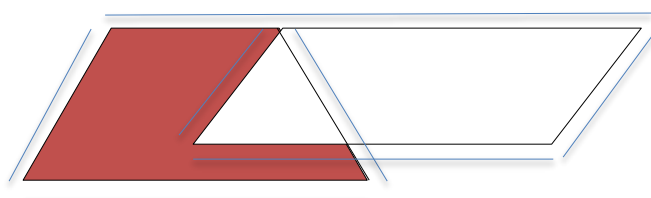
Ao estabelecer relações de semelhanças com formas que reúnem mais de uma dimensão, ou seja, bidimensionais ou tridimensionais, pode-se relacionar com futuros conceitos ou nomenclaturas, como ao definir o vértice, determinar ângulos, a origem que define quadrantes. Enfim esse olhar que facilita a percepção de conteúdo de geometria, pode ser despertado durante o processo de alfabetização com atividades, situações, indagações sempre acompanhadas de imagens, representações de objetos e de signos.

De acordo com Duval (2004)¹ as figuras geométricas são formadas por pelo menos duas unidades figurativas elementares que se encontram e tem valores de diferentes formas como triângulos, quadrados, círculos e outros. Também Moretti e Brandt (2015, p. 602) colocam que: “Dois aspectos podem ser ressaltados a partir dos elementos que compõem uma figura: a exigência de uma avaliação qualitativa desses elementos (curva aberta, fechada, redonda, oval, reta, ponto, arco, etc.) e a relevância de dimensões (0D, 1D, 2D, 3D)”.

Sendo assim, Duval (2011, p. 87) destaca três possibilidades para ver “geometricamente” uma figura, a qual exige que se passe espontaneamente ou rapidamente de uma para a outra. Duas trata-se de decomposição por **justaposição** e **superposição**, identificando as formas ou contornos fechados, como triângulos, pentágonos, quadrados. A outra maneira em **unidades figurais**, arestas e vértices. Compreender esta mudança de dimensão é importante em propostas que envolvem a geometria desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, denominado por Raymond Duval de **desconstrução dimensional** e segundo esse teórico (2011, p. 94) “para fazer o aluno entrar nessa maneira de ver é preciso elaborar tarefas e problemas específicos desde o ensino primário”, ou seja, que compreende os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Segue um exemplo adaptado de Duval (2011, p. 87), utilizando objetos de dimensão 2 representados no plano (2D) e as Maneiras de ver uma figura geométrica.

Figura 4 – As maneiras de ver a figura geométrica



Fonte: A autora

¹ DUVAL, R.; 2004. Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Tradução Myriam Veja Restrepo. Santiago de Cali: Ed.Peter Lang.2004

Uma composição construída a partir de formas, seja um desenho, um mosaico ou outra representação qualquer, pode ser vista e interpretada de diferentes modos, nem toda pessoa ao olhar para a mesma situação apresentada traça o mesmo percurso para resolver ou descrever a situação.

De acordo com Duval (2011) ao descrever a figura 4, pode-se mencionar que essa imagem apresenta decomposição por superposição quando se vê: um paralelogramo e um trapézio, todas as formas geométricas de dimensão dois (2D). A decomposição por justaposição quando se vê: um trapézio, um triângulo e um hexágono e um trapézio de dimensão dois (2D). E as unidades figurais menores de dimensão um (1D) (retas e segmentos de reta), que podem ser interpretadas como sendo: 10 segmentos de retas ou 7 retas (destacadas em azul na figura 4). Também 8 pontos que correspondem a dimensão zero (0D), que compõem a figura. As figuras são compostas de diferentes unidades figurais e diferentes dimensões. Em atividades que envolvem a geometria a figura acompanhada de seu discurso permitem ver além e compreender cada uma das dimensões.

2.1.2 Desconstrução dimensional

Para que o estudante possa desenvolver a capacidade de visualização por meio de diferentes formas de olhar para uma situação matemática, e isso não acontece espontaneamente, eles precisam ser estimulados para ver além do que se apresenta, despertar no estudante a habilidade de desmontar mentalmente e reconhecer elementos figurais existentes nas formas geométricas. Conforme Moretti (2013, p. 301), compreender a geometria num aspecto interdisciplinar, que se relaciona com o meio social e cultural, não se resume ao ambiente escolar, desenvolve a habilidade de visualização contribuindo para o pensamento geométrico no estudante compreendendo significativamente.

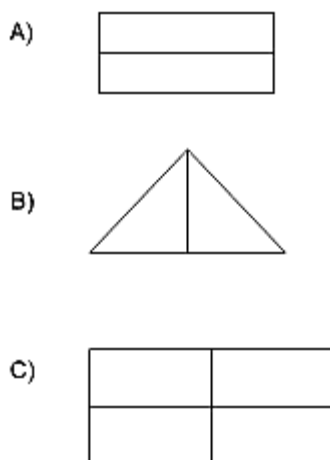
O professor precisa explorar toda a figura apresentada junto com o estudante, separando muitas vezes o todo em dimensões menores, deve estimular novas descobertas, incentivar o raciocínio lógico para ver e reconhecer as partes do todo. A mesma figura ou forma pode representar outras situações dependendo do discurso que a acompanha, ninguém vê ou lê além do que se apresenta se não for ensinado.

Por exemplo, como reconhecer uma figura geométrica se não tiver visto uma, identificar as características e estabelecer relações, compreender suas unidades figurais, posições, tamanho, enfim informações visuais e discursivas que possam contribuir com esse reconhecimento da figura geométrica. Isso Duval (2013, p. 20) descreve como “compreender,

do ponto de vista matemático, é ser capaz de justificar um resultando por meio de uma propriedade”, essa compreensão, esse ver geometricamente é imprescindível no processo de ensino e aprendizagem. Distinguir uma figura e fazer associações com representações que lembram a figura geométrica, saber justificar semelhanças autonomamente é importante para resolver uma situação problema apresentada.

De acordo com Duval (2011, p. 85) “ver uma figura é reconhecer imediatamente as formas, isto é, os contornos fechados justapostos, superpostos, separados”, não sendo uma atividade de simples percepção de formas ou figuras, pois uma figura qualquer de dimensão dois (2D) isolada no contexto, já traz por si uma junção de unidades figurativas de menor dimensão. E numa mesma representação, atividade, imagem podem envolver figuras inscritas sobre outras como num mosaico ou desafio, por exemplo, para determinar a quantidade de formas que compõe a figura ou outras formas subscritas na figura. Quantos retângulos tem na figura A? Quantos triângulos na figura B? E quantos retângulos na figura C?

Figura 5 – As figuras subscritas na figura



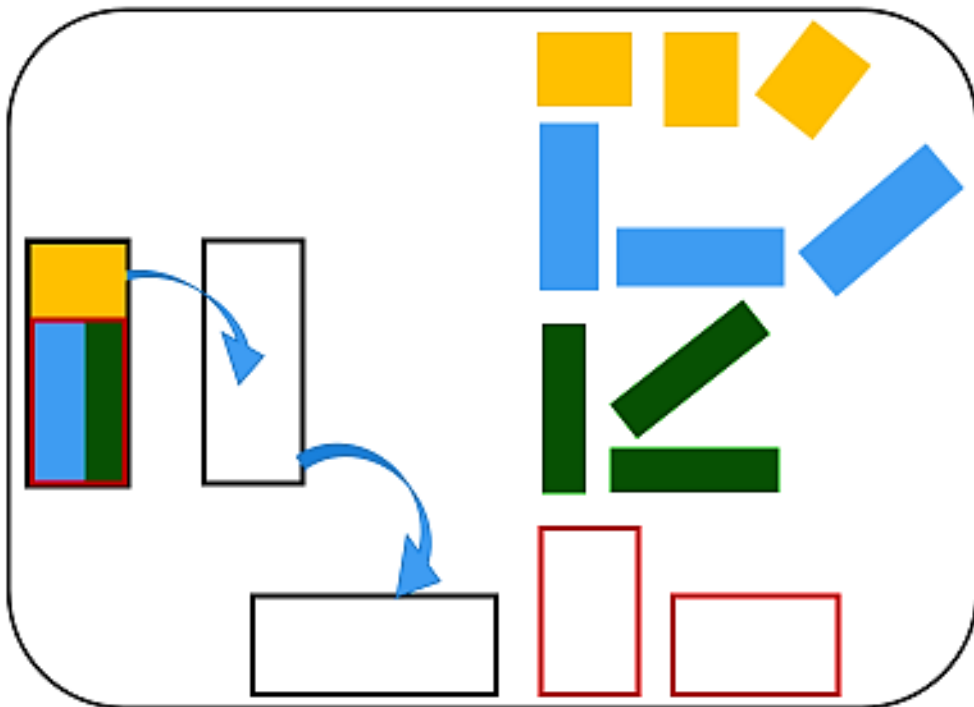
Fonte: a autora

Atividades semelhantes a da figura 5 podem proporcionar trocas entre os estudantes das possíveis respostas encontradas durante a realização da atividade, partilhar respostas com argumentos possibilita sistematizar conceitos e corrigir erros. Alguns questionamentos por parte do professor durante a realização da atividade para pensar e justificar as respostas que vão sendo encontradas ajudam o estudante na aquisição de novos conhecimentos. Assim, quando um estudante consegue encontrar mais possibilidades de resposta para a questão do que o outro e 33 quantific-la, poderá proporcionar reflexões e novas aprendizagens para ambos os

envolvidos. Esse ver, comparar, refletir e tomar consciência sobre a situação problema apresentada e propriedades da figura envolvida é uma condição para a aquisição de conceitos.

Perceber que uma mesma figura pode ser apresentada em diferentes posições, sem perder suas características, um retângulo pode estar com lados maiores posicionados na vertical ou horizontal, não deixa de ser retângulo.

Figura 6 – A mesma forma em diferentes posições



Fonte: A autora

Uma composição de retângulos inscritos num retângulo maior, ou seja, o de contorno preto compreende todos os demais. O retângulo amarelo, azul, verde ou o de contorno vermelho foram retirados da figura e representados em posições diferentes, para demonstrar que a mesma figura, ou seja, o retângulo, mesmo estando em posições diferentes não deixam de ser retângulos. Também para melhor visualização foram retirados da composição na qual estavam inscritos. Se a situação problema apresentada a partir da composição da figura 6 fosse: “Quantos retângulos compõem a figura apresentada?” Para a resolução ao retirar os retângulos da figura inicial, poderá ficar mais fácil para a criança visualizar e identificar o total de retângulos que têm a figura.

Que visualizando as partes separadas da composição, ou seja, ao separar as subfiguras de uma construção de figuras sobrepostas ou inscritas, quando são destacadas em unidades

menores, a criança terá melhor compreensão. A composição é mais difícil perceber as unidades contidas nela e dessa maneira para solucionar um problema, a criança poderá desenvolver diferentes soluções para encontrar a resposta, dependendo de sua percepção, olhar e raciocínio matemático.

A desconstrução dimensional, esse ato de separar para reconhecimento das dimensões, para perceber as partes e encontrar o total de figuras que compõe a construção apresentada permite compreensão do todo, sendo inserida no processo de ensino aprendizagem de modo gradativo, vai desenvolvendo o olhar para perceber as dimensões da composição em partes do todo. Assim conforme cita Duval apud Scheifer (2017, p. 76) “a desconstrução dimensional conduz à visualização das unidades figurais exigidas nas atividades matemáticas.”

2.2 OLHARES E MODIFICAÇÕES POSSÍVEIS DE UMA FIGURA GEOMÉTRICA

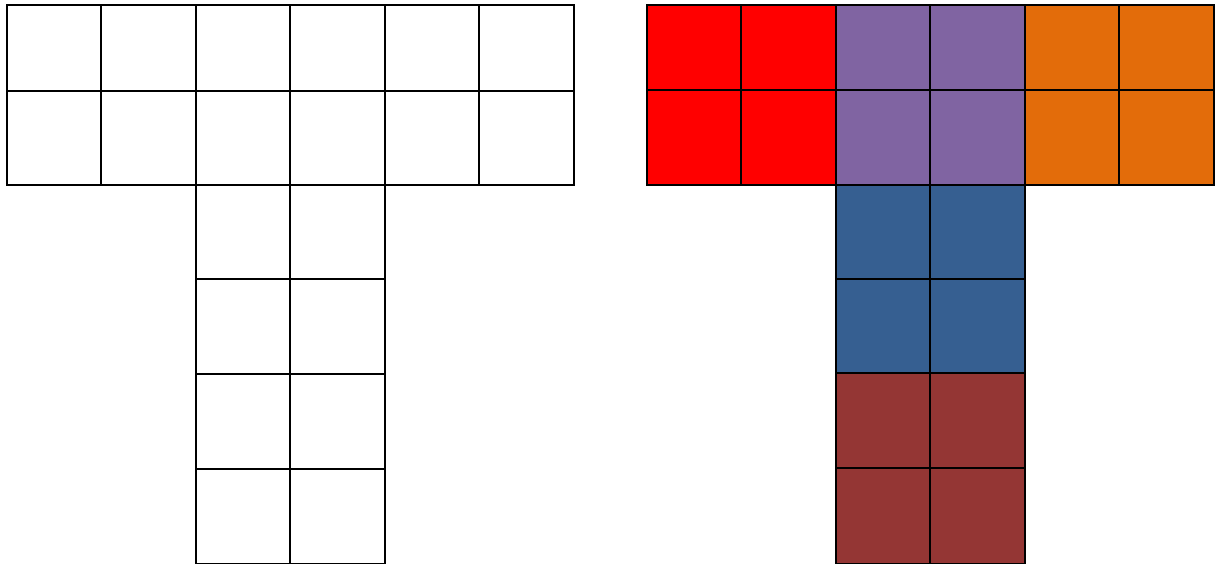
As figuras são indiscutivelmente um suporte para o trabalho com espaço e forma, pois a criança precisa do concreto, associações, exploração visual, desenvolver habilidades heurísticas de relações dos conceitos geométricos. Ela precisa perceber que uma mesma figura pode estar posicionada de maneiras diferentes sem interferir em suas características, estabelecer modificações físicas ou mentais, construções e desconstruções, que envolvem uma ou mais formas.

Na geometria, no que se refere a figura, permite-se que essa possa ser modificada de maneiras diferentes sem alterar a forma inicialmente estabelecida. Essas modificações podem estar relacionadas: em unidades figurativas homogêneas ou heterogêneas, variações que podem estar relacionadas ao tamanho, mas mantem a mesma característica, aumentando ou diminuindo a figura, deslocar-se por rotação ou translação. Dessas modificações originam subfiguras.

Assim, Duval (2004) estabelece que se operam modificações possíveis na figura de acordo com a sua especificidade. Sendo que dentre elas a reconfiguração vinculada às modificações da figura sem modificar sua dimensão ou em reorganizar uma ou várias subfiguras em outra, constituindo-se fundamental para apreensão matemática das figuras. Em relação a perspectiva, que representa a mesma figura variando em tamanho, mas estabelecendo um ponto de fuga, o qual permite de um campo de visão relacionar a distância em profundidade, podendo ocorrer a homotética plana, válida não somente para geometria plana como também espacial.

Um exemplo de reconfiguração citado por Duval (2004) e que permite perceber modificação pode ser a seguinte proposta: “Esta figura é composta de cinco quadrados. Pode ser dividido em quatro partes que podem ser sobrepostas? ”

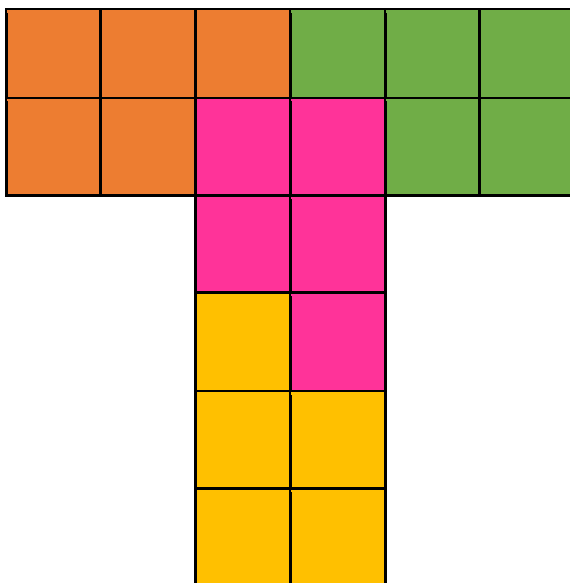
Figura 7 – Exemplo de reconfiguração citado por Duval 2004



Fonte: Duval (2004, p. 165) Adaptada

Esta atividade requer uma reconfiguração, ou seja, ela pode sim ser dividida em partes iguais e que podem ser sobrepostas, para isso é preciso olhar a figura de diferente maneira e modificá-la. A solução para a proposta segue na figura 8.

Figura 8 – Resolução da atividade de reconfiguração



Fonte: A autora

Exemplo de perspectiva dois quadrados de tamanhos diferentes que juntando os pontos homólogos e estabelecendo um ponto de fuga permitem a profundidade, ou seja, uma representação de uma situação homotética plana.

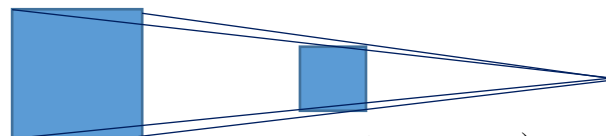
Figura 9 – Dois quadrados de tamanhos diferentes



Fonte: Duval (2004, p. 167)

A figura 9 apresenta dois quadrados de tamanhos diferentes, mas se traçar linhas unindo os vértices dos quadrados e estas linhas traçadas se encontrem em um ponto comum, isso permite que o quadrado menor seja visto mais distante do outro quadrado, é ver os mesmos quadrados em profundidade, como na figura 10.

Figura 10 – Dois quadrados de tamanhos diferentes em profundidade



Fonte: Duval (2004, p. 167)

É preciso desenvolver o olhar para perceber a figura como se apresenta, as dimensões que compõe a figura, as modificações que podem ocorrer numa figura e esse processo para desenvolver a habilidade de “ver” da criança iniciada na etapa de alfabetização.

2.2.1 Os olhares: Botânico, Agrimensor, Construtor e Inventor

Os olhares que Duval (2005) apud Moretti e Brandt (2015, p. 606) se refere então em aprender a olhar, reconhecer e diferenciar formas ou contornos encontrados no cotidiano. Essas percepções foram classificadas entre olhares icônicos, que são mais simples, até os olhares não-icônicos que se referem às formas mais aprimoradas de representações de figuras geométricas descritas pelas suas propriedades.

As atividades que envolvem olhares icônicos contemplam características do olhar botanista que são visuais de contorno, apresentam semelhanças às formas que remetem ao

quadrado, triângulo, retângulo, algumas retas, entre outras. No olhar agrimensor, conforme Duval (2005) apud Moretti e Brandt (2015, p. 606) as “[...] propriedades geométricas são as mobilizadas para fins de medida”, neste sentido é possível perceber diferentes dimensões no plano.

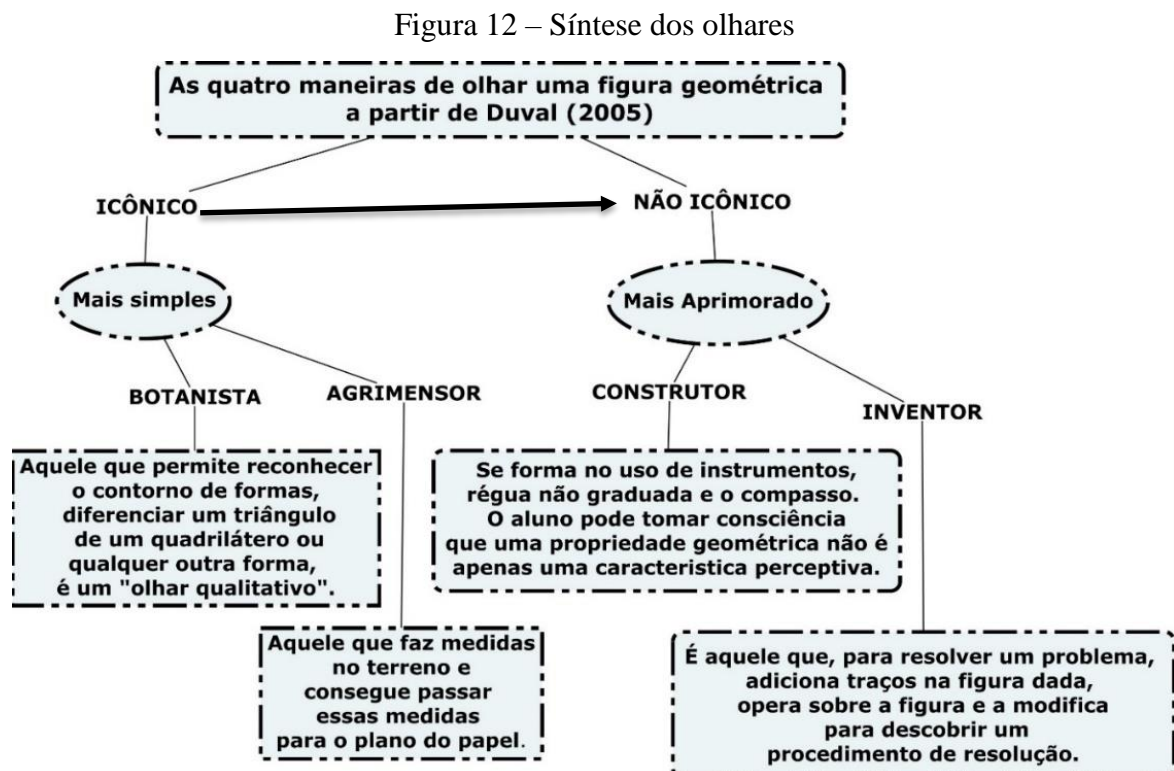
No entanto, as atividades que envolvem olhares não icônicos contemplam o olhar construtor que exige medidas mais precisas para caracterizar as representações nas atividades. Determinados programas como GeoGebra e o Cabri géomètre auxiliam nessa precisão. O olhar inventor permite desconstruir uma figura e construir outra, como por exemplo, um trapézio que dividido em duas partes formará um retângulo.

