UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ELIZABETE GOMES DE OLIVEIRA

A APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM POR MEIO DE UMA ABORDAGEM QUALITATIVA E GLOBAL COM USO DA PLATAFORMA *DESMOS*

PONTA GROSSA
2023

ELIZABETE GOMES DE OLIVEIRA

A APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM POR MEIO DE UMA ABORDAGEM QUALITATIVA E GLOBAL COM USO DA PLATAFORMA *DESMOS*

Dissertação apresentada à banca de defesa como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientadora: Profa. Dra. Célia Finck Brandt

PONTA GROSSA
2023

O48 Oliveira, Elizabete Gomes de
A aprendizagem da função afim por meio de uma abordagem qualitativa e global com uso da plataforma desmos / Elizabete Gomes de Oliveira. Ponta Grossa, 2023.
137 f.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática - Área de Concentração: Formação de Professores e Ensino de Ciências), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientadora: Profa. Dra. Célia Finck Brandt.

1. Teoria registros - representação semiótica. 2. Abordagem global - qualitativa. 3. Plataforma desmos. 4. Ensino fundamental. 5. Função afim - aprendizagem. I. Brandt, Célia Finck. II. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Formação de Professores e Ensino de Ciências. III.T.

CDD: 510.7

Ficha catalográfica elaborada por Maria Luzia Fernandes Bertholino dos Santos- CRB9/986

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
Av. General Carlos Cavalcanti, 4748 - Bairro Uvaranas - CEP 84030-900 - Ponta Grossa - PR - https://uepg.br

TERMO

TERMO DE APROVAÇÃO

ELIZABETE GOMES DE OLIVEIRA

"A APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM POR MEIO DE UMA ABORDAGEM QUALITATIVA E GLOBAL COM USO DA PLATAFORMA *DESMOS*"

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Setor de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Ponta Grossa 20 de julho de 2023.

Membros da Banca:

Profa. Dra. Celia Finck Brandt – UEPG - Presidente

Profa. Dra. Bárbara Cristina Pasa – UFFS - Membro Externo

Prof. Dr. João Carlos Pereira de Moraes – UEPG - Membro Interno

Documento assinado eletronicamente por **Bárbara Cristina Pasa, Usuário Externo**, em 18/08/2023, às 10:11, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.

Documento assinado eletronicamente por **Joao Carlos Pereira de Moraes, Professor(a)**, em 18/08/2023, às 11:35, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.

Documento assinado eletronicamente por **Celia Finck Brandt, Professor(a)**, em 23/08/2023, às 13:31, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.

Documento assinado eletronicamente por **Adriana Aparecida Telles, Secretário(a)**, em 25/08/2023, às 10:13, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.

A autenticidade do documento pode ser conferida no site https://sei.uepg.br/autenticidade informando o código verificador **1582302** e o código CRC **4F03C320**.

Dedico esta dissertação aos meus pais Gercílio e Francisca, e ao meu esposo Daniel, que sempre estiveram presentes e me apoiaram em todas as escolhas e decisões tomadas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida, sabedoria concedida durante minha trajetória acadêmica, dando-me força e ânimo para não desistir diante das adversidades que surgiram.

À minha orientadora, professora Dra. Célia Finck Brandt, por aceitar o desafio de orientar este trabalho. Agradeço pelos momentos de orientações que contribuíram significativamente para a construção dessa pesquisa, permitindo-me chegar até aqui.

A toda minha Família, em especial aos meus pais, Gercílio e Francisca, pelo apoio e incentivo durante essa trajetória tão importante.

Ao meu esposo Daniel, por estar sempre comigo, participando dos meus sonhos e encorajando-me a conquistar os meus objetivos.

Aos professores Dra. Barbara Cristina Pasa e Dr. João Carlos Pereira de Moraes, pela participação da banca de qualificação e defesa, pelas leituras e suas valiosas contribuições para o desenvolvimento desta pesquisa.

Aos docentes do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM), pelos ensinamentos e reflexões.

Aos amigos que fiz durante esse percurso acadêmico, pela acolhida em Ponta Grossa no período das disciplinas cursadas, pelos momentos de discussões e compartilhamento de ideias.

Ao Grupo de Estudos em Políticas Educacionais e Formação de Professores (GEPPE), pelas discussões e contribuições para a pesquisa.

Aos Estudantes do Colégio Municipal Deputado Theodulo de Albuquerque, que participaram dos encontros para o desenvolvimento da sequência didática. Ao professor da turma e à equipe gestora da escola pelo apoio.

Às Secretarias Municipais de Educação de Remanso – BA e de Pilão Arcado – BA, pelo afastamento integral, que permitiu maior dedicação à presente pesquisa.

Agradeço a todos que estiveram presentes e me ajudaram nessa caminhada.

Muito obrigada a todos!

RESUMO

A presente dissertação teve como objeto de estudo a aprendizagem da função afim, mediada pela plataforma *Desmos*, subsidiada pelos principais aspectos da aprendizagem da álgebra, segundo a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Tal estudo busca colocar em evidência os gestos intelectuais requeridos e os fenômenos cognitivos mobilizados para a compreensão e a aprendizagem da função afim nos anos finais do Ensino Fundamental. A questão que norteou a pesquisa foi: Em que medida a plataforma *Desmos* pode contribuir para uma abordagem global e qualitativa da aprendizagem da função afim, pelos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental? Diante desta questão, o objetivo geral foi investigar em que medida, sob a luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica, a plataforma *Desmos* pode contribuir para uma abordagem global e qualitativa da aprendizagem da função afim, pelos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. A coleta de dados foi realizada por meio da aplicação de uma sequência didática, para um grupo de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Remanso – Bahia. Para a organização, tratamento e análise de dados, foi utilizada a Análise de Conteúdo de Bardin (2021). Os dados foram organizados em quatro categorias: (i) – Percepções iniciais dos participantes sobre a plataforma *Desmos;* (ii) – Correspondência entre as unidades de sentido de duas representações semióticas da função afim, por meio da utilização da Calculadora Gráfica do *Desmos;* (iii) – Estudo do sinal da função afim, com a utilização da Calculadora Gráfica do *Desmos;* e (iv) – Operações cognitivas de conversão, nos dois sentidos, entre gráfico e equação. Os resultados apontam que o uso da plataforma *Desmos* mostrou-se positivo por ser um recurso acessível e de fácil interação, e que favoreceu a visualização e a exploração das unidades simbólicas significativas da expressão algébrica e das variáveis visuais da representação gráfica, além de instigar a curiosidade dos participantes, na busca de novas aprendizagens. Conclui-se que a utilização da plataforma *Desmos* potencializa a exploração das transformações por conversão entre as representações gráfica e algébrica da função afim, nos dois sentidos, proporcionando compreensão e aprendizagem desse objeto matemático de forma global e qualitativa.

Palavras-Chave: Aprendizagem da função afim. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Abordagem global e qualitativa. Plataforma *Desmos*. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The object of this dissertation was the learning of the affine function, mediated by the Desmos platform, subsidised by the main aspects of algebra learning, according to Raymond Duval's theory of Semiotic Representation Registers. This study seeks to highlight the intellectual gestures required and the cognitive phenomena mobilised for understanding and learning the affine function in the final years of primary school. The question that guided the research was: To what extent can the Desmos platform contribute to a global and qualitative approach to the learning of the affine function by 9th grade students? In view of this question, the general objective was to investigate to what extent, in the light of the theory of Semiotic Representation Registers, the Desmos platform can contribute to a global and qualitative approach to the learning of the affine function by 9th grade students. Data collection was carried out through the application of a didactic sequence, for a group of students from the 9th year of Elementary School of a public school in the municipality of Remanso – Bahia. For the organisation, treatment and analysis of data, Bardin's Content Analysis (2021) was used. The data were organised into four categories: (i) – Participants' initial perceptions of the Desmos platform; (ii) – Correspondence between the units of meaning of two semiotic representations of the affine function, using the Desmos Graphing Calculator; (iii) – Study of the sign of the affine function, using the Desmos Graphing Calculator; and (iv) – Cognitive conversion operations, in both directions, between graph and equation. The results indicate that the use of the Desmos platform proved to be positive because it is an accessible and easy-to-interact resource, which favoured the visualisation and exploration of the significant symbolic units of the algebraic expression and the visual variables of the graphical representation, in addition to instigating the curiosity of the participants in the search for new learning. It is concluded that the use of the Desmos platform enhances the exploration of transformations by conversion between the graphic and algebraic representations of the affine function, in both directions, providing understanding and learning of this mathematical object in a global and qualitative way.

Key-words: Learning affine function. Semiotic Representation Registers Theory. Global and qualitative approach. Desmos Platform. Elementary School.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
EDUMATEC	Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EM	Educação Matemática
ERE	Ensino Remoto Emergencial
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MPECIM	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
MPET	Mestrado Profissional em Ensino e suas Tecnologias
OMS	Organização Mundial da Saúde
PECEN	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
PPGECEM	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática
PPGECEM UEPG	Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
PPGEDMAT	Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática
PPGEM	Programa de Pós-graduação em Educação Matemática
PROFMAT	Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre Esclarecido
TD	Tecnologias Digitais
TRRS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
UAB	Universidade Aberta Brasil
UNEB	Universidade do Estado da Bahia

SUMÁRIO

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nesse texto[1] inicial descrevo o percurso e as motivações para o desenvolvimento da pesquisa, revisitando as lembranças e experiências pessoais, acadêmicas e profissionais, que me conduziram até o Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa – Paraná/Brasil, pois entendo que essas experiências estão diretamente relacionadas com o meu objeto de pesquisa.

Oriunda de uma família simples do interior de São Raimundo Nonato – Piauí, onde residi por mais de uma década, antes de me mudar para o município de Remanso – Bahia, onde moro atualmente, sou filha de agricultores, os quais tinham pouca instrução educacional. Meu pai não frequentou a escola e minha mãe concluiu apenas os anos iniciais do Ensino Fundamental, mas não posso deixar de mencionar que ela tinha como objetivo ver os filhos estudando e, por essa razão, tivemos que mudar do interior para a cidade e comecei a frequentar a escola com oito anos de idade.

Quando concluí o Ensino Fundamental tive que fazer uma escolha: cursar o Científico como era chamado o Ensino Médio na época ou ingressar no curso profissionalizante para a Formação de Professores, para atuar na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental (o Magistério). Assim, optei pelo Magistério por considerar que seria mais fácil conseguir uma colocação profissional na minha cidade, mas me identifiquei com o curso e durante os estágios percebi que fiz a opção certa, que ser professora era a profissão que queria seguir.

Após a conclusão do Magistério recebi uma proposta da Secretaria de Educação de minha cidade, para atuar como professora regente em uma escola do campo. Inicialmente pensei que iria trabalhar com turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no entanto, assumi as aulas de matemática da 5ª a 8ª série, atualmente com a nomenclatura de 6º ao 9º ano. Não tinha muita afinidade com a Matemática, gostava de estudar História e me empolgava com as informações sobre o passado das civilizações, os processos de mudanças, permanências, mas aceitei o desafio e comecei a atuar na disciplina de Matemática.

Além do desafio de trabalhar com a disciplina de Matemática sem ter os conhecimentos básicos para isso, a escola fazia parte de um programa do governo do estado da Bahia para regularizar o fluxo escolar. No início me dediquei à aprendizagem do conteúdo

---

[1] As Considerações iniciais deste trabalho foram escritas na primeira pessoa, tendo em vista que apresenta o caminho que me conduziu ao ensino da Matemática e à Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

específico para ensinar, pois eram duas séries em uma e tinha que seguir o material disponibilizado pelo programa. Em 2006, comecei a cursar o bacharelado em Teologia no sistema privado de ensino, aos finais de semana. Ao concluir fiz uma complementação em História, mas continuei ministrando as aulas de Matemática.

Então, passei a me dedicar ao estudo da Matemática e buscar formas de ensinar e a conviver com momentos de incertezas, diante das dificuldades dos alunos e da minha falta de conhecimentos para lidar com essas demandas. Nesse sentido, no ano de 2009, ingressei na licenciatura em Matemática na Universidade do Estado da Bahia – UNEB em parceria com a Universidade Aberta Brasil – UAB. Ao concluir o curso continuei estudando, fiz duas Pós-graduações *Latu sensu*, uma em Alfabetização e letramento e a outra em Metodologia do Ensino da Matemática, mas foi na licenciatura em Matemática que tive contato com a Educação Matemática e uso das tecnologias digitais na sala de aula, compreendendo assim a relevância das tecnologias para o desenvolvimento do ensino aprendizagem da Matemática e suas implicações no contexto escolar.

Como professora tenho enfrentado as dificuldades e desafios que são imprevisíveis no planejamento das atividades a serem realizadas em sala de aula, mas essa imprevisibilidade configura-se como um leque de possibilidades de reflexões antes, durante e após a prática docente, de modo a proporcionar a adequação e busca de novas teorias e conceitos que possam contribuir para enfrentar esses desafios, construindo novos conhecimentos a partir da articulação entre teoria e prática.

Em março de 2020, com a pandemia o uso das tecnologias tornou-se urgente e fundamental no contexto do Ensino Remoto. Desse modo, partindo das experiências que vivenciei na minha prática docente nesse período, surgiram as inquietações que me fizeram pesquisar, refletir e buscar investigar a relevância dessas tecnologias digitais para a aprendizagem da matemática, e se essas tecnologias utilizadas poderiam contribuir com a aprendizagem da matemática nas aulas presenciais.

Assim, em um período tão traumático de nossa história, no qual tivemos que conviver com o medo e as incertezas de um vírus letal que provocou mudanças significativas na educação, emergiram as primeiras ideias para a elaboração de um projeto de pesquisa para submeter a processos de seleção de Pós-Graduação (mestrado). Com isso, muitas dúvidas: Como definir o que pesquisar? Tecnologias digitais? Ensino Remoto? Será que já tem material publicado sobre o Ensino Remoto? Os primeiros rascunhos foram surgindo e a cada busca na internet mudava alguma coisa nas ideias iniciais, eis que consegui definir um tema: O uso de tecnologias digitais nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática: desafios e perspectivas do Ensino Remoto. Mas ainda faltava o delineamento dos objetivos, da metodologia, “objeto de pesquisa”, e após pensar sobre isso consegui escrever uma proposta de pesquisa, que submeti a algumas seleções de mestrado, mas não obtive êxito.

Então, ao olhar umas postagens no *Instagram* me deparei com um edital que me deixou curiosa *Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa – EDITAL Nº 01/2021 PPGECEM – UEPG*, uma cidade até então desconhecida. Faltavam apenas dois dias para finalizar as inscrições, adaptei a proposta e enviei, a cada etapa uma alegria, quando o resultado final foi publicado, olhava-o com um misto de alegria e preocupação com as mudanças que teria que fazer na minha rotina, mas fiz a matrícula.

No início de agosto comecei a cursar a disciplina em rede Didática da Matemática. Nessa disciplina tive contato com teorias da didática da matemática francesa, entre elas, a teoria Registros de Representação Semiótica de Duval, que será utilizada para a fundamentação teórica de minha pesquisa. A partir de algumas leituras já realizadas sobre essa teoria é possível perceber a sua relevância para a aprendizagem da matemática.

Por fim, todas essas experiências pessoais e profissionais contribuíram com o processo de construção, descobertas e aprendizagens, constituindo uma oportunidade fundamental para a minha formação como pessoa, professora e pesquisadora.

INTRODUÇÃO

A matemática está presente no contexto sociocultural dos alunos e é estudada desde o início da vida escolar, mesmo assim as dificuldades de aprendizagem da matemática surgem em todos os níveis de ensino e geram discussões e reflexões no ambiente escolar. O ensino e a aprendizagem da matemática vêm passando por mudanças significativas com a pandemia, tornando necessário diferentes abordagens dos conteúdos matemáticos para atender a essas novas demandas.

Com a suspensão temporária das aulas presenciais em março de 2020, devido à pandemia da Covid-19, as instituições educacionais passaram a adotar de forma emergencial o Ensino Remoto[2], para dar continuidade às atividades escolares. Como destaca Nóvoa (2020, p. 8), “num momento dramático de nossa história colectiva, seria inaceitável que a escola pública fechasse as portas e não quisesse saber dos seus alunos”.

Diante do cenário de isolamento social, com a restrição da circulação de pessoas, o Ensino Remoto Emergencial foi utilizado para atender as demandas urgentes no âmbito da educação, e assegurar a continuidade mínima da vida escolar dos estudantes. Por causa disso os professores tiveram que se adaptar às novas formas de abordar os conteúdos, como o uso das plataformas de videoconferências (*Zoom Meetings, Google Meet, Microsoft Teams*), ambientes virtuais de aprendizagem, *softwares,* aplicativos, entre outros. Essas tecnologias tornaram possível as interações e realização de atividades educacionais no período da pandemia. Nesse contexto, o uso das tecnologias digitais e recursos tecnológicos ocorreu pela familiaridade e habilidades do professor, assim como a utilização de plataformas já disponíveis que surgiram com outros fins não pedagógicos (GARCIA *et al.*, 2020).

Nota-se que o uso das tecnologias digitais se fez necessário para a efetivação das aulas, assim como para investigar estratégias diferenciadas para o uso, aplicação e desenvolvimento da aprendizagem. Esses conhecimentos adquiridos devido à necessidade de adaptação do uso de tecnologias nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática no período da pandemia, poderão ser utilizados nas aulas presenciais. Para isso, torna-se fundamental estudos que investiguem essas iniciativas referentes ao uso das tecnologias nas aulas remotas de matemática e as possibilidades futuras após a pandemia, para a implementação das mesmas nas

[2] As aulas ocorreram por meio da utilização de ambientes virtuais acessados pelo professor e alunos, cada um de diferentes lugares, ou por meio da disponibilização de material impresso aos alunos que não tinham acesso à internet, mas a ideia era manter as interações nos mesmos horários em que aulas da disciplina ocorreriam de modo presencial.

aulas presenciais não apenas como suporte para projeção do conteúdo, mas como recursos dinâmicos que promovam a construção do conhecimento matemático.

O objeto de estudo dessa pesquisa é a aprendizagem da função afim mediada por um recurso digital. No caso optou-se pela Plataforma *Desmos*[3], que também foi utilizada nas aulas remotas[4], pois buscamos investigar as contribuições da utilização dessa tecnologia para a aprendizagem da função afim nas aulas presenciais. De acordo com Antunes e Cambrainha (2020), a plataforma *Desmos* oferece um ambiente dinâmico que permite a exploração das interações *on-line* de alunos e professores, promovendo a investigação matemática e o favorecimento do processo de aprendizagem do objeto matemático.

Com relação à aprendizagem da função afim, é fundamental considerar os aspectos cognitivos mobilizados pelos estudantes na apreensão desse conhecimento, estabelecendo correspondências entre suas diferentes representações. Para isso, foram explorados os principais conceitos da teoria dos Registros de Representação Semiótica, relevantes para a compreensão de como ocorre o processo de aprendizagem da função afim. Por essa razão, no decorrer desse estudo foram ampliadas as discussões acerca das representações semióticas, objeto matemático e sua representação, atividades cognitivas do registro (formação, tratamento e conversão) e a aprendizagem da álgebra, segundo Raymond Duval.

Segundo Duval (2012), a coordenação de diferentes registros de representação semiótica de um mesmo objeto "aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual do objeto" (DUVAL, 2012, p. 270). No caso da função afim, a articulação entre o registro de representação gráfica e o registro da representação algébrica possibilita a compreensão desse objeto matemático. No entanto, em situações de ensino e mesmo de certos estudos didáticos, prioriza-se a passagem do registro de representação algébrica para a representação gráfica por meio da construção ponto a ponto, ocasionando obstáculos à aprendizagem da função afim (DUVAL, 2011a).

Este estudo investigou a aprendizagem da função afim com o uso da plataforma *Desmos*, tendo como questão de pesquisa: *Em que medida a plataforma Desmos pode contribuir para uma abordagem global e qualitativa*[5] *da aprendizagem da função afim pelos*

---

https://www.desmos.com/?lang=pt-BR

[4] Informação obtida a partir da Revisão Sistemática da Literatura apresentada no Capítulo 1.

[5] A abordagem global e qualitativa permite extrapolar e interpolar os tratamentos algébricos, ou seja, vai além de uma simples codificação das representações, pois leva em consideração as variáveis visuais específicas da representação gráfica (inclinação, intersecção com os eixos etc.) e os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, maior, menor ou igual a 1 etc.). Assim como a necessária articulação entre essas variáveis cognitivas próprias do funcionamento de cada registro de representação (gráfico e algébrico) (DUVAL, 2003).

estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental? Diante do exposto, foram delineados os seguintes objetivos visualizados a seguir.

Objetivo geral

- Investigar em que medida, sob a luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica, a plataforma *Desmos* pode contribuir para uma abordagem global e qualitativa da aprendizagem da função afim pelos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

Objetivos específicos

- Apontar as potencialidades da plataforma *Desmos* para a aprendizagem da função afim no 9º ano do Ensino Fundamental;
- Analisar, por meio da utilização da calculadora gráfica do *Desmos*, as modificações ocorridas no registro gráfico da função afim, com a variação das unidades significativas do registro algébrico e sua relevância para a apreensão e compreensão desse objeto matemático;
- Apresentar um caminho metodológico para a abordagem da função afim, partindo do estudo das variáveis visuais particulares e das unidades significativas;
- Identificar como os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental articulam os registros de representação da função afim, a partir da atividade cognitiva de conversão.

Com o intuito de alcançar os objetivos propostos optamos por uma pesquisa com abordagem qualitativa. Conforme Bogdan e Biklen (1994), nas pesquisas qualitativas o pesquisador investiga o fenômeno e as suas interações com o contexto ao qual está inserido, se preocupa com a perspectiva dos participantes e com o processo de desenvolvimento da pesquisa e não somente com o produto final. Assim, a partir do delineamento metodológico da pesquisa, buscou-se coletar informações que possibilitaram responder à questão de pesquisa. Para isso, optou-se pela realização de um Estudo de Caso para proporcionar a investigação do problema de pesquisa, partindo de um recorte da temática estudada. Como aponta Yin (2015), o estudo de caso investiga fenômenos contemporâneos em seu contexto, que nem sempre são percebidos e distinguidos de outras situações do mundo real.

Neste sentido, para a coleta dos dados da pesquisa foi aplicada uma sequência de atividades a um grupo de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da Bahia, no turno oposto ao horário das aulas. Foram coletadas para a análise as respostas dos alunos e as gravações em vídeo das aulas, bem como o *print* da tela do computador no momento de realização das atividades. Os dados foram categorizados de acordo com a Análise de Conteúdo de Bardin (2021), em três fases: a pré-análise, descrição analítica e interpretação inferencial.

Os resultados obtidos por meio dessa pesquisa vão contribuir para valorização e utilização das tecnologias digitais no processo de aprendizagem da função afim, não apenas como suporte para projeção do conteúdo matemático ou como entretenimento, mas como um potencializador para o desenvolvimento de um ambiente de aprendizagem, favorecendo a participação, compreensão e a superação de algumas dificuldades pedagógicas relacionadas à aprendizagem desse objeto matemático nos anos finais do Ensino Fundamental.

A presente pesquisa está organizada em cinco capítulos, além das considerações iniciais que descrevem a trajetória da pesquisadora. Na introdução, uma contextualização do tema, o objeto de estudo, a questão de pesquisa, os objetivos, entre outras informações relevantes para a construção desse estudo.

No Capítulo 1, descreve-se uma revisão sistematizada da literatura realizada nas produções acadêmicas expressas em Teses e Dissertações dos programas *stricto sensu* brasileiros, para obter informações sobre os estudos já realizados sobre o tema. Na revisão sistemática foram selecionadas 21 produções, seguindo os critérios de inclusão e exclusão determinados *a priori*. A análise dessas produções ocorreu de forma qualitativa, a partir da organização desses trabalhos em categorias de análise, o que permitiu a exploração e interpretação das informações, assim como o direcionamento da pesquisa por meio de lacunas existentes.

O Capítulo 2 apresenta os principais pressupostos teóricos da teoria dos registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, relevantes para compreensão das atividades cognitivas do registro, assim como para a aprendizagem da função afim por meio da interpretação global das propriedades figurais.

No Capítulo 3, apresentamos o uso das tecnologias digitais na Educação Matemática, discorrendo sobre as fases das tecnologias em Educação Matemática, descritas por Borba, Sucuglia e Gadanidis (2021) e Borba, Souto e Canedo Junior (2022), com ênfase na *quinta fase*, que traz as questões relacionadas ao Ensino Remoto Emergencial e as mudanças que permeiam os processos de ensino e de aprendizagem da matemática no cenário atual. Nesse capítulo descrevemos também as potencialidades da plataforma *Desmos* para a aprendizagem da Matemática.

No Capítulo 4, tratamos da base metodológica da pesquisa, caracterizando o campo de estudo, os participantes, os instrumentos de coleta de dados (sequência didática, a videogravação e o diário de notas de campo), e a organização, tratamento e análise dos dados, utilizando a Análise de Conteúdo de Bardin (2021), descrevendo o processo utilizado na categorização dos dados.

No Capítulo 5, apresentamos os resultados e discussões dos dados coletados, de acordo com as categorias da análise. Para tal foi apresentada uma análise *a priori* da (as) atividade (es) que compõem cada categoria, em seguida uma análise *a posteriori*, na qual buscamos relacionar os dados empíricos com os resultados da revisão sistemática da literatura e com o referencial teórico utilizado.

E por fim, as considerações finais com possíveis lacunas existentes sobre o tema para pesquisas futuras.

CAPÍTULO 1 – REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA SOBRE O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO REMOTO DA MATEMÁTICA E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM, SEGUNDO RAYMOND DUVAL

Este capítulo apresenta a revisão sistemática da literatura realizada com o intuito de identificar, no âmbito das produções acadêmicas expressas em teses e dissertações, estudos que abordam o uso das tecnologias digitais no Ensino Remoto Emergencial da Matemática e os processos de ensino e de aprendizagem da função afim, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Partindo das seguintes questões de pesquisa: *Como as tecnologias digitais foram utilizadas no ensino e na aprendizagem da matemática no contexto do Ensino Remoto Emergencial? Quais as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para os processos de ensino e de aprendizagem da função afim?*

Para Sampaio e Mancini (2007, p. 83), "uma revisão sistemática requer uma pergunta clara, a definição de uma estratégia de busca, o estabelecimento de critérios de inclusão e exclusão [...] uma análise criteriosa da qualidade da literatura selecionada". Nesse sentido, para responder às questões de pesquisa fez-se necessário uma busca exploratória inicial no navegador *web Google* e na base de dados *Google acadêmico* de estudos referentes ao uso das tecnologias no Ensino Remoto Emergencial da Matemática e os processos de ensino e de aprendizagem das funções, para determinar os descritores de busca, considerando assim para a pesquisa "ensino remoto", "tecnologias digitais", "matemática", "função", "Teoria dos registros de representação semiótica" e "*desmos*", por serem pertinentes com o objeto de estudo.

Para o levantamento dos trabalhos foram utilizadas as seguintes bases de dados: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), considerando que essas bases disponibilizam as produções acadêmicas expressas em teses e dissertações de todos os programas *stricto sensu* brasileiros. Com o limite temporal a partir de 2017 a maio de 2022, outras especificidades são apresentadas no Quadro 1.

Para a seleção dos estudos foram utilizados os seguintes critérios:

- **Critérios de inclusão:** trabalhos relacionados ao uso das tecnologias digitais no contexto do Ensino Remoto Emergencial da matemática e os trabalhos que abordam o ensino e a aprendizagem da função afim na Educação Básica, tendo como aporte teórico a TRRS.
- **Critérios de exclusão:** trabalhos voltados para outras áreas do conhecimento, formação de professores em nível superior, duplicados e não disponíveis na íntegra na internet.

Conforme Sampaio e Mancini (2007, p. 86), “os critérios de inclusão e exclusão são definidos com base na pergunta que norteia a revisão [...]”. Assim, os trabalhos selecionados buscam responder às questões norteadoras da revisão de literatura.

Para a análise e a discussão dos resultados, optou-se pela Análise de Conteúdo de Bardin (2021). Desse modo, os dados foram organizados em três fases: I – a pré-análise, com a organização do *corpus* da pesquisa a ser investigado; II – exploração do material, que consiste no processo de codificação e categorização, seguido de descrição analítica; e III – tratamento das informações a partir das inferências e interpretações (BARDIN, 2021).

1.1 ORGANIZAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NAS BASES DE DADOS[6]

O Quadro 1 apresenta os resultados obtidos nas bases de dados pesquisadas com o número de estudos para cada *string* de busca.

Quadro 1 – Resultados obtidos nas bases de dados

Nº	Base	Palavras-chave	Especificações	Res
1	BDTD	“ensino remoto” AND “matemática” AND “tecnologias digitais” OR “desmos”	Pesquisa realizada no título, resumo e palavras-chave com limite temporal a partir de 2017.	10
2		“teoria dos registros de representação semiótica” AND “matemática” AND “função”		09
3	CAPES Teses e Dissertações	“ensino remoto” AND “matemática” AND “tecnologias digitais” OR “desmos”	Pesquisa realizada no título, resumo e palavras-chave com limite temporal a partir de 2017.	45
4		“teoria dos registros de representação semiótica” AND “matemática” AND “função”		28
Total de trabalhos				**92**

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Conforme os dados do Quadro 1, foi encontrado um total de 92 estudos entre teses e dissertações. Após a leitura do título, resumo e das palavras-chave aplicando os critérios de inclusão e exclusão, 21 trabalhos integram o *corpus* de análise, dentre eles nenhuma tese atendeu aos critérios de seleção.