Figura 11 – Desconstruir uma figura e construir outra



Fonte: A autora

Os olhares caminham em paralelo com as apreensões que trataremos a seguir e que de acordo com Duval, as apreensões vão exigindo determinados olhares. Na figura a seguir uma síntese dos olhares.



Fonte: Esquema construído a partir de Duval (2005)

Citando Scheifer ao descrever sobre os olhares a partir de Duval (2005), a autora expressa muito bem a relação dos olhares e apreensões.

O olhar do botanista é exigido em atividades que mobilizam a apreensão perceptiva dos registros figurais, à qual as demais apreensões são subordinadas. Por outro lado, o olhar do construtor exige todas as apreensões – perceptiva, operatória, discursiva e sequencial. As duas primeiras são específicas ao registro das figuras, e as duas últimas dependem da articulação entre registro discursivo e sequencial. (2017, p. 54)

Como será abordado sobre as apreensões a seguir, esse “aprender a ver” deve ser despertado desde a formação inicial da criança, de acordo com Moretti (2013, p. 294) destacando a importância fundamental dos olhares icônicos que detém as qualidades para preparar os estudantes para os olhares não icônicos.

2.3 FIGURA E DISCURSO EM GEOMETRIA

A geometria é trabalhada reproduzindo figuras e conceitos sem compreensão e por memorização, por muitos estudantes e professores, não sendo estimulado o olhar para possíveis comparações, inversão de posições, associação do discurso com a figura, o montar e desmontar o desenho para obter a apreensão do que envolve o problema apresentado.

A criança está em contato com formas e figuras nas mais diversas situações do cotidiano e ao se deparar com os conceitos geométricos não consegue estabelecer relações, como se fossem duas coisas completamente diferentes. Normalmente, lhe são apresentadas as figuras ou formas geométricas em atividades sempre na mesma posição, dificultando a relação com o que já conhece ou figura semelhante em outras posições.

Toda figura geométrica tem unidades figurais que caracterizam sua forma e este fato diferencia de outras representações, de acordo com Duval (2011, p. 85) “é a tomada de consciência dessas operações figurais que permite entrar na maneira matemática de ver em geometria.” Diante disso, é importante estimular a criança a desenvolver seu olhar para as dimensões e composições das formas e relacioná-las, estabelecer comparações, fazer associações. Quando ela se apropriar dos conhecimentos geométricos com os devidos conceitos e propriedades, poderá compreender que uma mesma figura pode representar situações diferentes e que dependem da figura apresentada e sua descrição para coordenar os tratamentos e conduzir a resolução.

Duval (2011, p. 91) ressalta que “[...] a figura é identificada pelas propriedades que não vemos, porque nenhum desenho as mostra em sua generalidade. Essas propriedades só podem ser aprendidas por conceitos, isto é, os termos definidos nos enunciados”, para se trabalhar com as formas, figuras, construções na geometria, como nos conceitos e definições matemáticas exigem tratamentos adequados. É necessário que haja um discurso, ou seja, descrições nessas figuras que levem ao significado do que se propõe, que conduza a compreensão e a resolução da atividade proposta. De acordo com Duval (2011) quando nos diz que para definir uma figura é preciso o discurso levando à compreensão dos conceitos, pois a imagem não fala por si.

Na geometria muitos conceitos, para serem compreendidos, precisam de indicações, definições junto com a imagem para estabelecer relações e obter solução, por isso uma legenda. Uma mesma figura pode representar diferentes situações. São as definições que vão estabelecer o que ela está indicando. Logo, para que o estudante possa construir seu conhecimento significativo é preciso associar a imagem à descrição sobre ela para, assim, estabelecer a solução da situação-problema.

Porém, a exploração da figura dentro de uma situação problema precisa estar associada ao discurso em níveis de raciocínio dedutivo local e global sobre ela e dessa articulação é que se obtêm definições e teoremas.

Em se tratando de articulação local é a compreensão das unidades figurativas menores, relacionada as dimensões 0D ou 1D e a global envolve toda a articulação entre a percepção inicial, descrição verbal e o processo todo para obter a solução da proposta feita.

É preciso despertar o olhar além do que é perceptivo num primeiro momento, sendo necessário conhecer e diferenciar formas, além de reconhecer e caracterizar propriedades, ou dividir em partes menores para melhor compreensão.

2.4 APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA E SUAS APREENSÕES

A sistematização da aprendizagem matemática em relação a geometria necessita da compreensão dos tratamentos dos dois registros, ou seja, a figura e o discurso, e isso não acontece naturalmente. Faz-se necessário estimular a visão para o todo, porém levando a perceber as partes que compõem. É importante que o discurso, questionamentos, o desconstruir para entender toda a construção, seja primordial no que se refere a espaço e forma.

Esse ver o todo que compõe uma figura geométrica, identificando suas decomposições por reconfiguração, sobreposição e perspectiva, é preciso atividades com diferentes formas ou

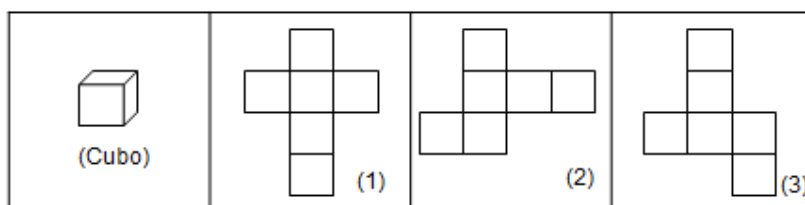
figuras e associação com objetos semelhantes para que o olhar seja desenvolvido e possa estabelecer as relações.

Quando se trata do reconhecimento da figura, Duval (2004) coloca que não são óbvias essas apreensões e mesmo as mais simples modificações, como troca de posição por rotação ou translação, tem um grau elevado de dificuldade para que possa ser apontada a devida relação.

As atividades que envolvem geometria, muitas vezes são apresentadas para o estudante da mesma maneira, as figuras sempre na mesma posição, sem a intenção de refletir sobre a situação apresentada ou possibilitar estabelecer possíveis modificações para encontrar a solução. Muitas vezes memoriza como correta somente uma única forma e quando o estudante se depara com outras maneiras apresentadas tem como errada, vejamos um exemplo clássico que Duval (2004) apresenta com outras possibilidades de planificar o cubo, um sólido bastante conhecido e que da maneira apresentada pode estabelecer um obstáculo para a apreensão.

Na figura a seguir o cubo é tradicionalmente apresentado na imagem da planificação (1), embora possa ser apresentado como na planificação (2), (3) e/ou outras possibilidades:

Figura 13 – Planificações do cubo



Fonte: A autora

Muitas vezes a planificação do cubo é apresentada ao estudante como a forma (1), não é apresentada outras possíveis planificações deste sólido e nem ao menos incentiva-se o estudante a encontrar outras possibilidades de planificação do mesmo sólido. Permitir ao estudante encontrar a solução é possibilitar a ele construir seu conhecimento e reconhecer que para uma mesma situação pode ter mais de uma solução. O identificar outras formas de planificar pode consentir a realização de uma rotação mental, ou seja, ver a figura planificada sobrepor o cubo, reconstruir a figura. Essa habilidade de desenvolver o olhar, argumentar sobre as diferentes soluções para uma mesma situação com a criança, pode contribuir com a compreensão de conceitos abstratos de geometria.

Diante disso, quanto mais possibilidades diferentes de compor a mesma figura for apresentada, as relações estabelecidas se tornam mais claras, evita-se possíveis incompreensões e desperta-se o olhar para além do óbvio, ficando claro que podem existir mais de uma solução

para uma mesma situação problema. Sendo muitas vezes necessário perceber o oculto e possíveis variações e modificações de uma mesma forma. Assim destaca o autor:

[...] a percepção de figuras quase sempre conduz a impasses, porque é preciso ter aprendido a “ver” contra a evidência perceptiva das formas reconhecidas de imediato para que elas desempenhem um papel heurístico, e não seja uma fonte de confusões. Do mesmo modo, o uso da linguagem para definir e provar é feito contrariando a fala espontânea e a forma de argumentação que ocorre fora da matemática. (DUVAL, 2013^a, p. 17).

As características que são próprias da figura precisam estar claras para que quando for necessário fazer comparação da figura ou forma que ela representa, reconhecer características semelhantes, o estudante possa associar o desenho ao discurso da situação problema apresentada, justificar um fato ou provar uma relação, isso não cause conflitos ou distorções dos objetos matemáticos.

Em geometria a identificação das dimensões são melhor relacionadas quando parte do objeto todo, ou seja, desconstruindo a figura em dimensões menores, imediatamente inferior, como de dimensão figurar 3, para compreender a dimensão 2D, 1D e 0D, gradativamente, possibilitando entendimento e um olhar mais apropriado para definir cada condição e característica peculiar de cada dimensão.

2.4.1 Apreensão operatória

Conforme Duval (2012) “a apreensão operatória de figuras é uma apreensão centrada nas modificações possíveis de uma figura inicial e nas reorganizações possíveis destas modificações” as modificações de uma figura possibilitam diferentes operações que o autor sintetiza na seguinte tabela:

Quadro 6 – Tipos de apreensão operatória de figuras.

TIPO DE MODIFICAÇÃO FIGURAL	OPERAÇÕES QUE CONSTITUEM A PRODUTIVIDADE HEURÍSTICA	FATORES QUE INTERFEREM NA VISIBILIDADE
Modificações mereológicas	- Reconfiguração intermediária - Mergulhamento	- Característica convexa ou não convexa das partes elementares
Modificações óticas	- Superposibilidade - Anamorfose	- Recobrimento parcial - Orientação
Modificações posicionais	- Rotação - Translação	- Estabilidade das referências do campo perceptivo para o suporte das figuras.

Fonte: Duval (2012, p. 127)

Conforme a tabela pode-se perceber as diversas possibilidades que uma figura pode ser modificada gráfica ou mentalmente e de muitas formas:

Modificação mereológica – a figura pode ser dividida em partes (subfiguras), ela se faz em função da relação parte e todo. Essa modificação faz surgir uma figura como um todo fracionado em partes homogêneas, ou seja, as partes obtidas têm a mesma forma que o todo, por exemplo: dividir um retângulo em três retângulos menores. Em partes heterogêneas, ou seja, as partes obtidas não têm a mesma forma que o todo, por exemplo: repartir um quadrilátero em triângulos.

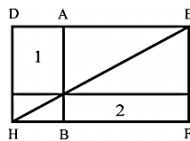
Modificação ótica – a possibilidade de aumentar, diminuir ou deformar uma figura, transformá-la em outra, pode-se também conservar a forma inicial ou alterá-la...a essa modificação chama-se de imagem.

Modificação posicional – de orientação no plano, o deslocar ou rotacionar uma figura em relação às referências do campo onde ela se destaca.

As modificações realizadas em uma figura são neutras, não muda a apreensão, nem a análise que possa ser associada em uma construção geométrica para obter a solução da situação proposta. Esta solução deve apresentar congruência entre a modificação e o tratamento matemático possível.

O recurso à operação de reconfiguração intermediária constitui uma abordagem natural do problema proposto apresentado na seguinte situação: O problema de Euclides mostra a igualdade das partes 1 e 2, qualquer que seja a posição do segmento AB.

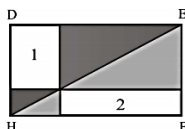
Figura 14 – Problema de Euclides



Fonte: Duval (2012, p. 129)

Este problema pode ser resolvido por supressão nos triângulos DEH e EHF de duas configurações intermediárias não convexas:

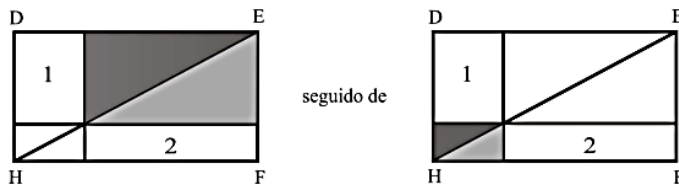
Figura 15 – Possível solução



Fonte: Duval (2012, p. 129)

Ou pela supressão sucessiva de duas partes elementares iguais:

Figura 16a – Resolvendo 1º parte Figura 16b – Resolvendo 2º parte



Fonte: Duval (2012, p. 130)

De acordo com a classificação de Duval (2012) outra modificação mereológica é o mergulhamento, uma operação inversa daquela implicada a uma reconfiguração intermediária, um triângulo torna-se um pedaço de um paralelogramo.

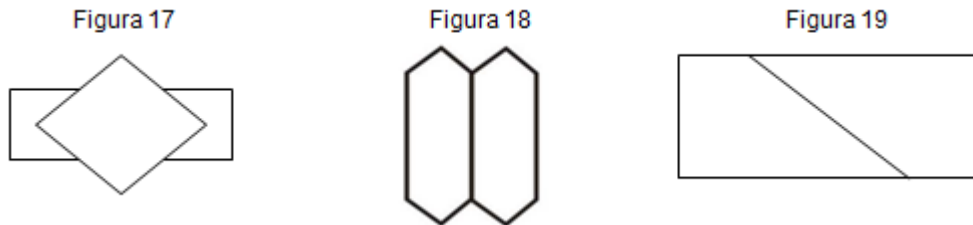
2.4.2 Apreensão perceptiva

De acordo com Duval (2012) independente da figura representada em uma determinada atividade matemática que envolve uma situação geométrica, ela é produto de duas atitudes: uma imediata e outra automática que corresponde a percepção, ou seja, apreensão perceptiva de formas e outra controlada determina a aprendizagem, envolvendo a interpretação discursiva dos elementos figurais. Dessa maneira, Duval (2012, p. 120) afirma “[...]a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado, assim como os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que aparecem espontaneamente.” Para resolver uma situação que envolve figuras geométricas é preciso distinguir entre a apreensão perceptiva, o que é visto num primeiro momento, e as hipóteses levantadas, associadas ao discurso que acompanham a situação para encontrar a solução.

Uma figura é a junção de elementos, os quais correspondem a dimensões menores, como pontos que são aspectos discretos e traços que são aspectos contínuos na composição da figura de um campo perceptivo. Duval (2012, p. 121) compara os traços ou zonas ao destacar que “As zonas se caracterizam pela sua forma, quer dizer, pelo seu contorno: um traço fechado ou uma sequência de pontos suficientes para destacar uma zona de um campo homogêneo.”

Duval (2012, p. 121) se refere ao tratamento que organiza a percepção das figuras, como a lei de fechamento ou de continuidade, que é extremamente importante para o estudante em atividades composta de figuras formadas por contornos simples e fechados, destaca-se como

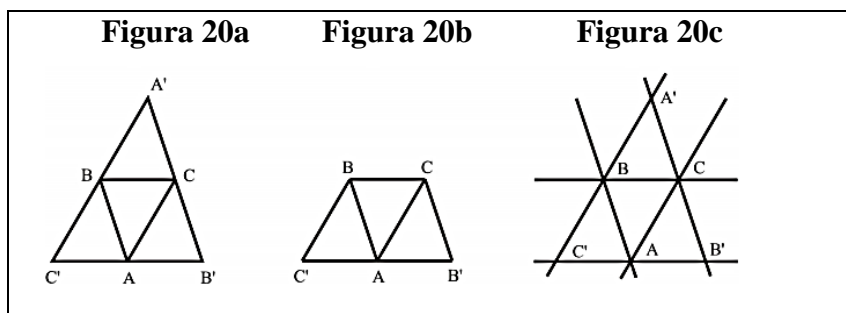
figura sobre um fundo. Neste caso os elementos figurais (traços) definem uma superposição (Figura 17), uma montagem de duas formas iguais lado a lado (Figura 18) ou dividir uma forma em duas partes (Figura 19). Como seguem nas figuras:



Fonte: Duval (2012, p. 121)

Duval (2012, p. 121) destaca que a interpretação discursiva de uma figura numa determinada situação geométrica e a apreensão perceptiva, as quais estão na lei de fechamento ou de continuidade, como de grande importância para que se possa estabelecer facilmente relações com as representações e os traços organizados em uma forma, é preciso compreender que uma figura é composta de elementos figurais de dimensões menores. Por outro lado, também pode impedir de observar as organizações mais simples de ver as dimensões que compõem, ou seja, as formas.

Figura 20: No exemplo citado pelo autor, considera-se as três figuras seguintes:



Fonte: Duval (2012, p. 122)

A Figura 20a pode representar dois triângulos sobrepostos, um maior e outro menor.

A figura 20b dois paralelogramos que se interceptam, como pode ser um trapézio e um triângulo ou paralelogramo que se dobra.

A figura 20c representa um feixe de paralelas ou dois triângulos sobrepostos, cuja as arestas se prolongam.

Porém, as três figuras apresentam uma estrutura semelhante em parte de sua composição. Considera-se os enunciados sobre as Figuras 20a, 20b e 20c:

O primeiro enunciado descreve: $A'C'$ e AC são paralelas; $A'B'$ e AB são paralelas; $B'C'$ e BC são paralelas. Provar que A é meio geométrico de $C'B'$.

O segundo enunciado para as mesmas Figuras 20a, 20b e 20c descreve: $ACBC'$ e $AB'CB$ são paralelogramos. Provar que A é meio geométrico de $C'B'$.

A atividade solicita a mesma comprovação, mas a maneira de descrever os elementos que compõem as figuras são diferentes. Como também pode ser elaborado problemas diferentes com as mesmas figuras propostas, essas mesmas figuras podem ser apresentadas em posições diferentes, sem modificar seus elementos figurais semelhantes.

Conforme os enunciados e as figuras apresentadas são possíveis identificar congruência visual e semântica, quando todas estão juntas a percepção é nítida, que todas as figuras (20a,20b,20c) tem correspondência, pois caracterizam partes umas das outras. Porém, quando são apresentadas em atividade separadas e com um destes enunciados, pode não serem compreendidas, algumas combinações entre figura e enunciado separadamente não permitem de imediato as relações figura/enunciado.

É importante perceber que o primeiro enunciado é semanticamente congruente a Figura 20c, os dois fazem menção a retas paralelas. Da mesma forma, a Figura 20b visualmente apresenta congruência semântica com o segundo enunciado, pois a apreensão perceptiva da figura mostra os objetos que são referenciados no enunciado, neste caso os paralelogramos.

Nessa correspondência semanticamente congruente é possível perceber facilmente quando todas as figuras estão juntas e com as características evidentes, ou com o enunciado ao estabelecer a devida relação, porém se for apresentado em uma versão semanticamente não congruente pode possibilitar a não compreensão, devido a figura apresentar uma estrutura perceptiva autônoma, pois o que se vê pode não corresponder ao que a situação exige que seja visto. Isso porque a figura deve ser olhada de acordo com as propriedades ou as condições descritas na situação proposta. Duval (2012) refere-se à interpretação discursiva da figura, a leitura a que se refere o enunciado, e a construção da mesma retomando-o.

É importante a apreensão perceptiva da figura, seu reconhecimento e os elementos figurais que a compõe, construída ou a construir, é uma condição necessária para resolução de uma situação problema, mas nem sempre suficiente para encontrar a solução.

2.4.3 Apreensão sequencial

A apreensão sequencial compreende atividades que exigem construção, reprodução de uma figura, que seguem comandos, etapas ou descrição.

Quadro 7 – Atividade para construir um quadrado

Construir um quadrado de lado igual a 4 cm.

- 1) Trace o segmento AB de medida igual a 4 cm.
- 2) Trace a reta perpendicular a AB pelo ponto A.
- 3) Com a ponta seca do compasso em A e com abertura igual à AB, trace um arco que corte a perpendicular em C.
- 4) Com a ponta seca do compasso em C e mesma abertura, trace um arco.
- 5) Com a ponta seca do compasso em B e mesma abertura trace outro arco que intersecta o último arco traçado em D.
- 6) Com a régua construa o quadrado, ligando os pontos CD e BD.

Fonte: Scheifer (2017, p. 67)

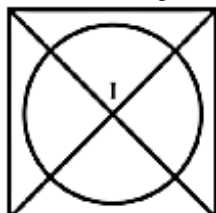
De acordo com Scheifer (2017, p. 67), para desenhar um quadrado num primeiro momento pode ser simples, entretanto, para que a figura contemple as propriedades é necessário seguir alguns passos, como no exemplo da autora, a seguir:

De fato, uma figura geométrica é fácil ser reconhecida por sua composição ou forma (retângulos, triângulos, círculos...), mas a construção de uma figura geométrica com suas características específicas, pode não ser tão simples de reproduzir, pois, requer contemplar todas as propriedades e os elementos figurais que compõe a referida forma, de acordo com as medidas, o discurso que acompanha para a execução da atividade. Essa construção de figura geométrica de acordo com sua propriedade compreende as apreensões perceptiva, discursiva e sequencial.