Os estudos selecionados nas bases de dados foram distribuídos por região, estado, instituição de origem e programa, conforme consta no Quadro 2.

[6] Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes).

Quadro 2 – Distribuição das produções acadêmicas por Instituições de Ensino Superior

Região	**Estado**	**Instituição**	**Programa**[7]	**Ano**	**Total**	**Total/ Região**
Sudeste	Minas Gerais	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	PPG Ensino Matemática	2021	1	8
		Universidade Federal de Ouro Preto	PPGEDMAT	2021	1	
		Universidade Federal de Juiz de Fora	PPGEM	2021	1	
		Universidade Federal de São João Del Rei	PROFMAT	2021	1	
	Rio de Janeiro	Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – UENF	PROFMAT	2019	1	
		Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – UENF	PROFMAT	2020	1	
		Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense	MPET	2021	1	
	Espírito Santos	Universidade Federal do Espírito Santo – UFES	PROFMAT	2021	1	
Sul	Paraná	Universidade Estadual de Londrina	PECEN	2017	1	5
		Universidade Estadual do Oeste do Paraná	PPGECEM	2020	1	
		Universidade Estadual de Londrina	PROFMAT	2021	1	
		Universidade Estadual de Ponta Grossa	PROFMAT	2020	1	
	Santa Catarina	Universidade Federal da Fronteira do Sul	PROFMAT	2020	1	
Centro-Oeste	Goiás	Universidade Federal de Goiás	PROFMAT	2021	2	2
Norte	Acre	Universidade Federal do Acre	MPECIM	2019	1	1
Nordeste	Pernambuco	Universidade Federal de Pernambuco	EDUMATEC	2021	1	5
	Paraíba	Universidade Estadual da Paraíba	PPGECM	2021	1	
	Maranhão	Universidade Estadual do Maranhão	PROFMAT	2018	1	
	Piauí	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí	PROFMAT	2021	1	
	Rio Grande do Norte	Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA	PROFMAT	2021	1	
Total						**21**

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

[7] Legenda: **PROFMAT** – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional; **PECEN** – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática; **PPGECEM –** Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática; **PPGEDMAT** – Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática; **EDUMATEC –** Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica; **MPECIM –** Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática; **MPET –** Mestrado Profissional em Ensino e suas Tecnologias; **PPGEM** – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática; **PPGECM** –Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

A análise do Quadro 2 evidencia que a região que mais colaborou com produções relacionadas ao objeto da pesquisa foi a região Sudeste com 8 estudos, seguida pelas Regiões Sul, Nordeste, Centro-Oeste e Norte, com, respectivamente, 5, 5, 2 e 1. É importante mencionar que 17 estudos são oriundos dos Programas de Mestrados Profissionais, com destaque para o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

É possível observar que os anos de 2020 e 2021 tiveram juntos 17 produções, a maior parte desses estudos está relacionada a um dos aspectos do objeto da pesquisa, o Ensino Remoto, que começou a ser implementado nas instituições educacionais de forma emergencial a partir de 2020. Nesse sentido, a necessidade do isolamento social exigiu o desenvolvimento de alternativas para o ensino, como o uso de *software* e ambientes virtuais de aprendizagem para as aulas remotas. (BALTAZAR, 2021).

1.2 ANÁLISE DAS PESQUISAS POR CATEGORIAS

A organização dos dados foi realizada com base nas três fases de Análise de Conteúdo de Bardin (2021), a saber: (i) pré-análise; (ii) exploração do material; e (iii) tratamento das informações, a partir das inferências e interpretações, denominado interpretação inferencial. Na pré-análise, foi feita a leitura flutuante do resumo, das palavras-chave e da introdução das dissertações selecionadas. Nessa primeira fase, ocorreu ainda a sistematização das ideias iniciais e a organização do *corpus* da pesquisa a ser investigado.

Na sequência, na segunda fase foi feita a exploração do material, por meio de codificação. A codificação ocorreu a partir da repetição de palavras como “Ensino Remoto da Matemática”, “função afim”, “Teoria dos Registros de Representação Semiótica”, “recursos digitais”, “metodologias de ensino”, “aulas *on-line* com o uso de aplicativos”, “aulas remotas” e “implementação do Ensino Remoto da Matemática”, constituindo unidades de registro que levaram à categorização.

Emergem assim as categorias de análise descritas no Quadro 3. A terceira fase abarcou o tratamento dos resultados, inferência e interpretação, apresentando as articulações dos resultados, assim como as considerações sobre a temática investigada, com o intuito de responder às questões norteadoras dessa revisão sistemática da literatura.

Os dados do Quadro 3 dispõem os trabalhos organizados de acordo com a temática abordada, tendo assim dois temas centrais: Ensino Remoto Emergencial da Matemática e Teoria dos Registros de Representação Semiótica/Ensino-aprendizagem da função afim, emergindo quatro categorias de análise.

Quadro 3 – Categorização dos trabalhos da Revisão Sistemática

Categorização dos trabalhos		
Tema	**Categorias**	**Total**
Ensino Remoto Emergencial da Matemática	I-Proposta de implementação do Ensino Remoto Emergencial de matemática	3
	II - As práticas docentes e os recursos digitais utilizados nas aulas remotas de matemática	12
Teoria dos Registros de Representação Semiótica/Ensino e aprendizagem da função afim	III- As contribuições dos registros de representação semiótica na aprendizagem da função afim	3
	IV-Uso de *software* /plataforma digital no estudo da função afim	3

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A partir dos dados do Quadro 3, percebe-se que a Categoria II tem a maior quantidade de estudos, todos produzidos entre os anos de 2020 e 2021, período do Ensino Remoto Emergencial. Nas próximas seções, apresentamos a análise dos dados de acordo com o tema e as categorias elencadas.

1.2.1 Ensino Remoto Emergencial da Matemática

Esse tema se constitui das pesquisas desenvolvidas relacionadas ao Ensino Remoto Emergencial, que foi adotado para dar continuidade às atividades escolares, após a suspensão das aulas presenciais para conter a disseminação da Covid-19. Nesse período os professores e as instituições de ensino buscaram estratégias pedagógicas para dar continuidade às atividades escolares. Assim, na Categoria I foram incluídos estudos de Santos (2021), Yamaji (2021), Cazal (2021), referentes à proposta de implementação do Ensino Remoto Emergencial da Matemática. E na Categoria II os estudos de Konzen (2020), Marques (2021), Baltazar (2021), Mota (2021), Dias (2021), Paula (2021), Negreiros (2021), Guimarães (2021), Carneiro (2020), Silva (2021), Sousa (2021) e Oliveira (2021), que investigam as práticas docentes e os recursos digitais utilizados nas aulas remotas de Matemática. Na sequência são apresentadas as categorias com as respectivas particularidades.

1.2.1.1 Categoria I – Proposta de implementação do Ensino Remoto Emergencial da Matemática

O Ensino Remoto Emergencial foi adotado de forma abrupta para atender as demandas urgentes no âmbito da educação, e assegurar a continuidade mínima da vida escolar dos estudantes, após a suspensão das aulas presenciais por causa da pandemia da Covid-19. Nessa Categoria, inserem-se as pesquisas que tratam sobre a implementação do Ensino Remoto Emergencial, em específico as relacionadas com os conteúdos matemáticos, nas instituições de ensino em meio à pandemia. Esses trabalhos investigam os desafios e demandas de adaptação das aulas da forma presencial em espaços físicos para as aulas remotas.

Esta categoria reúne três dissertações. Os objetivos propostos de cada pesquisa foram os seguintes: Santos (2021) apresentou ações e metodologias[8] desenvolvidas, para dar continuidade ao processo educacional no período de isolamento social, com ênfase nas atividades desenvolvidas pelos professores de matemática; Yamaji (2021) analisou as adaptações dos professores e estudantes envolvidos na implementação do Ensino Remoto Emergencial e as mudanças dos espaços presenciais para o virtual; Cazal (2021) investigou a proposta de implementação do Ensino Remoto Emergencial apresentada pela Secretaria de Estado de Minas Gerais (SEE – MG/Brasil), no período da pandemia.

Os três estudos que integram essa categoria abordam os desafios e dificuldades enfrentados pelos alunos e professores no período da pandemia e as medidas adotadas pelas redes estaduais, para dar continuidade às atividades educacionais. Cazal (2021) apresentou a implementação do Ensino Remoto Emergencial em uma escola de Minas Gerais – Brasil. O estudo foi desenvolvido com alunos do Ensino Médio regular, cujo conteúdo abordado foi análise combinatória. A autora destaca as questões relacionadas à EaD e o Ensino Remoto em suas aproximações e afastamento, e o ensino híbrido como um caminho para o cenário pós--pandemia.

Santos (2021) traz o mapeamento das práticas metodológicas, entres elas o uso de tecnologias (salas virtuais da plataforma Google *Classroom*, grupos das turmas no *WhatsApp*, *Telegram*, videoaulas gravadas) utilizadas para dar continuidade às atividades educacionais no estado do Espirito Santos/Brasil. Yamaji (2021) aponta as mudanças na rotina do professor de matemática e dos estudantes com a implementação das atividades remotas numa escola estadual

[8] Como: videoaulas, conteúdos organizados em plataformas virtuais de ensino e aprendizagem, redes sociais e correio eletrônico.

do Paraná/Brasil, destacando a ambientação aos novos recursos tecnológicos e as novas demandas dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática.

De modo geral, as pesquisas apontam os desafios de implementação do Ensino Remoto Emergencial. Para Yamaji (2021) e Cazal (2021), as experiências vivenciadas no ensino remoto proporcionaram mudanças nas formas de ensinar e aprender a matemática, após a pandemia.

1.2.1.2 Categoria II – As práticas docentes e os recursos digitais utilizados nas aulas remotas de matemática

Durante a pandemia foram utilizadas diferentes estratégias de ensino e de aprendizagem com o uso de aplicativos, *software* ou plataformas digitais com fins pedagógicos. Nesse período as tecnologias digitais tornaram-se essenciais para a continuidade das atividades escolares. Por essa razão, para atender as demandas das aulas remotas as práticas docentes passaram por um processo de adaptação e desenvolvimento, emergindo novas formas de ensinar e aprender, que poderão ser implementadas nas aulas presenciais. Desse modo, nessa categoria estão reunidas as pesquisas que investigaram as práticas docentes e os recursos digitais utilizados nas aulas remotas de matemática.

Em se tratando das tecnologias digitais, os doze estudos que integram essa categoria fizeram referência ao uso das mesmas nas aulas remotas. Desses, quatro investigam as contribuições das tecnologias digitais e das metodologias ativas utilizadas no Ensino Remoto da matemática. Como aponta Marques (2021), a sala de aula invertida adaptada ao Ensino Remoto contribuiu para o processo de ensino e da aprendizagem da Análise Combinatória em uma turma do 2º ano do Ensino Médio, proporcionando o desenvolvimento da autonomia, criatividade, responsabilidade e organização dos estudantes. De acordo com Paula (2021), a utilização de atividades investigativas aliadas às metodologias ativas possibilitou o processo de ensino e aprendizagem da função exponencial e de sua inversa. Conforme Mota (2021), o uso de metodologias ativas e das tecnologias digitais potencializaram as aulas de matemática num ambiente totalmente remoto. Por fim, para Carneiro (2020), o uso de metodologias ativas e do aplicativo *Kahoot* proporcionaram um ambiente gamificado para o ensino, permitindo intervenções do professor e o desenvolvimento da autonomia dos estudantes.

Das pesquisas incluídas nessa categoria, oito analisaram as contribuições de um aplicativo, *software* ou plataforma digital para o ensino e aprendizagem da matemática no período do Ensino Remoto Emergencial. Konzen (2020) aponta que o uso da plataforma *Khan Academy* nas aulas remotas se mostrou eficiente devido à funcionalidade e à disponibilidade dos conteúdos ofertados, assim como o *Google* Sala de Aula que, segundo a autora, foi bastante útil nas aulas remotas. Segundo Baltazar (2021,) com a pandemia surgiu a necessidade de buscar formas alternativas para o ensino, com isso as tecnologias tornaram-se uma solução viável para esse desafio. Conforme a autora, o *Software* GeoGebra possibilitou a construção de conhecimentos referente ao objeto matemático investigado, proporcionando a adequação das habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.

Negreiros (2021) buscou evidenciar a eficácia da utilização das tecnologias digitais para o ensino de probabilidade, nas aulas remotas, usando as ferramentas do *Google* para o desenvolvimento das atividades. Dias (2021) investigou a aprendizagem do conteúdo de estatísticas numa turma do 3º ano do Ensino Médio por meio de aulas síncronas ministradas no contexto do Ensino Remoto Emergencial, usando diferentes recursos digitais, como: *Zoom cloud meetings*, *OpenBoard* e *Microsoft Excel*. Guimarães (2021) investigou as potencialidades dos recursos digitais para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático a partir de uma sequência de atividades, utilizando o *WhatsApp* como instrumento de mediação e colaboração para a aprendizagem dos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. Silva (2021) analisou as contribuições do aplicativo *Desmos* para a aprendizagem da função afim, evidenciando que o *Desmos* proporcionou aos estudantes a visualização de detalhes relevantes no gráfico para o entendimento do conceito da função afim.

Sousa (2021) buscou entender as percepções dos docentes e estudantes do Ensino Médio sobre o uso do aplicativo *Easy* no ensino-aprendizagem da estatística, constando que as dificuldades relatadas pelos alunos estavam relacionadas aos equipamentos utilizados para acessar as aulas no período da pandemia. Oliveira (2021) buscou apresentar atividades relacionadas ao ensino de funções, a partir de uma abordagem interdisciplinar, e com inserção de recursos tecnológicos para facilitar a compreensão do conteúdo.

Pela análise das pesquisas incluídas nessa categoria, constata-se que as tecnologias digitais foram inseridas de forma abrangente na prática dos professores durante o período da pandemia, tornando-se assim essenciais para o desenvolvimento das aulas e das atividades propostas. No Quadro 4, apresentamos os aplicativos, *software* ou plataformas digitais utilizadas nas aulas remotas, assim como os conteúdos abordados e o nível de ensino. Esse mapeamento possibilitou-nos perceber a abrangência de recursos que foram utilizados no contexto do Ensino Remoto Emergencial, que poderão ser implementados nas aulas presenciais. É possível observar que diferentes aplicativos do *Google* foram utilizados nesse período.

Quadro 4 – Recursos digitais usados no Ensino Remoto Emergencial

Autor/ano	**Aplicativos/ *software*/ plataformas digitais**	**Objeto Matemático**	**Nível de ensino**
MARQUES (2021)	Plataforma PLURALL	Análise Combinatória	Ensino Médio
PAULA (2021)	Aplicativo GeoGebra, em *smartphones*.	Função Exponencial e sua inversa	Ensino Médio
NEGREIROS (2021)	*Google* formulário, *Google Meet*, *Khan Academy*, *Kahoot*! e *WhatsApp*	Probabilidade	Ensino Médio
MOTA (2021)	*Microsoft Teams*	Área de figuras planas	Ensino Fundamental II
DIAS (2021)	*Zoom cloud meetings/ OpenBoard/ Microsoft Excel*	Estatística	Ensino Médio
KONZEN (2020)	*Khan Academy* *Google* Sala de Aula	Semelhança de Triângulos	Ensino Fundamental II
GUIMARÃES (2021)	*WhatsApp/Hot Potatoes*	Conjunto dos Números Naturais/Raciocínio lógico	Ensino Fundamental II
CARNEIRO (2021)	Aplicativo *Kahoot*	Geometria Plana e Espacial	Ensino Médio
SILVA (2021)	Aplicativo *Desmos*	Função Afim	Ensino Médio
SOUSA (2021)	O aplicativo Estatística *Easy*	Estatística	Ensino Médio
OLIVEIRA (2021)	Plataformas digitais *YouTube*, *Khan Academy*, *PhET* e o *Software* GeoGebra	Funções	Ensino Médio
BALTAZAR (2021)	*software* GeoGebra e os aplicativos disponíveis no *Google Workspace for Education*	Frações	Ensino Fundamental II

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Os resultados apresentados demonstram que os recursos tecnológicos utilizados nas aulas de matemática contribuíram para os processos de ensino e de aprendizagem do objeto matemático de forma remota. Os autores destacam, que o uso de tecnologias disponíveis como os aplicativos do *Google*, permitiram a adequação de novos espaços de aprendizagem com o desenvolvimento de atividades, por meio de aulas virtuais síncronas e assíncronas[9], possibilitando atender as demandas educacionais nesse período de aulas remotas. Nessa perspectiva, o contexto de Ensino Remoto Emergencial vem proporcionando aos educadores de Matemática a reformulação de suas práticas pedagógicas, o planejamento de aulas em diferentes formatos que facilitem a construção do conhecimento matemático.

No entanto, mesmo diante de resultados positivos, os autores evidenciam alguns desafios enfrentados nesse período de Ensino Remoto Emergencial. Como destaca Dias (2021),

---

[9] **Aulas síncronas** ocorrem em tempo real, ou seja, com a participação de alunos e professores em eventos marcados, com horários específicos utilizando aplicativos de videoconferência, como o *Zoom*, *Google Meet*. **Aulas assíncronas** são aquelas que não ocorrem por transmissão ao vivo, permite que cada indivíduo organize seus estudos da forma que achar conveniente, independentemente do tempo e lugar.

diversos aspectos estão relacionados com as dificuldades enfrentadas pelos estudantes através das aulas remotas, entre eles a acessibilidade tecnológica e falta de espaço adequado para estudos. Isso proporcionou, em alguns casos, a baixa adesão dos alunos às aulas virtuais síncronas. Corroborando com Dias (2021), Konzen (2020) destaca a falta de rotina diária de estudos, participação e realização das atividades propostas. Para Baltazar (2021), o professor, além de planejar as atividades pedagógicas, se tornou técnico em informática para resolver virtualmente pequenos problemas com os aparelhos e meios de conexão, auxiliando os alunos e os pais até mesmo na criação e utilização do e-mail.

1.2.2 Teoria dos Registros de Representação Semiótica/Ensino e aprendizagem da Função Afim

Neste tema foram incluídas as pesquisas relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem da função afim, tendo como aporte teórico a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Na Categoria III, com os estudos relacionados às contribuições dos registros de representação semiótica na aprendizagem da função afim, temos os estudos de Faria (2017), Lago (2018) e Araújo (2021). E a Categoria IV, na qual estão incluídos os estudos de Ribeiro (2019), Muniz (2019) e Amplatz (2020), que abordam as contribuições do uso de *software* /plataforma digital no estudo da função afim.

1.2.2.1 Categoria III – As contribuições dos registros de representação semiótica na aprendizagem da função afim

Nessa categoria estão reunidas as pesquisas que investigam as contribuições dos registros de representação semiótica na aprendizagem da função afim, fundamentadas na teoria dos registros de representação. Essas pesquisas investigam as atividades cognitivas de conversão dos registros de representação gráfica e algébrica da função afim, com ênfase na interpretação global das propriedades figurais e na discriminação de todas as variáveis visuais pertinentes, possibilitando a articulação entre o registro gráfico e algébrico da função afim.

Faria (2017) investigou a coordenação das representações semióticas para aprendizagem da função do 1º grau, apresentando os referenciais multimodos[10] e múltiplas representações. Lago (2018) buscou investigar o processo de ensino e aprendizagem da função afim numa turma do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão, a partir da

[10] São meios ou recursos perceptíveis utilizados para expressar, pensar, comunicar ou executar as diversas formas de representações (FARIA, 2017).

aplicação de uma sequência didática para verificar as transformações por conversões dos diferentes registros de representação da função afim e as contribuições dessas transformações para a aprendizagem desse objetivo matemático. As atividades propostas foram desenvolvidas, considerando a teoria dos registros e engenharia didática. Araújo (2021) analisou a conversão entre os registros de representações para o estudo da função afim. O autor destaca os equívocos entre as intersecções do traçado do registro gráfico e as unidades simbólicas, assim como a predominância da abordagem ponto a ponto no ensino-aprendizagem da função afim, que reforçam as dificuldades de conversão do registro gráfico para o algébrico.

Os três estudos evidenciaram que as dificuldades encontradas na aprendizagem da função afim estão relacionadas com a correspondência direta e equivocada, ocasionada por uma abordagem ponto a ponto, no qual a maioria dos estudantes não consegue identificar as funções afins representadas em seus registros gráfico e algébrico. Os autores apontam como possíveis soluções para sanar essas dificuldades a mobilização de diferentes registros de representação para o aprofundamento dos conhecimentos relacionados com a função afim e a abordagem desse objeto matemático a partir da interpretação global das propriedades figurais, para que assim possa permitir aos estudantes a compreensão e a aprendizagem da função afim.

1.2.2.2 Categoria IV – Uso de *software*/plataforma digital no estudo da função afim

As tecnologias digitais dinamizam os espaços de aprendizagem e proporcionam mudanças significativas no ensino e na aprendizagem da matemática. A partir do uso de aplicativos, *software* ou plataformas digitais, o objeto matemático pode ser abordado de forma dinâmica, proporcionando o desenvolvimento da aprendizagem, mas para isso, torna-se fundamental a compreensão e incorporação pedagógica da tecnologia escolhida. Nos estudos reunidos na Categoria IV, estão os autores que utilizaram *software* ou plataformas digitais no ensino e aprendizagem da função afim, tendo como fundamentação teórica a Teoria do Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, com vista a evidenciar as contribuições dessas tecnologias para a articulação dos registros de representação simbólico, algébrico e gráfico de uma função e a visualização de suas respectivas variáveis no registro gráfico e suas unidades no registro algébrico, vice e versa.

O Quadro 5, apresenta os recursos digitais utilizados no estudo da função afim, tendo como aporte teórico a teoria dos Registros de Representação Semiótica. Percebe-se, por meio da análise dos dados do Quadro 5, que há uma predominância da utilização do *software* GeoGebra em pesquisas relacionadas com a aprendizagem da função afim.

Quadro 5 – Recursos digitais usados na aprendizagem de função afim

Autor/ano	Recurso digital	Nível de ensino
RIBEIRO (2019)	*software* GeoGebra	Ensino Médio
MUNIZ (2019)	*software* GeoGebra *Khan Academy*	Ensino Fundamental II
AMPLATZ (2020)	*Desmos* e GeoGebra (*Graphing Calc*)	Ensino Médio

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Pode-se observar que as pesquisas foram realizadas com estudantes da Educação Básica e investigaram o uso de recursos digitais, sob à luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica, para potencializar a construção do conceito e a aprendizagem da função afim. Assim, partindo da elaboração e aplicação de sequências didáticas, envolvendo o uso do *Desmos*, GeoGebra e da Plataforma *Khan Academy*, as autoras exploraram as potencialidades dessas tecnologias para o estudo das representações e registros da função afim.

Dos estudos que integram essa categoria, apenas a Dissertação de Muniz (2019) é voltada para o Ensino Fundamental II. A pesquisa busca evidenciar a importância de trabalhar com as várias representações de funções, e com a teoria dos Registros de Representação Semiótica para a aprendizagem da função afim, nos anos finais do Ensino Fundamental. Conforme Muniz (2019), o uso do *software* GeoGebra possibilita explorar a conversão entre as representações gráficas e a representação algébrica da função afim, no qual a visualização dessas transformações favorece a aprendizagem dos alunos. A autora também destaca a relevância da plataforma *Khan Academy* para revisar as atividades desenvolvidas, como uma nova forma de aprender e praticar o conteúdo estudado.

De modo geral, os resultados das pesquisas apresentadas nessa categoria demonstraram a importância de trabalhar com diferentes registros de representação semiótica para a aprendizagem da função afim. A partir de situações de ensino que envolvam a conversão entre as representações da função afim, assim como das demais funções, pautada na abordagem de interpretação global de propriedades. Também revelam que a utilização da teoria dos Registros de Representação Semiótica, aliada às tecnologias, contribui para o processo de ensino e aprendizagem da função afim na Educação Básica.

1.3 SÍNTESE DOS RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Após a análise das produções acadêmicas expressas em teses e dissertações desta revisão sistemática da literatura, percebe-se que as tecnologias digitais disponíveis foram usadas para dar continuidade às atividades escolares no período da pandemia. Muitas dessas tecnologias não foram desenvolvidas para fins pedagógicos, mas possibilitaram a adaptação da sala de aula presencial para a virtual.

No entanto, fica evidente que muitos desafios foram enfrentados pelos alunos e professores, reforçando algumas dificuldades já vigentes no sistema educacional, relacionadas com o uso e acesso às tecnologias digitais no ambiente escolar, como o acesso a uma internet de qualidade, formação de professores, disponibilidades de computadores, e outros recursos tecnológicos a serem utilizados durante as aulas. Entretanto, essas experiências vêm proporcionando a produção de conhecimento referentes à utilização dessas tecnologias nas aulas presenciais, de forma que possam proporcionar a construção significativa do conhecimento matemático.

Desse modo, por meio dos resultados obtidos na revisão nota-se que durante o Ensino Remoto Emergencial as tecnologias digitais tornaram-se essenciais para a realização das atividades educacionais. Nessa perspectiva, foram utilizados diferentes recursos digitais e metodologias que possibilitaram o desenvolvimento das atividades e a interação entre aluno/aluno/professor.

As pesquisas relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem da função afim, subsidiadas pela teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, evidenciaram as contribuições dessa teoria para a compreensão das atividades cognitivas do registro de representação e as mudanças que ocorrem interna e externas ao registro. Nessa perspectiva, os resultados apontam a relevância de trabalhar as conversões entre os registros de representação gráfica e algébrica para a aprendizagem da função afim. A partir das pesquisas analisadas observa-se, também, que há uma predominância de estudos realizados com os estudantes do Ensino Médio.

Entre as tecnologias digitais investigadas nas pesquisas dessa revisão está a plataforma *Desmos*, uma calculadora gráfica de acesso gratuito, com potencialidades para a aprendizagem da Matemática. Das pesquisas analisadas, duas investigaram as contribuições desse recurso para a aprendizagem das funções, no entanto, as duas foram realizadas com alunos do Ensino Médio.

Assim, nossa pesquisa vai investigar as contribuições da plataforma *Desmos* para a aprendizagem da função afim no Ensino Fundamental anos finais, sob a ótica dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, pois foi possível observar essa lacuna de pesquisa a partir da revisão. A pesquisa possibilitará um novo olhar referente à utilização dessa plataforma nas aulas presenciais não apenas como suporte para projeção do conteúdo, mas como um recurso dinâmico para proporcionar a construção do conhecimento referente ao objeto matemático.

CAPÍTULO 2 – TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Neste capítulo serão apresentados os principais construtos teóricos da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, para a compreensão da aquisição do conhecimento matemático, a qual servirá de base teórica para a investigação do nosso problema de pesquisa. Conforme Freitas e Rezende (2013), Duval vem desenvolvendo pesquisas na área da psicologia cognitiva desde 1970. Essas pesquisas têm oferecido relevantes contribuições para a Educação Matemática. A primeira apresentação sistemática da TRRS ocorreu em 1995, com a publicação de sua obra *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, um marco em suas produções que têm sido publicadas em várias línguas e em diversos países, inclusive no Brasil, onde vem crescendo o número de pesquisas fundamentadas na teoria de Duval.

Diante de qualquer atividade matemática, os registros de representação semiótica são essenciais, tanto para a compreensão de objetos matemáticos como para sua apreensão. Nessa perspectiva, deve-se buscar, inicialmente, a compreensão de duas questões que são de ordem epistemológica e cognitiva: "*o que é o conhecimento matemático e sobre o que pode ter de diferente* em relação aos outros tipos de conhecimentos" (DUVAL, 2011b, p. 15), pois os conhecimentos matemáticos não são acessados da mesma forma que em outras áreas do conhecimento e isso ocasiona dificuldades de aprendizagem do objeto matemático. Desse modo, para acessar os objetos matemáticos, faz-se necessário uma atividade de produção semiótica, pela natureza dos objetos matemáticos que não possuem existência real e só podem ser acessados por meio de registros de representação, "para que os alunos possam realmente compreender matemática, ou para que a matemática contribua para a formação intelectual e geral deles [...] é preciso desenvolver outro tipo de funcionamento cognitivo que o praticado nas outras disciplinas" (DUVAL, 2011b, p. 9).

Nas próximas seções deste capítulo será explorada a noção de representação semiótica, objeto matemático e sua representação, atividades cognitivas do registro de representação (formação, tratamento e conversão) e coordenação entre registros, assim como a aprendizagem da álgebra, segundo Duval, em particular o estudo da função afim, por meio da interpretação global das propriedades figurais.

2.1 AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

> A matemática é a única disciplina em que se trabalha exclusivamente com representações semióticas, haja vista que não existe outro modelo de acesso aos objetos matemáticos. Isso põe a matemática em uma situação epistemológica que é totalmente diferente da das outras disciplinas científicas. O conhecimento matemático não se fundamenta em "abstração", mas na mobilização de diferentes sistemas semióticos que são unicamente utilizados para preencher a função de tratamento, e não as funções de comunicação ou de objetivação. (DUVAL, 2016, p. 17).

Nessa perspectiva, os objetos matemáticos não são acessados de forma direta ou utilizando instrumentos (microscópio, telescópio, osciloscópio, espectroscópio etc.), como em outras áreas do conhecimento. Sendo assim, é imprescindível uma atividade de produção semiótica para termos acesso a um objeto matemático. Isso ocorre por meio das representações semióticas, que "são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento" (DUVAL, 2012, p. 269).