Outro exemplo que representa a apreensão sequencial e junto as apreensões perceptiva e operatória e que para resolver a atividade é necessário seguir as descrições obedecendo a ordem estabelecida.

Quadro 8 – Atividade que contempla a apreensão sequencial

Considere a figura e as frases a seguir:



- A) Chame de I o ponto onde as diagonais se cortam;
- B) Desenhe um quadrado com 5 cm de lado;
- C) Trace o círculo de centro em I no interior do quadrado;
- D) Trace as diagonais do quadrado;

Fonte: Moretti e Brandt (2015, p. 611)

A atividade apresenta a imagem composta de várias unidades figurais, mas para compreender a sequência é preciso acompanhar a ordem estabelecida nas frases e isso compreende a apreensão sequencial.

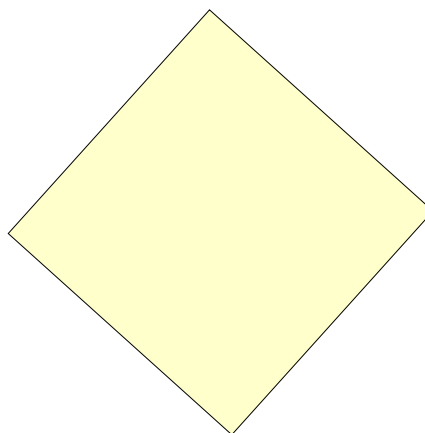
2.4.4 Apreensão discursiva

Uma figura geométrica nem sempre representa o que é visto num primeiro momento, mas é definida a partir do discurso que a acompanha, isto remete ao fato da apreensão perceptiva ser subordinada a apreensão discursiva, podendo ser considerada como uma teorização da representação figural: a figura geométrica torna-se, de certa maneira, um fragmento do discurso teórico. A mesma figura pode representar situações diferentes dependendo do discurso que a acompanha.

Assim Duval (2012, p. 135) apresenta sobre a apreensão discursiva das figuras que diferencia radicalmente as atividades de demonstração das atividades de construção, ela não descreve o procedimento de construção que muitas vezes é exigido em atividades matemáticas, “[...] a verdadeira representação corresponde a uma atividade de demonstração em geometria, não será uma figura, mas uma rede semântica de propriedades e objetos.” Essa sequência de comandos que dá sentido para o estudante, “Os enunciados são ordens e não são asserções. ”

Por exemplo a figura 2a, sem um discurso que a acompanhe não permite inferir a que figura ela se refere (um quadrilátero? Um paralelogramo? Um quadrado? Um losango? Etc):

Figura 21a

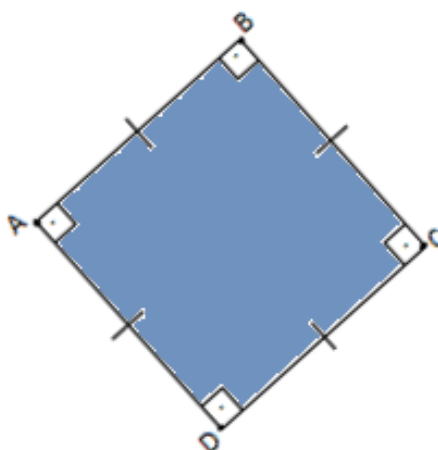


Fonte: a autora.

Ao olhar a forma geométrica, uma pessoa poderá descrever conforme sua compreensão imediata como sendo um losango, pois habitualmente não é apresentado quadrado nesta posição da figura 21a. Se a pessoa já consegue olhar uma figura em posições diferentes, ela poderá levantar dúvidas se é um quadrado ou losango? A pessoa que conhece algumas características particulares da figura com auxílio de instrumento de medida como régua ou transferidor poderá defini-la com mais propriedade.

Quando é acrescentado a ela algumas hipóteses, pode-se definir qual é a figura. Como: A figura abaixo é um quadrado devido as características que foram colocadas na imagem, como a marcação dos ângulos e a mesma marca em todos os lados, que indicam igualdade.

Figura 21b



Fonte: a autora

2.4.5 Articulação entre diferentes tipos de apreensão

Há diferentes maneiras de ver uma figura: a apreensão perceptiva, a apreensão operatória, apreensão discursiva e apreensão sequencial, elas são interdependentes, são fundamentais para analisar a atividade geométrica e as dificuldades que possam ser apresentadas pelos estudantes, uma metodologia que desenvolve esse conhecimento no estudante pode ser a resolução de problemas que permite passar de um tipo a outro de apreensão.

De acordo com Raymond Duval as apreensões são quatro, porém a apreensão sequencial é reprodução de uma dada figura, ou seja, segue uma instrução, etapas para a construção ou uma descrição solicitada em uma atividade ou problemas de geometria. Desse modo para aprimorar o raciocínio que os problemas em geometria exigem é preciso separar as três outras apreensões, ou seja, a apreensão perceptiva que é o reconhecimento visual imediato

da forma, a apreensão operatória que permite transformar uma figura em outra para encontrar a solução do problema e a apreensão discursiva que depende das hipóteses que a figura representa.

O estudante que identifica a forma geométrica numa primeira vista e conseguir associar aos enunciados prescritos compreende conceitos geométricos quando estes são aplicados em uma atividade matemática de demonstração.

Algumas características dessa existência de uma tríplice apreensão, a perceptiva que envolve o reconhecimento da figura, a operatória, que abrange as possíveis modificações mentais ou gráficas e discursiva que estabelece um enunciado para a atividade proposta de geometria. Assim o reconhecimento do que é, do ponto de vista da representação, a mesma figura, que muitas vezes é simples e nas atividades compreende dotada de dificuldades tornando complexa para o estudante, pode ser resolvida interpretada e compreendida ao estabelecer as associações necessárias de acordo com as apreensões percebidas na proposta da atividade.

A compreensão das apreensões facilita o reconhecimento das formas geométricas apresentadas e associadas ao discurso específico que acompanha a figura na atividade. Duval (2012, p. 136) conclui que:

- Quando existe congruência entre a apreensão operatória e um tratamento matemático possível do problema, a apreensão discursiva pode ser negligenciada;
- Quando não há mais congruência semântica entre a apreensão operatória e um tratamento matemático possível, a apreensão discursiva torna-se necessária;
- Uma categorização cognitiva dos problemas é indispensável não somente para poder interpretar as performances e as produções observadas sobre um problema, mas também para abordar aquilo que é chamado “uma aprendizagem da demonstração”.

Sendo assim, o estudante que reconhece a forma geométrica e estabelece associações com as hipóteses apresentadas, aprimora cada vez mais o desenvolvimento do pensamento geométrico, seu raciocínio em problemas que exigem ir além do que é visto num primeiro momento na atividade. Terá mais facilidade em compreender as relações dos conceitos e teoremas demonstrados e quando é possível interpretar e argumentar sobre uma atividade cognitiva de demonstração, sem reproduzir algo pronto a aprendizagem torna-se significativa e compreensível para ser aplicada em situações que a exigem.

Para encontrar a solução de uma determinada situação matemática, pode ser necessário articular mais de uma das apreensões. Duval (1997) apud Moretti e Brandt (2015, p. 605) cita quatro possibilidades:

- Figura geométrica é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva: é preciso ver a figura geométrica a partir das hipóteses e não das formas que se destacam ou das propriedades evidentes. A apreensão discursiva é subordinada pela apreensão perceptiva;
- Visualização é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e operatória. A visualização não exige nenhum conhecimento matemático, mas ela pode comandar a apreensão operatória;
- Heurística e a demonstração são resultado da conexão entre as apreensões operatória (que é subordinada pela apreensão perceptiva) e discursiva;
- Construção geométrica é o resultado da conexão entre as apreensões discursiva e sequencial – especialmente requisitada em atividades dessa natureza, de construção geométrica, também requer a apreensão perceptiva.

Isso, é importante, pois dependendo do problema, a articulação, principalmente, entre dois ou mais tipos de apreensão pode ser requerida na sua resolução. Destaca-se ainda que a apreensão perceptiva tem uma grande importância, pois a ela todas as outras percepções são subordinadas. Sobre essa perspectiva, destacam Moretti e Brandt (2021, p. 64) “[...] evidentemente também na educação dos tipos de olhares e na desconstrução dimensional das formas. Ela é origem de fenômenos que permitem compreender certas dificuldades de aprendizagem em geometria e em diversos tipos de estudo relacionados ao olhar.”

A apreensão perceptiva comanda as outras apreensões: discursiva, operatória, sequencial, bem como os olhares icônicos, não icônicos e o ato de desconstrução dimensional da figura geométrica, reconhecendo nela as unidades de dimensões menores que compõem o todo. É esta percepção que permite compreender as mudanças e todos os elementos que se juntam para formar a figura ou resolver uma situação problema de geometria que envolve figura e uma descrição sobre a ela.

As conexões entre as apreensões, esse aguçar o olhar em geometria, precisa ser ensinado, para que as crianças e professores possam reconhecer mudanças e elementos que superam o primeiro momento de olhar o todo e reconhecer as partes. Também, possam identificar elementos para descrever ou resolver uma proposta apresentada de geometria, que une o discurso e a forma geométrica apresentada, que permite acrescentar, marcar, traçar, juntar a figura (pontos, segmentos de retas...) reconstruir ou desconstruir em partes. A partir da apreensão perceptiva, que comanda tudo e dessa forma se reconhecem as mudanças de dimensões, é possível passar dos olhares mais simples para os mais elaborados oriundos de medidas. Assim, a apreensão perceptiva designa o primeiro olhar até a identificação de elementos, como exemplo: o vértice que se forma do encontro de duas semirretas, ou seja, o

ponto “B” marcado abaixo na figura 22 ou o ponto “A”, vértice do triângulo formado pelas semirretas a e b na figura 23.

Figura 22

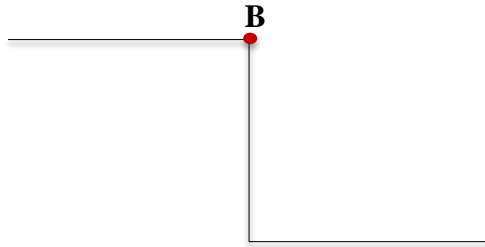
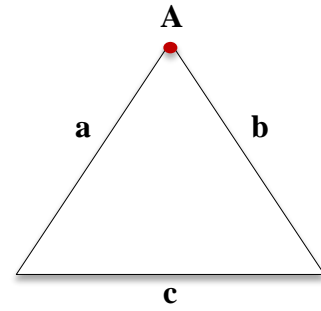


Figura 23



Fonte: A autora

CAPÍTULO 3 – ORGANIZAR A PESQUISA

“A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la.” (Johannes Kepler)

Este capítulo teve como objetivo evidenciar a metodologia utilizada para análise a partir dos desenhos feitos por crianças em processo de alfabetização, possíveis representações geométricas associadas à imagens, palavras e objetos que fazem parte do cotidiano dela;

Os pressupostos teóricos para análise dos dados estão nos fundamentos de Bardin. A pesquisa é do tipo bibliográfica e o referencial teórico estão fundamentados na Teoria de Raymond Duval, sobre a geometria para o desenvolvimento do pensamento geométrico e pesquisa documental para analisar as ilustrações feitas por crianças num livro, o qual foi publicado e produzido pela autora, com o título “Há geometria em todo lugar?” (Carvalho, 2019), quando o livro foi pensado e produzido não tinha a intenção de ser utilizado posteriormente como objeto de pesquisa.

No entanto, tornou-se objeto de análise dessa pesquisa, devido aos resultados alcançados com o trabalho em sala de aula, os dados organizados em categorias de acordo com Laurence Bardin (2009, p. 95 e 101), respeitando as fases da análise de conteúdo, ou seja, pré-análise que organiza os dados, exploração do material e descrição analítica que correspondem a administração sistemática das decisões tomadas. E tratamento dos resultados, inferência e interpretação que articulam os dados e a análise como resultado, dessa maneira torna-se possível analisar todas as informações ordenadamente.

Essa forma de pesquisar possibilitou uma análise qualitativa das ilustrações das crianças e sua classificação por categorias de acordo com o referencial teórico de Raymond Duval no tocante à geometria em específico ao desenvolvimento das apreensões, olhares e possíveis reconhecimentos das partes que compõe uma figura ou forma com o ato de desconstrução dimensional.

Por meio de uma experiência acadêmica estudantes do terceiro ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais, dos quais a maioria deles estudaram na mesma turma deste o primeiro ano e junto com a professora autora dessa pesquisa produziram um livro, constituído de desenhos que eram relativos a pesquisas que desenvolviam num projeto interdisciplinar na escola. Esses desenhos foram analisados em relação aos objetos geométricos e suas representações reconhecidas nas vivências dos estudantes envolvidos no projeto. Neste livro foram descritos os conceitos abstratos de geometria em forma de poesia, essa poesia encontra-

se descrita em partes, no capítulo 4, conforme vai sendo apresentado a análise das ilustrações referente as páginas do livro utilizado com os desenhos das crianças, estabeleceu algumas comparações com situações encontradas no dia a dia e o referencial teórico utilizado nesta dissertação.

As paisagens reproduzidas pelas crianças envolveram elementos da natureza, inclusive plantas que estavam sendo pesquisadas na ocasião do desenvolvimento de um projeto em sala de aula. Essas crianças, numa proposta de caráter inclusivo e desafiador, foram divididas em duplas para ilustrarem as páginas do livro. Cada dupla fez um desenho e todos foram utilizados no livro e mesmo sem ter sido produzido com a finalidade de tornar-se objeto de pesquisa, mesmo sem os conhecimentos de todos os conceitos envolvidos em cada página do livro, as ilustrações foram utilizadas para análise desta pesquisa. Esse livro foi idealizado para auxiliar professores que trabalham nos Anos Iniciais e que muitas vezes não possuem formação específica em matemática.

A diversidade de metodologias para trabalhar em sala de aula proporciona dinamismo, abrange conteúdos e disciplinas diversas, a natureza demonstrada em algumas plantas e nas paisagens naturais e culturais da geografia trazem nas páginas do livro as formas que lembram figuras geométricas. Com isso o livro idealizado e ilustrado pelas crianças que aos poucos foram compreendendo algumas relações figura/discurso.

Para tanto, a metodologia que inclua múltiplas abordagens precisa partir de problemas que se aproximem da realidade cotidiana, com intuito de que o aluno possa ser instrumentalizado para resolver com criticidade as situações relevantes e significativas que se apresentam diariamente em sua vida, e ir além, procurar investigar problemas que permitam a produção do conhecimento para que tornem os alunos competentes e criativos. (TORRES; BEHRENS apud BEHRENS, p. 13, 2015)

O projeto interdisciplinar que originou o livro “Há geometria em todo lugar?” (Carvalho, 2019) com as imagens que subsidiaram as análises dessa pesquisa surgiu da necessidade de envolver todas as crianças no processo de aprendizagem, mesmo elas provenientes de realidades sociais e econômicas diferentes. É um desafio aos professores para não simplesmente transferir conhecimentos, mas proceder de maneira em que sejam promovidos os conhecimentos a todos os estudantes. Por isso, a ideia de desenvolver projetos para alcançar os objetivos respeitar as diferenças de cada um na tentativa de quantificar as pessoas mais comprometidas com a realidade social em que estão inseridos e protagonistas na construção do seu conhecimento.

Esses desenhos realizados pelas crianças como parte do projeto desenvolvido em sala de aula deveriam retratar a natureza e envolver a geometria. A diversidade de recursos utilizados durante a realização de práticas compreendeu diferentes gêneros textuais, sendo uma poesia o recurso utilizado para a base das ilustrações das crianças que se tornou o objeto de pesquisa desta dissertação. Os quais foram analisadas segundo o referencial teórico adotado, ou seja, as ideias de Duval em relação à aprendizagem da geometria. Os desenhos constituíram os dados que foram tabulados em relação aos diferentes olhares, às diferentes apreensões e o reconhecimento das partes como uma ação de desconstrução dimensional.

Utilizou-se como base para organizar os dados, elementos de um quadro elaborado por Carine Scheifer (2017) em sua pesquisa com o título “Design metodológico para análise de atividades de geometria segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica”, o qual foi adaptado de acordo com as informações necessárias para a presente pesquisa e possibilitou registrar de acordo com as observações nas ilustrações feitas pelas crianças a relação com a teoria usada no referencial, no que se refere a geometria.

A análise foi conduzida por categorias a priori, buscou-se identificar os elementos geométricos nas ilustrações do livro, os quais foram contemplados pelas crianças e subsidiados de acordo com a Teoria da Representação Semiótica para ajudar no ensino e aprendizagem da geometria no processo de alfabetização. Segue no quadro 9 a forma original elaborada por Scheifer (2017), do qual foi utilizado somente alguns itens que correspondem aos critérios necessários para a presente pesquisa, como base para as análises dos dados coletados nas ilustrações das crianças.

No capítulo 4 que corresponde as análises, foram utilizadas todas as ilustrações do livro “Há geometria em todo lugar?”, e como em muitas destas ilustrações se repetem alguns elementos com as mesmas características, procurou-se não repetir todos os detalhes em cada desenho de uma nova subseção, mas destacar alguns elementos para contribuir com o “ver” geometricamente algumas representações associadas a Teoria de Duval que possibilitam destacar pontos geométricos representados pelas crianças autoras.

Essa articulação entre a teoria e as representações pode contribuir com o desenvolvimento do pensamento geométrico nos Anos Iniciais ao enquadrar em alguns indicadores selecionados nas Categorias para Análise Cognitiva elaborado em 2017 por Scheifer, mas que podem ajudar professores a compreender de modo mais significativo esse eixo da matemática.

Quadro 9: Categorias para Análise Cognitiva elaborado por Carine Scheifer (2017)

Indicador da atividade cognitiva	Índices	Descrição
1 – Nível escolar	Ensino Fundamental – Anos Iniciais	Exemplos de questões da Prova Brasil de 6º, 9º do ensino fundamental e 3º do ensino médio que contemplam conteúdos de Geometria
	Ensino Fundamental – Anos Finais	
	Ensino Médio	
2 – Configuração global (variáveis qualitativas)	Representação nD/mD.	“Numerador”: espaço referente ao objeto matemático. “Denominador”: espaço no qual as representações são produzidas. (Objeto/Figura). Ex: Uma trajetória representada no plano do papel – 1D/2D. A Representação de um paralelepípedo no plano do papel – 3D/2D.
	Desconstrução Dimensional	
3 - Evolução dos olhares	Olhar icônico	Botanista – reconhecer o contorno das formas.
		Agrimensor – propriedades são as mobilizadas para fins de medidas.
	Olhar não icônico	Construtor – se forma no uso de instrumentos.
		Inventor – opera sobre a figura e a modifica.
4 – Apreensão dos registros figurais	Perceptiva	Na qual se operam o reconhecimento das diferentes unidades figurais que são discerníveis em uma figura dada.
	Operatória	Na qual se operam modificações na figura do tipo: Mereológica (modifica uma figura sem modificar sua dimensão), ótica (ver em profundidade ou em perspectiva) e posicional (deslocamento em relação a um referencial).
	Discursiva	Na qual se opera a coordenação entre figura e discurso.
	Sequencial	Solicitada em atividades de construção ou em atividades de descrição.
5 – Articulação das apreensões requerida na resolução	Figura geométrica	Articulação entre as apreensões perceptiva e discursiva.
	Visualização	Articulação entre as apreensões perceptiva e operatória.
	Heurística e demonstração	Articulação entre as apreensões perceptiva, operatória e discursiva.
	Construção	Articulação entre as apreensões perceptiva, discursiva e sequencial.
6 – Tipo de registro...	... do enunciado	Figural, natural, numérico ou algébrico.
	... necessário para resolução do problema	
7 – Tratamento matemático	Necessidade ou não de tratamento matemático requerido além dos tratamentos figurais.	

Fonte: Organizado a partir de Duval (2004,2005,2011) apud Scheifer (2017)

CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DOS DADOS

“O desenho é a geometria dos olhos, a música é a geometria dos ouvidos.” (Jean Caritat)

4.1 CADA ILUSTRAÇÃO UM NOVO ENCANTAMENTO

Este capítulo tem como objetivo explicitar nos desenhos produzidos por crianças no livro “Há geometria em todo lugar? “os olhares e as apreensões de acordo com a teoria de Raymond Duval. Como nem todos os conceitos fazem parte dos conteúdos trabalhados nos anos iniciais do ensino fundamental, houve necessidade de uma leitura de toda a poesia pelas crianças, depois por partes para compreensão de cada conceito citado e associações com representações semelhantes encontradas no meio social.

Numa roda de conversa dirigida, professora e estudantes, antes de escolherem o que cada dupla iria ilustrar, foram discutidas as partes da poesia, pois algumas páginas eram específicas de um determinado conceito descrito na poesia sobre geometria. As crianças envolvidas na proposta como um todo e conforme a compreensão de cada parte da poesia, as opiniões e conversas contribuíram para o resultado final, as trocas com os colegas durante a proposta ajudaram a compreender alguns conceitos e foram estabelecidas associações a partir de exemplos e com situações por elas vivenciadas. A cada um dos objetos e figuras lembrados foi estabelecida relações com as figuras geométricas e os elementos figurais citados na poesia de modo coletivo.

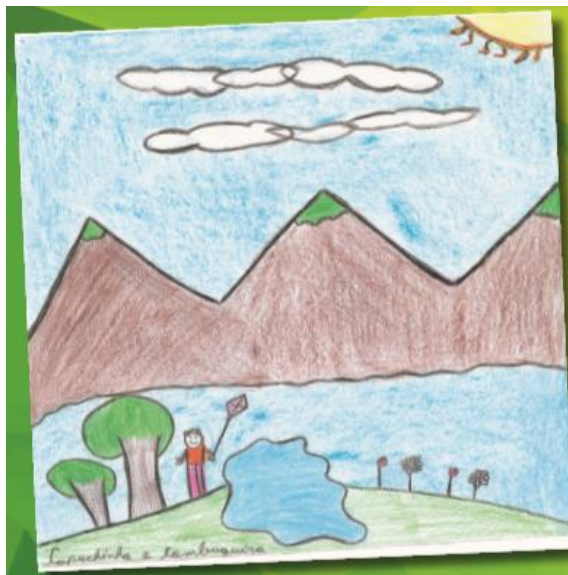
A curiosidade das crianças em cada etapa do projeto despertava possibilidades e desafios, por isso nos desenhos além das relações com a geometria foi preciso retratar as plantas descobertas com as pesquisas, o que permitiu desenhos com paisagens diferentes, muita criatividade e formas diversificadas das partes que compõe o todo, as crianças representaram o texto do livro e envolveram os conceitos geométricos em suas ilustrações.

Os desenhos retratam de diferentes maneiras as diversas unidades figurais que compõem a figura, e com imaginação que é própria das crianças em processo de alfabetização, foi que cada traço permitiu paisagens com formas geométricas composta por dimensões variadas, articulação entre apreensões e algumas modificações.

Nos subitens que seguem neste capítulo serão apresentados os desenhos produzidos pelas crianças, estes desenhos são ilustrações de um livro de Carvalho (2019) e as análises dos mesmo de acordo com a adaptação do quadro 9 elaborado por Scheifer (2017).

4.1.1 Toda a geometria em perfeita harmonia

Figura 24



Fonte: Carvalho (2019, p. 3)

Neste caso como foi solicitado para a realização da atividade um desenho de uma paisagem que envolvesse a natureza e plantas estudadas, contendo nele representações que lembram figuras e formas geométricas (linhas, figuras planas e figuras espaciais). O desenho contemplou o que foi solicitado, de acordo com a faixa etária que se encontram, ou seja, 8 anos, crianças do 3º ano do Ensino fundamental Anos Iniciais.

Quadro 10 – Aspectos contemplados na figura 24

OLHAR	Botanista e agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva e operatória (com modificação ótica)
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Visualização
ENUNCIADO:	Solicitação verbal
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESTRUTURAÇÃO DIMENSIONAL	3D – 2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Quadro adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Nesta ilustração notam-se os olhares icônicos envolve-se o olhar botanista, na qual a criança já consegue estabelecer e expressar elementos geométricos no desenho, com contornos das formas definidos, as nuvens são representadas por linhas curvas fechadas, forma geométrica

côncava, a pipa representa um quadrilátero onde contempla-se as diagonais e a posição entre duas retas que se cruzam.

Nota-se no desenho o olhar agrimensor, pois as crianças conseguem quase representar em escala, conseguem diferenciar tamanhos conforme o real, elementos da natureza em escala menor na proporção do desenho, é harmônico e proporcional.

O desenho contempla formas geométricas mesmo sem o conhecimento prévio do conteúdo, as crianças retrataram no cume da montanha um vértice que formou um ângulo no encontro de duas arestas.

O sol representado com linhas em diferentes posições.

As apreensões que se definem no desenho são: a perceptiva, que destaca as formas/figuras e operatória com a combinação de figuras discriminadas em tamanhos diferentes, com modificação ótica, também enfatiza a profundidade em relação ao desenho e as montanhas distantes na paisagem.

As crianças conseguem dar uma ilusão de terceira dimensão em seu desenho, pensam numa ótica espacial e conseguem colocar no plano este pensamento, retratam um ponto de fuga, mesmo sem saber que fazem esta relação.

Quanto à questão de visualização, não há necessidade de conhecimentos matemáticos prévios e sim, dos olhares icônicos e não icônicos.

Os tipos de registros utilizados, Enunciado e Solicitação verbal, foram solicitados anteriormente, para que as crianças realizassem o registro de um desenho com sua resolução figural.

No que se refere a configuração global pode-se observar dois aspectos importantes: a dimensão 2D à 0D objeto/figura ao apresentar nos desenhos de dimensão dois (2D) (nuvem, lago, árvore...), desconstrução dimensional com retas (sol, tronco, montanhas...). E de 3D à 0D limitando o desenho com ideia de distanciamento, profundidade.

Dessa forma, percebe-se que as crianças conseguem utilizar elementos de diferentes dimensões no desenho, no qual as figuras limitadas por linhas definem formas fechadas, ou seja, formando figuras como árvore, pipa, blusa, lago, entre outras.

4.1.2 A “cerca” que representa formas ou acerca da geometria

Foi solicitado verbalmente para representar nesta ilustração uma paisagem contendo elementos da natureza, envolver plantas e formas geométricas.

Figura 25



Fonte: Carvalho (2019, p.1)

Quadro 11 – Aspectos contemplados na figura 25

OLHAR	Botanista e Agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva e Operatória
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Visualização
ENUNCIADO:	Solicitação verbal
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

O desenho dessa criança demonstra características do olhar Botanista, esse olhar pertence a um grupo mais simples de acordo com Moretti (2013) ao citar Duval que classifica os olhares como:

- **Ícônicos – Botanista e Agrimensor**, sendo olhares mais simples que permitem reconhecer os contornos que definem cada forma e consegue retratar no desenho medidas e distancias no plano do papel, sem a necessidade de utilizar instrumentos de medidas.

- **Não icônicos – Construtor e Inventor**, estes olhares utilizam medidas, instrumentos precisos com unidades de medidas, complementa com traços a figura ou modifica para encontrar solução.

O olhar botanista que pertence ao grupo dos olhares icônicos, é por meio desse olhar inicial que a criança será estimulada a desenvolver o pensamento geométrico, podendo compreender melhor quando estiver diante dos conceitos que envolvem os olhares não icônicos. Corroborando Moretti (2013, p. 293) “...aprender a olhar em geometria é aprender a fazer os

olhares deste percurso.” A criança compreende as formas espaciais quando é estimulada no trabalho com o olhar icônico e sem deixar de estabelecer relações com os olhares não icônicos mesmo sem apropriar-se deste conhecimento.

No desenho os pássaros representados por traços, e esses segmentos de retas se encontram num ponto, identificado como vértice que formam um ângulo qualquer, o sol emite raios os quais formam segmentos de reta, as nuvens linhas fechadas e onduladas. A cerca ao lado da casa e mesmo a casa, caracterizam formas geométricas planas, as flores têm formatos diferentes e os caules são segmentos de retas em posições diferentes.

A apreensão perceptiva no desenho deixa transparecer nas formas e figuras, a composição ao utilizar diferentes unidades figurais menores, mesmo sem a criança conhecer propriedades e definições. Ela consegue estabelecer conexões harmônicas no todo, permite-se a visualização definida de cada parte do desenho, sem necessidade de conhecimento geométrico prévio para realizar a ilustração.

A configuração global retrata figuras com dimensão dois (2D) como casa, as madeiras da cerca, árvore, borboleta. Com dimensão um (1D) como a combinação das retas nas plantas, sol e céu. A dimensão zero (0D) no ponto de encontro dos segmentos de reta. A desconstrução dimensional de 2D a 0D apresentando as retas dos galhos, das andorinhas, do sol.

A criança consegue definir no desenho o limite que caracteriza cada elemento que compõe o desenho, as linhas mistas que fechadas definem a árvore, a borboleta, a joaninha, o brilho colorido formado por um ponto por onde passam muitos segmentos de reta, linhas coloridas no céu da paisagem.

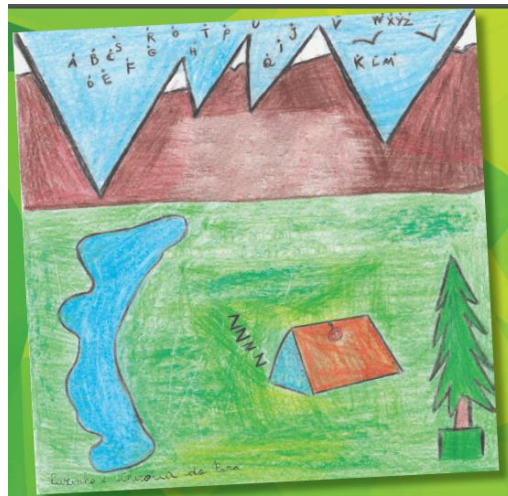
4.1.3 Repousar na geometria da natureza

A proposta foi fazer uma ilustração e nela retratar a natureza, também contemplar alguma coisa que remetesse a conceitos geométricos, que foram elencados no texto, que compõe a página específica deste desenho, no livro utilizado para análise desta pesquisa, fazendo algumas associações entre imagem e discurso nas representações. Contudo, mesmo tendo sido feito a leitura geral, a roda de conversa, a dupla que escolheu a página do livro para ilustrar, fez a leitura novamente, conversaram entre eles, planejaram o desenho e a pintura. Não foi um trabalho realizado num dia somente, teve as retomadas no desenho, conversa sobre o porquê ser dessa forma, melhorar a pintura, refazer contornos para valorizar a ilustração e trabalhar o todo.

Nesta página do livro está escrito a seguinte parte da poesia:

“Um ponto é sempre um ponto
 Qualquer marca num lugar
 Um ponto é uma representação
 Ele é adimensional
 Pois não possui dimensão.
 O ponto recebe um nome
 Uma letra maiúscula do alfabeto
 Ponto A, Ponto B ou Ponto C
 Que será que vão fazer?
 Interessante ver o que vai acontecer...” (CARVALHO, 2019, p. 8)

Figura 26



Fonte: Carvalho (2019, p. 8)

Quadro 12 – Aspectos contemplados na figura 26

OLHAR	Botanista e agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva, operatória (com modificação ótica) e discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Heurística e demonstração
ENUNCIADO:	Solicitação verbal e com suporte escrito
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	3D – 2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	3D – 2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Ponto

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

As crianças apesar de não terem conhecimentos mais aprofundados sobre os elementos figurais, conseguem representar nos desenhos características geométricas nas formas e figuras representadas. Deixando perceptível algumas semelhanças e diferenças no contexto do desenho o que pode fazer a diferença quando esses estudantes estiverem diante de novos conhecimentos.

Não há nenhum tipo de propriedade, medida ou relação que precisa ser reconhecida em atividades que requerem este tipo de olhar; basta apenas observar semelhanças e diferenças sem, no entanto, quantificá-las ou estabelecer relações métricas entre elas. No entanto, as qualidades requeridas neste olhar preparam os alunos para os demais olhares. (MORETTI; BRANDT, 2015, P. 606)

Diante disso, uma criança sem mesmo ter conhecimentos prévios consegue fazer representações, estabelecer semelhanças e diferenças e destacar formas de acordo com solicitações verbais ou escritas.

Na ilustração o contorno definido das formas, os segmentos de reta formam ângulos que compõem as montanhas, o limite da pintura forma uma figura geométrica de três lados, o lago é contornado por uma linha ondulada e fechada, as retas que dão a ideia de que alguém se encontra na barraca e dormindo, lembram a letra “Z” composta por duas paralelas e uma diagonal unindo as pontas internas opostas.

Ao desenhar a barraca representaram a distância no plano, ou seja, conseguiram identificar a dimensão três (3D) e colocar no plano, representar em escala e diferenciar tamanhos, fizeram uma ilustração harmônica e proporcional.

As estrelas representadas por pontos e de acordo com a leitura nominaram os pontos por letras maiúsculas do alfabeto, conforme a compreensão da leitura, sem relações mais aprofundadas do conteúdo.

No desenho destacam-se três apreensões: a perceptiva, com pontos, retas, formas e figuras. A operatória com destaque das dimensões, tamanhos e com modificação ótica por distanciar os elementos com caráter de profundidade. A apreensão discursiva, pois, obedece a orientações descritas o que faz aparecer elementos não comuns num desenho qualquer, como a representação das estrelas por pontos nominados. As conexões entre as apreensões, heurísticas e demonstração, é possível ao observar na resolução figural aspectos a partir do texto que acompanha o desenho.

As apreensões articuladas na resolução da atividade proposta sem conhecimentos prévios matemáticos, somente com a descrição, contemplam as diferentes unidades figurais, a diferença de plano e atenção ao discurso que acompanha a atividade foram contemplados pela criança no desenho.

O enunciado é verbal como os demais, porém com uma proposta escrita de alguns conceitos geométricos sobre o “ponto” nesta página do livro, para acrescentar no desenho. A resolução é figural para compor a ilustração do livro.

As dimensões e desconstruções definidas por linhas que limitam as figuras e formas, que compreendem a dimensão três (3D) como na barraca; dimensão dois (2D) no cume das

montanhas, no pinheiro, no lago; dimensão um (1D) nos pássaros e letras e dimensão zero (0D) nas estrelas.

4.1.4 Incluir as diferenças com a geometria

Esta ilustração foi a mesma proposta com o diferencial de representar de alguma forma a linha no desenho, que teria que contemplar algo relacionado com a estrofe da poesia da página e uma das crianças dessa dupla é incluída, com pautas autistas, déficit de atenção e hiperatividade. O trabalho foi bem desenvolvido e claro que atendeu à solicitação escrita com pequenas linhas nominadas com letras minúsculas do alfabeto compondo a paisagem, partes dos desenhos foram feitos pela criança incluída e parte da pintura.

O trabalho ficou harmônico, havia vínculo afetivo entre eles, cada um fazia algo e passava para o outro, não teve muito diálogo, porém cada um foi acrescentando alguma coisa e o resultado final ficou bom, foi feito por partes para chegar ao todo. O desenho apresenta características geométricas solicitadas indo ao encontro com o que Duval (2011) coloca que são os traços ou as regularidades de variação que identificam formas ou figuras geométricas que podem ser representados em imagens, desenhos, esquemas e são caracterizadas pelas propriedades definidas. Assim como “...para ver matematicamente uma figura ou um desenho é preciso mudar o olhar sem que a representação visual no papel ou no monitor seja modificada.” (DUVAL, 2011, p. 86)

A parte da poesia do livro “Há geometria em todo lugar?” que inspirou o desenho foi:

“Uma fila organizada
Um ponto de cada vez
Bem juntinhos vão fazer
Uma linha aparecer
Isso sim que é sucessão contínua!
Linha tem uma dimensão
O famoso comprimento
E para ser diferente do ponto
É representada também por uma letra
Só que minúscula do alfabeto.” (CARVALHO, 2019, p. 9)

Figura 27



Fonte: Carvalho (2019, p. 9)

Quadro 13 – Aspectos contemplados na figura 27

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva e discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Figura geométrica
ENUNCIADO:	Solicitação verbal e com suporte escrito
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DECONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Linha

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

No desenho dessas crianças pode-se perceber os contornos que definem cada forma geométrica ou figura representada, características que expressam o olhar Botanista. Conforme corrobora Moretti e Brandt (2015) “Não há nenhum tipo de propriedade, medida ou relação que precisa ser reconhecida em atividades que requerem este tipo de olhar;” as características apresentadas definem as formas sem necessidade de medidas precisas ou preestabelecidas para que o desenho tenha sentido, desenvolver esse olhar contribui para formar os demais olhares, esse aprender a olhar, de acordo com Raymond Duval.

As nuvens com formas geométricas, as diversas linhas distribuídas no desenho como os raios do sol formado por linhas mistas, as linhas nominadas que demonstram o movimento das borboletas, as linhas nos galhos das flores e as linhas fechadas diferentes que formam as árvores. No desenho são contempladas formas geométricas mesmo sem o conhecimento prévio do conteúdo, as crianças conseguiram retratar linhas com dimensão um (1D) e com formas diferentes, incluindo denominação para algumas linhas.

Quanto a questão de figura geométrica na conexão das apreensões perceptiva e discursiva, conforme Duval (2012^a) a figura imediata, automática e a controlada possibilitando a interpretação discursiva de elementos figurais em cada forma. Considera-se tudo que pretende ser identificado com as características do conhecimento geométrico sobre a linha, ou seja, vincular o desenho ao discurso contido nesta página do livro analisado, envolver o conteúdo sobre a linha em geometria.

O registro foi solicitado de modo verbal com algumas solicitações específicas por escrito, sendo pedido para as crianças fazerem um registro em forma de um desenho, ou seja, o a resolução da proposta é figural.

No que se refere a configuração global, dimensão 2D à 0D objeto/figura apresenta-se desenhos com duas dimensões como nuvens, árvores, menina, flores, borboletas e sol. E desconstrução dimensional com linhas mistas como no sol, retas no movimento das borboletas e pinheiro, de dimensões 2D à 0D organiza-se as partes do desenho.

Assim como traz Gomes (2008, p. 29) que é “importante observar que a proximidade e a semelhança são dois fatores que muitas vezes agem e reforçam-se mutuamente, tanto para formar unidades como para unificar a forma”. As crianças conseguiram retratar as unidades de dimensão menores e representar formas semelhantes e próximas da realidade. E isso Duval (2011) traz em seus estudos, muitas relações com as leis da Gestalt, relações de percepção visual, na qual pode-se observar cada figura que compõe o todo ou cada uma separada na imagem. E que mesmo sendo feito separado as partes como a menina, o sol, as borboletas... a proximidade permite contemplar o todo e associar ao discurso que acompanha a imagem.

O desenho apresenta formas delimitadas por linhas fechadas configurando as figuras que compõem o desenho, como a saia, a folha da flor, as asas da borboleta...

4.1.5 Ver o dia nas linhas da geometria

Com a mesma proposta das páginas anteriores, as crianças teriam que retratar uma paisagem envolvendo a natureza e aspectos geométricos que podem ser observados em representações, na visão da criança que ouve, lê e representa à sua maneira de olhar.

Conforme Duval (2011, p. 84), o desenho com representações geométricas tem características que permite descrever as figuras ou formas que pode-se “ver” de acordo com: o valor intuitivo conforme a expressão familiar e um reconhecimento quase imediato dos objetos que elas apresentam como imagens desenhadas. Essas características foram utilizadas pelas crianças na construção de cada ilustração do livro.

Figura 28



Fonte: Carvalho (2019, p. 10)

“Opa! Umas são divertidas
 E parecem até tremer
 Com algum diferencial
 Ondulada, sinuosa, curva e reta também têm,
 E ainda tem aquelas que são mista e nunca igual.
 Que mistura animada
 Uma, duas ou até mais
 Linhas simples ou compostas
 Esticadas, enroladas, enlaçadas,
 Abertas ou fechadas.” (CARVALHO, 2019, p. 10)

O desenho contempla a relação entre imagem e discurso, esse associar os elementos é o que Duval (2011, p. 85) descreve como “ver”, poder perceber as partes, com suas características e respectivas dimensões, no todo da composição feita. Na imagem pode-se “ver” o discurso nas diferentes linhas conforme descrito no texto desta página, relacionados a imagem que as crianças retrataram.

Quadro 14 – Aspectos contemplados na figura 28

OLHAR	Botanista e agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva, operatória e discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Heurística
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	3D – 2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	3D – 2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Linhas simples ou compostas

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Os olhares botanista e agrimensor nas formas e contornos das figuras que compõem o desenho, bem como na distribuição dos desenhos maiores e menores retratam a profundidade, isso pode-se perceber na cerca desenhada pelas crianças que segue o mesmo padrão começando maior e diminuindo gradativamente, sem terem esse conhecimento conseguem representar na imagem.

As apreensões permitem que no desenho sejam observadas unidades figurais passando a impressão de elementos de diferentes dimensões de formas geométricas, as cercas diminuindo o tamanho remetem a apreensão operatória com modificação ótica, por meio da qual o discurso que acompanha o desenho remete a diferentes posições e características das linhas descritas.

A configuração global retrata figuras com ideia de três dimensões (3D) como casa, duas dimensões (2D) como a árvore e uma dimensão (1D) nas andorinhas e dimensão zero (0D) no ponto de encontro das retas. A desconstrução dimensional de 3D a 0D apresenta-se nas retas da casa, de 2D a 0D na cerca, são representações acompanhadas de um discurso que possibilita identificar diferentes linhas abertas ou fechadas.

4.1.6 Nas formas, as retas nem sempre são iguais

Foi sugerido fazer uma paisagem e nela conter elementos da natureza, inclusive plantas e representações que retratassem informações da geometria. Junto com a proposta foi uma parte da poesia descrita a seguir, que destaca alguns aspectos geométricos, ou seja, posições de reta, mesmo sem ter conhecimento sobre esses conceitos abstratos de geometria, interpretaram conforme o seu entendimento.

A parte da poesia que compõe a página do livro “Há geometria em todo lugar?” da figura 29 que segue:

”Agora uma coisa é certa.
Reta é sempre reta
Mas pode mudar de posição
Em pé é vertical
Deitada horizontal
Inclinada para um lado ou para outro
Ela pode ser diagonal”
(CARVALHO, 2019, p. 11)

Figura 29



Fonte: Carvalho (2019, p. 11)

Quadro 15 – Aspectos contemplados na figura 29

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva, operatória com modificação mereológica e discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Heurística e demonstração
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	3D – 2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	3D – 2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Posições de uma reta

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Ao apreciar um desenho que no seu contexto apresenta traços, formas com características geométricas, mesmo o autor sendo uma criança sem conhecimentos prévios sobre geometria, pode-se perceber o olhar Botanista, o qual é definido por Duval (2005) em seus estudos relacionados as condições cognitivas para a aprendizagem da geometria, enfatiza-se a visualização. Esse olhar que permite observar contornos semelhantes de figuras.