Para o autor, a palavra representação é muitas vezes usada em matemática sob a forma verbal "representar", que pode corresponder a uma escrita, uma notação, um número, traçados ou figuras, que representam um objeto matemático. Mas a noção de representação não é algo recente e está no centro das reflexões relacionadas com a possibilidade de constituição de atividades de representação na construção do conhecimento. As representações semióticas têm uma organização interna que varia de acordo com o tipo de representação, como a organização de uma frase não é a mesma que de uma equação.

Outro ponto a considerar é que o objeto matemático não pode ser confundido com a sua representação semiótica, desse modo, a distinção entre o objeto e sua representação constitui-se como essencial para compreensão em matemática, pois "o conhecimento começa quando não adotamos mais uma representação do objeto no lugar do próprio objeto" (DUVAL, 2011b, p. 17). Assim sendo, a apreensão em matemática começa quando os estudantes conseguem distinguir o objeto do objeto representado.

2.2 ATIVIDADES COGNITIVAS DO REGISTRO: FORMAÇÃO, TRATAMENTO E CONVERSÃO

O registro constitui-se como um sistema cognitivo que produz novas representações, e é constituído por um conjunto de representações com conteúdo e forma, considerado um elemento fundamental da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

> A noção de registro impõe-se na análise da atividade matemática. Primeiramente, há o fato de que a matemática é uma forma de atividade intelectual que exige a mobilização simultânea de diversos registros de representação, e assim pode passar espontaneamente de um a outro. Há, ainda, outra razão que vai ao encontro de práticas pedagógicas e didáticas dominantes: os dois registros culturalmente comuns, o da língua natural e o do reconhecimento de formas percebidas, são utilizados em matemática de uma maneira que vai totalmente ao encontro da sua prática espontânea no âmbito externo à matemática. (DUVAL, 2016, p. 20).

Conforme o autor, para descrever o funcionamento cognitivo do pensamento matemático foi introduzida a noção de registro, que além de possibilitar a criação de uma diversidade de representações semióticas, permite distinguir os sistemas semióticos utilizados em matemática dos sistemas semióticos utilizados em outras áreas do conhecimento.

Existem três atividades cognitivas fundamentais ligadas à *semiose* e ao registro de representação. A primeira atividade é a formação da representação, que se refere ao conjunto de caracteres usados para representar um objeto. As outras duas estão relacionadas com as mudanças que ocorrem internas e externas ao registro, a saber, o tratamento e a conversão. Na atividade cognitiva de tratamento as transformações produzidas são internas ao registro, ou seja, produzem mudança no mesmo registro. A conversão consiste em uma mudança externa ao registro, ou seja, uma mudança em outro registro. Nas próximas subseções serão apresentados os principais aspectos de cada uma dessas operações cognitivas.

2. 2. 1 A Formação de representação semiótica

A formação refere-se aos dados expressos no conteúdo representado: enunciado de uma frase, composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, um esquema, uma fórmula. Usando para isso o recurso aos signos pertencentes a um sistema semiótico[11] já constituído e utilizado, sendo que as regras de formação são próprias de cada registro e permitem a identificação, o reconhecimento e a possibilidade de sua utilização na atividade cognitiva de tratamento. (DUVAL, 2012).

> [...] a formação de representações semióticas deve respeitar as regras próprias do sistema semiótico empregado. Essas regras são denominadas regras de conformidade e são importantes porque são elas que definem o sistema de representação. Com elas é possível fazer uso das transformações específicas do sistema utilizado. Sendo assim, as representações produzidas são reconhecidas em um registro específico. (SIMONETTI, 2020, p. 27).

[11] A língua materna, um código icônico de representação gráfica ou artística, uma língua formal etc. (DUVAL, 2009, p. 55)

Para a autora, a formação deve “evocar” ou “expressar” a representação produzida referente a um objeto e que possa ser identificado não somente pelo sujeito que a produziu, pois, “toda formação de uma representação identificável implica a seleção de características e do conteúdo que se quer representar, e isso, no âmbito da matemática, torna-se complexo quando não se domina o registro de representação semiótico empregado” (SIMONETTI, 2020, p. 27).

2. 2. 2 O Tratamento

O tratamento é uma mudança de representação que ocorre no interior do mesmo sistema semiótico de representação no qual foi formado, ou seja, uma transformação interna ao registro. A atividade cognitiva de tratamento segue as regras de transformação do registro. Existem diferentes formas de tratamento que variam de acordo com o registro dado. Conforme Simonetti (2020, p. 28), “todo registro de representação semiótica oferece possibilidades específicas de tratamento”.

Nesse sentido, ao modificar um enunciado dado, seja para explicar ou substituir, é utilizada a *paráfrase*, uma forma de tratamento que ocorre interna ao registro da língua natural. Assim, como o *cálculo* é um tratamento interno ao registro da escrita simbólica números e letras que incluem: cálculos numéricos, algébricos, proposicionais, entre outros. Nas figuras geométricas a *reconfiguração* é uma forma particular de tratamento. E a *anamorfose* pode ser considerada uma forma de tratamento referente à representação figural (DUVAL, 2012).

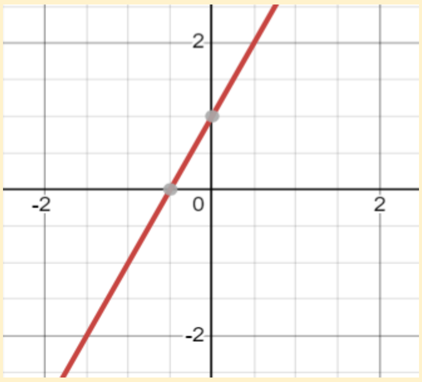
Segundo Pasa (2017), a resolução de equações e expressões numéricas sem mudar a forma de representação dos números, modificações numa equação quadrática usando a técnica de completar os quadrados e na representação algébrica de uma função, por meio do uso das propriedades da potenciação ou evidenciando o fator comum, são exemplos de atividades cognitivas de tratamento.

2. 2.2 A Conversão

A conversão de uma representação corresponde à mudança que ocorre externa ao registro, conservando a totalidade ou parte de seu conteúdo da representação inicial, ou seja, é a transformação de um registro pertencente a um sistema semiótico de representação em outro registro pertencente a outro sistema semiótico de representação. Segundo Duval (2009, p. 63), a conversão é “uma atividade tão fundamental quanto as atividades de formação ou de tratamento, porque ela, sozinha, pode favorecer a coordenação dos registros de representações”.

A atividade cognitiva de conversão é diferente do tratamento até mesmo quando realizada em situação simples como o cálculo numérico, pois a expressão decimal, a expressão fracionária e a expressão com expoentes, referem-se a registros distintos de representação de números, sendo assim a significação operatória não é a mesma, por exemplo, para 0,25, para ¼, e para 25.10^{-2} apesar de representar o mesmo número (DUVAL, 2012). Para o autor [...] “a conversão requer que se perceba a diferença entre o que Frege (1971) chamaria de sentido e referência dos símbolos ou dos signos” (DUVAL, 2012, p. 273), ou entre o conteúdo e aquilo que ela representa.

Quadro 6 – Transformação do registro de representação semiótica

REGISTRO ALGÉBRICO		**REGISTRO GRÁFICO**
$y = 2x + 1$	**CONVERSÃO**	

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

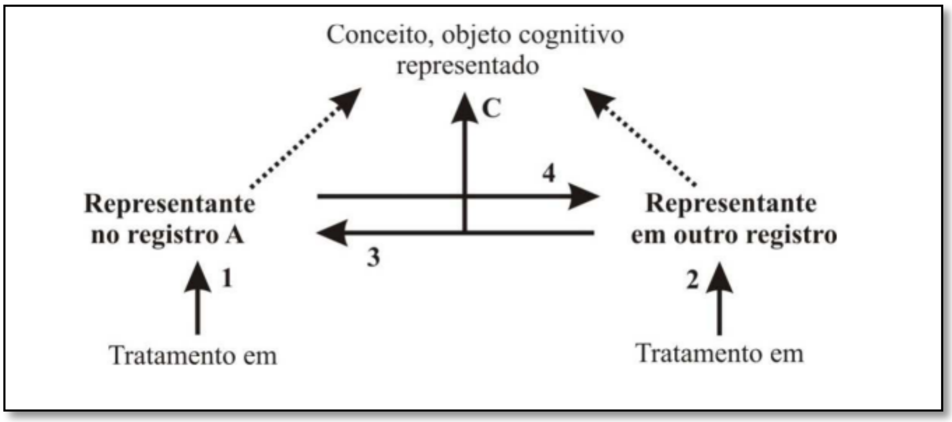
No Quadro 6, $y = 2x + 1$ é a representação de uma função afim no registro algébrico, e ao lado está descrita a representação gráfica, a seta indica que a conversão pode ser realizada do registro algébrico para o gráfico ou vice-versa. Na Educação Básica, ao abordar o estudo da função afim o foco está na mudança do registro algébrico para o gráfico por meio da abordagem ponto a ponto. De acordo com Duval (2011a), esta abordagem não proporciona a compreensão global da função afim, ocasionando obstáculos na aprendizagem desse conteúdo. As discussões sobre a abordagem ponto a ponto serão ampliadas na seção 2.4 deste capítulo, sobre a interpretação global das propriedades figurais.

2.3 A COORDENAÇÃO ENTRE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

Para a apreensão do objeto matemático, faz-se necessário a utilização e a coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica. De acordo com Duval (2012, p. 270), “a coordenação de muitos registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis”.

Nessa perspectiva, a compreensão em matemática baseia-se na coordenação de ao menos dois registros de representação, o que pode se manifestar pela atividade cognitiva de conversão (DUVAL, 2012). Essa mudança de registro deve ocorrer de forma espontânea, pois quando isso não ocorre constitui-se em um obstáculo para a compreensão do objeto matemático. A Figura 1 apresenta a hipótese fundamental da aprendizagem para Duval (2012).

Figura 1 – Hipótese Fundamental de Aprendizagem: estrutura da representação em função de conceitualização



Fonte: Duval (2012, p. 282)

As flechas 1 e 2 correspondem às transformações internas a um registro, se referem à atividade cognitiva de tratamento e as flechas 3 e 4 correspondem às transformações externas, ou seja, à mudança de registro por conversão. A flecha C corresponde à compreensão integrativa de uma representação e supõe a coordenação entre dois registros. As flechas pontilhadas servem para distinguir o representante e o representado (DUVAL, 2012). Na próxima seção apresentamos a aprendizagem da algébrica, segundo Raymond Duval.

2. 4 A APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA, SEGUNDO RAYMOND DUVAL

A álgebra é considerada um campo da Matemática, no qual faz parte um conjunto de conhecimento e pensamentos que têm origem em experiências com números, padrões, entes geométricos e análise de dados. Desse modo, deve ser explorada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental para que de fato ocorra o desenvolvimento do pensamento algébrico, levando os estudantes a compreensões, abstrações e generalizações. (RIBEIRO; CURY, 2020).

Para pensar a aprendizagem da álgebra na perspectiva de Duval, devemos partir da compreensão do funcionamento cognitivo para compreender os conhecimentos abordados, e não somente dos conteúdos que devem ser adquiridos. Segundo Duval (2020, p. 22), [...] “os objetivos da aprendizagem não são a aquisição de conhecimentos e habilidades, *mas uma tomada de consciência de operações semiocognitivas*, que permite entender como trabalhar com escritos algébricos e *reconhecer quando e em qual situação aplicar os conhecimentos adquiridos*”.

Duval (2014) aponta que no ensino da álgebra apresenta-se um duplo equívoco no que concerne aos objetivos da aprendizagem na Educação Básica: o primeiro está relacionado à utilização das letras para efetuar os cálculos algébricos, historicamente relacionados ao ponto de vista matemático ou face exposta da matemática, e o segundo se refere aos objetivos do ensino de álgebra para a formação geral dos estudantes. Conforme o autor, “o recurso às letras, no lugar dos números, permitiu desenvolver um novo registro de representação que oferece meios de tratamento específicos, [...] constituiu um dos aspectos da revolução semiótica dos séculos XVI e XVII” (DUVAL, 2014, p. 7). No entanto, não é suficiente para a aprendizagem da álgebra utilizar as letras somente do ponto de vista matemático.

Nesse contexto, Duval (2014, p. 9) apresenta os seguintes questionamentos: Por onde começar um ensino da álgebra? Que progressão organizar? Quais atividades propor para que os alunos possam começar as escritas algébricas e suas transformações? A resposta para essas questões conduz à análise de dois pontos diferentes: o *ponto de vista matemático* que está relacionado aos conhecimentos pré-requisitos, conceitos e o saber fazer; e o *ponto de vista cognitivo* relacionado às operações cognitivas específicas referentes aos diferentes registros de representação semiótica mobilizados e às conversões requisitadas entres os registros.

Assim, a compreensão do processo de aprendizagem da álgebra deve levar em consideração as duas faces da atividade matemática, nomeadas por Duval como face exposta e face oculta. A face exposta corresponde aos objetos matemáticos a ensinar, que estão descritos no currículo do curso ou do ano escolar e as aprendizagens distribuídas ao longo dos anos, no qual o professor segue os conteúdos definidos no currículo. Já a face oculta não é perceptível diretamente e corresponde aos gestos intelectuais e está relacionada ao funcionamento semiocognitivo do estudante (FREITAS; REZENDE, 2013). Nessa perspectiva, o desenvolvimento da face oculta permite a aprendizagem de determinado conteúdo matemático, pelos estudantes, que vai além da aquisição de conceitos matemáticos, prova e justificação. Está relacionado aos processos cognitivos mobilizados para a construção do conhecimento.

De acordo com Brandt e Moretti (2018, p. 6):

> A face oculta da atividade matemática tem que ser levada em consideração, visto que os objetos matemáticos não possuem existência real, o que exige muitos registros para acessá-los. Ela é essencial, também, pelo fato de que as atividades matemáticas apresentam especificidades, características que lhes são próprias, e que precisam ser consideradas tanto na organização dos currículos, como do ensino, de forma implícita. Essas especificidades são diferentes, conforme os objetos matemáticos: algébricos, geométricos, aritméticos; ou conforme as ações: demonstrar, conjecturar.

Nesse sentido, na organização do ensino da álgebra o professor deve propor situações de aprendizagem com ênfase no desenvolvimento dos processos cognitivos, para que os estudantes se apropriem dos conhecimentos algébricos e possam utilizá-los para resolver problemas matemáticos e do mundo real. Para isso, “a álgebra precisa ser pensada sobre um viés cognitivo, já que na exploração da atividade, diferentes sistemas semióticos discursivos vão surgindo, e nos mostrando que a álgebra não é uma ampliação das operações aritméticas” (SIMONETTI, 2020, p. 39).

Pensar a aprendizagem da álgebra como uma ampliação das operações aritméticas suscita erros e dificuldades dos estudantes da Educação Básica, relacionados à resolução de problemas, equações, produção de fórmulas ou para efetuar cálculos. “Pesquisas apontam que alguns desses erros são decorrentes da ideia de que o pensamento algébrico é uma extensão do pensamento aritmético” (BRANDT; MORETTI, 2018, p. 2). Para os autores, isso dificulta a compreensão e a aprendizagem de conceitos algébricos.

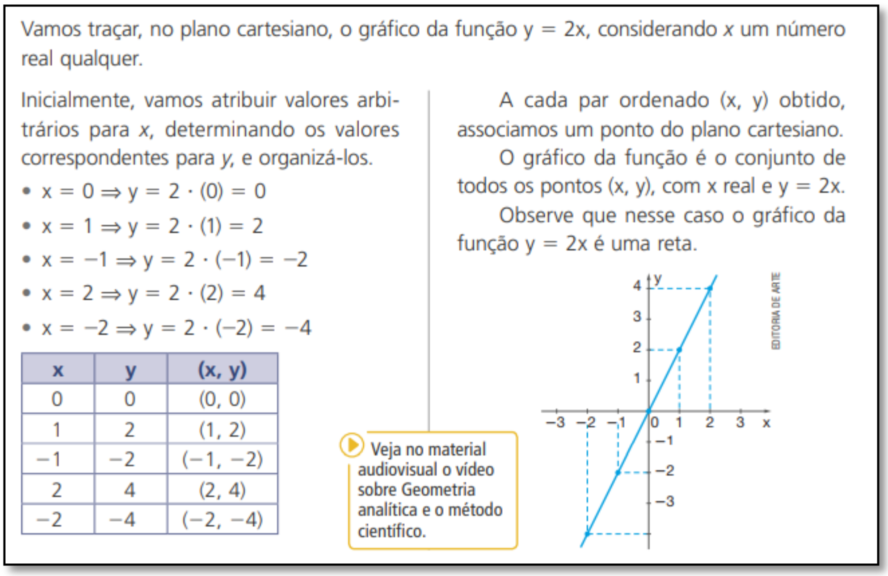
Os apontamentos descritos até aqui referentes aos processos de ensino e da aprendizagem da álgebra na perspectiva de Duval, nos permitem problematizar a importância da utilização dos gestos intelectuais para a aprendizagem de conceitos algébricos e da maneira como eles se articulam para a construção do conhecimento. Isso nos permite compreender os processos algébricos presentes na interpretação global da função afim para a articulação dos registros de representação, por meio do estudo das variáveis e unidades significativas que será apresentado na próxima seção.

2.5 FUNÇÃO AFIM: ABORDAGEM DE INTERPRETAÇÃO GLOBAL DA PROPRIEDADE FIGURAL

Nesta seção vamos discutir os processos algébricos presentes na interpretação global das propriedades figurais da função afim, que permitem a compreensão de suas diferentes representações e a articulação entre os registros de representação gráfica e algébrica, algo que não é comumente utilizado no estudo desse objeto matemático. Em geral, no ensino da função afim, parte-se da representação algébrica para a gráfica por meio da abordagem ponto a ponto, uma passagem considerada ineficiente e inadequada e que constitui um obstáculo no processo inverso quando é dado o gráfico da função para determinar a equação.

Na abordagem ponto a ponto ocorre a associação entre um ponto e um par de números, permitindo a introdução e definição das representações gráficas limitando-se a alguns valores particulares, facilitando o traçar do gráfico e a leitura das coordenadas (DUVAL, 2011a). O que pode ser ilustrado na Figura 2, retirada de um livro didático de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental:

Figura 2 – Construção do gráfico da função afim



Vamos traçar, no plano cartesiano, o gráfico da função y = 2x, considerando *x* um número real qualquer.

Inicialmente, vamos atribuir valores arbitrários para *x*, determinando os valores correspondentes para *y*, e organizá-los.

- x = 0 ⇒ y = 2 · (0) = 0
- x = 1 ⇒ y = 2 · (1) = 2
- x = −1 ⇒ y = 2 · (−1) = −2
- x = 2 ⇒ y = 2 · (2) = 4
- x = −2 ⇒ y = 2 · (−2) = −4

x	y	(x, y)
0	0	(0, 0)
1	2	(1, 2)
−1	−2	(−1, −2)
2	4	(2, 4)
−2	−4	(−2, −4)

A cada par ordenado (x, y) obtido, associamos um ponto do plano cartesiano.

O gráfico da função é o conjunto de todos os pontos (x, y), com x real e y = 2x.

Observe que nesse caso o gráfico da função y = 2x é uma reta.

Veja no material audiovisual o vídeo sobre Geometria analítica e o método científico.

Fonte: Giovanni Junior e Castrucci (2018, p. 254)

O exemplo expresso na Figura 2 destaca a associação entre os pontos no plano cartesiano e a atribuição de valores para x, para determinar o valor de y. Essa forma de abordar a função afim, segundo Simonetti (2020), apresenta impasses para a compreensão desse conteúdo. A autora destaca que é um procedimento que enfatiza apenas um sentido da conversão do registro algébrico para o gráfico e que necessita de uma representação intermediária, no caso, a construção da tabela, e não passa de uma regra de codificação. Percebe-se que a abordagem ponto a ponto não proporciona a mobilização de operações cognitivas que permitam aos estudantes a adequação de conhecimentos necessários para a partir do gráfico obter a equação.

Desse modo, faz-se necessário analisar as unidades significativas próprias de cada registro, bem como as transformações implícitas para a mudança de registro. Sendo que, na expressão algébrica essas unidades significativas são relativamente acessíveis, o mesmo não ocorrendo na representação gráfica, na qual a discriminação das propriedades figurais torna-se complexa. Nessa perspectiva, a conversão do registro algébrico para o gráfico é mais evidente, por isso pode ser suficiente uma abordagem ponto a ponto, no entanto, a conversão do registro gráfico para o algébrico requer uma interpretação global da propriedade figural, exigindo assim um custo cognitivo maior (DUVAL, 2011a).

De acordo com Duval (2011a, p. 99), na interpretação global das propriedades figurais **"não estamos mais na presença da associação "um ponto – um par de números", mas na presença da associação "variável visual de representação – unidade significativa da expressão algébrica"**. Para o autor a correspondência semiótica entre o registro de representação gráfica e o registro da expressão algébrica deve partir de uma apresentação das variáveis significativas de forma explícita e sistemática, variando uma unidade significativa e mantendo as outras constantes para observar as transformações ocorridas no outro registro, articulando a unidade de imagem visual e as transformações no registro da expressão algébrica, podendo ser integradas também outras características, como caráter aberto ou fechado das curvas.

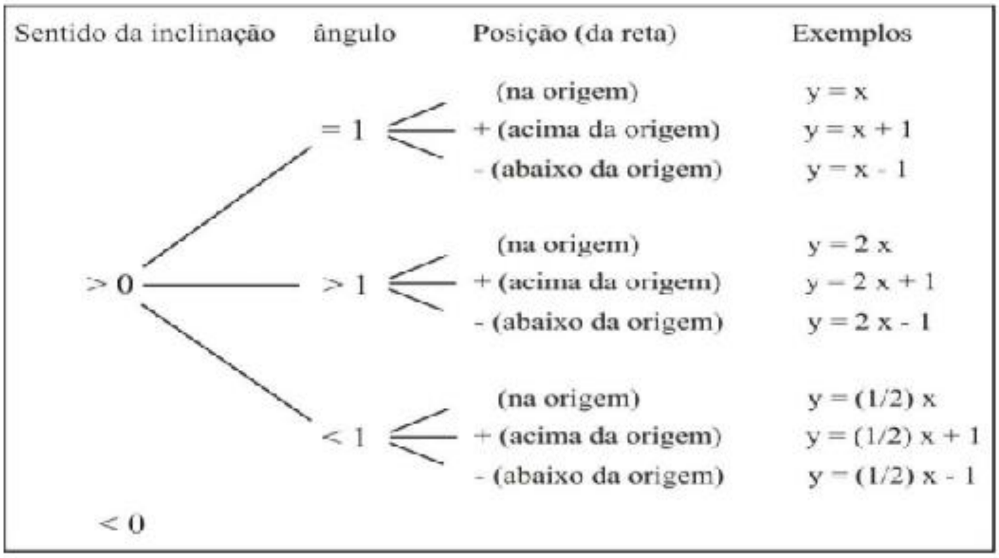
Nesse sentido, para o que Duval chama de "abordagem qualitativa e global", necessita a discriminação das unidades significativas de cada registro, que no gráfico são as variáveis visuais que caracterizam a conversão e no registro algébrico são os coeficientes e seus sinais. Os Quadros 7, 8 e 9 (DUVAL, 2011a) apresentam um exemplo de avaliação da função afim, que permite o esboço do gráfico antes mesmo de sua construção.

Quadro 7 – Valores e variáveis visuais para y = ax + b no plano cartesiano

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes	
Sentido da inclinação	ascendente descendente	coeficiente > 0 coeficiente < 0	ausência de sinal presença do sinal –
Ângulo com os eixos	partição simétrica ângulo menor ângulo maior	coefic. variável = 1 coefic. variável < 1 coefic. variável > 1	não há coefic. escrito há coefic. escrito há coefic. escrito
Posição sobre o eixo	corta acima corta abaixo corta na origem	acresc. constante subtrai-se constante sem correção aditiva	sinal + sinal – ausência de sinal

Fonte: Duval (2011a, p. 101)

Quadro 8 – Dezoito representações gráficas visualmente diferentes



Fonte: Duval (2011a, p. 101)

Quadro 9 – Características visuais de representação no plano cartesiano

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
- **implantação** da tarefa (o que se destaca como figura sobre o fundo).	- **zona** - **linha**	>, <, ... =
- **forma** da tarefa (a linha traçada delimita ou não uma zona aberta ou fechada).	- **linha reta** - **linha curva**	**expoente da variável = 1** **expoente da variável > 1**

Fonte: Duval (2011a, p. 102)

Assim, para o estudo da função afim o professor deve propor atividades que contemplem, tanto a variação das unidades simbólicas do registro algébrico como as unidades significativas do registro gráfico (intersecção com o eixo das ordenadas que corresponde ao coeficiente *b* e o ângulo formado da reta com o sentido positivo do eixo das abscissas, cuja tangente corresponde ao coeficiente *a*), considerando as mudanças na inclinação da reta quando o coeficiente angular assume valores positivos ou negativos, menor ou maior que um. Sendo que para $a > 0$ (sem a presença de sinal) a função é crescente e para $a < 0$ (com a presença de sinal “-“) a função é decrescente. No caso das retas não paralelas aos eixos, há mais de 18 representações gráficas como expressas no Quadro 8.

Diante do exposto, percebe-se a importância do estudo da função afim, por meio de uma “abordagem qualitativa e global”, pois possibilita a compreensão e a construção do conhecimento matemático referente a esse objeto matemático.

CAPÍTULO 3 – TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

As tecnologias trazem novas perspectivas para a sociedade ao romper barreiras geográficas e promover o acesso à informação e à comunicação, com possibilidades universal e imediata, algo que ficou ainda mais evidente durante a pandemia da Covid-19, período em que ocorreu a ampliação do uso das tecnologias digitais nas nossas vidas particulares, no mundo do trabalho, no desenvolvimento do conhecimento e na educação, as quais foram amplamente utilizadas nos processos de ensino e da aprendizagem. Nesse sentido, é imprescindível algumas reflexões acerca das possíveis relações existentes entre as tecnologias digitais e o trabalho realizado nas escolas, em particular nos processos de ensino e da aprendizagem na Educação Matemática (EM).

O termo tecnologias é comumente utilizado em diversos discursos: informais, pedagógicos, políticos, de marketing, entre outros (CHIARI, 2018). No âmbito das pesquisas desenvolvidas em educação encontramos diferentes definições de tecnologias, entre elas, a sistematizada por Kenski (2012, p. 24) na qual afirma que:

> Ao conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade, chamamos de “tecnologia”. Para construir qualquer equipamento – uma caneta esferográfica ou um computador –, os homens precisam planejar e criar o produto, o serviço, o processo. Ao conjunto de tudo isso, chamamos de tecnologias.

A autora enfatiza também que o conceito de novas tecnologias, mesmo sendo muito usado na literatura, não pode ser confundido com o conceito de inovação, pois a rapidez do desenvolvimento tecnológico atual dificulta determinar um limite para que um conhecimento, instrumento ou procedimento seja considerado novo, assim “o conceito de novas tecnologias é variável e contextual” (KENSKI, 2012, p. 25).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) refere-se ao desenvolvimento de competências e habilidades para o uso crítico e responsável das tecnologias digitais, tendo como propósito o direcionamento para a utilização da própria tecnologia, recurso e linguagens digitais, como destaca na quinta competência geral:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9).

Nessa perspectiva, as tecnologias digitais não devem ser utilizadas somente como suporte ou meio para o ensino, mas para promover a construção do conhecimento, possibilitando a articulação do conhecimento a ser ensinado e da tecnologia, estabelecendo "novas relações entre conteúdos, espaços, tempos e pessoas diferentes" (KENSKI, 2012, p. 32). Para isso, é necessário compreender as especificidades do ensino e da tecnologia escolhida, para que assim possamos organizar os espaços de aprendizagens, tempo, o número de alunos, enfim, o planejamento das atividades a serem desenvolvidas em sala de aula.

O uso de tecnologias na EM vem passando por transformações ao longo dos últimos anos, "as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e a aprendizagem da Matemática" (BORBA; SUCUGLIA; GADANIDIS, 2021, p. 25).

No livro *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática,* os autores Borba, Scucuglia e Gadanidis (2021) analisam pesquisas desenvolvidas em nosso país nos últimos 30 anos, que abordam a presença das tecnologias digitais em EM, organizando esses conhecimentos em *quatro fases*, considerando para isso as particularidades e similaridades entre elas, enfatizando que não são fases separadas, mas que se complementam. Cabe destacar também que no livro *Vídeos na Educação Matemática* de Borba, Souto e Canedo Junior (2022), os autores trazem uma ampliação desses estudos e sistematizam *a quinta fase* do uso das tecnologias em EM. De acordo com esses autores:

> [...] as quatro primeiras fases são marcadas principalmente pelas tecnologias digitais e a natureza das atividades desenvolvidas, enquanto a quinta fase, cronologicamente associada à pandemia, tem como elementos principais a intensificação do uso das tecnologias digitais, o poder de ação (*agency*, em inglês) de atores não humanos e a hibridização da Educação Matemática a partir do poder de ação desse vírus. (BORBA; SOUTO; CANEDO JUNIOR, 2022, p. 25).

A primeira fase inicia nos anos de 1980, por meio de discussões sobre o uso de calculadoras simples ou científicas e de computadores nas aulas de matemática, período em que termos como "tecnologias informática" (TI) ou tecnologias computacionais passaram a ser utilizadas para se referir aos computadores e *softwares*, mas essa fase é caracterizada pelo uso do *software* LOGO, fundamentado teoricamente no *construcionismo,* que considerava a linguagem de programação do LOGO para o desenvolvimento do pensamento matemático. Nessa fase surgiu a preocupação com a implementação de laboratórios de informática nas escolas e a formação de professores, atribuindo às tecnologias o papel de catalisador das mudanças pedagógicas (BORBA; SUCUGLIA; GADANIDIS, 2021).