Nas apreensões perceptiva e discursiva da ilustração é evidenciado neste caso em que o desenho solicita combinações com algumas descrições específicas para serem contempladas o que Duval descreve:

Não importa qual a figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas e outra controlada que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva de elementos figurais. (2012^a, p. 120,121)

Na liberdade da composição e no discurso sugerido os elementos levam a perceber a posição das retas no desenho. Também a decomposição de uma figura em subfiguras nos detalhes da casa, esse tipo de modificação figural, ou seja, a mereológica, que faz parte da apreensão Operatória, que são possibilidades descritas por Duval (2012^a, p. 127).

Nesta atividade que compõe a ilustração do livro, também é confirmado o que Gomes (2008, p. 22) coloca no que se refere as Leis da Gestalt como Unidades, sendo a casa como objeto composto de várias unidades principais de acordo com a parte da poesia, torna-se o centro da ilustração como um todo, sem deixar de estar em harmonia, categoria conceitual fundamental da Gestalt (2008, p. 42) “[..] disposição formal bem organizada e proporcional no todo ou entre as partes de um todo”, visualmente todo o desenho está integrado e coerente, nesta conexão das apreensões destacadas na resolução da atividade temos a heurística e demonstração, caracterizando o resultado positivo para a proposta.

A dimensão três (3D) na casa fica evidente na lateral e frente, dimensão dois (2D) em algumas flores, nuvens e árvores, a dimensão um (1D) nas linhas retas ou curvas nas figuras que compõem o todo e dimensão zero (0D) no encontro das retas. A desconstrução dimensional é possível perceber ao identificar as unidades figurais que fazem parte do desenho, o telhado da casa é formado por um prisma (3D), a frente da casa, sendo uma das faces do prisma forma um triângulo (2D), esse triângulo é delimitado por três retas (1D) e no encontro de cada reta, ou seja, seu ponto de intersecção forma o vértice (0D).

4.1.7 Infinitas retas e um ponto de cores

A solicitação para elaborar uma paisagem contendo plantas e representação geométricas de acordo com o conceito geométrico que enfatiza-se na parte da poesia descrita na página.

Esta página do livro com a figura 30, tem a estrofe a seguir:

“Agora, quando tem um só ponto...
Por ele passa infinitas retas
Que legal! Espetacular poder imaginar
Aonde cada uma vai parar.”
(CARVALHO, 2019, p. 12)

Figura 30



Fonte: Carvalho (2019, p. 12)

Quadro 16 – Aspectos contemplados na figura 30

OLHAR	Botanista e Agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva, Operatória com modificação ótica e Discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Heurística e demonstração
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	3D – 2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	3D – 2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Retas que interceptam um ponto

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

A criança mesmo sem ter aprendido o conceito básico referente a retas, consegue representar no desenho várias retas interceptando um ponto qualquer, na paisagem por ela construída e traços que evidenciam dimensões diferentes do desenho, como o lago no canto com pessoas pequenas.

Na imagem o brilho dos fogos passa-se a impressão de segmentos de retas, ou seja figuras de dimensão um (1D), com tamanho limitado por um ponto em cada extremidade, dimensão zero (0D). A pequena barraca no gramado, dimensão três (3D), faces retangulares e triangulares, dimensão dois (2D), cada reta que define o lado, dimensão um (1D) e o vértice, o ponto de encontro das retas. Desse modo é possível analisar as diferentes unidades figurais sob o olhar da apreensão perceptiva. Já a apreensão operatória como modificação ótica na pessoa maior que acende os fogos próxima da fogueira e das árvores e com isso o desnível do terreno, coloca-se os outros componentes da imagem distantes e pequenos. Essa modificação ótica a qual Duval (2012^a), apud Scheifer (2017, p. 61) “[...]quando há variação do plano em relação

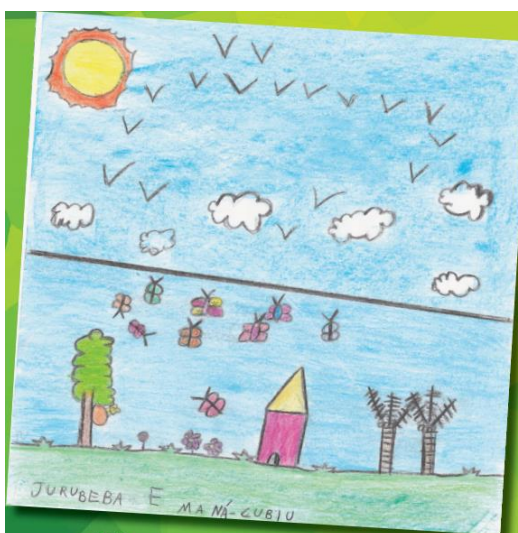
ao plano fronto-paralelo, variando forma e constância e tamanho”, mesmo sem ter essas informações já apresenta as características no desenho.

4.1.8 O começo, o meio e o fim de uma reta que divide a paisagem

A paisagem envolve plantas e uma reta, com isso a imaginação, a criatividade e detalhes que lembram figuras geométricas. Nesta página do livro “Há geometria em todo lugar?” (Carvalho, 2019, p.13) consta abaixo a parte da poesia para a ilustração:

“Mas por dois pontos determinados
Só uma reta, uma única reta pode se formar.
Reta tem uma coisa interessante
Não possui começo e fim.”
(CARVALHO, 2019, p. 13)

Figura 31



Fonte: Carvalho (2019, p. 13)

Quadro 17 - Aspectos contemplados na figura 31

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva e Discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Figura Geométrica
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Dois pontos determinam uma só reta

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Muitas características aparecem em várias ilustrações do livro, então, procura-se não repetir detalhadamente em todos os desenhos, mas destacar pontos das contribuições dos estudos iniciados desde 1970 pelo pesquisador Raymond Duval de acordo com dados da entrevista realizada por Freitas e Rezende (2013, p. 10) esse “ver” geometricamente uma forma qualquer. Comparações que lembram conceitos e formas geométricas e se destacam nas composições feitas pelas crianças, em cada página deste material aqui analisado.

Como a reta que foi traçada no meio da página, dividindo o desenho em duas partes, porém, num mesmo contexto, essa reta toca nas extremidades laterais do papel. O desenho tem vários segmentos de retas para compor outras figuras, como exemplo, os coqueiros compostos de segmentos de retas. A ilustração apresenta outras linhas fechadas que lembram formas geométricas, com contornos arredondados, ou seja, linha curva fechada, que formam o sol, a colmeia e os cocos.

O olhar botanista prevalece na ilustração, nos contornos de formas, as quais apresentam semelhanças com figuras geométricas, há possibilidade de diferenciar um quadrilátero do triângulo, ambas de dimensão dois (2D), diferenciadas na quantidade de elementos figurais de dimensões menores, esse fato é notado na representação feita da casa.

4.1.9 Quantas representações de semirretas nos olhos de crianças

A figura 32 compõe a página do livro acompanhada do seguinte texto:

“Se tiver uma origem, mas não tiver fim,
Ela será semirreta.
Desenhada no papel faz lembrar uma seta.” (CARVALHO, 2019, p. 14)

Figura 32



Fonte: Carvalho (2019, p. 14)

Quadro 18 - Aspectos contemplados na figura 32

OLHAR	Botanista e Agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva, Operatória (com modificação ótica e mereológica) e Discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Heurística e demonstração
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Semirreta

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Nesta etapa de ensino a criança não tem conhecimentos sobre conceitos, teoremas e definições, não domina as nomenclaturas, portanto, ao combinar traços vai compondo figuras que lembram formas geométricas, sem associações precisas, mas pode ser incentivada a diferenciar formas pelas características (corpos redondos de polígonos). Como afirma Duval apud Moretti (2013, p. 294) em suas contribuições “apenas observar semelhanças e diferenças sem, no entanto, quantificá-las ou estabelecer relações métricas entre elas.” Porém, começa a ver e diferenciá-las, perceber dimensões menores, reconhecer o ponto mesmo sem vê-lo, diferenciar linhas, retas e formas.

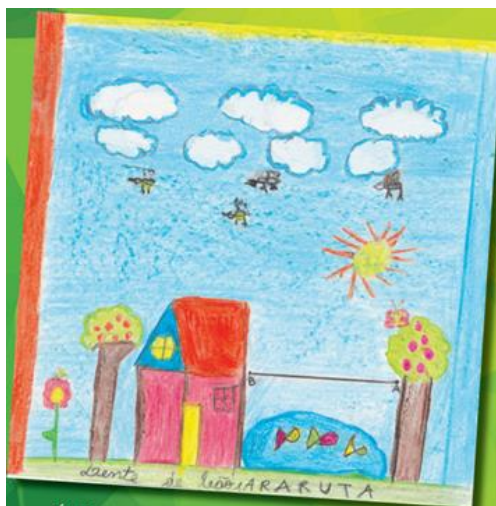
Na ilustração quando as crianças fizeram as janelas da casa utilizaram a apreensão operatória das figuras com modificação heurística, ou seja, que de acordo com Duval (2012a, p. 125) “podemos dividi-la em partes que sejam como várias subfiguras, incluí-la em outra figura de modo que ela se torne uma subfigura: esta modificação é uma modificação mereológica, ela faz em função da relação parte e todo.”

As elevações que separam os desenhos dão ideia de distanciamento, essa modificação ótica se nota pelo tamanho das árvores, linhas traçadas e a mudança de cor em cada parte que compõe o todo.

A semirreta que trata essa parte da poesia foi retratada no desenho em partes diferentes como na placa e a indicação de que a pessoa do desenho tem ligação com a casa. Esses elementos figurais que representam o que trata o discurso demonstram a subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva, isso que Duval (2012a, p. 133) descreve e também coloca a figura como fragmento do discurso teórico.

4.1.10 Segmento de reta pode delimitar uma distância

Figura 33



Fonte: Carvalho (2019, p. 15)

Na página do livro que foi feita essa ilustração é acompanhada do texto que segue abaixo:

“Já um segmento de reta é determinado com começo meio e fim.
Se no ponto A começa e no B ele termina
Veja só, recebe o nome de Segmento.” (CARVALHO, 2019, p. 15)

Quadro 19 - Aspectos contemplados na figura 33

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva e Discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Figura geométrica
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Segmento de reta

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

A atividade elenca conceitos geométricos, mas a criança nesta etapa de ensino não tem conhecimentos específicos sobre eles, porém os desenhos trazem características que levam a preparação para que o estudante possa estabelecer relações sobre conteúdos que envolvem geometria. Os desenhos trazem aspectos do olhar Botanista que é um “olhar qualitativo”, assim é contemplado as diferenças que podem ser observadas na natureza como folhas, frutos, com

semelhanças e diferenças com características geométricas, sem preocupação com medidas, propriedades ou precisão, mas que dão suporte para o estudante se apropriar dos demais olhares. (DUVAL, 2005, apud MORETTI, 2013, p. 294).

O desenvolvimento do olhar em geometria refere-se a um conjunto de elementos denominada “Semiosfera da Aprendizagem em Geometria”, ou seja, o que Moretti (2013, p. 296) denomina como sendo, “A semiosfera do olhar é um lugar de criação para desenvolver atividades que visam a aprendizagem da geometria.” Diversas atividades podem contribuir na formação desses olhares, preparando para compreensão e discriminação visual.

4.1.11 Paralelas que se formam na fumaça da imaginação

A criança fez sozinha o desenho a seguir da figura 34, começou a realizar a atividade com um colega, porém não conseguiram desenvolver juntos a ilustração, muita incompatibilidade de opiniões, então como as duplas estavam desenvolvendo bem o trabalho das demais ilustrações, não houve possibilidade de formar novas duplas para está proposta. Ela acabou assumindo o desenho sozinha.

Nesta página do livro “Há geometria em todo lugar?” tem a seguinte descrição:

“Duas retas frente a frente como em ordem de batalha
São paralelas e não se cruzam
Seguem em frente e sempre rente.” (CARVALHO, 2019, p. 16)

Figura 34



Fonte: Carvalho (2019, p. 16)

Quadro 20 - Aspectos contemplados na figura 34

OLHAR	Botanista e Agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva, Operatória (com modificações mereológica e ótica) e Discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Heurística e demonstração
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	3D – 2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	3D – 2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Paralelas

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Na imagem é visível o olhar Botanista, mas revela aspectos do olhar Agrimensor em desenvolvimento, mesmo sem a criança ter conhecimento de escalas, proporção ou amplitude, que se utiliza em questões matemáticas no que se refere a espaço e forma, consegue representar diferentes dimensões e distâncias. São olhares icônicos, mais simples que não exigem precisão e medidas.

Esses dois olhares que de acordo com Moretti (2013, p. 293-294) é “[...] aprender a olhar em geometria é aprender a fazer os olhares deste percurso” reconhecer formas semelhantes a figuras geométricas, distribuídas em escala na representação. Esses olhares devem ser compreendidos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em concordância com o que cita a BNCC (2017, p. 271) referente a Geometria, abrangendo conceitos e procedimentos interdisciplinares para soluções de situações problemas reais e “assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos.” Esse pensamento facilitará novas aprendizagens significativas, como construir representações de espaços estimar distâncias.

A modificação ótica do tipo anamorfose, segundo Semmer et. al. apud Scheifer (2017, p. 61) “trata-se de uma representação semiótica em perspectiva”, pois apresenta distorção no desenho, em relação ao que corresponde ao ponto de vista de quem contempla a ilustração.

4.1.12 Onde estão os pontos de interseção?

A figura 35 corresponde a ilustração que acompanha o seguinte conceito:

“Concorrentes tem um ponto de interseção
Parecem duas agulhas tricotando um casacão.”
(CARVALHO, 2019, p. 17)

Figura 35



Fonte: Carvalho (2019, p. 17)

Quadro 21 - Aspectos contemplados na figura 35

OLHAR	Botanista e Agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva, Operatório como modificações mereológicas e óticas) e Discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Heurística e demonstração
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Retas Concorrentes

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Apesar da imaginação e criatividade permitirem que na mesma paisagem tivesse o real e a fantasia, pois o desenho mistura coisas encontradas na paisagem normal e objetos fora de um contexto real (agulhas tecendo entre árvores uma rede ou agulhas soltas tricotando uma blusa), isso para demonstrar as retas que se cruzam num ponto de interseção. Na ilustração foi apresentado a natureza e aspectos geométricos conforme foi solicitado e em consonância com a parte da poesia da página ilustrada.

Esse “ver uma figura é reconhecer imeditamente as formas, isto é, os contornos fechados justapostos, superpostos, separados.” (DUVAL, 2011, p. 85). Diante disso, é possível ver as formas, os contornos, as dimensões e distância de cada figura que compõe partes do todo.

Nas conexões de apreensões o tratamento matemático da proposta foi desenvolvido, na representação muda-se o olhar é possível ver matematicamente o conceito de retas concorrentes, representado no olhar de criança.

4.1.13 Ângulo reto no céu estrelado

A ilustração é acompanhada do texto que segue abaixo:

“Sempre tem um caso particular
Aqui não é diferente
Perpendiculares formam quatro ângulos retos
Quanta perfeição, minha gente!!!”
(CARVALHO, 2019, p. 18)

Figura 36



Fonte: Carvalho (2019, p. 18)

Quadro 22 - Aspectos contemplados na figura 36

OLHAR	Botanista e Agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva, Operatória com modificações ótica e Discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Heurística e demonstração
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESTRUTURAÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Ângulo reto

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Conforme contribuição de Scheifer (2017, p. 50) “Em relação a Geometria a aprendizagem não está nos conceitos, como se propõe nas escolas, mas sim na coordenação entre os tratamentos figurais e discursivos.” Na compreensão dos elementos que compõe as figuras ou formas. É possível perceber nas diversas posições das estrelas, que traçam segmentos

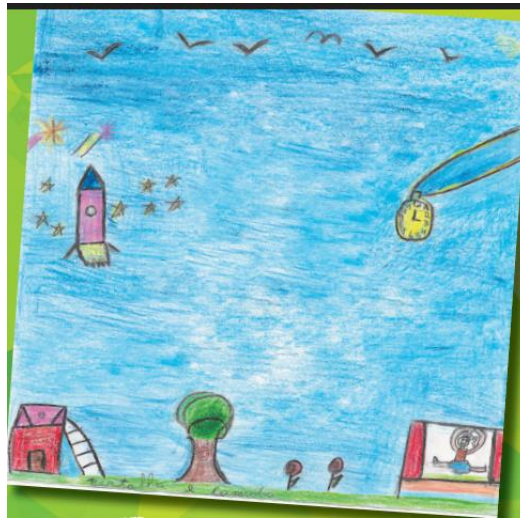
de retas, que as crianças foram brincando pelo céu e formando ângulos retos, não há nenhum conceito formal demonstrado no desenho e sim semelhança que estabelecem relações com o que foi solicitado e que está descrito na página do livro.

E isto corresponde a características do olhar Botânico, com esse olhar a apreensão perceptiva dos registros figurais, que trazem para a representação questões relacionadas a matemática (retas que lembram ângulos retos).

Ao traçar uma linha reta que divide a paisagem e destaca o lago traz na ilustração a ideia de distância no plano e essa característica remete ao olhar Agrimensor.

4.1.14 Brincando com ângulos

Figura 37



Fonte: Carvalho (2019, p. 19)

A ilustração das crianças corresponde a descrição de parte da poesia dessa página do livro que segue:

“Brincando com as retas tudo pode acontecer
 Comecei juntando duas, semirretas para ver
 E formei um belo ângulo
 Bem retinho e elegante
 O seu nome é ângulo reto
 E o danado é aconchegante
 Ele está no ponteiro do relógio
 Quando o cuco prenuncia
 São 3 horas ou 3 e meia
 E há outras que anuncia.
 Meio triste e até encolhido
 É um ângulo agudo
 Parece com uma escada encostada na parede.

Divertido e arteiro foi abrindo ficando ainda maior
 e formou um ângulo obtuso
 Será que pode ser multiuso?
 Com abertura total
 Igual a Bailarina do Municipal
 Bem retinho é um ângulo raso
 Uma cobrinha esticadinha
 Que arraso!” (CARVALHO, 2019, p. 19)

Quadro 23 - Aspectos contemplados na figura 37

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva e Discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Figura geométrica
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESTRUTURAÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Tipos de Ângulos

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Um desenho composto de várias partes, que não se comunicam com o mesmo ambiente, mas se complementam ao conversarem com o que está descrito na página sobre geometria. Na ilustração a comunicação de cada parte se comunica mais com o discurso, ou seja, com a descrição de alguns conceitos geométricos, do que com a harmonia natural do ambiente, a natureza, da composição feita pelas crianças.

Nesta ilustração do livro se relaciona com às Categorias Conceituais da Gestalt de acordo com Gomes (2008, p. 47), uma Desarmonia (Irregularidade), causando um efeito estratégico, inesperado, pois foi solicitado uma paisagem contemplando aspectos da natureza e geométricos, que atendessem o discurso da página que compõe o livro. A paisagem foi constituída de várias partes e muitas sem relação lógica no contexto, porém com formas e unidades figurais características da descrição, como o foguete de dimensão dois (2D), formado por retas de dimensão um (1D) que tem seu vértice de dimensão zero (0D), sem uma relação lógica com o relógio suspenso no céu, de dimensão dois (2D), uma forma curva fechada e redonda, que seus ponteiros representam um ângulo reto.

A escada formada por retas, inclusive paralelas e que representa um ângulo agudo, não apresenta relação lógica no contexto da ilustração com a bailarina no palco que representa o ângulo obtuso, o qual também é conhecido por ângulos. Sendo assim, atendendo ao que está na BNCC (2017, p. 272) “Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos.” Desse modo, na ilustração foi retratado semelhanças e comparações com as relações matemáticas, percebe-se os ângulos diferenciados

nas imagens, lados das figuras, os vértices, ou seja, os elementos figurais de dimensão menores que compõe as formas representadas.

4.1.15 Polígonos de crianças

Figura 38



Fonte: Carvalho (2019, p. 20)

Na página do livro com a figura 38, tem a seguinte descrição que segue:

“Nas figuras geométricas
Espalhadas pelo mundo
Sempre tem o seu formato
Cada um o seu jeitinho
Ela plana e fechada por segmentos de reta
Formam lados de um polígono
Cada lado chama aresta
Quando duas arestas se encontram formam um ponto
Que chamamos de vértice.”
(CARVALHO, 2019, p. 20)

Quadro 24 - Aspectos contemplados na figura 38

OLHAR	Botanista e Agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva, Operatória como modificação ótica e Discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Heurística e demonstração
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D - 0D
DESTRUTURAÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Polígono

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

As características das figuras que compõem o todo lembram formas geométricas. Também retratam na organização vários elementos figurais, cada qual com sua dimensão, que compõe cada figura da ilustração. O reconhecimento imediato de formas, abrange a apreensão Perceptiva que Duval (2012a, p. 121) descreve como “ os pontos e os traços caracterizam-se, respectivamente, pelo aspecto discreto e contínuo.” Isso nota-se no avião, no balão, na casa, que constituem a figura formada que são parte que compõe a ilustração.