A segunda fase teve início em 1990, caracterizada pela popularização dos computadores pessoais e pelo uso de *softwares* voltados para a representação de funções (como o *Winplot*, o *Fun* e o *Graphmatica*) e de geometria dinâmica (como o *Cabri Géomètre* e o *Geometricks*). Conforme Borba, Souto e Canedo Junior (2022, p. 20), “[...] a dinamicidade dos *softwares* conduziu a uma transformação da Matemática escolar com a incorporação de termos como o “arrastar” ou a diferenciação entre desenho e construção geométrica, que se tornaram possíveis em um *software* de geometria dinâmica”. Nessa fase, existiam também muitas perspectivas sobre o papel dos computadores na vida pessoal e profissional de estudantes, professores e pesquisadores. Muitos nem chegaram a usar o computador, outros “perceberam as transformações cognitivas, sociais e culturais que ocorriam com o uso de TI, buscaram explorar possibilidades didáticas e pedagógicas” (BORBA; SUCUGLIA; GADANIDIS, 2021, p. 30).

A terceira fase teve início em 1999, em meio ao desenvolvimento da internet e a sua utilização como fonte de informação e como meio de comunicação, entre professores e estudantes e para formação continuada de professores, via *e-mails, chats* e fóruns, emergindo assim a Educação a Distância e a interação *on-line* em ambientes virtuais de aprendizagem.

A quarta fase iniciou em meados de 2004, com o advento da internet rápida. Nessa fase se tornou comum a utilização do termo Tecnologias Digitais (TD) por ser mais abrangente do que Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), “o termo está voltado para produção de vídeos, comunicadores *on-line* com telepresença (como o *Skype*), ambientes virtuais de aprendizagem, aplicativos, objetos virtuais de aprendizagem, celulares inteligentes e outras tecnologias portáteis” (CARVALHO; ROMANELLO; DOMINGUES, 2018, p. 108). Percebe--se que até recentemente estávamos vivenciando a quarta fase do uso das TD, mas em 2020 um ator não humano (o vírus SARS-CoV-2) transformou quantitativa e qualitativamente as relações do uso das TD em Educação Matemática.

Diante do exposto sobre as *quatro fases* do uso das tecnologias em EM foi possível perceber as principais características de cada uma delas e o percurso até a *quinta fase* que estamos vivenciando atualmente. Na próxima seção será apresentada a *quinta fase* e a visão que permeia o uso das tecnologias para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

3.1 A QUINTA FASE DO USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Para situarmos as discussões sobre a *quinta fase* do uso das tecnologias em EM, procederemos a uma breve apresentação dos acontecimentos do início de 2020, quando o mundo foi surpreendido por uma doença com proporções pandêmicas causada pelo coronavírus. Para conter a disseminação do vírus, a Organização Mundial da Saúde (OMS) recomendou o distanciamento social e as escolas tiveram que suspender as aulas presenciais em todos os níveis de ensino. O Ensino Remoto Emergencial (ERE) foi uma das medidas adotadas por diversos países, incluindo o Brasil, para minimizar os impactos da pandemia na educação, com isso as atividades escolares passaram a ser realizadas de forma remota, utilizando as tecnologias digitais.

Nesse sentido, a pandemia impôs aos professores um repensar de sua prática pedagógica e das formas de ensinar e aprender, algo que ocorreu de forma imprevisível, acarretando grandes mudanças nas interações com os estudantes, no trabalho e na maneira de se apropriar do conhecimento. Uma realidade que a escola não estava preparada para assumir, tampouco os professores, o que evidenciou a necessidade de formação, deixando visível questões que vinham sendo discutidas, relacionadas à importância da formação inicial e continuada dos professores. A implementação do ERE reforçou as desigualdades já existentes em relação às dificuldades enfrentadas por muitos estudantes brasileiros.

> Na Educação Básica, os modelos variaram, e houve um aumento ainda maior da desigualdade social na medida em que algumas escolas tiveram Educação *on-line* e outras tiveram entregas de atividades e outras nada tiveram. A perda de vínculo entre alunos e escola precisará de certo tempo para ser compreendida e superada. (BORBA; SOUTO; CANEDO JUNIOR, 2022, p. 27)

Corroborando com esses autores, Corrêa e Brandemberg (2021, p. 42) apontam que uma grande quantidade de estudantes no nosso país enfrenta “uma situação de vulnerabilidade socioeconômica, não possuindo condições de acesso a cursos *on-line*, seja por falta de internet de qualidade, computadores, *smartphones*, ou ainda um espaço físico adequado para assistir às aulas”. Nota-se que as questões relacionadas à infraestrutura, acesso à internet de qualidade, disponibilidades de recursos tecnológicos para serem utilizados nas aulas são dificuldades que os estudantes e professores já enfrentavam mesmo antes da pandemia.

Nesse contexto, temos que compreender também que o ERE é diferente da Educação a Distância, que começou a ser desenvolvida na *terceira fase* do uso das tecnologias em EM mencionada anteriormente. Há que se considerar que o Ensino Remoto se configurou como uma solução emergencial usada durante a pandemia, seguindo a organização e horário das aulas presenciais, enquanto a Educação a Distância é uma modalidade de ensino regulamentada na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). Segundo Garcia et al. (2020, p. 5):

> Ensinar remotamente não é sinônimo de ensinar a distância, embora esteja diretamente relacionado ao uso de tecnologia e, nesse caso, digital. O ensino remoto permite o uso de plataformas já disponíveis e abertas para outros fins, que não sejam estritamente os educacionais, assim como a inserção de ferramentas auxiliares e a introdução de práticas inovadoras. A variabilidade dos recursos e das estratégias, bem como das práticas, é definida a partir da familiaridade e da habilidade do professor em adotar tais recursos. Ensinar remotamente permite o compartilhamento de conteúdos escolares em aulas organizadas por meio de perfis [ambientes controlados por login e senha] criados em plataformas de ensino, como, por exemplo, SIGAA e MOODLE, aplicativos como *Hangouts*, *Meet, Zoom* ou redes sociais.

Para a interação entre professores e estudantes, diferentes recursos digitais foram utilizados como: e-mail, lista do *WhatsApp*, aplicativos do *Google*, plataformas de videoconferência, utilizadas para as aulas, reuniões e bate-papo, entre outros. Conforme Borba, Souto e Canedo Junior (2022, p. 15), "o vírus SARS-CoV-2, um ator não humano, transformou abruptamente as relações de uso das tecnologias digitais em todos os setores da sociedade, particularmente nos processos de ensino e de aprendizagem na Educação Matemática". Como apontam esses autores, é preciso "reconhecer que um vírus, o SARS-CoV-2, influenciou a presença de tecnologias digitais em Educação Matemática com uma intensidade que nenhum programa desenhado por humanos (ou humanos-com-tecnologias) alcançou" (BORBA; SOUTO; CANEDO JUNIOR, 2022, p. 26).

A necessidade do distanciamento social impulsionou a utilização de vídeos com diferentes objetivos: estudos, trabalho ou entretenimento. Nesse período também se tornaram tendência as *lives*, uma nova forma de comunicação, que foram usadas com distintas finalidades, entre elas, educacionais, para a transmissão ao vivo de palestras, entrevistas, rodas de conversas, entre outros, com possibilidades de gravação das mesmas para ser disponibilizada por meio da internet ou outros meios de comunicação para ser assistida a qualquer hora e em qualquer lugar (BORBA; SOUTO; CANEDO JUNIOR, 2022).

Na *quinta fase*, percebe-se que ocorreu a **ampliação** do uso de recursos digitais em EM, assim como a intensificação da produção e utilização de vídeos e das *lives*, apontando para o desenvolvimento de novas formas de ensinar e aprender a matemática, pois as experiências vivenciadas no período da pandemia têm evidenciado a necessidade de mudanças na cultura pedagógica, ao possibilitar aos estudantes assumirem uma "postura dialógica, crítica e questionadora e desenvolver a capacidade de inquietar-se, conjecturar, comparar, investigar" (BORBA; SOUTO; CANEDO JUNIOR, 2022, p. 57). Assim,

> O bom clima pedagógico-democrático é o em que o educando vai aprendendo à custa de sua prática mesma que sua curiosidade, como sua liberdade, deve estar sujeita a limites, mas em permanente exercício. [...] Como professor, devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo e nem ensino. (FREIRE, 1996, p. 95 *apud* BORBA; SOUTO; CANEDO JUNIOR, 2022, p. 57).

Para os autores, a visão das tecnologias como agente que promove a produção de conhecimentos e instiga o desenvolvimento de estratégias pedagógicas, a partir da inter-relação entre os seres humanos e as tecnologias digitais, possibilita ampliar os horizontes dos estudantes e criar oportunidades de difusão do conhecimento.

A seguir vamos apresentar a plataforma *Desmos*, um recurso digital com potencialidades para o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos, em especial o estudo da função afim.

3.2 PLATAFORMA *DESMOS*

Nesta seção vamos descrever as funcionalidades da plataforma *Desmos* para os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática na Educação Básica. No entanto, não temos a pretensão de apresentar um tutorial para a utilização do *Desmos* em sala de aula, mas uma descrição dessa plataforma que permita a sua exploração e algumas possibilidades de seu uso nas aulas de Matemática, em particular, para a aprendizagem da função afim nos anos finais do Ensino Fundamental, objeto de estudo da pesquisa.

As discussões acerca do uso de recursos digitais, nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, emergiram das inquietações vivenciadas na docência na Educação Básica, principalmente no período do Ensino Remoto Emergencial, com a necessidade de adaptação das aulas do presencial para o *on-line*. Muitas questões surgiram, como: como trabalhar os conteúdos matemáticos de forma remota? Quais recursos tecnológicos contribuem para a aprendizagem dos estudantes? Nesse sentido, nossa pesquisa busca explorar as limitações e potencialidades do uso da plataforma *Desmos* para o ensino e a aprendizagem da Matemática, nas aulas presenciais, com foco na aprendizagem da função afim, utilizando essa ferramenta para a exploração das representações gráfica e algébrica da função e a conversão entre os registros de representações, para que assim os estudantes possam de fato compreender esse conteúdo.

A plataforma *Desmos* foi apresentada pela primeira vez em 2011, pelo físico e matemático Eli Luberoff, numa conferência nos Estados Unidos, com o intuito de buscar investimentos para o seu desenvolvimento. A motivação para a sua criação veio da percepção de Luberoff de que os estudantes não deveriam pagar para utilizar uma calculadora gráfica. Dentre os benefícios da plataforma *Desmos*, destacam-se: interface colorida, *feedback* em tempo real, acessibilidade por meio do computador ou *smartphone* conectado à internet, e custo zero para os usuários. Também pode ser acessada *on-line*[12] ou baixada em dispositivos *Android* ou *iOS*, para ser utilizada sem a necessidade de conexão com a internet (SILVA, 2021).

Na plataforma é possível a construção de atividades interativas com a utilização de imagens, vídeos, gráficos, entre outros, com orientações para a resolução das questões. Além de possibilitar ao professor fazer o acompanhamento da participação dos estudantes nas atividades aplicadas, isso pode ocorrer de forma síncrona ou assíncrona por meio das ferramentas disponíveis no painel do professor.

No decorrer da realização das atividades o professor pode pausar e passar novas instruções aos estudantes, caso ache necessário. Desse modo, percebe-se que o *Desmos* proporciona a interação entre aluno/aluno, aluno/professor e o desenvolvimento de habilidades investigativas (ANTUNES; CAMBRAINHA, 2020). De acordo com os autores esse recurso digital

> [...] fornece um ambiente e oferece diversas ferramentas de exploração que tiram proveito dessa natureza social das interações *on-line* para promover uma investigação matemática significativa, onde cada ator assume o seu papel de maneira bem definida, sendo esse, seguramente, um dos pontos que diferenciam o *Desmos* de outras plataformas *on-line* de matemática. (ANTUNES; CAMBRAINHA, 2020, p. 5).

No *Desmos* estão disponíveis as ferramentas matemáticas (calculadora gráfica, calculadora científica, calculadora de quatro operações, praticar para a prova, calculadora de matrizes e ferramenta de geometria), sala de aula (na qual pode acessar ou editar as atividades já disponíveis e criar/editar atividades personalizadas) e recursos (informações sobre a plataforma). Mas há dois ambientes principais: a Calculadora Gráfica e as Atividades para a Sala de Aula.

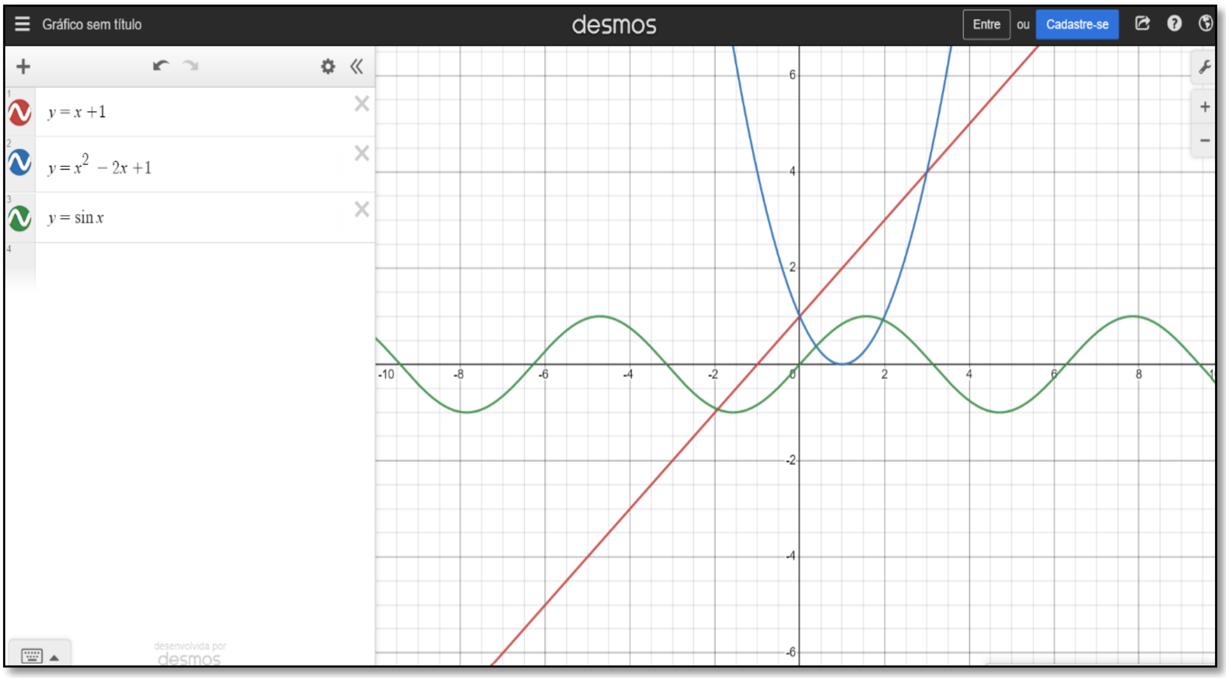
---

[12] https://www.desmos.com/?lang=pt-BR

3.2.1 A Calculadora Gráfica da plataforma *Desmos*

Na calculadora gráfica do *Desmos* é possível "traçar gráfico de funções, plotar tabelas de dados, resolver equações, explorar transformações, e muito mais" (ANTUNES; CAMBRAINHA, 2020, p. 11-12). Os recursos da calculadora gráfica podem ser utilizados sem ser necessário cadastrar-se na plataforma, mas para salvar ou recuperar os gráficos editados precisa estar logado. O idioma padrão da plataforma é o inglês, mas a página pode ser traduzida para o português[13]. A Figura 3 apresenta a interface da calculadora gráfica.

Figura 3 – Interface da Calculadora Gráfica da plataforma *Desmos*[14]



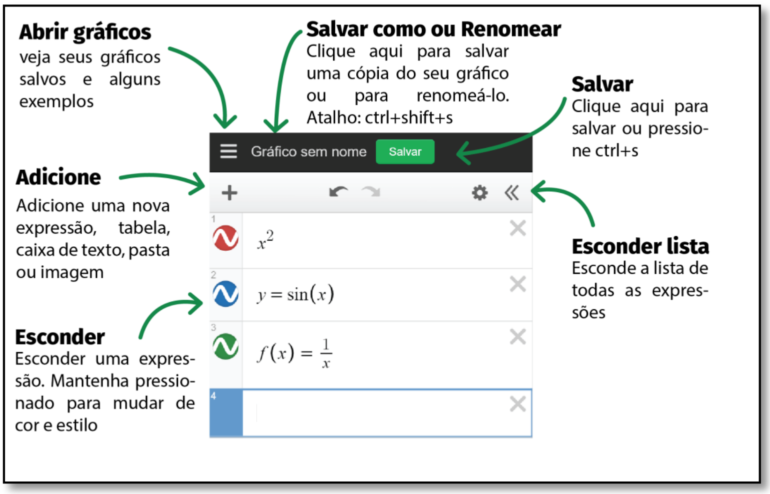
Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A partir da Figura 3, observam-se as representações algébrica e gráfica das funções. A calculadora gráfica permite também o estudo dessas representações e a variação ocasionada por meio da mudança das variáveis e unidades visuais significativas. Conforme Silva (2021, p. 28), "a visualização gráfica gerada pela plataforma *Desmos* tem se mostrado uma ferramenta eficiente para o ensino de função como outros conteúdos da Matemática e a exploração de conceitos muitas vezes abstratos para os alunos".

[13] Para isso, basta clicar no ícone (globo terrestre) localizado no canto superior direito e optar por um idioma.
[14] https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR

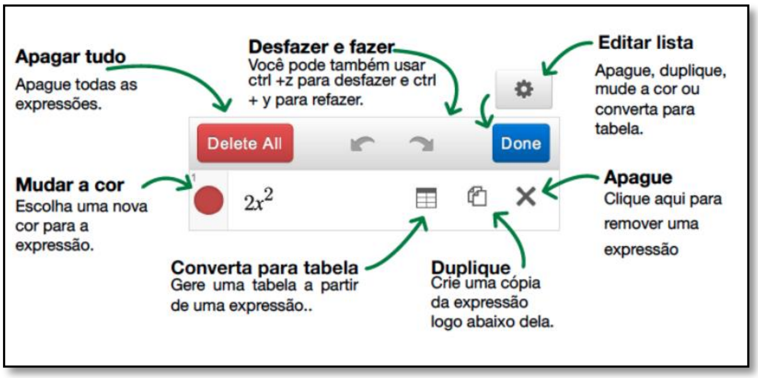
As Figuras 4, 4.1 e 4.2 exibem alguns passos para acessar, digitar, salvar e compartilhar os gráficos das funções na calculadora gráfica do *Desmos*.

Figura 4 – Passos para usar a calculadora gráfica da plataforma *Desmos*



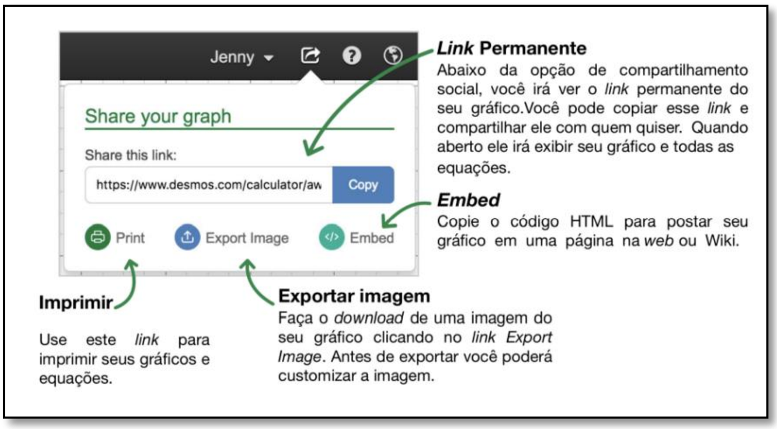
Fonte: Antunes e Cambrainha (2020, p. 12)

Figura 4.1 – Passos para usar a calculadora gráfica da plataforma *Desmos*



Fonte: Antunes e Cambrainha (2020, p. 13)

Figura 4.2 – Passos para usar a calculadora gráfica da plataforma *Desmos*



Fonte: Antunes e Cambrainha (2020, p. 13)

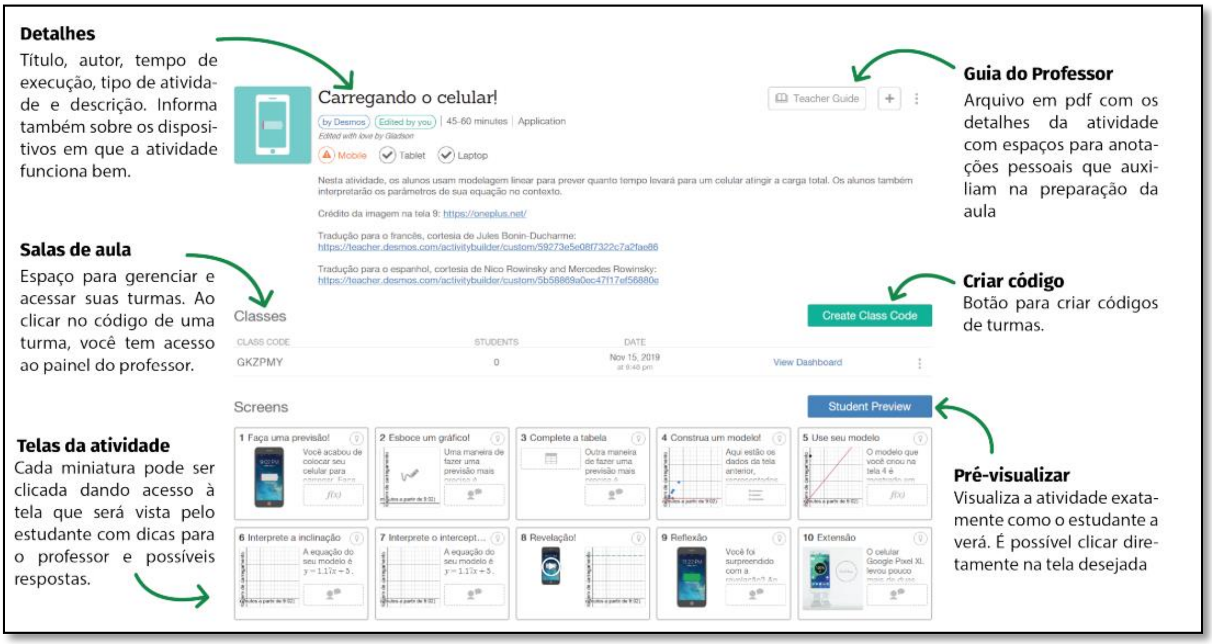
Estão disponíveis outras funcionalidades, como a utilização das variáveis e do controle deslizante, que permite variar os valores dos coeficientes das funções e visualizar as modificações no gráfico, tornando a visualização mais dinâmica. Além da construção e configuração de tabelas. O que foi apresentado sobre o ambiente da calculadora gráfica, são informações básicas de seu uso que podem ser ampliadas e exploradas por meio do acesso à calculadora na plataforma *Desmos*.

3.2.2 Atividades para a sala de aula na plataforma *Desmos*

Na plataforma *Desmos* encontramos um ambiente onde estão disponíveis diversas atividades relacionadas a diferentes tópicos da Matemática da educação básica, organizadas por assunto ou por popularidade. Nesse espaço o professor pode editar ou criar atividades *on-line* interativas e personalizadas para suas aulas, além de acompanhar, de forma síncrona ou assíncrona, o progresso dos estudantes em cada atividade disponibilizada, possibilitando uma avaliação formativa da compreensão dos conceitos matemáticos abordados.

Conforme Antunes e Cambrainha (2020, p. 24), “é possível acessar a página com as atividades, navegar por elas, experimentar no papel do aluno e ver recomendações ao professor. Contudo, para poder utilizá-las [...] precisa ter um cadastro e estar conectado a ele”. A Figura 5 exibe os detalhes de uma atividade disponível na plataforma.

Figura 5 – Detalhes de uma atividade disponível na plataforma *Desmos*



Fonte: Antunes e Cambrainha (2020, p. 25)

Ao acessar uma atividade no *Desmos* o professor pode fazer uma análise prévia dos conceitos matemáticos e das possíveis estratégias que os estudantes irão utilizar para a sua resolução, tendo assim uma visão geral do que será abordado. Isso permitirá a seleção de atividades que contemplem os conhecimentos matemáticos referentes ao conteúdo aplicado no decorrer das aulas ou a construção de uma nova atividade.

Dentre os recursos disponíveis na Sala de Aula do *Desmos* temos: painel de controle, no qual é possível gerenciar as atividades de uma turma; e o recurso de pausa, que ao ser ativado os estudantes não podem prosseguir na atividade. Isso permite ao professor passar novas instruções, caso ache necessário. No painel de controle o professor terá um *feedback* do progresso dos estudantes de forma individualizada, possibilitando o desenvolvimento de estratégias para a construção do conhecimento matemático.

Outra possibilidade é o construtor de atividades, no qual o professor pode criar suas próprias atividades por meio da utilização de ferramentas disponíveis, entre elas, mídia, anotações, gráficos, tabelas, esboços, entrada e múltipla escolha. É possível combinar até três dessas ferramentas para a construção de uma atividade, algo que é feito automaticamente no momento da edição (ANTUNES; CAMBRAINHA, 2020).

CAPÍTULO 4 – PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Neste capítulo, descrevem-se os elementos que integram o percurso metodológico da pesquisa, dentre os quais: a abordagem metodológica, a descrição do contexto e dos participantes da investigação, esclarecimentos e questões éticas, os instrumentos e os procedimentos de coleta dos dados, por meio da aplicação da sequência didática e a análise dos dados a partir da Análise de Conteúdo de Bardin (2021).

4.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA

Essa pesquisa segue uma abordagem qualitativa. As pesquisas qualitativas têm como foco a relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, um vínculo que envolve o mundo objetivo e as subjetividades do sujeito, algo que não é traduzido usando números. Sendo assim, o pesquisador busca compreender os fenômenos que ocorrem em um determinado contexto e as questões que influenciam o seu desenvolvimento (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Para os autores, nesse tipo de pesquisa todos os dados obtidos constituem-se relevantes para compreender o objeto de estudo. Corroborando com esses autores, Lüdke e André (1986, p. 12) enfatizam que "as circunstâncias particulares em que um determinado objeto se insere são essenciais para que se possa entendê-los. Da mesma maneira as pessoas, os gestos, as palavras estudadas devem ser sempre referenciadas ao contexto onde aparecem".

Bogdan e Biklen (1994, p. 47) definem cinco características para uma pesquisa qualitativa:

> 1. Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.
> 2. A investigação qualitativa é descritiva.
> 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.
> 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.
> 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

A primeira característica destaca que numa investigação qualitativa os dados são coletados por meio do contato direto do pesquisador com o ambiente em que o fenômeno se desenvolve, partindo de uma observação direta dos sujeitos envolvidos para a compreensão do todo da pesquisa. A segunda corresponde ao fato de que os dados são coletados em forma de palavras ou imagens e não de números, ou seja, a investigação não se reduz a inúmeras páginas contendo narrativas ou símbolos numéricos. A terceira característica se refere ao interesse com o desenvolvimento da investigação e não somente com os resultados obtidos, pois no decorrer do processo de coleta de dados pode se desenvolver a explicação para a ocorrência de determinado fenômeno, possibilitando assim a explicação e compreensão do mesmo, algo além da descrição de dados quantitativos que pouco diz respeito aos participantes da pesquisa. Para os autores, a quarta característica propõe uma análise dos dados a partir da forma indutiva, no qual o pesquisador utiliza parte do estudo para perceber quais questões são relevantes. A quinta característica se refere ao fato de que numa investigação qualitativa, as perspectivas dos participantes sobre os fenômenos estudados são fundamentais para a compreensão do objeto investigado (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Nesse sentido, optamos por uma pesquisa com abordagem qualitativa, do tipo estudo de caso, por considerar mais apropriada para os objetivos descritos para esta pesquisa, pois se trata de investigar a aprendizagem da função afim pelos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, utilizando uma tecnologia digital (plataforma *Desmos*). Assim nos propusemos a aplicar uma sequência didática para o estudo desse objeto matemático, algo que necessitou da inserção da pesquisadora no ambiente escolar para o desenvolvimento das atividades e o acompanhamento, não apenas da resolução das questões ou manuseio da tecnologia, mas do sentido dado pelos estudantes ao que estava sendo realizado, as interações, cooperações, enfim, todo o processo de investigação.

O estudo de caso possibilita compreender e analisar diferentes aspectos de fenômenos que se desenvolvem numa situação real, com ênfase no contexto contemporâneo. Gil (2021, p. 34), afirma que o estudo de caso "consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos casos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento".

Nessa perspectiva, algumas definições de estudo de caso são encontradas na literatura, entre elas, a de Gil (2021), descrita anteriormente, e a de Yin (2015, p. 17), que define o estudo de caso, como:

> 1. [...] uma investigação empírica que
> - Investiga um fenômeno contemporâneo (o "caso") em profundidade e em seu contexto de mundo real, especialmente quando
> - Os limites entre o fenômeno e o contexto puderem não ser claramente evidentes.

Para o autor, o método de estudo de caso é comum em pesquisas em diferentes áreas[15] do conhecimento e pode contribuir com a construção do conhecimento de fenômenos

[15] Psicologia, sociologia, ciência política, antropologia, assistência social, administração, educação, enfermagem e planejamento comunitário (YIN, 2015, p. 4).

individuais, grupais, organizações sociais, políticas, entre outras. E pode, também, possibilitar uma descrição ampla de um fato. Segundo o autor, “seja qual for o campo de interesse, a necessidade diferenciada da pesquisa [...] permite que os investigadores foquem um “caso” e retenham uma perspectiva holística e do mundo real” (YIN, 2015, p. 4).