Ainda sobre isso Duval (2012a, p. 121) coloca “ as zonas caracterizam-se pela sua forma, quer dizer, pelo seu contorno: um traço fechado ou uma sequência de pontos suficientes para destacar uma zona de um campo homogêneo”, como a criança não utiliza materiais que proporcionem precisão, as partes que se tocam são semelhantes e não idênticas, mas revelam a presença do pensamento geométrico em formação.

As apreensões perceptiva e operatória aparecem nos polígonos representados em situações diferentes (coqueiro, balão, casa) e a apreensão discursiva está retratada no texto que descreve polígonos e eles estão representados de diversas maneiras na ilustração das crianças. A apreensão operatória e heurística, na modificação das formas como as nuvens quadrangulares. As modificações na divisão de uma figura em partes, que corresponde a figuras inscritas, assim como Duval (2012a, p. 127) “ Estas modificações se traduzem graficamente pela adjunção de um ou mais traços à figura inicial.”, como a casa e algumas partes do gramado.

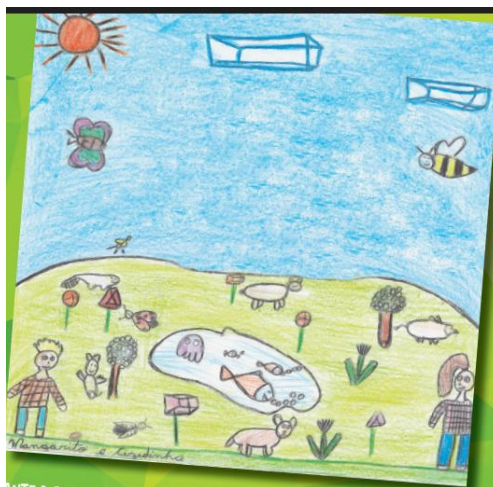
O olhar agrimensor no tamanho das figuras revelam distanciamento, distâncias e linhas que indicam diferente dimensão no plano e escala na composição da paisagem.

4.1.16 Três dimensões ao ar livre

Com a figura 39 segue a parte descrita da poesia na página do livro:

“Que encontro fascinante a geometria espacial
 Três dimensões ela abrange sendo muito especial
 Comprimento, largura e altura,
 Compõem essa figura
 Conhecida por poliedro
 Que assim se configura
 Nela também tem vértice o encontro de três ou mais arestas
 Formando as suas faces
 Que incrível pode ver os três elementos básicos:
 Vértice, aresta e face um sólido geométrico vão arquitetar.
 E quando se põe a rolar
 Podemos até denominar
 Corpos redondos estão pelo ar.”
 (CARVALHO, 2019, p. 21)

Figura 39



Fonte: Carvalho (2019, p. 21)

Quadro 25 - Aspectos contemplados na figura 39

OLHAR	Botanista e Agrimensor
APREENSÃO	Perceptiva e Discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Figura geométrica
ENUNCIADO:	Solicitação verbal com suporte escrito específico
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	3D – 2D – 1D – 0D
DESTRUTURAÇÃO DIMENSIONAL	3D – 2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Poliedros e Corpos redondos

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

As figuras no desenho de dimensão três (3D), estão nas nuvens e algumas flores. As de dimensão dois (2D) no peixe e nas pessoas. As crianças representam figuras de dimensão um (1D) na haste das flores e raios do sol e dimensão zero (0D) nos pontos que representam os olhos e boca da abelha e do cachorro ou nos vértices das figuras.

A desconstrução dimensional do poliedro que formam as nuvens, por exemplo, com dimensão três (3D), cada face dimensão dois (2D), as linhas que se juntam para formar a face a dimensão um (1D) e o encontro das linhas a dimensão zero (0D).

Os olhares íconicos são menos elaborados, portanto, Moretti, (2013, p. 294) descreve que no contexto não está diretamente se referindo a uma atividade geométrica, pois não apresenta propriedades e sim as características que podem ser notadas pelos traços, contornos, abertos ou fechados que refletem as semelhanças ou diferenças geométricas visualmente.

Os olhares Botanista e Agrimensor, são respectivamente: o primeiro olhar do todo, várias flores e animais e, as dimensões representadas nas pessoas maiores, que estão mais à frente, no lago onde os peixes maiores a frente e os menores mais atrás e as linhas que dividem a paisagem. E esses olhares se destacam por não ter preocupação com medidas, propriedades

ou conceitos, são olhares mais simples, porém, preparam a base para os demais olhares não icônicos os quais são mais aprimorados, com definições e características, conforme Moretti (2013, p. 293-294) ao citar Duval. Esses olhares permitem a compreensão e entendimento para ver matematicamente uma figura.

4.1.17 A geometria espetacular

Com a proposta de fazer uma paisagem com representações geométricas, esse desenho foi elaborado por uma dupla formada com uma das crianças que não conseguiu desenvolver a proposta num primeiro momento, havendo necessidade de desfazer a dupla. Para haver participação de todos nos desenhos, foi utilizado como ilustração em uma página do livro, foi proposto um desenho de uma paisagem que retratasse a geometria. Como o título aborda que a geometria pode estar representada em todo lugar ao nosso redor.

Figura 40



Fonte: Carvalho (2019, p. 22)

Quadro 26 - Aspectos contemplados na figura 40

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva e Operatória com modificação mereológica
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Visualização
ENUNCIADO:	Solicitação verbal
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

“A maneira matemática de ver as figuras em Geometria exige que possamos passar espontaneamente ou rapidamente de uma para a outra” (DUVAL, 2011, p. 87) é dessa forma que ao olhar se percebe e faz a separação visual das unidades figurais elementares, como no desenho da casa que no todo forma um pentágono. De acordo com Duval (2012a, p. 127) essa modificação mereológica com a operação de reconfiguração intermediária, que fraciona a figura inicial obtendo o triângulo que forma o telhado e os retângulos da frente da casa e da porta. O triângulo que forma o telhado é composto de três arestas e três vértices.

As andorinhas que correspondem a um objeto visível de dimensão dois (2D), formado por duas curvas-aberta com um ponto de intersecção, o vértice de acordo com a classificação das unidades figurais elementares de Duval (2004, p. 159).

4.1.18 Onde vejo formas geométricas: aqui, ali ou acolá?

As crianças da turma participaram da produção de todo material, embora alguns tivessem participado em mais de um desenho para completar todas as ilustrações, sendo que algumas ilustrações eram livres sem um texto. Quando a ilustração da proposta era sem uma descrição os estudantes deveriam retratar a natureza e destacar formas geométricas. Um dos propósitos do projeto que foi desenvolvido em sala de aula, era envolver a geometria, o conteúdo da poesia que deu origem ao livro e os assuntos que envolvem plantas. Esta figura 41 é uma ilustração sem nenhum discurso na página.

Figura 41



Fonte: Carvalho (2019, p. 23)

Quadro 27 - Aspectos contemplados na figura 41

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva e Operatória com modificação mereológica
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Visualização
ENUNCIADO:	Solicitação verbal
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

A modificação mereológica na representação das janelas, o todo fracionado em partes homogêneas, destaca-se no desenho a Apreensão Operatória que apresenta reconfiguração intermediária de acordo com a classificação de Duval (2012a, p. 127).

A solicitação verbal pelo fato de ser somente o que foi pedido pela professora sem nenhuma descrição.

O corpo das pessoas é formado por um triângulo, figura de dimensão dois (2D), cada segmento de reta que delimita as laterais, dimensão um (1D) e o ponto onde se encontra esses segmentos, dimensão zero (0D).

Pela proporção e tamanho das partes em relação a disposição na ilustração, percebe-se que as crianças tem noção de espaço.

As observações nos desenhos permitem perceber que para a criança nos anos iniciais, conseguir estabelecer nas representações características que identificam elementos figurais, os quais compõem as formas geométricas e obter compreensão, sendo um processo gradativo, devido a isso Duval (2004) apud Scheifer e Brandt (2020, p. 152) descrevem que “ ‘ver’ uma figura em geometria não é algo simples, por isso precisa ser ensinado”.

Quanto a isso será abordado no capítulo a seguir os conteúdos elencados no Referencial Curricular para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (2020), do município de Ponta Grossa-Paraná, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (2017), os objetos de conhecimento da unidade temática, geometria referente aos dois primeiros anos que correspondem ao processo de alfabetização de acordo com cada etapa de ensino relacionados às aprendizagens essenciais ao desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes e algumas sugestões de práticas comentadas.

CAPÍTULO 5 - ORGANIZAÇÃO DE PRÁTICAS COMENTADAS

"A natureza está escrita em linguagem matemática." (Galileu Galilei)

Este capítulo tem como objetivo propor práticas comentadas que possam ajudar no processo de ensino e aprendizagem no que se refere à compreensão da geometria e ao desenvolvimento do pensamento geométrico.

De acordo com as pesquisas de Moretti e Hillesheim (2018, p. 3) é relevante o professor compreender o conteúdo a ser ensinado, pois ao compreendê-lo terá condições de fazer associações ou diferenciar representações de formas e figuras geométricas com suas características e propriedades. Dessa forma, poderá então, promover o desenvolvimento do pensamento geométrico da criança nos anos iniciais.

Para os pesquisadores Moretti e Hildesheim (2018) quando ambos, professor e estudante, identificam na figura os dois tipos de variação visual, ou seja, os valores da figura, ocorre a sistematização de conhecimentos geométricos. Esses valores de toda a figura geométrica são:

Uma que trata da **qualidade** da figura, determinada por características, tais como: forma (linha reta ou curva), contorno (aberto ou fechado), variação de tamanho, orientação, etc. Outra que se refere à **dimensão** que a figura apresenta, como cubos, pirâmides, esferas (3D), polígonos, círculos (2D), retas, curvas (1D) e pontos (0D). (DUVAL, 2004 apud SCHEIFER; BRANDT, 2020, P. 154)

É importante o professor usar a nomenclatura correta verbalmente ao identificar cada elemento figural ou fazer associações, para que a criança perceba os elementos que compõem cada figura ou forma geométrica. Por exemplo, que o vértice de uma figura pode ser identificado como canto ou ponto, pois nos anos iniciais a criança precisa diferenciar as formas e suas características e não se apropriar propriamente da nomenclatura correta. A assimilação das nomenclaturas corretas de cada elemento figural que compõem uma figura geométrica acontece de maneira gradativa até que passem a utilizar corretamente em cada situação.

Algumas práticas podem ajudar na compreensão e discriminação de formas geométricas e precisam ser bem exploradas e trabalhadas desde o início do processo de aprendizagem. Os estudantes que vão sendo estimulados a reconhecer elementos figurais de dimensão menores, como retas e pontos, que compõem uma figura geométrica conseguem reconhecer uma forma geométrica com todas as suas dimensões. Ao reconhecer as partes no todo, como as faces que compõem uma figura espacial, por exemplo, num bloco retangular ou

paralelepípedo, o qual representa-se comumente por caixas de tamanhos variados, o estudante identifica no cotidiano representações que reportam a figura espacial.

Diante disso, o estudante ao desconstruir formas pode variar a dimensão, posição ou o que a figura representa de acordo com o conteúdo a ser trabalhado a partir desta representação. Como identificar os seis retângulos que compõem o bloco retangular; descrever o todo (faces, arestas e vértices) ou seja, olhar matematicamente; reconhecer que uma figura pode representar diversas situações e que uma situação pode ter mais de uma solução.

O quadro 28, a seguir, traz os conteúdos a serem trabalhados, referentes a unidade temática de geometria do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental anos iniciais, os quais correspondem a alfabetização, a partir disso a Secretaria Municipal de Educação do município de Ponta Grossa-Paraná organizou os objetos de conhecimento para desenvolver habilidades. E na sequência aponta-se sete sugestões de práticas que podem auxiliar no desenvolvimento do pensamento geométrico.

Quadro 28: Objetos de conhecimento – Unidade temática geometria

	1º ano	2º ano
1º Trimestre	Noções topológicas da vizinhança; Noções topológicas de separação; Noções topológicas de ordem; Noções topológicas de contornos; Noções topológicas de continuidade; Lateralidade;	Pontos de referência; Noções de direção; Figuras geométricas não planas;
2º Trimestre	Localização e movimentação de objetos e pessoas no espaço usando vocabulário próprio; Percepção de semelhanças e diferenças as figuras geométricas não-planas (sólidos geométricos); Lateralidade: direita e esquerda (em relação ao próprio corpo e ao do outro);	Localização e movimentação no espaço de objetos e pessoas na malha quadriculada; Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces das figuras não planas (carimbo, contorno e planificação);
3º Trimestre	Localização de pessoas e de objetos no espaço usando linguagem própria com dois referenciais; Percepções das figuras planas nas faces dos sólidos geométricos; Percepção de semelhanças e diferenças nas figuras planas (quanto ao número de lados): quadrado, retângulos, triângulos para nomeá-las; Composição geométrica com figuras planas;	Esboço de roteiros e plantas simples (reconhecimento e leitura); Figuras geométricas planas (quadrado, círculo, triângulo, retângulo): reconhecimento e contextos variados; Composição geométricas das figuras planas: congruência e uso de malha quadriculada;
4º Trimestre	Movimentação de pessoas e de objetos no espaço usando linguagem própria; Figuras geométricas planas – identificando polígonos (triângulo, quadrado, retângulo) em diferentes disposições e nas faces dos sólidos;	Esboços de roteiros e de plantas simples (leitura e construção); Composição geométrica das figuras planas: congruência e uso de malha quadriculada;

Fonte: Referenciais curriculares para os anos Iniciais do Ensino Fundamental do Município de Ponta Grossa-Paraná (2020)

Seguem as sete propostas que podem contribuir no processo de ensino e aprendizagem:

Quadro 29: Sugestões de práticas

PROPOSTAS	
A	As dobraduras são realizadas a partir da forma de figuras geométricas planas como quadrado, retângulo, círculos, entre outras, que ajudam na identificação de elementos figurais. Atividade com dobraduras básicas para reconhecimento de formas ou mais complexas que produzem personagens, objetos (animais, utensílios...) auxiliam no desenvolvimento de algumas habilidades, que contemplam o objeto de conhecimento referente ao 3º trimestre, no quadro 28, a percepção de semelhanças e diferenças nas figuras do primeiro ano e do 2º trimestre, Figuras geométricas planas (quadrado, círculo, triângulo, retângulo): reconhecimento e contextos variados;
B	Propostas com figuras geométricas para comparar formas por semelhanças de diversas figuras com dimensões variadas e para discriminação visual. Podem ser utilizadas propostas como está no que se refere a percepção de semelhanças e diferenças nas figuras planas (quanto ao número de lados): quadrado, retângulos, triângulos para nomeá-las; no quadro 28, objeto do conhecimento do 3º trimestre do 1º ano.
C	Os labirintos são propostas que podem ser utilizadas, com ou sem instrumentos de medidas, para auxiliar na coordenação motora e reconhecimento de linhas, retas e curvas, entre outras essas são algumas atividades para desenvolver o pensamento geométrico da criança no processo de alfabetização. Propostas similares a estas, com maior ou menor complexidade, podem auxiliar no conteúdo do primeiro trimestre do primeiro ano em relação algumas noções topológicas e lateralidade (para cima, para baixo, direita e esquerda...). Também conteúdo do segundo ano referente a noções de direção descrita para o primeiro trimestre conforme o quadro 28.
D	Brincadeira com os elementos figurais e desenho representativo das formas construídas, são práticas que ajudam a ensinar a sincronizar palavras, ações e representação de formas geométricas, de maneira lúdica a criança reconhece os elementos figurais. Podem contribuir com o objeto de conhecimento do 4º trimestre do 1º ano para diferenciar figuras geométricas planas – identificando polígonos (triângulo, quadrado, retângulo);
E	Propostas com formas geométricas recortadas para manipular, propor práticas que permitem manipular formas geométricas planas como polígonos em composições e decomposições ajuda identificar e diferenciar as partes que compõem cada figura, seja ela triângulo, quadrado, retângulo entre outras com suas características próprias. Propostas com formas planas recortadas para que possam ser manipuladas podem contribuir com o objeto de conhecimento do 3º trimestre do 1º ano referente a composição geométrica com figuras planas, citado no quadro 28.
F	Utilizar palitos para formar figuras, o palito representa a reta que compõe os lados da figura geométrica. Propostas como estas podem auxiliar com o objeto de conhecimento do 3º trimestre do 2º ano que trabalha com figuras geométricas planas (quadrado, círculo, triângulo, retângulo): reconhecimento e contextos variados; e do 4º trimestre do 2º ano com a composição geométricas das figuras planas: congruência e uso de malha quadriculada; toda a representação feita com materiais manipulados pode ser representada na malha quadriculada como registro escrito da forma.
G	Propostas de desafio de lógica envolvendo palitos e formas geométricas, ajudam a desenvolver o raciocínio lógico-matemático e o pensamento geométrico, em situações de contexto desafiador, proporcionam formas próprias de registro e trocas de possíveis soluções para uma mesma situação problema. Essas práticas podem ajudar o aluno a pensar em situações diferentes com noções topológicas, movimentando para cima, para baixo, direita e esquerda, ressaltar elementos que compõem as formas planas e utilizar a malha quadriculada como recurso para representações, são conteúdo da unidade temática de geometria.

Fonte: A autora

Todas essas propostas devem ser trabalhadas de maneira significativas e associadas a representações encontradas no cotidiano, utilizar objetos cujas faces representam formas planas

(dado, potes, bolas, caixas, entre outros...), obras de arte que na composição destacam figuras planas com dimensões diferenciadas, vitrais e mosaicos, relacionados de acordo com os conteúdos a serem trabalhados em cada etapa de ensino.

Exemplifica-se a seguir as sete sugestões de práticas que podem contribuir com os objetos do conhecimento de geometria dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, de acordo com o quadro 29 com itens de **A** até **G**, que correspondem a alfabetização:

5.1 PROPOSTA DE PRÁTICA COM DOBRADURA

Para uma proposta de prática com dobradura o papel já tem um formato oriundo de formas geométricas variadas, pode-se iniciar uma dobradura a partir de um quadrado, círculo, retângulo, dependendo do que se pretende obter com as dobras a serem efetuadas. No início do processo de alfabetização, as dobras no papel podem identificar características das formas geométricas que as diferenciam (número de lados formados por retas), conforme apresentadas nas figuras 42,43,44,45,46 e 47 na sequência. Também, pode-se determinar por dobras outras formas subscritas na forma de origem, como de um quadrado obter dois triângulos com uma dobra na diagonal.

Cada dobra origina novas formas e podem auxiliar de maneira significativa na construção do conhecimento geométrico, como identificar as arestas que formam uma figura e os vértices, pois o ponto marca o encontro das arestas. Então, propor as crianças uma atividade de dobradura que possam perceber elementos figurais menores, como no exemplo que segue na Figura 42, que de um quadrado é possível obter outras formas. Assim, dobrando o quadrado na diagonal obtêm-se dois triângulos e dobrando em outro sentido o papel o quadrado dobrado poderá resultar em dois retângulos, depende do que foi solicitado.

No quadro a seguir relaciona-se as dobraduras com a teoria de Raymond Duval:

Quadro 30 – Propostas das Figuras: 42,43,44,45,46 e 47

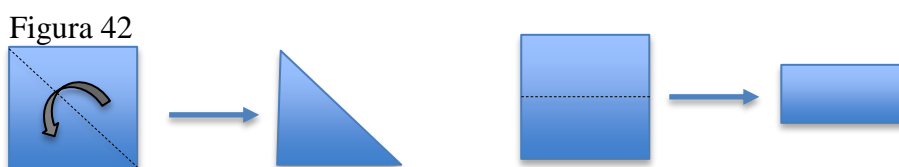
OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva, Operatória com modificação mereológica e posicional, Discursiva e Sequencial
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Visualização
ENUNCIADO:	Solicitação verbal e escrita
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESTRUTURAÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Diante disso, ao pedir para as crianças observarem a figura representada no papel, utiliza-se o olhar botanista, define-se a forma da figura geométrica, o quadrado dimensão dois (2D). Pela visualização de unidades elementares, o quadrado é composto por quatro retas que chamamos de lado. Os lados dimensão um (1D) são iguais e de mesma medida (tamanho). Cada duas retas que se encontram formam um ponto, o vértice dimensão zero (0D).

Quando se identifica os elementos figurais de dimensão menor, ocorre a desconstrução dimensional, ou seja, o reconhecimento de unidades menores, em que se utiliza a apreensão perceptiva. Ao se propor a atividade com dobradura é determinado que a partir do quadrado obtêm-se outras formas geométricas, em que se coordena o discurso e a figura. A apreensão discursiva está presente nessa proposta de prática. Identifica-se, portanto, na figura 42, a dobra com a seta a qual indica o sentido a ser dobrado, ou seja, ponta com ponta e o pontilhado que representa a marca dobrada. As crianças, juntamente com a orientação verbal do professor para observarem essas indicações descritas na figura do quadrado, reconhecem características próprias dela, como os quatro lados iguais. Isto justifica que a proposta compreende a apreensão sequencial.

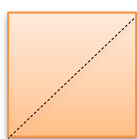
Nesta proposta de prática correspondente da figura 41, evidencia-se também a apreensão operatória, que envolve modificações mereológicas (relação parte/todo) – um quadrado formando dois triângulos e o inverso, dois triângulos formando um quadrado.



Fonte: Adaptada do livro didático Ápis matemática do 1º ano

Práticas que trabalham a composição de regiões planas. Nelas as crianças têm a oportunidade de compor diferentes regiões triangulares e obter diferentes regiões quadrangulares, em que pode-se fazer diferentes composições.

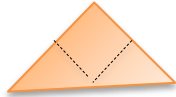
Figura 43



Fonte: Livro Didático Ápis matemática do 2º ano

A figura 43 representa uma região quadrada decomposta em 2 regiões triangulares iguais. Figuras com propriedades diferentes com relação ao número de lados que compõem cada figura, pois o quadrado tem 4 lados e o triângulo 3 lados.

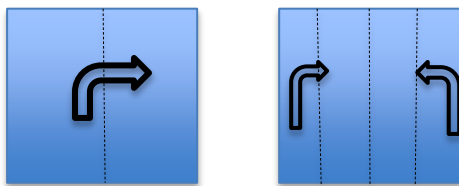
Figura 44



Fonte: Livro Didático Ápis matemática do 2º ano

A figura 44 representa uma região triangular decomposta em duas regiões triangulares e uma região quadrangular, o quadrado tem suas características próprias indiferente da posição que está ocupando na figura. Com as figuras obtidas a partir das dobras pode diferenciar triângulos de quadrado como na figura acima

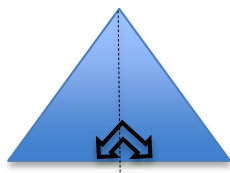
Figura 45



Fonte: Livro Didático Ápis matemática do 2º ano

Região quadrada decomposta em 2 regiões retangulares iguais e, em seguida, em 4 regiões retangulares iguais, definidas pelas marcas do papel com as linhas pontilhadas.

Figura 46

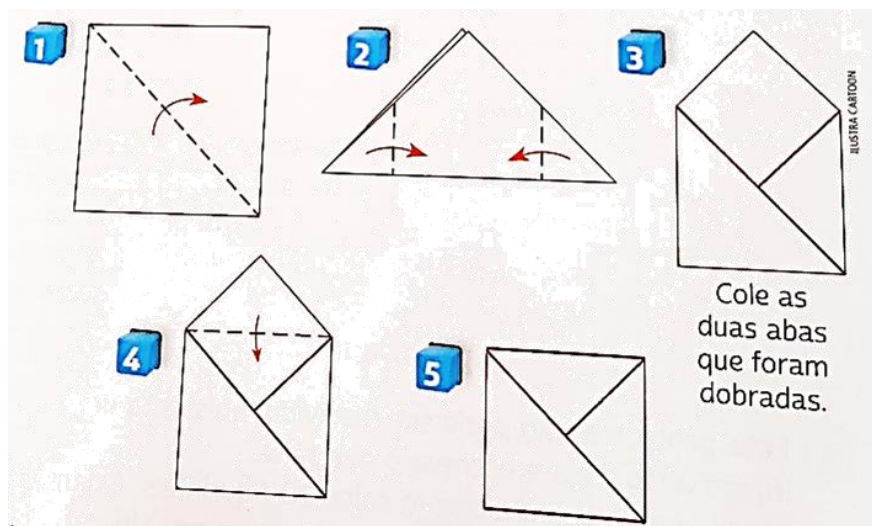


Fonte: Livro Didático Ápis matemática do 2º ano

Na figura 47 a região triangular decomposta em duas regiões triangulares iguais. Ao confeccionar uma dobradura é possível reconhecer figuras de acordo com os elementos figurais

de dimensões menores: o número de lados que cada marca produz, os vértices que unem as arestas e formas diferentes numa mesma construção, como o item dois do texto instrucional para fazer um envelope de dobradura identificado na figura 47 a seguir:

Figura 47 – Confeccionar um envelope para guardar peças do alfabeto móvel.



Fonte: Livro didático “Faça matemática, 2º ano

Acompanhar as imagens e seguir as orientações dadas pelo professor:

1 – Dobrar o quadrado que recebeu de acordo com a figura um, obtêm-se com a marca pontilhada dois triângulos.

2 – Com o triângulo na posição 2, dobrar as pontas de maneira que se encontrem no meio, colando as abas que foram dobradas.

3 - A ponta de cima deve ser dobrada conforme a figura 4.

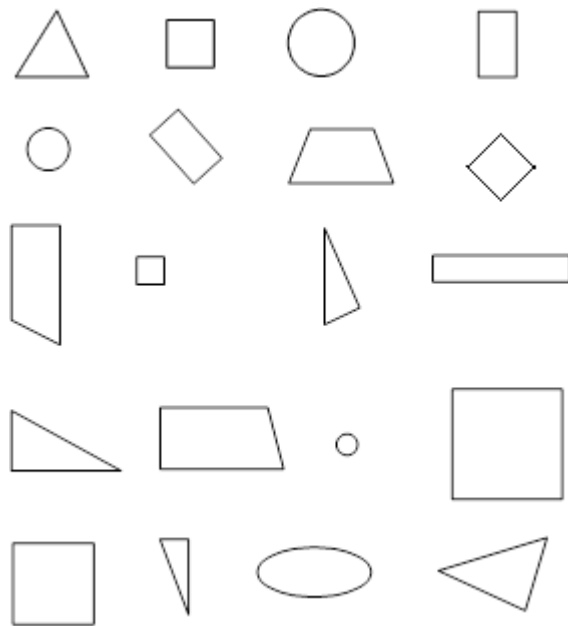
4 – A figura 5 mostra como o envelope ficará pronto. Essa atividade com dobradura utiliza o olhar botanista, ao reconhecer o contorno das formas e diferenciá-las de acordo com o número de lados. Também identifica elementos figurais de dimensão menores, as arestas e os vértices e com isso a apreensão perceptiva. Com as dobras evidencia a modificação mereológica, uma classificação da apreensão operatória. Para melhor realização do passo 1, modificar a posição da figura e que mesmo em outra posição a figura não deixa de ser um quadrado.

Para a realização da atividade é utilizada a nomenclatura que identifica cada figura, na qual está presente a apreensão discursiva e sequencial, pois segue uma ordem verbal de instruções.

5.2 PROPOSTA PRÁTICA PARA COMPARAR FORMAS GEOMÉTRICAS

Algumas propostas de práticas que nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental ajudam a desenvolver a discriminação visual, ou seja, a capacidade de perceber as diferenças e semelhanças apresentadas nas diferentes formas, objetos, figuras, representações, entre outros. De acordo com Moretti e Hillesheim (2018, p.16) que sugerem a proposta da figura 48.

Figura 48 – Observe atentamente as semelhanças e diferenças das figuras.



Fonte: Moretti (2013, p. 299)

Pinte com a mesma cor as figuras que você acha que tem alguma coisa em comum;

I) Escolher algumas figuras e perguntar o que elas têm em comum.

II) Quais figuras têm três lados?

III) Se você tivesse que formar grupos para separar as figuras, como faria?

Propostas como esta podem ajudar no desenvolvimento da autonomia da criança para encontrar a solução do problema apresentado. Ao incentivar as crianças a obter resposta para a situação problema apresentada de maneira individualizada, por meio de algoritmos convencionais, desenhos e esquemas, elas podem fazer comparações, encontrar possíveis erros, criar maneira própria para a solução do problema. Dessa forma, ao oportunizar o estudante, na oralidade, para descrever como chegou à solução e comparar com outras possibilidades

encontradas, inferir questionamentos poderá possibilitá-lo refletir sobre a prática desenvolvida de modo a sistematizar seu conhecimento.

Quadro 31 – Proposta da Figura 48

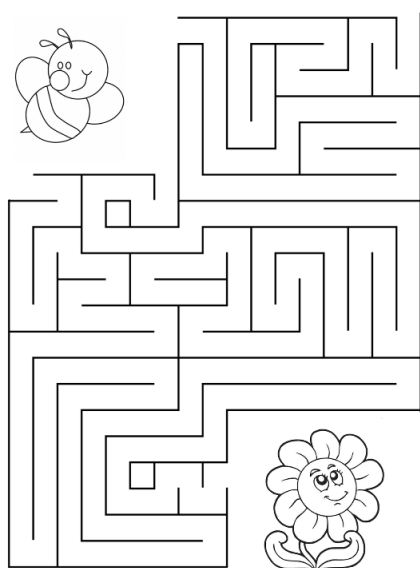
OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva e Operatória com modificação mereológica
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Visualização
ENUNCIADO:	Solicitação verbal
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D – 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D – 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

5.3 PROPOSTA DE PRÁTICA COM LABIRINTOS

As práticas que podem ser realizadas pelos estudantes que envolvem traços, linhas retas ou curvas, sem ou com uso de instrumentos como régua para o traçado, de acordo com Moretti e Hillesheim (2018, p.15-16) retratam a “passagem do olhar icônico ao não icônico é uma atividade de coordenação visual motora”, e como exemplo citam atividade de labirintos. Também os autores evidenciam que o uso da régua junto com o traçado fortalece a coordenação, desenvolve habilidades importantes e necessários aos olhares agrimensor e construtor, que são mais aprimorados.

Figura 49 – Encontre o caminho correto e leve a abelha até a flor.



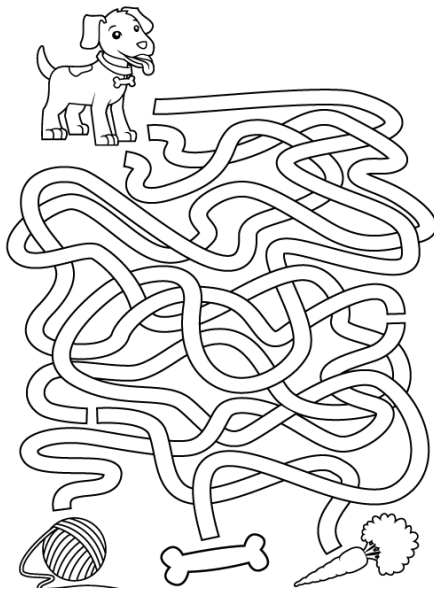
Fonte: Imagem da Internet

Quadro 32 – Proposta da Figura 49

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Visualização
ENUNCIADO:	Escrito
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Figura 50 – Apenas um caminho levará o cachorrinho até seu brinquedo preferido. Qual?



Fonte: Imagens da Internet

As propostas como da figura 50 não necessita utilizar instrumentos para ajudar na construção do caminho, como a régua, isso evidência as linhas curvas, onduladas e de contorno, as quais ajudam na coordenação motora do estudante, bem como reconhecer outras formas de segmentos.

Quadro 33 – Proposta da Figura 50

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Visualização
ENUNCIADO:	Escrito
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

As práticas das figuras 49 e 50, compreendem unidades construtivas de uma figura geométrica com variação visual, a qual Duval (2004) apud Scheifer (2017, p. 56) discrimina como qualidade da figura, por apresentar característica como forma (linha reta ou curva e contorno (aberto ou fechado). O olhar botanista que identifica as linhas retas e apreensão perceptiva que reconhece as unidades figurais.

Propostas práticas que envolvem o traçado reto ou linhas curvas beneficiam a coordenação motora fina e desenvolvem outras habilidades que ajudam na concentração, percepção de limites entre outras.

5.4 BRINCADEIRA COM OS ELEMENTOS FIGURAIS

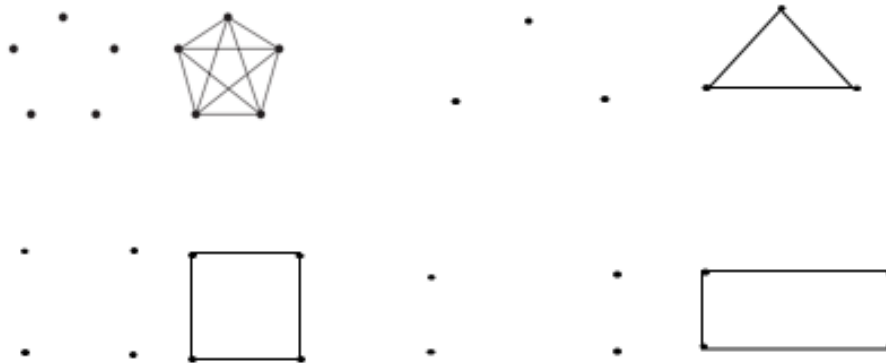
Propor uma prática para reconhecimento de elementos figurais ao ar livre, a própria criança compor as dimensões do desenho. Essa proposta pode ser desenvolvida em grupos e depois de observarem os detalhes do desenho, num segundo momento em sala registrar no caderno, com ou sem o auxílio de uma régua.

A proposta prática compreende formar o desenho no chão com as crianças e depois registrar no caderno, a ideia de alguns desenhos está representada a seguir na figura 51, podendo contemplar formas geométricas diferentes.

Para a resolução geométrica colocar três crianças formando um triângulo, na quadra ou no pátio, marcar com giz um ponto para identificar o lugar deles, instruir que cada um deve se deslocar até seu colega em linha reta, traçar com giz este percurso. Em seguida o colega que estava neste lugar segue para o lugar do próximo, fazer o traçado no chão deste segundo percurso. E quem estava no lugar que chega um colega deve se deslocar até o ponto que estava o primeiro colega e encontra-se vazio, concluir o traçado no chão. O desenho formado que ficou no chão representa um triângulo, o percurso que cada um fez são as retas e o ponto que marca a posição de cada criança, o vértice. Pedir que observem o desenho formado no chão, que a figura possui três lados, que quando dois lados se encontram tem um ponto e que ao unir todas as retas esse contorno compreende a figura de um triângulo.

Realizar uma proposta da qual forma-se outras figuras como um quadrado e um retângulo com quatro crianças. Para ampliar a brincadeira e a aprendizagem poderá formar um pentágono com cinco crianças, onde cada criança que se desloca cumprimenta seu colega e é marcado no chão seu percurso, no final surge o contorno de um polígono de cinco lados e no centro uma estrela de cinco pontas.

Figura 51: Brincadeira com os elementos figurais e desenho representativo das formas construídas



Fonte: Adaptação do livro didático “Ápis” do 2º ano

Após a prática realizada ao ar livre propor as crianças envolvidas na brincadeira, que façam no caderno as representações e destacar o ponto de encontro das retas que formam as figuras planas. Com essa prática evidencia o olhar botanista, apreensão perceptiva e discursiva. Ao identificar os elementos figurais de dimensão menor utiliza a desconstrução dimensional.

Os elementos possíveis de perceber foram colocados no quadro 34 que segue.

Quadro 34 – Proposta da Figura 51

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva e discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Visualização
ENUNCIADO:	Escrito
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D - 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D - 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

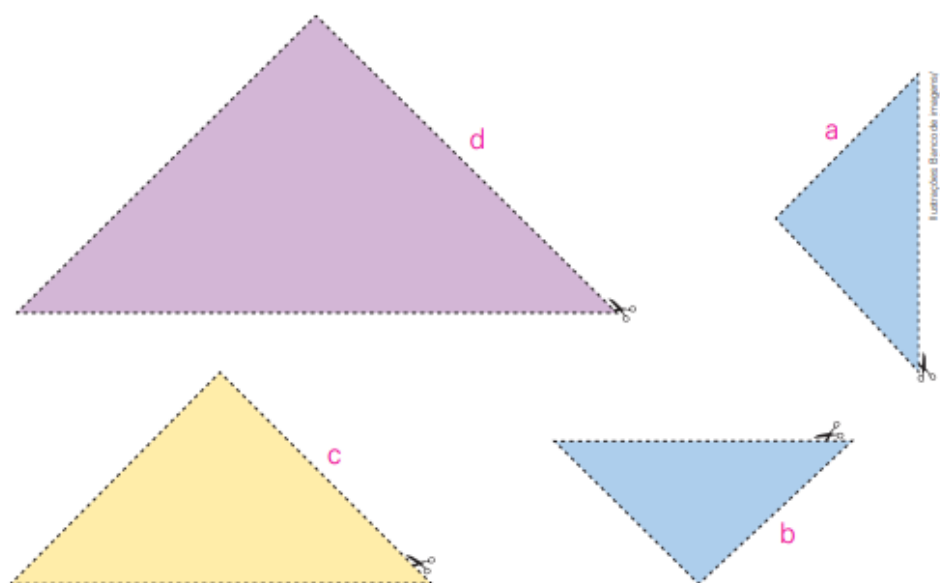
Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

5.5 PROPOSTA DE PRÁTICA COM FORMAS GEOMÉTRICAS RECORTADAS

Após recortar as regiões triangulares, para cada item, forme uma região quadrada com elas.

- A) Juntando 2 peças.
- B) Juntando 3 peças.
- C) Juntando 4 peças.

Figura 52: Regiões triangulares



Fonte: Livro didático “Ápis de matemática” do 2º ano, p. 221

A prática trabalha a composição de regiões planas, a criança tem oportunidade de compor diferentes regiões triangulares e obter diferentes regiões quadradas, possibilita comparar as formas e perceber que se pode compor diferentes formas por justaposição.

Explorar com a proposta as unidades figurais de cada peça, comparar posições e dimensões e que para obter a solução da atividade proposta, ou seja, formar quadrados é preciso muitas vezes mudar a posição dos triângulos. Comparar as figuras com relação as suas características.

A proposta poderá sugerir além das composições solicitadas para formar regiões quadradas a partir de triângulos, para a criança montar com as peças uma outra forma qualquer, como um paralelogramo, essa construção livre de instrução permite soluções diversas e autonomia no reconhecimento das formas.

Quadro 35 – Proposta da Figura 52

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Visualização
ENUNCIADO:	Escrito
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	1D – 0D
DECONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

É possível com a prática explicitar o olhar botanista e agrimensor, devido a necessidade de comparar as medidas para formar a nova figura. Essa proposta pode ser explorada com outras produções, como para realizar contornos das figuras e produzir construções no caderno até mesmo utilizar-se da apreensão perceptiva e operatória com modificação ótica em perspectiva, relação ao tamanho dos triângulos.

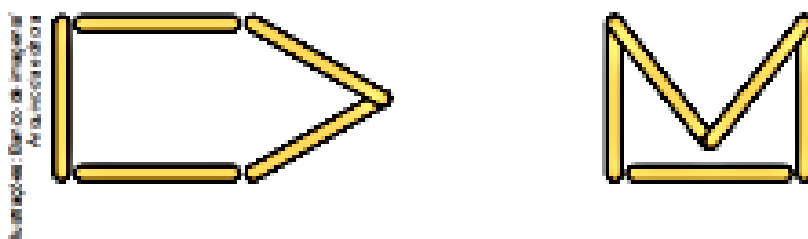
5.6 UTILIZAR PALITOS PARA FORMAR FIGURAS

Numa composição que o palito representa os lados da figura geométrica e a criança consegue visualizar que esse palito é uma das partes que compõe o todo e que no encontro de dois palitos forma um ponto, ele vai se preparar para construir conceitos: segmento de reta, vértice que compreendem as partes que compõe o todo da figura. Toda a proposta com materiais concretos que representam as partes de uma figura geométrica pode ajudar na compreensão dos elementos figurais de maneira significativa.

As propostas com palitos, barbantes, massinha de modelar, canudos atendem conteúdo do 3º trimestre do 1º ano, as quais foram descritas no quadro 28 e que descreve os objetos de conhecimento da unidade temática da geometria: Percepção de semelhanças e diferenças nas figuras planas (quanto ao número de lados): quadrado, retângulos, triângulos para nomeá-las; Composição geométrica com figuras planas;

Ao propor: Use palitos de sorvete para formar figuras como estas, que lembram contornos. Em seguida, construa com os palitos mais uma figura e desenhe.

Figura 53: Construção de figuras geométricas com palitos



Fonte: Livro “Ápis de matemática – 2º ano”

Com 4 palitos inteiros e iguais, podemos formar uma figura como a figura 54 a seguir, que lembra um quadrado.

Figura 54: Um quadrado com palitos



Fonte: Livro “Ápis de matemática” 2º ano

I) Com quantos palitos inteiros podemos formar uma figura que lembre um quadrado diferentes deste: com 6, com 7 ou com 8 palitos? (8 palitos)

O professor deve mediar a proposta de modo que a criança perceba na realização que não é possível formar um quadrado, que possui uma propriedade específica, os quatro lados iguais com 6 ou 7 palitos e neste caso a solução correta utilizará 8 palitos, sendo dois palitos em cada lado.

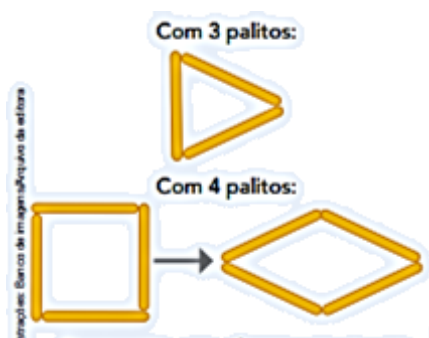
II) Construa essa figura do item anterior e, depois, desenhe-a abaixo.

III) Agora, construa com palitos e desenhe mais estas figuras.

- Com 4 palitos inteiros, uma figura que não lembre um quadrado.
- Uma figura com 6 palitos inteiros que lembre um retângulo.
- Com o menor número possível de palitos, uma figura que lembre um triângulo.
- Com 5 palitos inteiros, uma figura que lembre um triângulo.

É possível explorar nesta prática questões sobre a estrutura das figuras formadas com palitos, que algumas tem estrutura mais fixa do que outras, neste caso o triângulo que não é flexível como as outras figuras, isso prepara para aprendizagens dos próximos anos de ensino. Veja na figura 55 o triângulo que não é flexível, formado com 3 palitos e observe que com 4 palitos foi formado um quadrado, mas que ao achatar suas pontas deixa de ser um quadrado e passa ser losango, outro quadrilátero com propriedades diferentes.