4.2 O CONTEXTO E OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Essa investigação surgiu a partir das inquietações vivenciadas na atuação docente nos anos finais do Ensino Fundamental, no período da pandemia, despertando o interesse da professora/pesquisadora por investigar o uso das tecnologias digitais na aprendizagem da Matemática. Com o intuito de delimitar o objeto de estudo, optamos por pesquisar sobre a aprendizagem da função afim, mediada por uma tecnologia digital (plataforma *Desmos*), utilizando os subsídios teóricos da TRRS de Duval, para a fundamentação teórica e elaboração da sequência didática para a coleta dos dados empíricos da pesquisa. Tendo em vista que esse objeto matemático começa a ser abordado no 9º ano do Ensino Fundamental, selecionamos estudantes desse nível de ensino para participarem da investigação.

A Unidade Escolar onde ocorreu os encontros para a aplicação da sequência didática está localizada no Município de Remanso, situado no norte da Bahia, uma cidade ribeirinha que fica às margens do Rio São Francisco, e encontra-se a 720 km da capital baiana, Salvador, e tem, aproximadamente, 41.324 habitantes. A escola funciona nos três turnos: matutino, vespertino e noturno, atendendo estudantes do Ensino Fundamental dos Anos Iniciais – 1º ao 5º ano e Anos Finais – 6º ao 9º ano e na modalidade EJA (Educação de Jovens e Adultos). A referida instituição de ensino iniciou seu primeiro ano letivo em 4 de maio de 1981 e foi oficialmente legalizada em julho do mesmo ano pela portaria nº 1244, publicada no Diário Oficial do estado da Bahia.

Como na maioria das cidades do interior do Nordeste, Remanso é movimentada pela economia “natural”, agricultura, pesca e pecuária. Desse modo, com a finalidade de atender ao contexto cultural e social do seu entorno, a escola estabelece no seu Projeto Político Pedagógico (PPP), vigência a partir 2022, os pressupostos de uma educação transformadora, inovadora e humanizada, que possa oferecer qualidade de vida pessoal e coletiva, impactando positivamente na realidade da comunidade escolar, levando os estudantes a refletirem sobre a importância do papel sociocultural que a escola exerce sobre a sociedade local em que está inserida, e canalizar este recurso na formação do caráter social de seus educandos.

No PPP da escola está explícita a importância do desenvolvimento da cultura digital no ambiente escolar. Com relação ao ensino da Matemática, segue-se o que está determinado nos documentos oficiais, entre eles, o Documento Curricular Referencial de Remanso, no qual a Matemática é concebida como uma ciência dinâmica, em constante transformação e contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos, com foco no que o aluno precisa desenvolver, para que o conhecimento matemático seja uma ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade.

Sendo assim, a escolha de uma escola municipal de Remanso – BA deu-se pelo fato de ser o contexto de atuação docente da pesquisadora. Para a seleção dos participantes levamos em consideração estar regularmente matriculado no 9º ano do Ensino Fundamental, na escola selecionada e se disponibilizar a participar voluntariamente da pesquisa.

Os estudantes tinham aulas no turno matutino e participaram das atividades no contraturno (vespertino) para não interferir na organização e no planejamento das aulas. O professor de Matemática da turma teve uma conversa inicial com os estudantes, informando-os, preliminarmente, sobre a pesquisa e incentivando-os a participar.

Na primeira conversa da pesquisadora com a turma, que ocorreu no dia 12 de setembro de 2022, os estudantes foram informados sobre o objeto de estudo da pesquisa, sobre o fato de a participação ser voluntária e sobre não ter problemas se não quisessem participar ou em caso de desistência e, também, referente ao horário de aplicação das atividades. Após essa conversa, 12 estudantes se disponibilizaram a participar, os pais foram comunicados pela coordenação da escola e orientados sobre a assinatura do Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE), só então os estudantes assinaram o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE).

O primeiro encontro, realizado em 19 de setembro de 2022, no laboratório de informática da escola, contou com a presença de 8 (oito) estudantes, sendo 6 (seis) meninas e 2 (dois) meninos. Mas no decorrer da aplicação das atividades apenas 6 (seis) estudantes compareceram a todos os encontros, sendo 2 (dois) meninos e 4 (quatro) meninas.

4.3 OS INSTRUMENTOS E OS PROCEDIMENTOS DE COLETA DOS DADOS DA PESQUISA

Os dados empíricos foram coletados a partir da aplicação de uma sequência didática elaborada, tendo como base os subsídios teóricos (descritos no segundo capítulo) da aprendizagem da álgebra, segundo Duval, contemplando o estudo da função afim, por meio da interpretação global das propriedades figurais. No Quadro 10, encontram-se organizados os instrumentos utilizados e o tipo de dados coletados.

Quadro 10 – Instrumentos de coleta de dados da pesquisa

Instrumentos	Dados coletados
Sequência didática	Anotações e resolução das atividades propostas (*on-line* e impressas) feitas pelos estudantes; Arquivo com os gráficos produzidos na Calculadora Gráfica do *Desmos*; *Print* das atividades aplicadas usando a Sala de Aula da plataforma *Desmos*.
Videogravação	Gravação em vídeos dos encontros, descrição de alguns diálogos e argumentação dos estudantes. Dinâmica de desenvolvimento das atividades propostas.
Diário de notas de campo	Anotações feitas pela professora/pesquisadora (utilizando o *Word*) no momento dos encontros.

Fonte: Elaborado pelas autoras a partir dos dados da pesquisa (2022)

Nas próximas subseções serão descritos os instrumentos e os procedimentos utilizados para a produção dos dados da pesquisa.

4.3.1 Sequência Didática: Estudo da Função Afim com o uso da plataforma *Desmos*

Na literatura nos deparamos com diferentes concepções e perspectivas de abordagem da sequência didática e com os mais variados modelos para a construção da mesma, mas percebemos que um modelo pode ser adaptado de acordo com os objetivos e o conteúdo para a construção do conhecimento dos estudantes. Conforme Zabala (1998, p. 18), uma sequência didática "é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores quanto pelos alunos".

Para o autor, as sequências de atividades de ensino e aprendizagem, ou sequências didáticas, possibilitam encadear e articular as diferentes atividades de forma a contribuir para a "construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhes atribuir" (ZABALA, 1998, p. 20). Assim, de modo a organizar as atividades realizadas durante os encontros, utilizamos alguns construtos propostos por Zabala (1998), para a construção da sequência didática para a investigação do objeto de estudo dessa pesquisa.

Conforme a BNCC (BRASIL, 2018), nos anos finais do Ensino Fundamental os estudantes devem compreender os significados das diferentes variáveis numéricas de uma expressão, além de estabelecer conexões entre variável/função e incógnita/equação, para que assim a aprendizagem da álgebra possa contribuir para transformar uma situação dada em outras representações, como uma situação-problema apresentada em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos.

Sendo assim, as atividades desenvolvidas envolvem os procedimentos para esboçar o gráfico da função afim, bem como, dado o gráfico, obter a equação correspondente, partindo inicialmente de conjecturas e demonstrações dessas conjecturas, utilizando a Calculadora Gráfica do *Desmos*, para a construção de gráficos e estudo das alterações no gráfico por meio das modificações na expressão algébrica.

Duval (2018, p. 12) enfatiza que:

> É preciso construir situações de aprendizagem nas quais os alunos possam comparar as variações de conteúdo das representações em um registro A com variações correlatas de conteúdo das representações em um registro B: é a única maneira de aprender a discernir as unidades a serem postas em correspondência e tornar-se capaz de reconhecer, rapidamente, se duas representações quaisquer sendo dadas em dois registros são, ou não são, duas representações equivalentes de um mesmo objeto.

Nesse sentido, no caso da função afim para que de fato ocorra a articulação entre os registros de representação gráfica e o registro da expressão algébrica, é necessário o estudo das variáveis significativas de forma explícita e sistemática, variando uma unidade significativa e mantendo as outras constantes para observar as transformações ocorridas no outro registro, articulando a unidade de imagem visual e as transformações ocorridas no registro da expressão algébrica (DUVAL, 2011a).

Para isso, propomos nas atividades questões que contemplaram o estudo das variáveis visuais e unidades significativas da função afim, por meio da utilização da plataforma *Desmos*, para a análise visual e algébrica das modificações ocorridas no registro algébrico e gráfico ao modificar uma das variáveis significativas.

A sequência didática foi organizada em três momentos, distribuídos em cinco (5) encontros de aproximadamente 2 horas cada, perfazendo uma carga horária total de 10 horas, realizados no mês de setembro de 2022. Os dois primeiros momentos contemplaram situações de aprendizagem envolvendo o uso da plataforma *Desmos* e de atividades impressas e o último a resolução de atividades (sem o uso do *Desmos*).

No Quadro 11, apresentamos um resumo da organização e os procedimentos utilizados na aplicação das atividades propostas em cada momento.

Quadro 11 – Organização dos momentos da sequência didática

Momentos		Atividades	Procedimentos
I	**Atividades utilizando a plataforma *Desmos* (Calculadora Gráfica)**	01. Explorando a plataforma *Desmos*. 02. Estudo do coeficiente *a*. 03. Efeitos no gráfico das alterações dos valores do coeficiente *a* e da constante *b*. 04. Conjecturas sobre o Crescimento e decrescimento do gráfico da função. 05. Crescimento e decrescimento do gráfico da função afim.	– Explorar livremente a plataforma *Desmos*, em seguida responder à questão proposta na atividade 1. – Introdução do conteúdo função afim utilizando *slides*. – Estudo do coeficiente *a* e da constante *b*, utilizando a Calculadora Gráfica do *Desmos* e o material disponibilizado impresso para as anotações iniciais. – Salvar os gráficos construídos na Calculadora Gráfica numa pasta no computador.
II	**Atividades utilizando o Ambiente Virtual do *Desmos* – Sala de Aula**	01. Estudo do sinal do coeficiente *a*. 02. Mantendo fixo o coeficiente *a* e alterando a constante *b* ou vice-versa, para analisar as alterações no gráfico. 03. Dada a representação algébrica, identificar a representação gráfica. 04. Determinar a representação algébrica a partir da representação gráfica. 05. Articulação entre os registros algébrico e gráfico. 06. Dada a representação gráfica das retas, determinar a equação e observar as mudanças no coeficiente *a* e na constante *b*.	– Exposição dialogada sobre como determinar a raiz ou zero da função. – Resolução das atividades postadas no ambiente virtual do *Desmos* para responder às atividades propostas. Usando a calculadora gráfica disponibilizada no próprio ambiente no momento da construção das atividades.
III	**Atividades (sem o uso do *Desmos*)**	01. Reconhecer a representação gráfica da função afim. 02. Identificar as unidades significativas para esboçar o gráfico da função afim. 03. Determinar a equação a partir da representação gráfica. 04. Articulação entre os registros gráfico e algébrico. 05. Determinar a equação das retas a partir da representação gráfica e indicar a posição relativa das retas.	– Resolução das atividades disponibilizadas impressas, utilizando régua e papel milimetrado para esboçar o gráfico da função afim. Nesse momento os estudantes não utilizaram o *Desmos* para responder às propostas.

Fonte: Elaborado pelas autoras a partir dos dados da pesquisa (2022)

Os encontros foram realizados no laboratório de informática da escola, no qual os estudantes utilizaram os computadores e a internet para acessar a plataforma *Desmos* e realizar as atividades propostas em cada momento da sequência.

As atividades propostas nessa sequência foram elaboradas, considerando as regras de correspondência semiótica entre os registros de representação da função afim e as transformações que ocorrem do registro gráfico para o algébrico e vice-versa. Num primeiro momento foram explorados os valores e variáveis visuais para $y = ax + b$ no plano cartesiano, partindo do sentido da inclinação, ângulo com os eixos e posição sobre o eixo e suas unidades simbólicas correspondentes. Desse modo propomos, "**variar uma unidade significativa na**

expressão, mantendo as outras constantes e ver o que se passa no outro registro (ou mudar uma variável visual, mantendo as duas outras constantes e ver as modificações que acontecem na expressão)" (DUVAL, 2011a, p. 103).

Antes de iniciar as atividades os participantes da pesquisa exploraram a plataforma *Desmos*, para se familiarizar com as ferramentas disponíveis utilizadas para o estudo de conteúdos matemáticos. Em seguida, acessaram a Calculadora Gráfica disponível na plataforma, para realizar as atividades propostas, fazendo as anotações necessárias no material impresso e interagindo com os colegas. Posteriormente, resolveram algumas questões impressas, utilizando os conhecimentos mobilizados no desenvolvimento das atividades propostas com o uso do *Desmos*.

Como descrito no Quadro 11, a sequência didática foi organizada em três momentos, no primeiro foi utilizada a Calculadora Gráfica do *Desmos* para articulação entre os registros de representação gráfica e algébrica por meio das variáveis e unidades significativas. No segundo momento a resolução de atividades *on-line* personalizadas, criadas no espaço Atividades para Sala de Aula, disponível na plataforma *Desmos*. E no terceiro momento a resolução de questões impressas sem a utilização do *Desmos*.

A seguir, apresentamos as atividades aplicadas em cada momento da sequência didática, explicitando os principais pressupostos da TRRS de Duval para a aprendizagem da função afim por meio da interpretação global de propriedades figurais.

4.3.1.1 Primeiro Momento: Atividades utilizando a plataforma *Desmos* (Calculadora Gráfica)

Atividade 1 – Explorando as interfaces da Plataforma *Desmos*

Acessar a página da Plataforma *Desmos:* https://www.desmos.com/?lang=pt-BR. Você irá encontrar a seguinte página, apresentada na Figura 1. Cadastre-se e comece a explorá-la.

Figura 1 – Página inicial da Plataforma *Desmos*

Fonte: https://www.desmos.com/?lang=pt-BR

Você já conhecia a Plataforma *Desmos*? Em caso negativo, gostou de conhecer? Por quê?

Atividade 2 – Estudo do coeficiente ***a*** da função afim.

1 – Que tipo de gráfico teremos para a função y = x?
a) Acesse a Calculadora Gráfica do *Desmos*. Digite a função y = x. O gráfico que se formou corresponde à sua conjectura (resposta) para a questão 1?
2 – Que tipo de gráfico teremos para a função y = ax?
a) Obtenha o gráfico de uma função, utilizando a Calculadora Gráfica do *Desmos*, definida por y = ax sendo a ≠ 0 e a∈ Z.
b) A sua resposta para a questão 2 se confirmou?
c) Qual a diferença entre as retas construídas nos itens a e b?
d) Qual a função do coeficiente ***a*** no gráfico?

Atividade 3 – Efeitos no gráfico das alterações dos valores do coeficiente ***a*** e da constante ***b*** na função afim $y = ax + b$.

Orientar os alunos a manipularem o controle deslizante, primeiro referente ao coeficiente ***a*** *e em seguida à constante* ***b****, alterando os valores de* ***a*** *e* ***b*** *para assim observar as mudanças ocorridas no gráfico da função afim.*

Segundo Lorenço (2018, p. 27), como forma de pontuar algumas situações, podem ser feitos os seguintes questionamentos:
a) O que ocorre quando o valor do coeficiente a é zero e b assume qualquer outro valor diferente de zero?
b) O que ocorre quando o valor do coeficiente b é zero e a assume qualquer outro valor?
c) O que ocorre quando o valor de a é 1 e o valor de b varia nas diferentes possibilidades do controle deslizante?
d) O que ocorre quando o valor de b é -1 e o valor de a varia nas diferentes possibilidades do controle deslizante?
e) Diante do que foi visto, o coeficiente a é responsável por qual alteração no gráfico?
f) E o coeficiente b, é responsável por qual alteração no gráfico?

Atividade 4 – Conjecturas a respeito do crescimento e decrescimento do gráfico da função afim.

O que acontece com o gráfico da função afim $y = ax + b$*, quando o coeficiente* a*:*

a) for $a > 0$
Usando a Calculadora Gráfica do *Desmos*. Atribua valores **(maiores que zero)** para o coeficiente a e analise o que acontece com a inclinação do gráfico da função.
b) for $a < 0$
Usando a Calculadora Gráfica do *Desmos*. Atribua valores **(menores que zero)** para o coeficiente a e analise o que acontece com a inclinação do gráfico da função.
O que você pode concluir a respeito do valor do coeficiente a?

Atividade 5 – Insira as funções $y = x + 3$ e $y = -x + 3$ na Plataforma *Desmos*. O que você observou sobre os gráficos destas funções? São funções crescentes ou decrescentes? Por quê?
a) Agora, insira na Plataforma *Desmos* qualquer função com coeficiente positivo e outras com coeficiente negativo. Observe o gráfico destas funções. O que podemos conjecturar?
b) Dada uma função afim $y = ax + b$, qual a interseção do gráfico com o eixo y?

As atividades propostas para esse momento tiveram como objetivo analisar os efeitos no gráfico da função afim das modificações feitas nos coeficientes a e b. Para isso, buscamos abordar o estudo do coeficiente a e da constante b, inicialmente, por meio de conjecturas sobre o tipo de gráfico que corresponde a função $y = ax + b$ para, em seguida, a partir do uso da Calculadora Gráfica do *Desmos*, verificar se as respostas iniciais se confirmaram ou não. Posteriormente, fazendo uso do controle deslizante para investigar as modificações ocasionadas na representação gráfica com a mudança dos valores do coeficiente a e da constante b.

Com relação ao sinal do coeficiente a, propusemos um estudo sobre o crescimento e decrescimento da função, partindo da análise dos valores atribuídos ao coeficiente a. Para tal foi realizada a discriminação das unidades significativas, que no gráfico corresponde às variáveis visuais e na equação os coeficientes e seus sinais. Sendo que, quando a assume valores *maiores que* zero ($a > 0$) a função é crescente, e quando a assume valores *menores que* zero ($a < 0$) a função é decrescente. Isso também pode ser visualizado no esboço do gráfico na calculadora gráfica do *Desmos*, possibilitando a compreensão do conceito de inclinação.

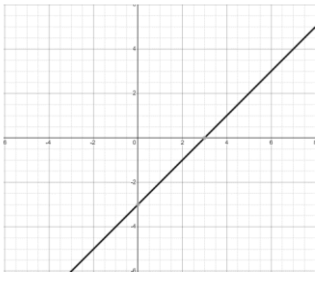
4.3.1.2 Segundo Momento: Atividades utilizando o Ambiente Virtual do *Desmos* – Sala de Aula

Atividade 1 – Estudo do sinal do gráfico da função $y = ax + b$, no que se refere à crescente e decrescente quando:
a) a = -2
b) a = 4
Agora, escreva as funções com os coeficientes das alternativas anteriores, atribuindo qualquer para a constante b.

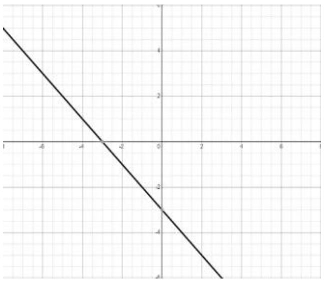
Atividade 2 – Dada a função afim $y = ax + b$, esboce os gráficos utilizando o *Desmos*, quando:
i) a = 1 e b = 2
ii) a = - 1 e b = 3
iii) a = 3 e b = 3
iv) a = 2 e b = -3
Construa na Calculadora Gráfica do *Desmos* os gráficos das funções dos itens i e ii. Em seguida iii e iv. Quais as conclusões esperadas, visto que ambos os valores de *a* e *b* variam?
a) Digite funções mantendo fixo o valor do coeficiente *a* e modifique o valor da constante b. Qual a posição relativa das retas obtidas?
b) Digite funções mantendo fixo o valor da constante *b* e modifique o valor do coeficiente *a*. Qual a posição relativa das retas obtidas?
c) Atribua os mesmos valores (com sinais opostos) para o coeficiente *a*? Qual a posição relativa das retas obtidas?
d) Atribua valores opostos para *a* e *b*. Que conclusão se pode esperar, por exemplo, para a função y = 2x – 2 ou y = -2x + 2?
Responda às questões a seguir:
b) Qual a influência dos valores de ***a*** nos gráficos desenhados?
c) O que os valores de **b** representam na construção da representação gráfica?

Atividade 3 – Uma função definida pela representação algébrica $y = x - 3$. Qual a representação gráfica correspondente?

a) (   )

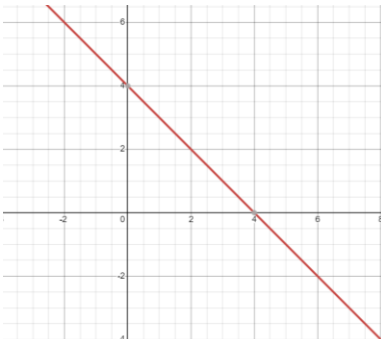


b) (   )



Justifique sua reposta.

Atividade 4 – A partir da representação gráfica, determinar a representação algébrica correspondente.



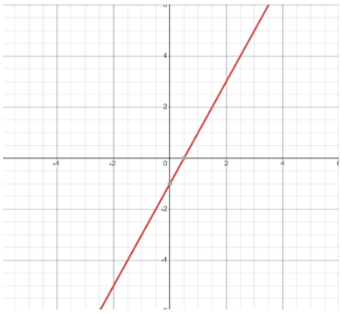
Atividade 5 – Dentre as funções, identifique a que representa o gráfico mostrado ao lado.

a) $y = -x - 1$

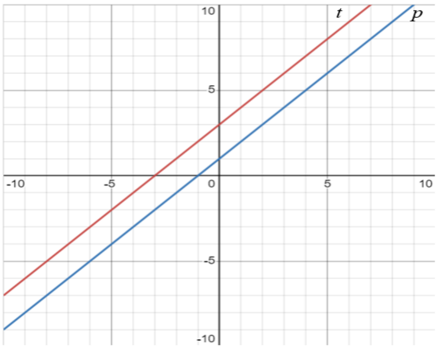
b) $y = 2x - 1$

c) $y = 2x + 3$

d) $y = -5x - 1$



Atividade 6 – Considerando as representações gráficas das retas t e p. Determinar as equações correspondentes.



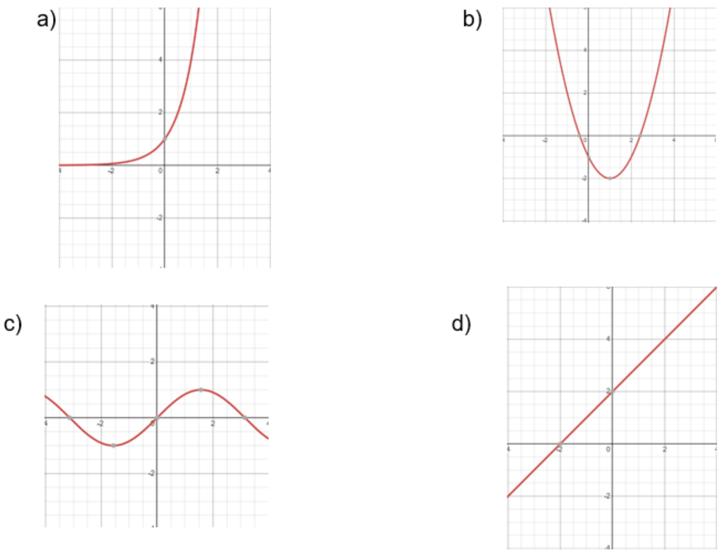
a) Quais as mudanças que foram possíveis observar nos valores dos coeficientes e o que isso interfere nos gráficos?
b) O que é possível observar nas representações gráficas das retas t e p, com relação à constante *b*?

As atividades elaboradas para esse momento tiveram como objetivos explorar as modificações ocorridas no registro gráfico da função afim com a variação das unidades significativas do registro algébrico; e identificar as diferentes representações da função afim e as transformações do registro gráfico para o algébrico e vice-versa. Sendo assim, buscamos explorar a conversão do registro gráfico para o registro algébrico da função, a partir da resolução das questões disponibilizadas no ambiente virtual de atividade para a Sala de Aula do *Desmos* (apresentada no segundo capítulo, subseção 3.2.2).

Essas atividades contemplaram a mobilização dos conhecimentos adquiridos no primeiro momento, por meio do estudo das variáveis e unidades significativas da função afim, possibilitando aos estudantes uma interpretação global das propriedades figurais da função. Conforme Duval (2011a, p. 99), “quando se trata de partir da representação gráfica para encontrar, por exemplo, a equação correspondente ou para utilizar o conceito de inclinação ou direção, é esta abordagem de interpretação global que se torna necessária”, para que de fato possa ocorrer a construção do conhecimento matemático.

4.3.1.3 Terceiro Momento: Atividades (sem o uso do *Desmos*)

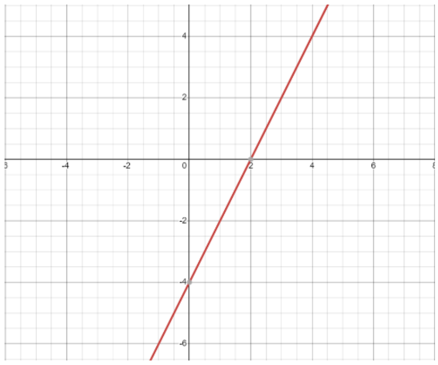
Atividade 1 – Dentre os gráficos abaixo, marque a opção que representa o gráfico de uma função afim $y = ax + b$.



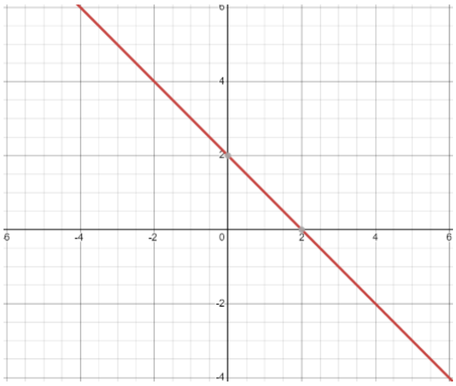
Atividade 2 – Dada a função afim definida por y = 3x + 6, determinar:
a) O valor do coeficiente ***a*** e da constante ***b***.
b) Se é uma função crescente ou descrente? Como você chegou a essa conclusão?
c) O que o valor de ***b*** representa na construção da representação gráfica da função?
d) A raiz (zero) da função?
d) Esboce a representação gráfica da função.

Atividade 3 – Dada a representação gráfica da reta, determinar sua respectiva equação correspondente.

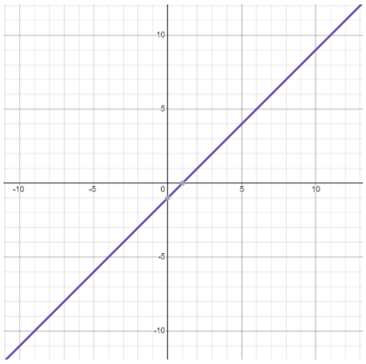
a)



b)



Atividade 4 – Analise o gráfico da função afim e relacione-o com a representação algébrica correspondente:



a) (   ) -x +1

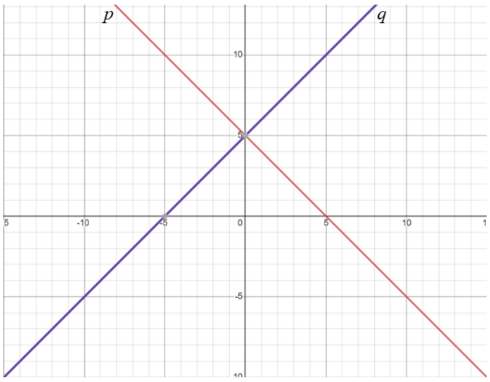
b) (   ) 2x – 1

c) (   ) x – 1

d) (   ) x +2

Diante do que foi visto, que informações você utilizou para determinar a resposta dessa atividade?

Atividade 5 – Considerando as representações gráficas das retas p e q. Determine as equações correspondentes.



a) O que é possível observar nas representações gráficas das retas p e q, com relação ao coeficiente a e a constante b?
b) Qual a posição relativa das retas p e q?

As atividades desse momento buscaram identificar as diferentes representações da função afim e as transformações do registro gráfico para o algébrico ou vice-versa, possibilitando a utilização dos conhecimentos mobilizados nos dois momentos anteriores. Optamos por não utilizar a plataforma *Desmos* neste momento para investigar a compreensão dos principais subsídios para a aprendizagem da função e se ocorreu uma avaliação qualitativa e global da função afim.

4. 3.2 Videogravação e Diário de Notas de Campo

O registro da aplicação das atividades fez-se necessário para a organização, sistematização e interpretação dos dados. Conforme Yin (2016), isso deve ser realizado sem interferir no ritmo dos participantes, configurando-se como um processo silencioso e discreto, mas que possa capturar as ações, palavras, imagens vividas exatamente como foram ditas, para uma análise cuidadosa do material obtido. Desse modo, além das anotações, respostas dos estudantes, *print* das atividades, utilizamos também a gravação dos encontros e anotações feitas pela professora/pesquisadora durante os encontros para a aplicação da sequência didática.

Os encontros foram gravados, com a finalidade de, posteriormente, observar a dinâmica e a interação dos estudantes durante a participação nas atividades, e possibilitar a análise do que ocorreu no ambiente no decorrer da coleta de dados e capturar ações dos participantes, sons, assim como as interações, diálogos, entre outros (YIN, 2016). Alguns recortes das falas dos estudantes foram utilizados na íntegra no capítulo V, que apresenta os resultados e discussões dos dados.

Durante o trabalho de pesquisa foi usado um diário de notas para fazer anotações das observações realizadas durante os encontros. As anotações foram feitas num arquivo do *Word* editadas no decorrer das observações, algo que foi possibilitado pelo fato de as atividades serem realizadas num espaço que não exige o deslocamento da pesquisadora no momento da investigação.

Segundo Yin (2016), para que essas notas se tornem um conjunto mais formal de dados a serem utilizados nas pesquisas qualitativas, devem ser revisitadas e feitas algumas inferências com o intuito de completar algumas ideias que ficaram incompletas ou cifradas. Esse é um processo feito pela pesquisadora após dados encontrados, por meio de inferências em um espaço à parte para não modificar as anotações feitas no período da aplicação das atividades.

4.4 QUESTÕES ÉTICAS

O objeto de estudo dessa pesquisa envolve estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Sendo assim, em atendimento à Resolução nº 466, de 12 de dezembro de 2012, e à Resolução nº 510, de 7 de abril de 2016 (BRASIL, 2016), do Conselho Nacional de Saúde (CNS), que dispõe sobre as normas éticas aplicáveis às pesquisas em Ciências Humanas e

Sociais, o projeto desta pesquisa foi submetido no dia 14 de junho de 2022 ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), via Plataforma Brasil, sendo aprovado pelo comitê em 18 de junho de 2022, conforme o Parecer Consubstanciado nº 5.475.278 (Anexo I).

Em 1º de junho de 2022, foi solicitada, à Secretaria de Educação de Remanso – BA, a autorização para a realização da pesquisa com os estudantes de uma escola da Rede Municipal de Ensino (Anexo II). Junto à solicitação foram encaminhadas as informações sobre a pesquisa, e após a aprovação do projeto no Comitê de Ética foi entregue uma cópia do Parecer Consubstanciado para assim iniciar a aplicação das atividades.

Em conformidade com o CEP, duas cópias do TCLE foram encaminhadas aos pais para a autorização, por se tratar de menores de 18 anos (Apêndice I). Os participantes também assinaram o TALE (Apêndice II) concordando em participar de livre e espontânea vontade, ao mesmo tempo, autorizando a divulgação dos resultados da pesquisa em eventos e publicações científicas, desde que assegurado o sigilo e o anonimato no relatório da pesquisa.

4.5 ANÁLISE DOS DADOS

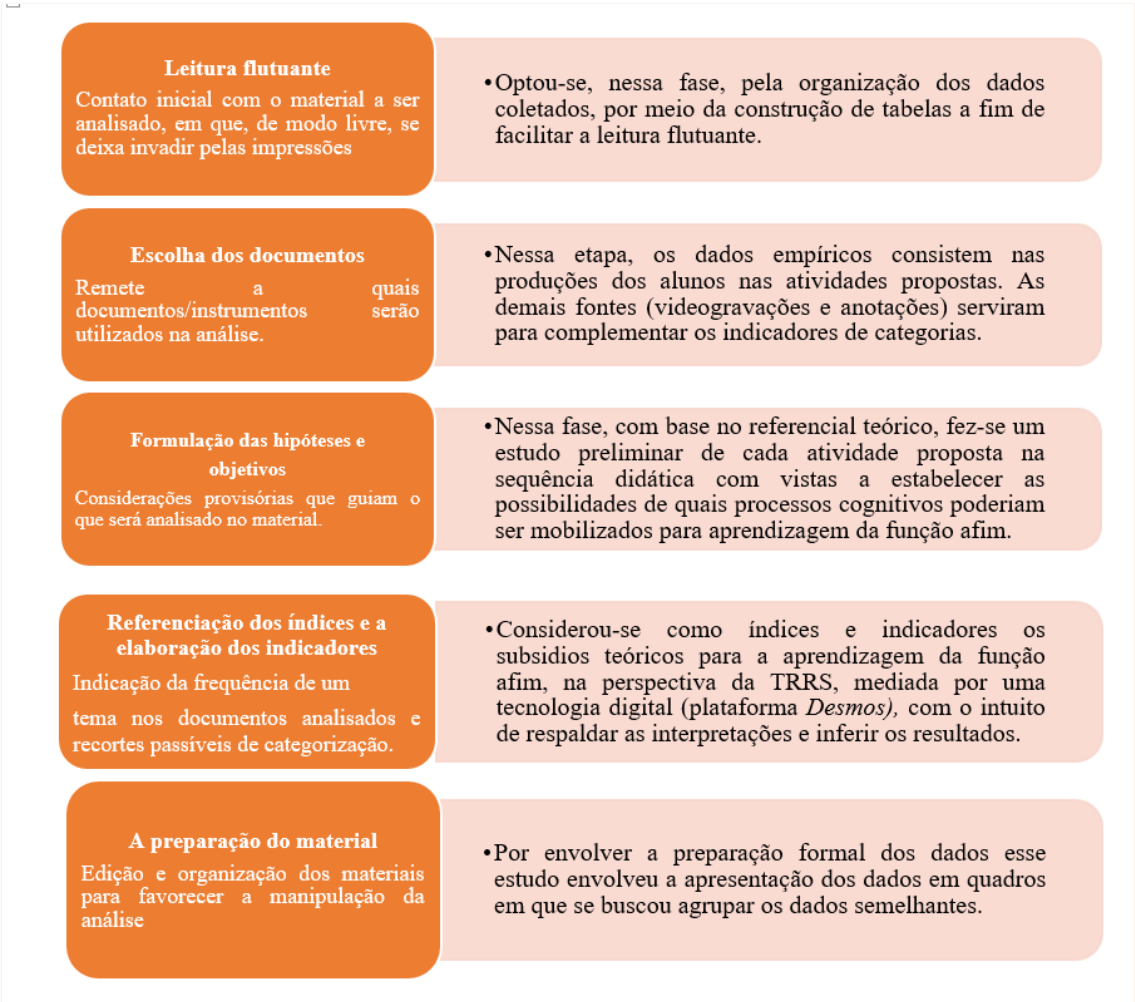
Como procedimentos de análise dos dados, optamos por utilizar a Análise de Conteúdo de Bardin (2021). Essa metodologia de análise de dados foi utilizada para organizar e explorar os dados obtidos por meio dos instrumentos de pesquisa (descritos na seção 4.3). A Análise de Conteúdo, pode ser definida como um conjunto de técnicas de análises, em constante aperfeiçoamento, que permite analisar diferentes fontes de conteúdo (verbais e não verbais), objetivando a inferência de conhecimentos e convergências dos registros analisados (BARDIN, 2021). Conforme a autora, esse é um processo que se organiza em torno de três etapas: 1) a pré-análise; 2) a exploração do material; e 3) o tratamento dos resultados, as inferências e interpretações. A seguir, será descrita cada uma das etapas.

4.5.1 Primeira etapa: a pré-análise

Na pré-análise ocorreu a organização dos dados e sistematização das ideias iniciais, partindo de uma leitura geral do material de análise, tendo em vista as regras de seleção do *corpus* de análise e a sua contribuição para responder à questão de pesquisa. Essa fase compreende: leitura flutuante, escolha dos documentos, formulação de hipóteses e dos objetivos, a referenciação dos índices e a elaboração dos indicadores e, por fim, a preparação do material.

O organograma adaptado de Novak (2018), apresentado na Figura 6, descreve as etapas da pré-análise adotadas nesse estudo.

Figura 6 – Organograma das etapas de pré-análise



Fonte: Adaptado de Novak (2018)

Concluída a primeira etapa da Análise de Conteúdo, descrita anteriormente, parte-se para a exploração do material, que constitui a segunda etapa de análise.

4.5.2 Segunda etapa: a exploração do material

Na exploração do material os dados foram analisados com o intuito de construir operações de codificação, por meio de recortes das atividades em unidades de registros, para em seguida realizar-se a categorização. As categorias e subcategorias de análise dos dados foram definidas *a priori*, considerando os principais aspectos da aprendizagem da função afim, conforme Duval (2011a, 2012), Brandt e Moretti (2018), descritos no capítulo II, e contemplados nas atividades da sequência didática. Para esses autores, o ensino da função afim deve partir de uma abordagem que contemple um conjunto de variáveis semiocognitivas, que permitam aos estudantes a compreensão desse objeto matemático de forma global e qualitativa.

O Quadro 12 apresenta as categorias e subcategorias, que foram construídas com o intuito de respaldar as interpretações e inferir os resultados.

Quadro 12 – Categorias/Subcategorias de análise

(Continua)

Categorias/Subcategorias	**Índices**	**Descrição**
1. Percepções iniciais dos participantes sobre a plataforma *Desmos*	Conhecer a plataforma *Desmos*, sua funcionalidade e aplicabilidade	Apresentar as percepções iniciais dos participantes a respeito da plataforma *Desmos*, discorrendo sobre a relevância desse recurso tecnológico para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, entre eles a função afim, objeto de estudo dessa pesquisa
	Ferramentas matemáticas e os recursos disponíveis na plataforma *Desmos*	
	Explorar o ambiente virtual ou atividades para a Sala de Aula	
2. Correspondência entre as unidades de sentido de duas representações semióticas da função afim, por meio da utilização da Calculadora Gráfica do *Desmos*	Conjecturas referentes ao coeficiente *a*	Estudo dos valores e variáveis visuais para y = ax +b no plano cartesiano, antes mesmo da construção do gráfico. Observação das variações do coeficiente *a* e da constante *b*, com vista a observar as alterações no gráfico com as variações na expressão algébrica, para identificar as modificações conjuntas da imagem da expressão algébrica.
	Conjecturas em relação à posição da reta ao variar os valores do coeficiente *a* e/ou da constante *b*	
	Observar a variação da constante *b* na interseção da reta com o eixo das ordenadas (eixo y) acima ou abaixo de zero	
	Variações dos valores de *a* e *b* para observar as mudanças ocorridas no gráfico	
3. Estudo do sinal da função afim, com a utilização da Calculadora Gráfica do *Desmos*	Crescimento e decrescimento da função afim	O estudo do crescimento e decrescimento da função, partindo da análise dos valores atribuídos ao coeficiente *a*. Sendo que, quando *a* assume valores maiores que zero ($a > 0$) a função é crescente e quando *a* assume valores menores que zero ($a < 0$) a função é decrescente. Isso também pode ser visualizado no esboço do gráfico na Calculadora Gráfica do *Desmos*, possibilitando a compreensão do conceito de inclinação.

Quadro 12 – Categorias/Subcategorias de análise

(Conclusão)

<table>
<tr><th colspan="2">Categorias/Subcategorias</th><th>Índices</th><th>Descrição</th></tr>
<tr><td rowspan="10">4. Operações cognitivas de conversão, nos dois sentidos, entre gráfico e equações</td><td rowspan="3">4.1 Associação das representações gráfica e algébrica da função afim</td><td>Reconhecer a representação gráfica da função afim</td><td rowspan="10">Estabelecimento de uma correspondência entre o gráfico e expressão algébrica de forma coordenada e em ambos os sentidos, contemplando a atividade cognitiva de conversão.</td></tr>
<tr><td>Associar as unidades significativas do registro algébrico com as variáveis visuais do registro gráfico</td></tr>
<tr><td>Identificar a inclinação do gráfico relacionando-a com o valor do coeficiente a</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4.2 Passagem do registro algébrico para o registro gráfico</td><td>Discriminação das unidades significativas da representação algébrica</td></tr>
<tr><td>Determinar a raiz ou zero da função</td></tr>
<tr><td>Construção do gráfico da função a partir da discriminação das unidades significativas da representação algébrica</td></tr>
<tr><td rowspan="4">4.3 Passagem do registro gráfico para o registro algébrico</td><td>Identificar as variáveis visuais que podem ser percebidas quando se observa o gráfico de uma reta no plano cartesiano</td></tr>
<tr><td>Analisar o sentido de inclinação e posição da reta em relação à origem do eixo vertical</td></tr>
<tr><td>Obter a equação que define a função por meio da raiz que significa a intersecção da reta com o eixo x</td></tr>
<tr><td>Posição relativa de duas retas</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado a partir de Duval (2011a, 2012), Brandt e Moretti (2018)

A análise dos dados ocorreu conforme os índices referenciados em cada categoria, utilizando um processo dedutivo e inferencial, considerando os processos cognitivos mobilizados em cada atividade, explicitando os principais pressupostos da TRRS para a aprendizagem da função afim, por meio da interpretação global de propriedades figurais.

4.5.3 Terceira etapa: o tratamento dos resultados, as inferências e interpretações

A terceira etapa compreende o tratamento dos resultados, inferências e interpretações, no qual o pesquisador pode "propor inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos, ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas" (BARDIN, 2021,

p. 127). Desse modo, realizou-se as análises dos dados de acordo com os procedimentos estabelecidos por Bardin (2021). As discussões dos resultados são apresentadas no capítulo V.

CAPÍTULO 5 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para responder à questão de pesquisa proposta, buscou-se analisar os dados com foco nos processos cognitivos necessários para a aprendizagem da função afim, por meio de uma abordagem global e qualitativa, destacando as contribuições da plataforma *Desmos* para a mobilização desses processos cognitivos e para construção do conhecimento, pelos estudantes do 9º do Ensino Fundamental. Os dados da pesquisa foram produzidos a partir da aplicação de uma sequência didática, conforme apresentado na seção 4.3.1 do capítulo IV.

Os encontros para a aplicação das atividades da sequência didática ocorreram no laboratório de informática da escola, no período de 19 a 22 de setembro de 2022, no contraturno, das 14h às 16h, totalizando 5 encontros com uma carga horária de aproximadamente 10 horas. No primeiro encontro, 8 participantes compareceram e destes somente 6 estiveram presentes em todos os encontros, sendo assim optamos por analisar as produções dos participantes que compareceram a todos os encontros. Nomeamos os participantes de forma aleatória com as siglas P1, P2, P3, ..., P6, a fim de preservar suas identidades, e adotamos a sigla PP para nos referirmos à professora/pesquisadora.

A sequência didática foi organizada em três momentos (seção 4.3.1). Sendo que, no primeiro momento foram aplicadas cinco (5) atividades, no segundo seis (6) e no terceiro cinco (5). Para as discussões dos dados produzidos, as atividades foram organizadas conforme as categorias e subcategorias de análise definidas para esse estudo (seção 4.5.2). Nesse caso, apresentou-se as atividades da seguinte forma: atividades (A1, A2, ...,), momentos da sequência (M1, M2, M3). Os diálogos gravados durante os encontros, quando apresentados, foram transcritos na íntegra com as siglas correspondentes.

5.1 CATEGORIAS E SUBCATEGORIAS DE ANÁLISE DOS DADOS

O processo de organização das categorias e subcategorias se deu da forma prevista na Análise de Conteúdo de Bardin (2021), descritas na seção 4.5 do capítulo IV, partindo dos subsídios teóricos para a aprendizagem da função afim na perspectiva da TRRS, mediada por uma tecnologia digital (plataforma *Desmos*). Dessa forma, constituíram-se as categorias e subcategorias, por meio da análise das atividades, e respaldado no referencial teórico adotado (capítulos II e II).

O Quadro 13, apresenta as categorias e subcategorias de análises dos dados e as respectivas atividades que as compõem.

Quadro 13 – Categorias e subcategorias de análise e as respectivas atividades que as compõem

<table>
<tr><th colspan="2">Categorias/Subcategorias</th><th>Atividades/momentos da sequência didática</th></tr>
<tr><td colspan="2">1. Percepções iniciais dos participantes sobre a plataforma Desmos</td><td>A1M1</td></tr>
<tr><td colspan="2">2. Correspondência entre as unidades de sentido de duas representações semióticas da função afim, por meio da utilização da Calculadora Gráfica do Desmos</td><td>A2M1, A3M1, A2M2</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. Estudo do sinal da função afim, com a utilização da Calculadora Gráfica do Desmos</td><td>A4M1, A5M1, A1M2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4. Operações cognitivas de conversão, nos dois sentidos, entre gráfico e equação</td><td>4.1 Associação das representações gráfica e algébrica da função afim</td><td>A3M2, A5M2, A1M3, A4M3</td></tr>
<tr><td>4.2 Passagem do registro algébrico para o registro gráfico</td><td>A2M3</td></tr>
<tr><td>4.3 Passagem do registro gráfico para o registro algébrico</td><td>A4M2, A6M2, A3M3, A5M3</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado a partir dos dados da pesquisa (2022)

Nas próximas seções, será apresentada cada categoria e subcategoria, procedendo a uma análise *a priori* das atividades que as integram. Em seguida, a análise *a posteriori* dos dados produzidos pelos estudantes, por meio de uma articulação com a fundamentação teórica e com os dados obtidos na revisão sistemática da literatura.

5.1.1 Categoria 1 – Percepções iniciais dos participantes sobre a plataforma *Desmos*

A Categoria I vai apresentar as percepções iniciais dos estudantes a respeito da plataforma *Desmos*, discorrendo sobre a relevância desse recurso tecnológico para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, entre eles, a função afim objeto de estudo dessa pesquisa. Conforme Antunes e Cambrainha (2020), a plataforma *Desmos* vem sendo utilizada para a aplicação de atividades nos cursos de licenciatura em Matemática, em aulas de Pós-Graduação, assim como no desenvolvimento de oficinas para estudantes e professores da Educação Básica. Esse recurso tem proporcionado a "visualização matemática" e permitido que o professor tire o melhor proveito disso para favorecer os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Insere-se nessa categoria a A1M1, que aborda a exploração inicial da plataforma *Desmos* pelos participantes da pesquisa.

Análise a priori da atividade

Atividade A1M1

Essa atividade introdutória foi elaborada com o intuito de apresentar a plataforma *Desmos*, e para que os participantes tivessem o contato inicial com as ferramentas do *Desmos*. A atividade A1M1 consistia na exploração das funcionalidades e aplicabilidades das ferramentas matemáticas disponíveis na plataforma. Após a exploração, os participantes responderam a alguns questionamentos referentes às percepções iniciais sobre a plataforma. Sendo que foi necessário a realização do cadastro, usando o *e-mail* pessoal de cada um, para criar o *login* e uma senha de acesso, para a postagem das respostas no ambiente virtual de aprendizagem do *Desmos*. O Quadro 14 apresenta a atividade A1M1.

Quadro 14 – Explorando as interfaces da plataforma *Desmos*

Acessar a página da Plataforma *Desmos:* https://www.desmos.com/?lang=pt-BR. Você irá encontrar a seguinte página, apresentada na Figura 1. Cadastre-se e comece a explorá-la.

Figura 1: Página inicial da Plataforma *Desmos*

Fonte: https://www.desmos.com/?lang=pt-BR

Você já conhecia a Plataforma *Desmos*? Em caso negativo, gostou de conhecer? Por quê?

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Essa atividade foi postada no ambiente virtual de aprendizagem/Sala de Aula da plataforma *Desmos.* Como descrito na seção 3.2.2 do capítulo III, no ambiente virtual de aprendizagem/Sala de Aula do *Desmos*, o professor pode construir atividades personalizadas e disponibilizar o código da turma para os estudantes responderem, algo que foi feito pela professora/pesquisadora para registrar as respostas dos participantes.

Análise a posteriori da atividade

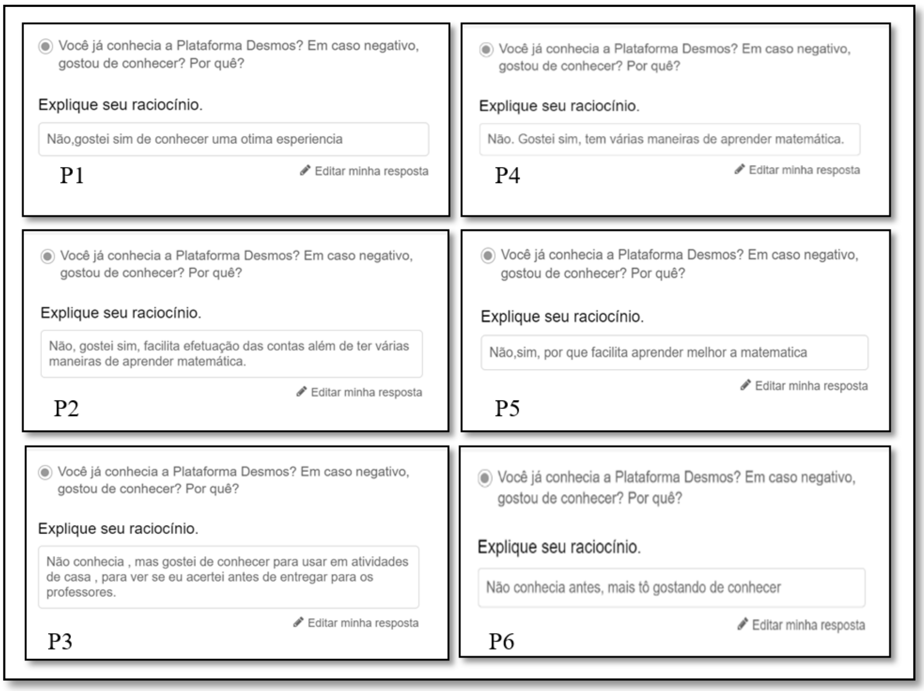
Atividade A1M1

Esta atividade foi aplicada no primeiro encontro de coleta de dados, que ocorreu no dia 19 de setembro de 2022. A professora/pesquisadora iniciou esse encontro apresentando a plataforma *Desmos*, falando sobre: a origem, ano de surgimento, motivação para sua criação, e como acessá-la, usando o *site* disponibilizado ou por meio de uma pesquisa no *Google*. Os participantes foram orientados a explorar livremente a plataforma, alguns demonstraram dificuldades em localizar o *Desmos*, sendo auxiliados pelos colegas e pela professora/pesquisadora.

Durante o desenvolvimento dessa atividade ocorreram interações entre os participantes, assim como ficou evidente a empolgação em compartilhar informações sobre a plataforma. Esse contato inicial com a plataforma *Desmos* demonstrou-se relevante para o desenvolvimento das demais atividades, pois possibilitou a adequação de conhecimentos básicos relacionados aos dois ambientes principais do *Desmos*: a Calculadora Gráfica e o ambiente virtual de aprendizagem/Sala de Aula.

Posteriormente, responderam à atividade A1M1 e, de acordo com as respostas obtidas, nenhum participante conhecia a plataforma, mas todos gostaram de conhecê-la, por diferentes motivos. Na Figura 7, podem ser visualizadas as respostas dos participantes para a atividade A1M1.

Figura 7 – Respostas dos participantes para a atividade A1M1



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Conforme as respostas apresentadas na Figura 7, os participantes P1 e P3 responderam de forma geral se gostaram de conhecer a plataforma, não se referindo diretamente à

Matemática. Os participantes P2, P4 e P5 indicaram que na plataforma existem diversas maneiras de aprender Matemática. Infere-se que nesse caso eles estão se referindo às ferramentas disponíveis, que podem ser utilizadas na aprendizagem de conteúdos matemáticos. Já o P3 explicitou que a plataforma auxilia na verificação das atividades propostas pelo professor, com o intuito de ver se a resposta está correta ou não. Percebemos que, inicialmente, nenhum participante fez referência ao uso da plataforma para o estudo das funções, mesmo tendo utilizado a Calculadora Gráfica para construir de gráficos de funções, no momento de exploração da plataforma.

De modo geral, ficou evidente que os participantes estavam motivados no decorrer da realização da atividade A1M1, conseguindo interagir com os colegas e com a professor/pesquisadora. No entanto, foi possível perceber que mesmo tendo contato com a internet e com o uso do celular, alguns não conseguiram usar corretamente o teclado do computador, evidenciando assim pouca familiaridade com esse recurso tecnológico.

5.1.2 Categoria 2 – Correspondência entre as unidades de sentido de duas representações semióticas da função afim, por meio da utilização da Calculadora Gráfica do *Desmos*

Nessa categoria, inserem-se três atividades: A2M1, A3M1, A2M2, que abordaram o estudo das unidades de sentido das representações gráfica e algébrica da função afim, por meio de conjecturas, variações do coeficiente *a* e da constante *b*, a partir da utilização da Calculadora Gráfica do *Desmos* e a antecipação das transformações nos diferentes gráficos dessas funções. De acordo com Duval (2011a), distinguir essas unidades de sentido na expressão algébrica torna-se mais evidente, pois cada símbolo corresponde a uma unidade significativa, já na representação gráfica é menos evidente. Nesse sentido, faz-se necessário a correspondência entre as unidades de sentido das duas representações, para que os estudantes possam compreender “as modificações conjuntas da imagem e da expressão algébrica” (DUVAL, 2011a, p. 99).

Análise a priori das atividades

Atividade A2M1

A atividade A2M1 contemplou o estudo do coeficiente *a* por meio de conjecturas, seguida da visualização do gráfico construído na Calculadora Gráfica do *Desmos*. O item (1), dessa atividade solicitava que os participantes conjecturassem sobre o tipo de gráfica para a função y = x, e após a construção do gráfico na Calculadora Gráfica, observassem as conjecturas, se confirmaram ou não, com o intuito de dar sentido à posição da reta no plano cartesiano com sua representação algébrica. O item (2) seguia a mesma solicitação, mas para a função y = ax, com questionamentos sobre a diferença entre as retas construídas nos itens (1) e (2), e sobre a função do coeficiente *a* na construção do gráfico da função afim. O Quadro 15, a seguir, apresenta a atividade A2M1.

Quadro 15 – Estudo do coeficiente **a** da função afim

A2M1 – Estudo do coeficiente ***a*** da função afim. **1 –** Que tipo de gráfico teremos para a função y = x? a) Acesse a Calculadora Gráfica do *Desmos*. Digite a função y = x. O gráfico que se formou corresponde à sua conjectura (resposta) para a questão 1? **2** – Que tipo de gráfico teremos para a função y = ax? a) Obtenha o gráfico de uma função, utilizando a Calculadora Gráfica do *Desmos*, definida por y = ax sendo a ≠ 0 e a∈ Z. b) A sua resposta para a questão 2 se confirmou? c) Qual a diferença entre as retas construídas nos itens a e b? d) Qual a função do coeficiente ***a*** no gráfico?

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Assim, esta atividade permitiu um estudo introdutório do coeficiente *a*, proporcionando reflexões sobre a função desse coeficiente na construção do gráfico da função afim, uma forma diferenciada de iniciar o estudo da função afim, que possibilita romper com a abordagem ponto a ponto comumente utilizada no ensino desse objeto matemático (seção 2.5 do capítulo II).

Atividades A3M1 e A2M2

As atividades A3M1 e A2M2 abordaram as variações do coeficiente *a* e da constante *b* no registro algébrico e a visualização no registro gráfico, usando a Calculadora Gráfica do *Desmos*. Partindo da exploração das seguintes possibilidades:

- Manter o valor de *a* e variar o valor de *b*;
- Manter *b* e variar o valor de *a*;
- Mesmo valor de *a* e valores opostos para *b*;
- Sinais opostos para *a* e mesmo valor de *b*;
- Valores opostos para *a* e valores opostos para *b*.

Quadro 16 – Variações do coeficiente a e da constante b na função afim $y = ax + b$

A3M1 – Efeitos no gráfico das alterações dos valores do coeficiente ***a*** e da constante ***b*** na função afim $y = ax + b$.

Orientar os alunos a manipularem o controle deslizante, primeiro referente ao coeficiente ***a*** *e em seguida à constante* ***b****, alterando os valores de* ***a*** *e* ***b*** *para assim observar as mudanças ocorridas no gráfico da função afim.*

Segundo Lorenço (2018, p. 27), como forma de pontuar algumas situações, podem ser feitos os seguintes questionamentos:
a) O que ocorre quando o valor do coeficiente a é zero e b assume qualquer outro valor diferente de zero?
b) O que ocorre quando o valor do coeficiente b é zero e a assume qualquer outro valor?
c) O que ocorre quando o valor de a é 1 e o valor de b varia nas diferentes possibilidades do controle deslizante?
d) O que ocorre quando o valor de b é -1 e o valor de a varia nas diferentes possibilidades do controle deslizante?
e) Diante do que foi visto, o coeficiente a é responsável por qual alteração no gráfico?
f) E o coeficiente b, é responsável por qual alteração no gráfico?

A2M2 –Dada a função afim $y = ax + b$, esboce os gráficos utilizando o *Desmos*, quando:
i) a = 1 e b = 2
ii) a = - 1 e b = 3
iii) a = 3 e b = 3
iv) a = 2 e b = -3
Construa na Calculadora Gráfica do *Desmos* os gráficos das funções dos itens i e ii. Em seguida iii e iv. Quais as conclusões esperadas, visto que ambos os valores de a e b variam?
a) Digite funções, mantendo fixo o valor do coeficiente a e modifique o valor da constante b. Qual a posição relativa das retas obtidas?
b) Digite funções, mantendo fixo o valor da constante b e modifique o valor do coeficiente a. Qual a posição relativa das retas obtidas?
c) Atribua os mesmos valores (com sinais opostos) para o coeficiente a? Qual a posição relativa das retas obtidas?
d) Atribua valores opostos para a e b. Que conclusão se pode esperar, por exemplo, para a função y = 2x – 2 ou y = -2x + 2?
Responda às questões a seguir:
b) Qual a influência dos valores de ***a*** nos gráficos desenhados?
c) O que os valores de **b** representam na construção da representação gráfica?

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Essas atividades solicitaram também a utilização do controle deslizante para identificar no gráfico os efeitos das alterações dos valores de a e b nas diferentes possibilidades do controle deslizante, além de tornar a visualização gráfica mais dinâmica e interativa.

No Quadro 17, adaptado de Amplatz (2020), apresentamos os elementos da função afim e as respectivas transformações contempladas nas atividades A3M1 e A2M2, com ênfase na interpretação global de propriedades figurais.