Figura 55: Figuras com estrutura fixa ou flexíveis



Fonte: livro “Ápis de matemática” 2º ano

As práticas como essas podem ter como repostas diferentes posições dos palitos, sendo importante oportunizar a criança comparar com os colegas e perceber que uma proposta pode ter mais de uma solução, incentivar a criança buscar a solução da situação apresentada, reconhecer erros, argumentar sobre como realizou a proposta, observar outras soluções possíveis, ou seja protagonizar seu conhecimento.

Quadro 36 – Propostas com palitos

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva, discursiva e sequencial
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Construção
ENUNCIADO:	Escrito
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D - 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D - 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Reconhecer e diferenciar as formas compreende o olhar botanista. As apreensões nesta proposta correspondem a percepção do reconhecimento dos elementos figurais, as descrições e orientações do professor para a criança realizar a proposta e a coordenação entre a figura e a descrição da proposta. A proposta com resolução figural por solicitar o desenho da representação feitos com materiais concretos, neste caso os palitos. As dimensões que a figura apresenta, 2D – 1D – 0D. A Dimensão dois (2D), é a superfície delimitada pelo contorno dos palitos, que representa uma figura geométrica plana. A Dimensão um (1D), é cada palito, que no desenho são os segmentos de retas que compõe os lados da figura e o encontro de dois segmentos de reta, a Dimensão zero (0D), essa dimensão representa o ponto, que chamamos vértice na figura geométrica.

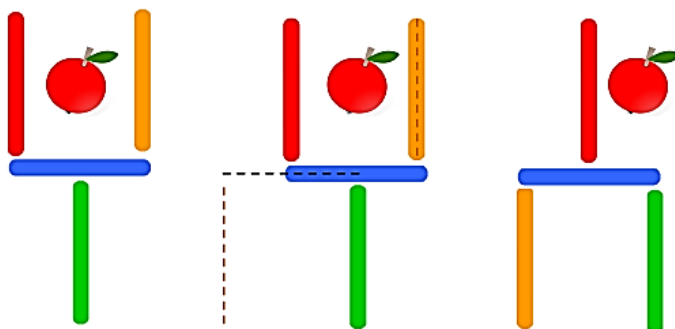
5.7 PROPOSTA DE PRÁTICA COM DESAFIO DE LÓGICA ENVOLVENDO PALITOS E FORMAS GEOMÉTRICAS

A criança deve ser desafiada e explorar cada situação de maneira mais concreta possível para ver geometricamente uma forma e seus elementos figurais. Ela precisa compor e decompor uma figura, identificar as dimensões que a compõe, isso demanda tempo e diferentes situações, bem como a liberdade de pensar e construir sua resposta para então, construir conceitos geométricos. É um processo que envolve muitas representações semelhantes as formas geométricas encontradas no cotidiano.

As práticas proposta as crianças em processo de alfabetização, como desafios de lógica ao utilizar palitos para representar segmentos de retas, os quais irão compor os lados de uma figura geométrica, como alguns exemplos a seguir:

- I) Tire a fruta do pote mudando a posição de apenas 2 palitos.

Figura 56:



Fonte: adaptada do livro “Ápis de matemática” do 2º ano

- II) Com 24 palitos, forme 9 quadrados.



- III) Tire 4 palitos da figura do item II e obtenha 5 quadrados.

Figura 57: Proposta com 24 palitos



Fonte: livro “Ápis de matemática” – 2º ano

O professor pode durante a realização da prática fazer questionamentos para que a criança possa pensar em soluções, também permitir que elas possam trocar ideias com colegas,

portanto práticas como está poderia ser realizada em pequenos grupos e depois compartilhar as soluções ao grupo na oralidade.

Os elementos da Teoria de Raymond Duval evidenciadas na proposta com palitos estão retratadas a seguir no quadro 37.

Quadro 37 – Desafios de lógica com palitos

OLHAR	Botanista
APREENSÃO	Perceptiva, operatória e discursiva
CONEXÕES DE APREENSÕES (TIPO DE PROBLEMA):	Figura geométrica e Visualização
ENUNCIADO:	Escrito
RESOLUÇÃO	Figural
DIMENSÃO (OBJ/FIG)	2D - 1D – 0D
DESCONSTRUÇÃO DIMENSIONAL	2D - 1D – 0D
TRATAMENTO MATEMÁTICO	Nenhum

Fonte: Adaptado de SCHEIFER (2017, p. 76) com dados da autora

Reconhecer e diferenciar as formas geométricas planas, nesta proposta o quadrado, devido suas características aparentes, sem utilizar medidas, revela o olhar botanista. As unidades figurais identificadas nos lados que formam o pote, este construído com palitos, e que envolvem a fruta, precisa-se mover apenas 2 deles para retirar a fruta, sem tirá-la do lugar.

A apreensão perceptiva, que Duval (2011) aborda como extremamente importante, pois a ela são subordinadas todas as demais apreensões. Essa apreensão perceptiva é o reconhecimento de todas as unidades figurais que são discerníveis em uma figura de acordo com o teórico. A apreensão operatória nas modificações que são feitas para identificar subfiguras, relação parte/todo. A apreensão discursiva coordenando discurso e figura. Duval (2011, p. 92) afirma que:

Em primeiro lugar, é preciso propor tarefas em que se exclua toda atividade de medida e de cálculo. Para aprender a ver, os alunos devem aprender a trabalhar sem recorrer primeiro aos aspectos métricos. [...]. Em segundo lugar, a organização de tarefas, não pode ser a mesma para as operações mereológicas de reconfiguração e para aquelas de desconstrução dimensional. As operações mereológicas de reconfiguração se apoiam sobre a percepção.

A desconstrução dimensional que administra à visualização das partes para encontrar a solução para o desafio proposto, por exemplo, retirar 4 segmentos de reta, representado por palitos, modificando a primeira figura construída com 9 quadrados para obter 5 quadrados, conforme solicitado no enunciado. Essa proposta matemática não necessita de cálculos, mas de visualização e reconhecimento dos elementos figurais.

A visualização não depende de conhecimentos matemáticos, porém para que se reconheça uma figura geométrica, as formas diferentes que uma mesma figura possa assumir precisam mudar o olhar sem modificar a representação, corroborando com Duval (2011). As unidades figurais podem variar quanto a posição, tamanho, estar incluída em diferentes situações, paisagens ou combinando sobreposições de figuras o que evidencia a necessidade do discurso que acompanha a imagem apresentada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma das metas deste trabalho, que também norteou a questão a ser pesquisada foi levantar trabalhos que tratam da Teoria da Representação Semiótica de Raymond Duval para delinear a pesquisa para que ela pudesse contribuir no processo de ensino e aprendizagem. Nessa busca específica com o a unidade temática de geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, foi encontrado trabalhos das últimas três décadas com conteúdo específico envolvendo estudantes e professores, entretanto não foi encontrado trabalho com atividades e o propósito para desenvolver o pensamento geométrico da criança, enquanto protagonista na construção do conhecimento desde os anos iniciais. Desse modo, foi direcionada a pesquisa para a questão sobre quais elementos geométricos deverão ser contemplados na organização de práticas para crianças em processo de alfabetização voltadas para o desenvolvimento do pensamento geométrico à luz dos subsídios teóricos de Raymond Duval.

Dessa maneira, buscou-se organizar os dados e possíveis representações geométricas associadas a imagens, palavras e objetos que fazem parte do cotidiano de crianças do terceiro ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais a partir de análises em desenhos feitos para o livro “Há geometria em todo lugar?”, e assim, responder a indagação e alcançar os demais objetivos traçados para a dissertação. As observações nos desenhos permitem perceber que não é simples a apropriação do conhecimento geométrico, por isso precisa fazer parte do processo de ensinar e aprender desde o início da alfabetização para promover o desenvolvimento do pensamento geométrico da criança.

E para apontar contribuições e alcançar os resultados foi proposto como objetivo geral deste trabalho descrever alguns elementos que envolvem a geometria de acordo com a Teoria da Representação Semiótica de Raymond Duval a partir dos desenhos das crianças, que conseguem estabelecer relações de semelhança com representações. Também, conseguem comparar as formas geométricas com objetos encontrados no ambiente em que vive, reconhecer algumas propriedades específicas e retratá-las no desenho, como na mudança de dimensão e possíveis representações geométricas associadas a imagens, palavras e objetos que fazem parte do cotidiano da criança.

Nos desenhos foram explicitados os elementos figurais, bem como suas dimensões em diversas composições que envolvem algumas formas planas e espaciais, de acordo com as conexões estabelecidas entre os elementos relacionados a teoria de Raymond Duval, que se referem as apreensões: operatória, sequencial, discursiva e perceptiva e os olhares: botânico, agrimensor, construtor e inventor, percebe-se as unidades menores no ato de desconstrução

dimensional, que possibilitam o desenvolver do pensamento geométrico nas crianças desde os Anos Iniciais do ensino Fundamental. Dessa maneira, a criança se prepara para a aprendizagem de geometria e o professor que compreende as conexões que permite “ver” matematicamente uma figura geométrica, faz a mediação desse conhecimento.

Considera-se, portanto, a importância de propor as crianças o reconhecimento de formas geométricas nos desenhos ou representações encontradas no cotidiano, que não exigem conhecimentos matemáticos, mas que pode levar à compreensão de uma construção geométrica, resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento devidamente representados e descritos. Mesmo que a criança não tenha conhecimentos sobre conceitos, teoremas e definições, não domina as nomenclaturas, portanto, ao combinar traços vai compondo figuras que lembram formas geométricas, sem associações precisas, mas pode ser incentivada a diferenciar formas pelas características ouvindo a nomenclatura correta sem um registro ou necessidade de memorização naquele momento.

Também, é fundamental o professor usar a nomenclatura correta verbalmente ao identificar cada elemento figural ou fazer associações, para que a criança perceba os elementos que compõem cada figura ou forma geométrica, pois nos anos iniciais a criança deve diferenciar as formas e suas características e não se apropriar propriamente da nomenclatura correta. Essa apropriação vai acontecer de maneira gradativa até que as crianças passem a utilizar corretamente em cada situação.

O professor que atua nos anos iniciais do ensino fundamental, ao compreender os princípios da geometria e mediar esse conhecimento nas representações e vivências da criança no processo de alfabetização, a partir das características próprias das formas ou figuras geométricas, estimula o desenvolvimento do pensamento geométrico. A interpretação ou construção de um desenho em seu contexto pode representar formas geométricas e Duval (2011) coloca que o desenho é a configuração particular que evidencia as propriedades do objeto que se quer representar, seja este desenho feito num papel, em programas de computador ou qualquer outro lugar. O estudante vai ampliando seus conhecimentos à medida que visualiza e reconhece os elementos figurais em cada situação vivenciada.

Ao estimular a criança a reconhecer numa forma, figura ou na composição geométrica as unidades figurais de dimensões menores nos anos iniciais do ensino fundamental, momento das primeiras descobertas e associações, é prepará-la para apropriar-se de conhecimentos geométricos significativos. Mesmo que na etapa de alfabetização a criança não desenvolveu todas as suas habilidades, prepara a criança para novas aprendizagens, desperta a curiosidade e lança novos conhecimentos oralmente, possibilita o olhar inicial mais simples. Desta maneira

que a criança é estimulada a desenvolver o pensamento geométrico e pode gradativamente compreender conceitos que envolvem os olhares mais aprimorados.

Essa relação que possibilita ver, compreender e aprender de maneira significativa e gradativa os conteúdos propostos, que estão representados em diversas situações do cotidiano, o que permite a ampliação na maneira da criança representar geometricamente os conteúdos dessa etapa do conhecimento. O “aprender a ver” tem importância significativa para a aprendizagem de geometria, pois desenvolve a compreensão de todos os elementos figurais que compõe uma forma geométrica, bem como estabelece as devidas relações com representações encontradas no meio ao qual está inserido.

Ao propor práticas que possam ajudar no processo de ensino e aprendizagem no que se refere à compreensão da geometria e ao desenvolvimento do pensamento geométrico contribui de maneira significativa, pois as práticas sugeridas permitem explorar elementos figuras de dimensões menores, como pontos, retas, linhas curvas abertas ou fechadas, figuras planas ou espaciais. Esse reconhecer unidades figurais em diversas situações apresentadas no cotidiano como ao construir ou observar um mosaico, vitrais, obras de artes, que na sua composição apresentam características de figuras geométricas, preparam o olhar da criança para reconhecer, identificar e diferenciar triângulos, retângulos entre outras formas com dimensões, posições e propriedades diferentes em diversas representações.

Os elementos geométricos envolvem muitas características e propriedades que são compreendidas no processo de ensino e aprendizagem, por professores e estudantes, desde os anos iniciais do ensino fundamental. Fica evidenciado que a BNCC traz no contexto essas questões de que os conceitos geométricos devem ser apropriados a partir de situações do cotidiano e de maneira interdisciplinar.

A criança aprende diferenciar características de elementos geométricos quando observa representações no ambiente dela, identifica formas diferentes, percebe dimensões, tamanhos e estabelece semelhanças e diferenças. Nas atividades ao estabelecer comparações estão capacitados a construir conceitos geométricos.

Sendo assim, a criança que é estimulada a reconhecer diferentes formas geométrica e estabelecer associações com as hipóteses apresentadas ou representações de formas, aprimora cada vez mais o desenvolvimento do pensamento geométrico. Oportunizar liberdade para construir, representar ou encontrar soluções, utilizar diferentes formas de raciocínio em problemas que exigem ir além do que é visto num primeiro momento. Assim sendo, em uma proposta sugerida conscientemente pelo professor ajuda o estudante a desenvolver o olhar mais aprimorado para reconhecer elementos numa composição. Também prepara o estudante para

compreender relações, conceitos, propriedades geométricas e encontrar soluções para situações problemas sem reproduzir algo pronto, a aprendizagem torna-se significativa.

Enfim, a pesquisa pode alertar professores e estudantes para uma visão mais assertiva para a geometria, de modo a proporcionar na escola o desenvolvimento de novas habilidades a partir do direcionamento da Teoria de Raymond Duval, que contribui com a ampliação do olhar reflexivo de professores e estudantes. Dessa forma é fundamental que outros pesquisadores do tema desenvolvam pesquisas que possam ampliar ainda mais os conhecimentos geométricos desenvolvidos na Educação básica.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L.; **Análise de Conteúdo**. Tradução Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro, Lisboa. Edição 70, 2010 (2009)

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. **O Cenário da Pesquisa no Campo da Educação Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 7, n. 13, 1 jun. 2014.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC_C_20dez_site.pdf. Acesso em: 10 de julho de 2020.

CARVALHO, L.F.M. de; **Há geometria em todo lugar?**; Ponta Grossa: Texto e Contexto, 2019. (Coleção Dividindo com você)

COSTA; C.; MORETTI, M.T.; **A contribuição da Teoria dos Registros de Representação Semiótica nas pesquisas científicas brasileiras: Tendências e Reflexões**; In: Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval [Recurso Eletrônico] / organizadores, Méricles Thadeu Moretti, Celia Finck Brandt. – Florianópolis: Ed. REVEMAT/UFSC, 2020. Disponível em: <file:///C:/Users/Luzia/Downloads/florilegio.pdf>

CUNHA, M.C.C.; (2003). **Estatística nas séries iniciais do ensino fundamental: buscando caminhos**. In: Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval [Recurso Eletrônico] / organizadores, Méricles Thadeu Moretti, Celia Finck Brandt. – Florianópolis: Ed. REVEMAT/UFSC, 2020. Disponível em: <file:///C:/Users/Luzia/Downloads/florilegio.pdf>

DANTE, L.R.; **Ápis matemática, 1º ano: ensino fundamental, anos iniciais** / Luiz Roberto Dante. 3.ed. São Paulo: Ática, 2017.

DIONIZIO, F.A.Q.; **Aprendizagem da docência para o ensino de geometria na infância no contexto da formação e da prática pedagógica**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2019.

DIONIZIO, F.A.Q.; BRANDT, C.F.; **“Ensino da geometria na infância: saberes e conhecimentos na aprendizagem da docência”**, In: Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval [Recurso Eletrônico] / organizadores, Méricles Thadeu Moretti, Celia Finck Brandt. – Florianópolis: Ed. REVEMAT/UFSC, 2020. Disponível em: <file:///C:/Users/Luzia/Downloads/florilegio.pdf>

DUVAL, R.; **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Tradução Myriam Veja Restrepo. Santiago de Cali: Ed.Peter Lang. 2004.

DUVAL, R.; Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et sciences cognitives*, Irem de Strasbourg, v. 10, 2005. p. 5-53.

DUVAL, R.; Ver e ensinar a matemática de outra forma. Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. Tradução Marlene Alves Dias.1. Ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R.; (2012a) Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Trad.Méricles T.Moretti. **REVEMAT**, v.&n.1, UFSC/MTM/PPGECT, Florianópolis. Disponível em: <<http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>> Acesso em 29 de janeiro de 2021.

FERREIRA, S. M. S.; TRIBECK, P. M.A.. A tecitura unidocente na construção do conhecimento científico nos anos iniciais. **In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA**, 2., 2010, Ponta Grossa. Anais... Ponta Grossa: 2010. p. 1 - 11. Disponível em: <http://www.sinect.com.br/anais2010/artigos/ECSI/143.pdf>. Acesso em 31 de julho de 2021.

FREITAS, J.L. M.; REZENDE, V.; Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica; **Revista Paranaense de Educação Matemática**; Campo Mourão-PR, v.2, n.3, jul-dez. 2013.

GOMES FILHO, J.; **Gestalt do objeto: sistema de leitura visual da forma**; 8. ed. rev. e ampl. – São Paulo: Escrituras Editora, 2008.

MATEMÁTICA INFANTIL. **Atividades com Labirintos para Educação Infantil**. Blog Amo Matemática Infantil. 01 set. 2015. Disponível em: <https://amomatematicainfantil.blogspot.com/2015/09/atividades-com-labirintos-para-educacao.html>, Acesso em: 20/09/2021

MOREIRA, M. A.; **Sobre Monografia, Dissertações, Teses, Artigos e Projetos de Pesquisa: Significados e Recomendações para Iniciantes da Área de Educação Científica**, Programa Internacional de Doutorado em Ensino de Ciências. Universidade de Burgos, Espanha; Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. Texto de Apoio N°13. Publicado em Actas del PIDEDEC, vol. 4:03-24, 2002.

MORETTI, M.T.; **Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria**; Acta Scientiae, v.15,n.2,p.289-303. Maio/ago.2013

MORETTI, M.T.; BRANDT, C.F.; **Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras**; Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.17, n.3, pp.597-616, 2015

MORETTI, M.T.; BRANDT, C.F.; **Elementos semiocognitivos que perpassam a aprendizagem matemática segundo Raymond Duval**; In: Linguagem e ensino de Ciências e Matemática: Perspectivas de interfaces [Recurso Eletrônico] / organizadores Fábio José Rauem, Marleide Coan Cardoso, Bazilio Manoel de Andrade Filho, et al. – Formiga(MG): Editora Real Conhecer, 2021, 293 p.:il.

MORETTI, M.T.; HILLESHEIM, S.F.; **Linguagem natural e formal na semiosfera da aprendizagem matemática: O caso da geometria para a formação do pedagogo**; EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 9 – número 1, 2018.

NEHRING, C.M. (1996). **A multiplicação e seus registros nas séries iniciais**; In: Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval [Recurso Eletrônico] / organizadores, Méricles Thadeu Moretti, Celia Finck Brandt. – Florianópolis: Ed. REVEMAT/UFSC, 2020. Disponível em: <file:///C:/Users/Luzia/Downloads/florilegio.pdf>

PIROLA, D.L. (2012). **Aprendizagem em geometria nas séries iniciais: uma possibilidade pela integração entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual**. Dissertação. UFSC;

PONTA GROSSA, **Referenciais Curriculares para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental**, Ponta Grossa-PR, 2020. Disponível em: <https://sme.pontagrossa.pr.gov.br/wp-content/uploads/2020/07/Referenciais-curriculares-para-os-anos-iniciais-do-Ensino-Fundamental-1.pdf>

SCHEIFER, C.; **Design metodológico para análise de Atividades de Geometria segundo a Teoria dos Registros de representação Semiótica**, Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa-Paraná, 2017.

SCHEIFER, C.; BRANDT, C.F.; **“Design teórico do pensamento geométrico”**; In: Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval [Recurso Eletrônico] / organizadores, Méricles Thadeu Moretti, Celia Finck Brandt. – Florianópolis: Ed. REVEMAT/UFSC, 2020. Disponível em: <file:///C:/Users/Luzia/Downloads/florilegio.pdf>

SEMMER, S.; SILVA,S.; NEVES, M. Anamorfose no Ensino de Geometria. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.6, n.3,p.61-86, novembro 2013.

SMART KIDS; **Atividades Animais Domésticos Labirinto**. Disponível em: <https://www.smartkids.com.br/atividade/animais-domesticos-labirinto>, Acesso em 20/09/2021

SMOLE, K. C. ; **Faça matemática**, 2º ano: partes 1 e 2 / Kátia Cristina Stocco Smole, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz, Vladimir Marim; 2º. Ed. – São Paulo: FTD, 2020.

TORRES, P. L.; BEHRENS, M. A., **Complexidade, Transdisciplinaridade e Produção do conhecimento**; In org Torres, Patricia Lupion, org **Metodologias para a produção do conhecimento : da concepção à prática** / Patrícia Lupion Torres, organizadora - Curitiba : SENAR - PR., 2015.