Quadro 17 – Elementos da função afim e a identificação das conversões entre Registros de Representação nas atividades A3M1 e A2M2

Atividades		**Elementos da função da função afim y = ax + b**	**Unidades Simbólicas Significativas**	**Variáveis Visuais de Representações**	**Valores**
A3M1	Item (a)	Interpretação Global da função afim	Valores dos coeficientes *a* e *b* na expressão algébrica	Sentido de inclinação da reta Posição da reta sobre o eixo y	*a* = 0 Acima ou abaixo da origem
	Item (b)	Interpretação Global da função afim	Valores dos coeficientes *a* e *b* na expressão algébrica	Sentido de inclinação da reta Posição da reta sobre o eixo y	Ascendente *a* > 0 ou descendente *a* < 0 Na origem
	Item (c)	Interpretação Global da função afim	Valores dos coeficientes *a* e *b* na expressão algébrica	Sentido de inclinação da reta Posição da reta sobre o eixo y	Ascendente *a* = 1 Na origem, acima ou abaixo da origem
	Item (d)	Interpretação Global da função afim	Valores dos coeficientes *a* e *b* na expressão algébrica	Sentido de inclinação da reta Posição da reta sobre o eixo y	*a* = 0, Ascendente *a* > 0 ou descendente *a* < 0 Corta abaixo da origem
A2M2	Item (i)	Interpretação Global da função afim	Valores dos coeficientes *a* e *b* na expressão algébrica	Sentido de inclinação da reta Posição da reta sobre o eixo y	Ascendente Corta acima da origem
	Item (ii)	Interpretação Global da função afim	Valores dos coeficientes *a* e *b* na expressão algébrica	Sentido de inclinação da reta Posição da reta sobre o eixo y	Descendente Corta acima da origem
	Item (iii)	Interpretação Global da função afim	Valores dos coeficientes *a* e *b* na expressão algébrica	Sentido de inclinação da reta Posição da reta sobre o eixo y	Ascendente Corta acima da origem
	Item (iv)	Interpretação Global da função afim	Valores dos coeficientes *a* e *b* na expressão algébrica	Sentido de inclinação da reta Posição da reta sobre o eixo y	Ascendente Corta abaixo da origem

Fonte: Adaptado de Amplatz (2020, p. 126)

A seguir apresentamos as análises *a posteriori* das atividades que integram essa categoria.

Análise a posteriori das atividades

A professora/pesquisadora organizou os participantes em círculos, para a apresentação de *slides* sobre a função afim, com o intuito de observar os conhecimentos prévios relacionados a esse objeto matemático, tendo em vista que, de acordo com o professor da turma, este conteúdo estava sendo trabalhado em suas aulas. Após essas considerações, entregamos cópias da atividade A2M1 para cada participante e solicitamos que fizessem a leitura de cada item e respondessem antes de utilizar a Calculadora Gráfica do *Desmos*, para em seguida verificar se as conjecturas iniciais e afirmações feitas eram coerentes com o que estava representado na tela do computador. Esperávamos que, a partir da visualização gráfica, os participantes conseguissem fazer manipulações e estabelecessem relações entre a representação algébrica e a reta construída.

Atividade A2M1

No desenvolvimento da atividade A2M1, os participantes se mostraram animados quanto à sua resolução, apesar de demonstrarem algumas dificuldades em expressar suas ideias no momento de escrever as conjecturas. Como apresentado na análise *a priori*, essa atividade permitiu um estudo introdutório do coeficiente *a*. O Quadro 18 apresenta as respostas dos participantes para essa atividade.

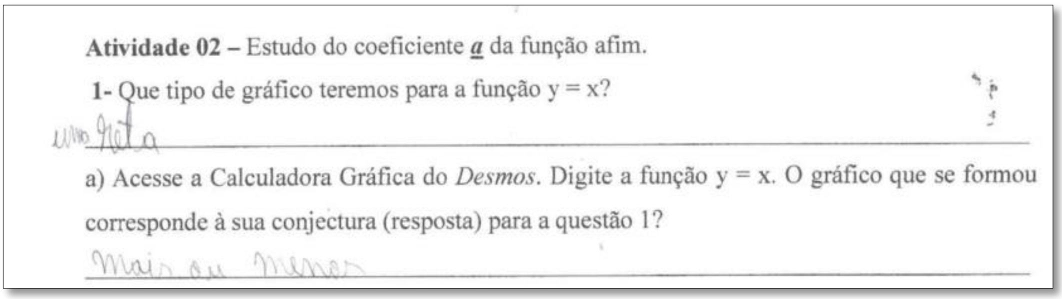
Quadro 18 – Respostas dos participantes para a A2M1

Atividade A2M1	**Conjecturas**		**Participantes**	**O gráfico na Calculadora Gráfica corresponde à conjectura?**
1) Que tipo de gráfico teremos para a função y = x?	Uma reta		P1, P2, P3 e P4	Sim
	Uma curva		P5 e P6	Não
2) Que tipo de gráfico teremos para a função y = ax?	Uma reta		P5 e P6	Sim
	Uma curva		P1, P2 e P3,	Não
	Um círculo		P4	Não

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Os registros escritos pelos participantes P1, P2, P3 e P4 mostram que suas conjecturas iniciais para o gráfico da função y = x se confirmaram. Cabe ressaltar que o P3, mesmo tendo visualizado a reta na Calculadora Gráfica, ficou com dúvidas se realmente a sua conjectura tinha ou não se confirmado e colocou como resposta para o item a) “*mais ou menos*”. Como mostra a Figura 8.

Figura 8 – Resposta apresentada pelo participante P3 para o item (1) da atividade A2M1



Atividade 02 – Estudo do coeficiente ***a*** da função afim.

1- Que tipo de gráfico teremos para a função y = x?

uma reta

a) Acesse a Calculadora Gráfica do *Desmos*. Digite a função y = x. O gráfico que se formou corresponde à sua conjectura (resposta) para a questão 1?

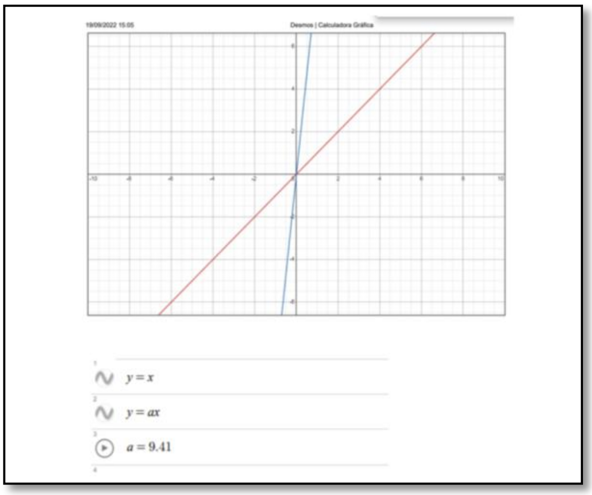
Mais ou menos

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A partir das respostas dadas para a atividade A2M1 apresentadas no Quadro 18, observamos que a maioria dos participantes não conseguiu conjecturar corretamente que a representação gráfica da função y = ax corresponde a uma reta. Esse fato evidenciou a importância de o ensino da função afim partir da articulação entre as variáveis simbólicas significativas e os valores visuais antes mesmo da construção do gráfico, para que de fato haja uma integração cognitiva da expressão geral y = ax + b, pois sem uma abordagem de interpretação global da função afim, “o professor não consegue atingir o objetivo de uma utilização correta dos gráficos cartesianos para a maioria dos alunos” [...] (DUVAL, 2011a, p. 104).

Os gráficos das funções dos itens (1) e (2) foram construídos na mesma janela de visualização da Calculadora Gráfica, facilitando assim a observação da diferença entre as retas construídas. A Figura 9 apresenta os gráficos das funções y = x e y = ax construídos na mesma janela da Calculadora Gráfica pelo P6.

Figura 9 – Registros gráfico das funções y = x e y = ax



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Por meio da visualização do gráfico das funções na Calculadora Gráfica do *Desmos*, foi possível investigar o que ocorreu com a inclinação do gráfico, quando foi atribuído ao coeficiente *a* valores diferentes de 1. Para Antunes e Cambrainha (2020), a utilização da Calculadora Gráfica possibilita a aplicação de atividades interessantes e de natureza investigativa em que o estudante possa diversificar as estratégias de resolução, fazer conjecturas, experimentar, verificar e formular novas hipóteses.

Corroborando com esses autores, Duval (2015, p. 7) aponta que os “programas computacionais foram desenvolvidos em todos os domínios do ensino da matemática, o mais espetacular deles é o de construção de gráficos para todos os tipos de funções”. Para o autor, esses programas possibilitam o poder de visualização, e as transformações de representações, além de automatizar a produção cognitiva de representações semióticas.

Atividade A3M1

A atividade A3M1 foi aplicada no encontro do dia 19 de setembro de 2022, e, conforme descrito na análise *a priori*, essa atividade buscou investigar como os efeitos das alterações dos valores do coeficiente *a* e da constante *b*, interferem na representação gráfica da função afim. Para isso, os participantes foram digitando a expressão algébrica da função na barra em branco da Calculadora Gráfica para a visualização do gráfico correspondente. Apesar da atividade ter sido realizada usando a Calculadora Gráfica, foi disponibilizada uma cópia impressa para os participantes descreverem as observações feitas nas representações (gráfica e algébrica) da função afim, visualizadas no decorrer do desenvolvimento da atividade.

Por meio das anotações realizadas, observamos também as dificuldades dos participantes na utilização da linguagem matemática, para descrever o que estavam observando nos gráficos construídos na Calculadora Gráfica. No item (a), por exemplo, *"fica uma linha reta, deitada"* (P4), para se referir a uma reta na horizontal, *"fica uma linha reta"* (P1, P2 e P6), para fazer referência a uma reta. Nesse item (a) apenas o P5 usou a linguagem matemática para descrever as observações realizadas no gráfico da função. No item (b), somente a resposta de P5 se aproximou do que foi apresentado na análise *a priori*, os demais participantes não conseguiram observar e descrever que quando o valor da constante é zero o gráfico da função passa pela origem.

No item (c) percebemos, a partir das respostas descritas, que há indicativos de que os participantes identificaram as variações da reta sobre o eixo y, ao variar a constante *b* nas possibilidades do controle deslizante. No item (b) as respostas dadas se aproximaram do que está descrito da análise *a priori*. No item (d), para descrever as alterações provocadas no gráfico da função por meio das mudanças no valor do coeficiente *a*, os participantes relataram em seus registros escritos que a reta do gráfico *"muda a direção"* (P1), *"o sentido muda"* (P5 e P6). Indicando assim que esses participantes perceberam a relação existente entre o sentido de inclinação da reta e a sua respectiva unidade significativa da expressão algébrica o coeficiente *a*.

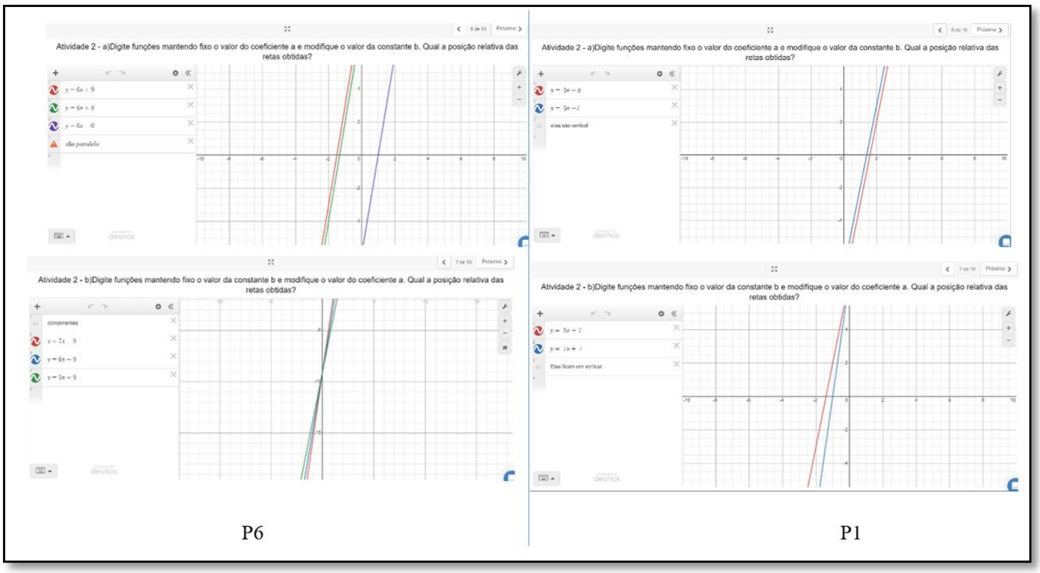
Atividade A2M2

A atividade A2M2 foi aplicada no decorrer do encontro de 20 de setembro de 2022, e para a resolução dessa atividade os participantes utilizaram o ambiente virtual de aprendizagem/ Sala de Aula da plataforma *Desmos*. Essa atividade também tinha o propósito de explorar as modificações no coeficiente *a* e na constante *b* para identificar as mudanças na representação gráfica. Desse modo, no momento da construção da atividade, no ambiente virtual foi adicionada a opção gráfico (GRAPH) para que os participantes pudessem utilizar a Calculadora Gráfica sem ser necessário sair da tela da atividade, assim como a opção notas da calculadora para dar instruções aos participantes, e para que os mesmos pudessem fazer as anotações a respeito das modificações observadas no gráfico das funções no decorrer das manipulações indicadas nos itens da atividade.

Inicialmente os participantes foram construindo os gráficos utilizando a Calculadora Gráfica com os valores de *a* e *b* descritos nos itens (i), (ii), (iii) e (iv) para, em seguida, descrever as conclusões observadas por meio da visualização das retas construídas. Conforme as conclusões dos participantes P1, P2 e P4, *"as negativas diminuem e as positivas aumentam"* (P1), nesse caso, não especificaram a qual unidade simbólica significativa estava se referindo, se ao valor do coeficiente *a* ou da constante *b*. Os participantes P3, P5 e P6 descreveram apenas que *"positivo é diferente de negativo"* (P5).

Os itens (a), (b), (c) e (d) indicavam as alterações a serem feitas na expressão algébrica para, em seguida, analisar na representação gráfica a posição da(as) reta(as) sobre os eixos x e y. Com relação a esses quatro itens da atividade, todos os participantes apresentaram os gráficos e as equações correspondentes. Na Figura 10, podem ser visualizadas as construções dos gráficos do item (a) da atividade A2M2 feitas pelos participantes P6 e P1.

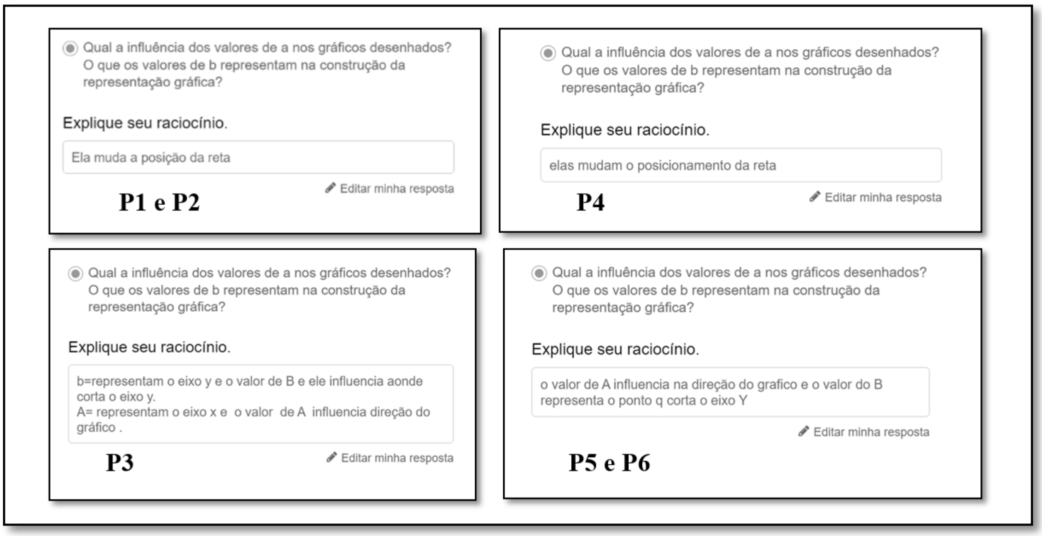
Figura 10 – Os gráficos do item (a) da A2M2 construídos por P6 e P1



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Com relação às conclusões referentes à posição relativa das retas, não ficou claro se os participantes levaram em consideração os elementos para a interpretação global da função afim. Mas, os gráficos construídos nos itens (a), (b), (c) e (d) da atividade permitiram a mobilização de conhecimentos para a resolução dos questionamentos sobre a influência dos valores do coeficiente *a* e da constante *b* na construção do gráfico da função afim, como descrito na análise *a priori*.

Figura 11 – Respostas dos participantes sobre a influência dos valores do coeficiente *a* e da constante b na construção do gráfico da função



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Conforme as respostas apresentadas na Figura 11, os participantes P3, P5 e P6 descreveram corretamente a correspondência entre as unidades simbólicas significativa da expressão algébrica com os valores visuais da representação gráfica da função afim. Os demais P1, P2 e P4 não especificaram a qual unidade significativa estavam se referindo. De acordo com Duval (2011b, p. 111), é por meio desse "trabalho de observação quase experimental, pela variação visual de gráficos e covariações de valores categoriais da equação, que permite tomar consciência do que é matematicamente pertinente no conteúdo visual dos gráficos".

Nesse sentido, consideramos que a utilização da Calculadora Gráfica do *Desmos*, no processo de construção e análise gráfica, teve influência positiva, favorecendo a compreensão sobre como os valores do coeficiente *a* e da constante *b* interferem no gráfico da função afim, partindo das variações desses valores na linguagem algébrica e a sua associação imediata com as variações visuais na representação gráfica. A pesquisa de Silva (2021) também destacou a relevância da plataforma *Desmos* para a exploração e visualização de gráficos das funções.

5.1.3 Categoria 3 – Estudo do sinal da função afim, com a utilização da Calculadora Gráfica do *Desmos*

Nessa categoria estão reunidas as atividades A4M1, A5M1, A1M2, que permitiram o estudo do crescimento e decrescimento da função afim, utilizando a Calculadora Gráfica do *Desmos*, partindo da análise do sinal do coeficiente *a*, para que os participantes observassem a inclinação do gráfico da função, nos casos em que o $a<0$ ou $a>o$, como estabelecido no Quadro 7.

Análise *a priori* das atividades

As atividades A4M1, A5M1, A1M2 tinham o propósito de levar os participantes a conjecturarem sobre o crescimento e decrescimento da função afim, considerando para isso o sinal do coeficiente a e a inclinação da reta ao esboçar o gráfico. Para tal foi realizada a discriminação das unidades significativas, que no gráfico corresponde às variáveis visuais e na equação os coeficientes e seus sinais, possibilitando a compreensão de que quando a assume valores *maiores que* zero ($a > 0$) a função é crescente, e quando a assume valores *menores que* zero ($a < 0$) a função é decrescente.

A A5M1 foca na unidade básica significativa da linguagem algébrica e no comportamento do lugar geométrico do ponto que será comandado por essa relação. No Quadro 19, apresentamos as atividades A4M1, A5M1, A1M2.

Quadro 19 – Conjecturas a respeito do crescimento e decrescimento do gráfico da função afim

A4M1 – Conjecturas a respeito do crescimento e decrescimento do gráfico da função afim.

O que acontece com o gráfico da função afim $y = ax + b$, quando o coeficiente a.

a) for $a > 0$

Usando a Calculadora Gráfica do *Desmos*. Atribua valores **(maiores que zero)** para o coeficiente a e analise o que acontece com a inclinação do gráfico da função.

b) for $a < 0$

Usando a Calculadora Gráfica do *Desmos*. Atribua valores **(menores que zero)** para o coeficiente a e analise o que acontece com a inclinação do gráfico da função.

O que você pode concluir a respeito do valor do coeficiente a?

A5M1 – Insira as funções $y = x + 3$ e $y = -x + 3$ na Plataforma *Desmos*. O que você observou sobre os gráficos destas funções? São funções crescentes ou decrescentes? Por quê?

a) Agora, insira na Plataforma *Desmos* qualquer função com coeficiente positivo e outras com coeficiente negativo. Observe o gráfico destas funções. O que podemos conjecturar?

b) Dada uma função afim $y = ax + b$, qual a interseção do gráfico com o eixo y?

A1M2 – Estudo do sinal do gráfico da função $y = ax + b$, no que se refere a crescente e decrescente quando:

a) a = -2

b) a = 4

Agora, escreva as funções com os coeficientes das alternativas anteriores, atribuindo qualquer para a constante b.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Com essas atividades almejávamos inicialmente, como estabelecido no Quadro 7, focar no sentido da inclinação da reta, a partir da análise do sinal do coeficiente a, assim, quando a assume valores *maiores que* zero ($a > 0$) a função é crescente e quando a assume valores *menores que* zero ($a < 0$) a função é decrescente. Isso também pode ser visualizado no esboço do gráfico na Calculadora Gráfica do *Desmos*, possibilitando a compreensão do conceito de inclinação, algebricamente traduzido pelo coeficiente *a*.

De acordo com Pasa (2017, p. 169), “para a compreensão do estudo do sinal são necessários alguns conceitos, como o conhecimento do plano cartesiano, das raízes de funções, o esboço, crescimento e decrescimento de retas [...]”. Nesse sentido, podem ser visualizados no Quadro 20 alguns elementos para estudo do sinal da função afim, numa perspectiva global e qualitativa, contemplados nas atividades dessa categoria de análise.

Quadro 20 – Elementos para o estudo do sinal da função afim

Atividade		**Elementos da função afim y = ax +b**	**Conversão**	**Variáveis visuais de representação**	**Unidades simbólicas significativas**	**Valores das variáveis de representação**
A4M1	Item (a)	Interpretação Global - Coeficiente *a*	RSA[16]→ RGRA[17]	Sentido de inclinação da reta	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica (coeficiente $a>0$)	Ascendente
	Item (b)	Interpretação Global - Coeficiente *a*	RSA→ RGRA	Sentido de inclinação da reta	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica (coeficiente $a<0$)	Descendente
A5M1	Item (a)	Interpretação Global - Coeficiente *a*	RSA→ RGRA	Sentido de inclinação da reta	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica (coeficiente $a>0$)	Ascendente
		Interpretação Global - Coeficiente *a*	RSA→ RGRA	Sentido de inclinação da reta	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica (coeficiente $a<0$)	Descendente
	Item (b)	Interpretação Global – Constante *b*	RSA→ RGRA	Posição da reta sobre o eixo *y*	Valor do coeficiente *b* na expressão algébrica	Corta acima, corta abaixo, corta na origem
A1M2	Item (a)	Interpretação Global - Coeficiente *a*		Sentido de inclinação da reta	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica (coeficiente $a<0$)	Descendente
	Item (b)	Interpretação Global - Coeficiente *a*		Sentido de inclinação da reta	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica (coeficiente $a>0$)	Ascendente

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Análise *a posteriori* das atividades

As atividades que integram essa categoria foram aplicadas no encontro que ocorreu no dia 20 de setembro de 2022. Sendo que as atividades A4M1 e A5M1 foram disponibilizadas

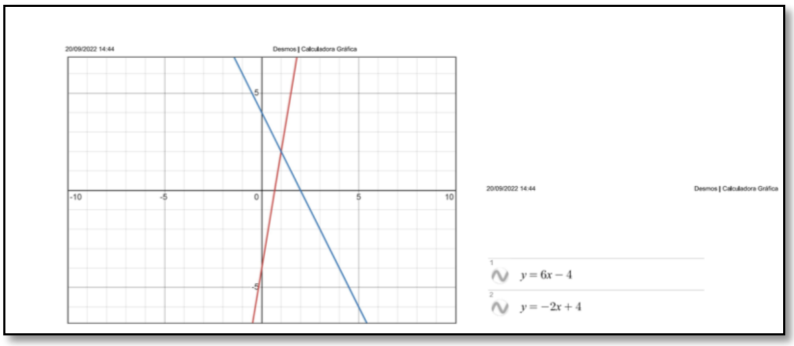
[16] Registro Simbólico Algébrico.
[17] Registro Gráfico.

impressas no momento da aplicação, e a A1M2 postada no ambiente virtual de aprendizagem/Sala de Aula do *Desmos*.

Atividade A4M1

Nos itens (a) e (b) da atividade A4M1, os participantes foram orientados a atribuir valores positivos e negativos para o coeficiente *a*, para em seguida analisar a posição da reta construída na Calculadora Gráfica, e ir tecendo conjecturas sobre o crescimento e decrescimento da função. Como mostra o registro gráfico da participante P1 na Figura 12.

Figura 12 – Registros gráficos de funções para a>0 e a<0



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A seguir, os diálogos demonstram que ao construir os gráficos, atribuindo valores positivos e valores negativos para o coeficiente *a*, os participantes começaram a conjecturar sobre o crescimento e decrescimento da função afim.

> ***P5:*** *A função é crescente porque é positiva.*
> ***P3:*** *Crescente cresce.*
> ***P5:*** *Isso. A outra diminui.*
> ***P1:*** *Sim. O valor do x é negativo.*

No item (a) da atividade A4M1, solicitava que os participantes atribuíssem valores maiores que zero para o coeficiente *a*, e por meio da Calculadora Gráfica fosse observada a inclinação do gráfico. Nas conclusões de P1 e P2, há indicativos de que esses participantes observaram o crescimento da função para ($a > 0$). Os participantes P4 e P5 perceberam a mudança na posição da reta, mas não relacionaram essa mudança ao crescimento da função. A participante P6 não demonstrou compreensão desse item, pois suas conclusões não tinham relação com o que estava sendo investigado. Enquanto o participante P3 relacionou a inclinação da reta com o valor do coeficiente *a*, e com a mudança da reta sobre o eixo x, algo que também pode ser observado no diálogo entre os participantes descritos anteriormente.

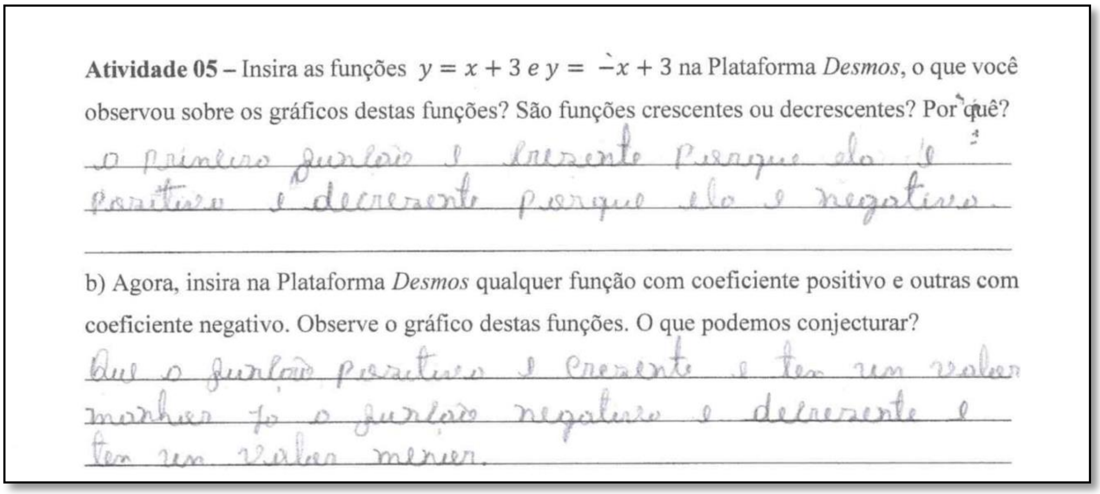
O item (b) solicitava que os participantes realizassem os mesmos passos indicados no item (a), mas para o coeficiente $a < 0$. Os participantes P1, P2, P4 e P5 não relacionaram a mudança no sentido da reta com o decrescimento da função afim. Os participantes P3 e P6, relataram corretamente a relação do decrescimento da função com o fato do coeficiente *a* ser negativo. Ao descreverem suas conclusões sobre o coeficiente *a* todos os participantes perceberam que ao mudar o sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica, muda também a posição da reta na representação gráfica.

Nessa atividade os participantes começaram a mobilização de conhecimentos para o estudo do sinal da função afim, por meio das manipulações dos gráficos usando a Calculadora Gráfica. A exploração de valores visuais qualitativos de retas e a comparação com as modificações correspondentes na escrita de uma equação é a condição cognitiva necessária para a aquisição de conhecimento e aprendizagem das funções (FREITAS; REZENDE, 2013; DUVAL, 2011b).

Atividade A5M1

A atividade A5M1 tinha o propósito de analisar o crescimento e decrescimento das funções y = x + 3 e y = -x + 3, bem como observar o gráfico de funções quando o coeficiente *a* assume valores positivos e negativos. Para isso, os participantes foram digitando as equações e visualizando os gráficos na Calculadora Gráfica. Por meio das respostas apresentadas percebemos que os participantes conseguiram analisar o sinal da função afim. A Figura 13, apresenta a resposta do participante P6 para a A5M1.

Figura 13 – Resposta do participante P6 para a atividade A5M1



Atividade 05 – Insira as funções $y = x + 3$ e $y = -x + 3$ na Plataforma *Desmos*, o que você observou sobre os gráficos destas funções? São funções crescentes ou decrescentes? Por quê?

o primeiro função é cresente porque ela é positivo e decresente porque ela é negativo.

b) Agora, insira na Plataforma *Desmos* qualquer função com coeficiente positivo e outras com coeficiente negativo. Observe o gráfico destas funções. O que podemos conjecturar?

Que o função positivo é cresente e tem um valor maior jo o função negativo é decresente e tem um valor menor.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Por meio da resposta apresentada pelo participante P6 para o item (a) da atividade A5M1, percebemos que ocorreu a associação do crescimento e decrescimento da função com o sinal do coeficiente *a*. Mesmo que de forma implícita, em suas conclusões o participante se refere ao fato de a primeira função (y = x + 3) ser crescente porque é positiva ou y = -x + 3 ser decrescente por ser negativa. Com relação ao item (b), suas conclusões se aproximam do que está descrito na análise *a priori*, pois descreve que *a função positiva é crescente e tem um valor maior* (P6), se referindo ao fato de que quando (*a* > *0*) a função é crescente, assim como *a função negativa é decrescente e tem valor menor* (P6) para se referir ao fato de que quando (*a* < *0*) a função é decrescente.

Atividade A1M2

Nos itens (a) e (b) da atividade A1M2 foram apresentados os valores do coeficiente *a* para os participantes classificarem as funções em crescente ou decrescente. Os participantes P1, P2, P5 e P6 classificaram corretamente as funções com base no sinal do coeficiente *a*. Já os participantes P3 e P4 não conseguiram responder corretamente aos itens (a) e (b) dessa atividade.

De modo geral, percebemos que os participantes dessa pesquisa conseguiram relacionar o crescimento e decrescimento da função afim ao sinal do coeficiente *a* da expressão algébrica, mesmo apresentando algumas dificuldades no momento do registro escrito de suas conclusões. Notamos que houve uma aproximação com o que está descrito na análise *a priori* com relação à identificação dos elementos fundamentais para o estudo do sinal da função afim na perspectiva da interpretação global de propriedades figurais, descritos no Quadro 20.

Diante dos dados empíricos apresentados nessa categoria de análise, percebemos que as construções gráficas realizadas na Calculadora Gráfica do *Desmos* oportunizaram a exploração do sinal da função afim, a partir das modificações realizadas na representação algébrica, possibilitando aos participantes a visualização dessas modificações e a validação de conjecturas iniciais, além de tornar as atividades mais dinâmicas e interativas.

Como aponta Silva (2021), em sua pesquisa o uso do *Desmos* permitiu que os estudantes percebessem o comportamento do gráfico da função e fizessem o estudo do crescimento e decrescimento da função de modo mais eficiente. Além de ser importante na manipulação e representação gráfica, ainda estimula a criatividade e a construção do conhecimento.

5.1.4 Categoria 4 – Operações cognitivas de conversão, nos dois sentidos, entre gráfico e equação

Nessa categoria, reunimos as atividades que envolvem a operação cognitiva de conversão, que foram divididas em três subcategorias: *Associação das representações gráfica e algébrica da função afim* composta pelas atividades: A3M2, A5M2, A1M3 e A4M3; *Passagem do registro algébrico para o registro gráfico* constituída pela atividade: A2M3; e *Passagem do registro gráfico para o registro algébrico*, na qual encontram-se as atividades: A4M2, A6M2, A3M3, A5M3. Essas atividades permitiram colocar em evidência os mecanismos de compreensão em Matemática, considerando os fenômenos cognitivos contemplados nas atividades, que possibilitam a mobilização dos diferentes registros de representação e a conversão dessas representações, pois "passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto" (DUVAL, 2003, p. 22).

Neste sentido, buscamos investigar como ocorreu a articulação das representações gráfica e algébrica da função afim, contemplando a atividade cognitiva de conversão. A seguir apresentamos a análise *a priori* das atividades, evidenciando os elementos da função afim e a identificação de tratamentos e conversões entre os registros de representação presentes nas atividades dessa categoria.

Análise *a priori* das atividades

Subcategoria 4.1 – Associação das representações gráfica e algébrica da função afim

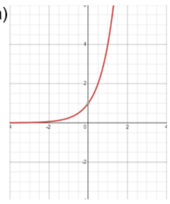
As atividades A3M2, A5M2, A1M3 e A4M3 buscaram relacionar a representação algébrica e a representação gráfica da função, por meio de uma associação entre as variáveis visuais do gráfico e as unidades simbólicas correspondentes na equação. Observando o sentido da inclinação do gráfico, associando-o com o valor do coeficiente a, e ainda analisar o ponto de interseção da reta com o eixo y. O Quadro 21 apresenta as atividades reunidas nesta subcategoria de análise.

Quadro 21 – Relacionar as representações algébrica e gráfica da função afim

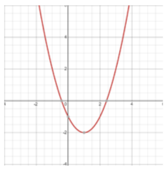
(Continua)

A1M3 – Dentre os gráficos abaixo, marque a opção que representa o gráfico de uma função afim $y = ax + b$

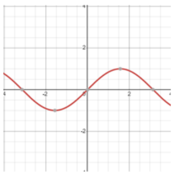
a)



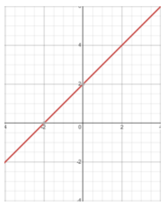
b)



c)

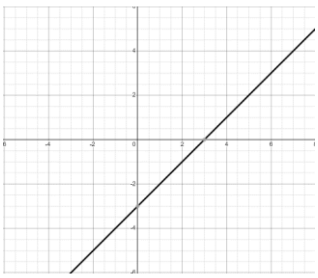


d)

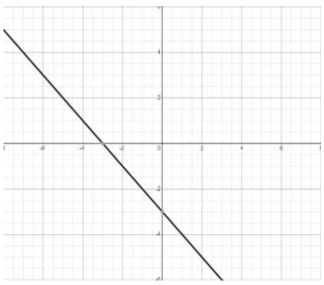


A3M2 – Uma função definida pela representação algébrica $y = x - 3$. Qual a representação gráfica correspondente?

a) (   )



b) (   )



Justifique sua resposta.

Quadro 21 – Relacionar as representações algébrica e gráfica da função afim

(Conclusão)

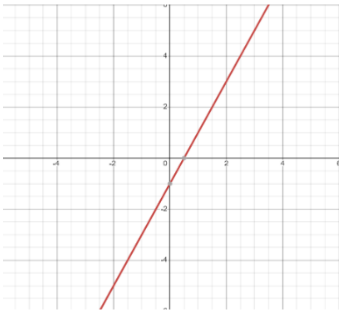
A5M2 – Dentre as funções, identifique a que representa o gráfico mostrado acima.

a)$y = -x - 1$

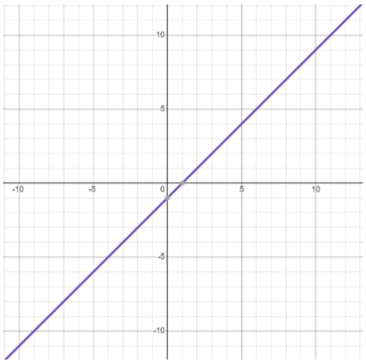
b)$y = 2x - 1$

c)$y = 2x + 3$

d)$y = -5x - 1$



A4M3 – Analise o gráfico da função afim e relacione-o com a representação algébrica correspondente:



a) (   ) -x +1

b) (   ) 2x – 1

c) (   ) x – 1

d) (   ) x +2

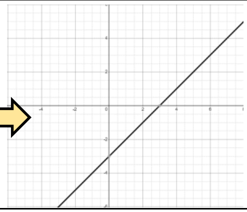
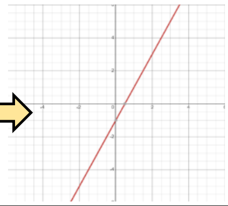
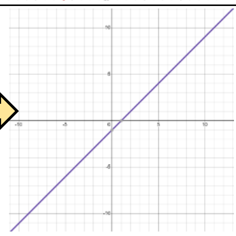
Diante do que foi visto, que informações você utilizou para determinar a resposta dessa atividade?

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A ideia principal da atividade A1M3 era que os participantes conseguissem reconhecer a representação gráfica da função dentre as opções descritas nos itens da questão, e fizessem isso de forma ágil, e ser mais ou menos espontânea. Nas atividades A3M2, A5M2 e A4M3, pretendíamos observar as estratégias utilizadas para relacionar as representações gráfica e algébrica da função, por meio da análise dos valores qualitativos visuais de um gráfico, pois segundo Duval (2011b, p. 111), “cada reta traçada tem necessariamente diversas qualidades visuais. E são essas qualidades que é preciso reconhecer para ver o que o gráfico cartesiano mostra”. O autor enfatiza ainda que, para isso, é preciso discriminar ou reconhecer os três valores visuais que diferenciam um gráfico linear de outros gráficos.

O Quadro 22 mostra a associação das unidades de sentido entre o conteúdo das representações gráficas e das equações, envolvidas nas atividades referentes à interpretação global, as quais esperamos ser mobilizadas durante o desenvolvimento das atividades A3M2, A5M2 e A4M3.

Quadro 22 – Valores qualitativos visuais de um gráfico a serem observados nas atividades dessa subcategoria

Atividades	**Variáveis Visuais**	**Unidades Simbólicas Significativas**	**Equação ⟺ Gráfico**
A3M2	Sentido de inclinação	Coeficiente $a = 1$	y = x - 3 ⟺ 
	Posição do traçado	Constante $b < 0$	
A5M2	Sentido de inclinação	Coeficiente $a > 0$	y = 2x - 1 ⟺ 
	Posição do traçado	Constante $b < 0$	
A4M3	Sentido de inclinação	Coeficiente $a = 1$	y = x - 1 ⟺ 
	Posição do traçado	Constante $b < 0$	

Fonte: Dados pesquisa (2022)

Durante o desenvolvimento das atividades os participantes foram orientados a descrever o raciocínio utilizado para chegar à resposta, e não somente marcar uma alternativa em cada atividade para, assim, evidenciar os conhecimentos mobilizados, e se de fato ocorreu uma leitura dos gráficos e a articulação com a representação algébrica.

Subcategoria 4.2 – Passagem do registro algébrico para o registro gráfico

A atividade A2M3 pertencente contemplou a passagem da representação algébrica para representação gráfica, por meio da discriminação das unidades significativas do registro algébrico. Assim, o item (a) solicitava o valor do coeficiente *a* e da constante *b*. No item (b) o estudo do sinal da função, partindo da análise do sinal do coeficiente *a* para determinar se a função é crescente ou decrescente, conhecimentos já mobilizados nas atividades anteriores. O item (c) indagava sobre o que o valor da constante b representava na construção do gráfico da função.

No item (d), faz-se necessário o tratamento interno ao registro algébrico para determinar a raiz ou zero da função, assim temos: $y = 3x + 6 \rightarrow 0 = 3x + 6 \rightarrow x = -2$. E por fim, o item (e) solicitava o esboço do gráfico da função, usando para isso as informações dos itens (a), (b), (c) e (d). A atividade pode ser visualizada no Quadro 23.

Quadro 23 – Passagem do registro algébrico para o gráfico

A2M3 – Dada a função afim definida por y = 3x + 6, determinar: a) O valor do coeficiente ***a*** e da constante ***b***. b) Se é uma função crescente ou descrente? Como você chegou a essa conclusão? c) O que o valor de ***b*** representa na construção da representação gráfica da função? d) A raiz (zero) da função? e) Esboce a representação gráfica da função.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A discriminação das unidades significativas vai permitir a construção do gráfico sem a associação de um ponto a um par de número, mas a associação de uma variável visual a uma unidade significativa da representação algébrica. De acordo com Brandt e Moretti (2018, p. 13), o ensino do ponto de vista cognitivo "não deve focalizar imediatamente sobre os saberes a adquirir, mas sobre o funcionamento cognitivo necessário para que os alunos possam compreender e fazer o trabalho solicitado para, portanto, aprender".

Nesse sentido, essa forma de construir o gráfico da função afim possibilita a mobilização dos processos cognitivos necessários para a construção do conhecimento.

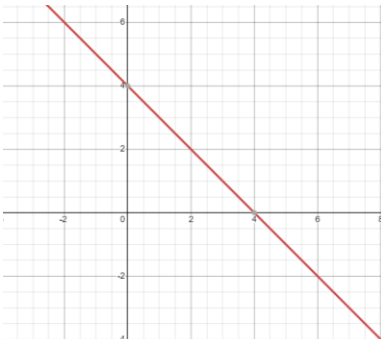
Subcategoria 4.3 – Passagem do registro gráfico para o registro algébrico

O Quadro 24 apresenta as atividades: A4M2, A6M2, A3M3, A5M3, que compõem essa subcategoria.

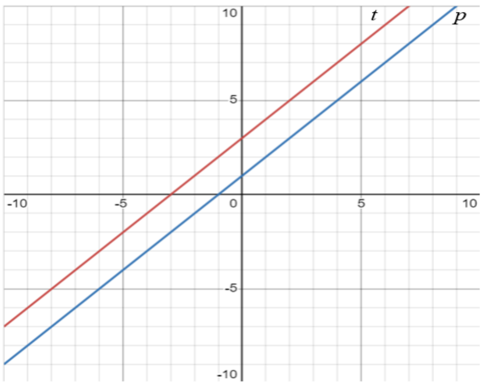
Quadro 24 – Passagem do registro gráfico para o registro algébrico

(Continua)

A4M2 – A partir da representação gráfica, determinar a representação algébrica correspondente.



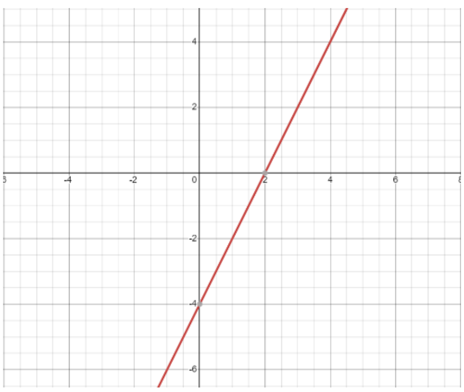
A6M2 – Considerando as representações gráficas das retas t e p, determinar as equações correspondentes.



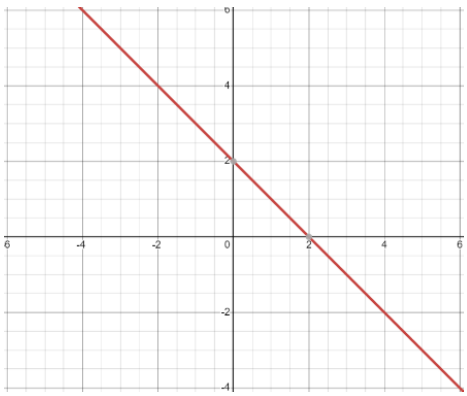
a) Quais as mudanças que foram possíveis observar nos valores dos coeficientes e o que isso interfere nos gráficos?
b) O que é possível observar nas representações gráficas das retas t e p, com relação à constante *b*?

A3M3 – Dada a representação gráfica da reta, determinar sua respectiva equação correspondente.

a)



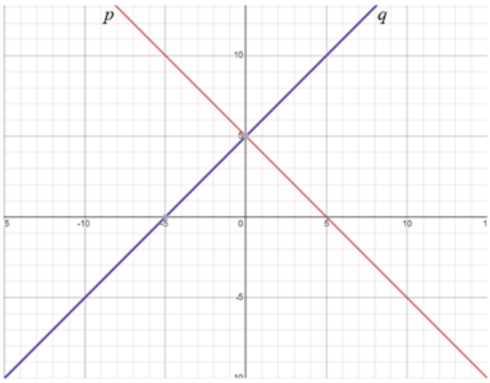
b)



A5M3 – Considerando as representações gráficas das retas p e q, determine as equações correspondentes.

Quadro 24 – Passagem do registro gráfico para o registro algébrico

(Conclusão)



a) O que é possível observar nas representações gráficas das retas p e q, com relação ao coeficiente a e a constante b?
b) Qual a posição relativa das retas p e q?

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Essas atividades abordaram a conversão da representação gráfica para a representação algébrica. Este é um dos pontos fundamentais desse estudo, porque geralmente essa mudança do gráfico para a equação não é abordada no Ensino Fundamental. Conforme Duval (2011a, p. 97), "o ensino, e mesmo certos estudos didáticos, atêm-se à passagem da equação para a sua representação gráfica com a construção ponto a ponto, esquece-se que é **a passagem inversa que traz problema** [...] constitui um obstáculo" para a aprendizagem da função afim. Por meio dessas atividades, buscou-se concentrar a atenção num conjunto de propriedades e não em valores particulares tomados um a um, possibilitando assim uma interpretação global das propriedades da reta.

Como já foi proposto no estudo das unidades visuais do registro gráfico nas atividades anteriores, entendemos que isso dará suporte para essa mudança de registro gráfico para o algébrico. Dado que essa conversão requer um custo cognitivo maior, a partir dessas atividades se almeja solidificar a interpretação global das propriedades da reta.

O propósito dessas atividades não era sobrecarregar os estudantes com cálculos, mas levá-los a fazer uma análise das informações contidas no gráfico para assim determinar a equação. Nesse caso, ao explorar o gráfico aparecerão as seguintes variáveis: - o valor da constante b, ponto em que o gráfico intercepta o eixo y, e o valor da raiz que é a intersecção com o eixo x e apresenta uma relação entre os coeficientes *a* e *b*.

No Quadro 25, descrevem-se os elementos da função presentes nas atividades A4M2, A6M2, A3M3 e A5M3, e as transformações envolvidas no processo para obter a representação algébrica das funções afins a partir da representação gráfica. Considerando as variáveis visuais que podem ser percebidas quando se observa o gráfico de uma reta no plano cartesiano, bem como os seus respectivos valores.

Quadro 25 – Elementos da função afim e a identificação de tratamentos e conversões entre Registros de Representação das atividades A4M2, A6M2, A3M3 e A5M3

(Continua)

Atividades		**Elementos da função afim y = ax +b**	**Tratamento**	**Conversão**	**Variáveis visuais de representação**	**Unidades simbólicas significativas**	**Valores das variáveis de representação**
A4M2		Interpretação Global – Coeficiente *a*		RGRA → RSA	Sentido da reta do traçado	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica	Descendente
		Interpretação Global – Constante *b*		RGRA → RSA	Posição da reta sobre o eixo *y*	Valor do coeficiente *b* na expressão algébrica	Corta acima da origem
		Interpretação Global da raiz da função	RSA	RGRA → RSA	Valor que intercepta o eixo x	Relação entre os coeficientes *a* e *b*	Valor que intercepta o eixo x > 0
A6M2		Interpretação Global – Coeficiente *a*		RGRA → RSA	Sentido da reta do traçado	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica	Ascendente
		Interpretação Global – Constante *b*		RGRA → RSA	Posição da reta sobre o eixo *y*	Valor do coeficiente *b* na expressão algébrica	Corta acima da origem
		Interpretação Global da raiz da função	RSA	RGRA → RSA	Valor que intercepta o eixo x	Relação entre os coeficientes *a* e *b*	Valor que intercepta o eixo x < 0
A3M3	**Item A)**	Interpretação Global – Coeficiente *a*		RGRA → RSA	Sentido da reta do traçado	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica	Ascendente
		Interpretação Global – Constante *b*		RGRA → RSA	Posição da reta sobre o eixo *y*	Valor do coeficiente *b* na expressão algébrica	Corta abaixo da origem
		Interpretação Global da raiz da função	RSA	RGRA → RSA	Valor que intercepta o eixo x	Relação entre os coeficientes *a* e *b*	Valor que intercepta o eixo x > 0
	Item B)	Interpretação Global – Coeficiente *a*		RGRA → RSA	Sentido da reta do traçado	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica	Descendente
		Interpretação Global – Constante *b*		RGRA → RSA	Posição da reta sobre o eixo *y*	Valor do coeficiente *b* na expressão algébrica	Corta acima da origem
		Interpretação Global da raiz da função	RSA	RGRA → RSA	Valor que intercepta o eixo x	Relação entre os coeficientes *a* e *b*	Valor que intercepta o eixo x > 0

Quadro 25 – Elementos da função afim e a identificação de tratamentos e conversões entre Registros de Representação das atividades A4M2, A6M2, A3M3 e A5M3

(Conclusão)

A5M3	**Reta *P***	Interpretação Global – Coeficiente *a*		RGRA ➔ RSA	Sentido da reta do traçado	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica	Descendente
		Interpretação Global – Constante *b*		RGRA ➔ RSA	Posição da reta sobre o eixo *y*	Valor do coeficiente *b* na expressão algébrica	Corta acima da origem
		Interpretação Global da raiz da função	RSA	RGRA ➔ RSA	Valor que intercepta o eixo x	Relação entre os coeficientes *a* e *b*	Valor que intercepta o eixo x > 0
	Reta *q*	Interpretação Global – Coeficiente *a*		RGRA ➔ RSA	Sentido da reta do traçado	Sinal do coeficiente *a* na expressão algébrica	Ascendente
		Interpretação Global – Constante *b*		RGRA ➔ RSA	Posição da reta sobre o eixo *y*	Valor do coeficiente *b* na expressão algébrica	Corta acima da origem
		Interpretação Global da raiz da função	RSA	RGRA ➔ RSA	Valor que intercepta o eixo x	Relação entre os coeficientes *a* e *b*	Valor que intercepta o eixo x < 0

Fonte: Adaptado de Amplatz (2020, p. 118)

Assim, nessas atividades estamos interessados nas variáveis semiocognitivas a serem levadas em consideração na aprendizagem da função afim de forma global e qualitativa. A seguir, apresentamos a análise *a posteriori* das atividades aqui mencionadas.

Análise *a posteriori* das atividades

A categoria intitulada: *Operações cognitivas de conversão, nos dois sentidos, entre gráfico e equação*, reuniu as atividades que abordaram as transformações nas representações gráfica e algébrica da função afim, por meio da atividade cognitiva de conversão, considerando a interpretação global das propriedades figurais, procedendo com a identificação das "unidades significativas na linguagem algébrica, para associação na variação do gráfico. No caso de funções do primeiro e do segundo grau, essas unidades referem-se aos coeficientes" (BRANDT, MORETTI, 2018, p. 11). Corroborando com esses autores, Duval (2011b, p. 108) aponta que "não podemos distinguir as unidades de sentido matematicamente pertinentes no conteúdo de uma representação sem convertê-las, implícita ou explicitamente, em outro registro".

Essa categoria apresenta três subcategorias de análises (*associação das representações gráfica e algébrica da função afim; passagem do registro algébrico para o registro gráfico e* *passagem do registro gráfico para o registro algébrico)*, que focam em aspectos da atividade cognitiva de conversão, descritos no Quadro 25. Portanto, as atividades que integram essas subcategorias foram aplicadas no decorrer de três encontros que ocorreram entre os dias 21 e 23 de setembro de 2022, momento em que os participantes resolveram as atividades disponibilizadas no ambiente virtual do *Desmos* e também por meio de material impresso.

Subcategoria 4.1 – Associação das representações gráfica e algébrica da função afim

Na subcategoria *associação das representações gráfica e algébrica da função afim,* temos quatro atividades. Sendo que as atividades A3M2 e A5M2 foram postadas no ambiente virtual de aprendizagem do *Desmos* e as outras duas atividades A1M3 e A4M3 disponibilizadas impressas para os participantes no momento da aplicação.

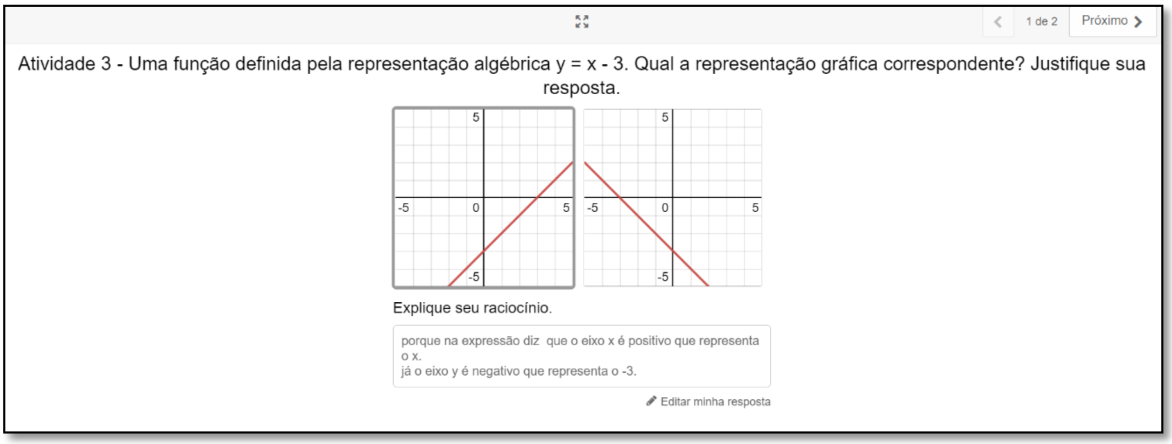
Atividade A1M3

Na resolução da atividade A1M3 os participantes não demonstraram dificuldades em reconhecer a representação gráfica da função afim, dentre os itens contidos na atividade, evidenciando assim um resultado exitoso com relação ao reconhecimento de que duas representações, pertencentes a dois registros diferentes, correspondem à representação de um mesmo objeto. Nesse sentido, Duval (2020, p. 23) argumenta que "o aluno deve reconhecer rapidamente os diferentes níveis de unidades de sentido em uma equação [...] *sem ter que perguntar (professor ou aluno), ou ter alguém que lhe diga o que fazer*; sem isso não há outra aprendizagem possível em álgebra para o aluno".

Atividade A3M2

Na atividade A3M2 todos os participantes relacionaram corretamente a equação $y = x - 3$ com a representação gráfica correspondente. No entanto, nas justificativas descritas na resolução da atividade, apenas o participante P3 evidenciou alguns aspectos apresentados no Quadro 22, para a análise dos valores qualitativos visuais de um gráfico e sua relação com a equação, como pode ser visualizado na Figura 14.

Figura 14 – Resolução da atividade A3M2 pelo participante P3



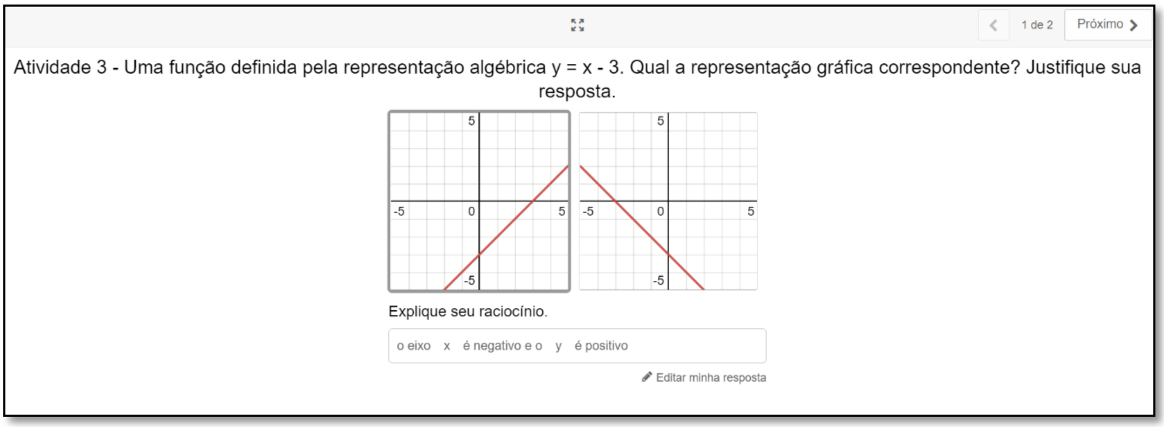
Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Podemos perceber que o participante P3 identificou, a partir da expressão algébrica, que o valor do zero da função é positivo, assim como destacou que o valor que intercepta o eixo y é negativo, no caso o – 3, relacionando as unidades significativas da equação com as variáveis visuais do gráfico. Essas conclusões também podem ser visualizadas no trecho do diálogo transcrito da videogravação:

> ***P3:*** *É assim professora?*
> ***PP:*** *Ok. Mas você vai justificar como chegou a essa resposta.*
> ***P3:*** *Vamos olhar para o gráfico e a expressão. Aqui o x é positivo e o 3 que é igual ao eixo y é negativo. Já o outro é negativo nos dois no eixo x e no y.*
> ***PP:*** *Ao clicar no gráfico vai aparecer a opção para responder.*
> ***P2:*** *Qual foi o seu raciocínio para a resposta 1? (A pergunta foi direcionada ao P3)*
> ***P3:*** *É que o eixo x é positivo e o eixo y é negativo.*

Com relação aos outros participantes P1, P2, P4, P5 e P6, as conclusões descritas não revelaram as estratégias utilizadas para a resolução dessa atividade. Os participantes P1 e P4, mesmo tendo marcado corretamente a opção que relaciona as duas representações (algébrica e gráfica) da função afim, apresentaram uma justificativa incorreta para a resposta da atividade, afirmando que *o eixo x é negativo e o y é positivo* (P4), conforme mostra a Figura 15 a seguir.

Figura 15 – Resolução da atividade A3M2 pelo participante P4



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Os demais participantes, P2, P5 e P6, consideraram apenas o valor de b nas suas conclusões, sem analisar o comportamento da reta do gráfico sob o eixo x. Assim, associaram a variável visual de representação posição do traçado sobre o eixo y à sua unidade simbólica significativa valor da constante b, fato também observado nos dados da pesquisa de Amplatz (2020). Para a pesquisadora, "os estudantes não relacionaram, em sua totalidade, as unidades significativas da expressão algébrica com suas respectivas variáveis visuais no gráfico, [...] não associaram os coeficientes a e b, estudados a partir da interpretação global no registro de representação gráfico" (AMPLATZ, 2020, p. 163).

Atividade A5M2

A atividade A5M2 foi aplicada no encontro do dia 21 de setembro de 2022, e a resolução dessa atividade ocorreu por meio do ambiente virtual de aprendizagem do *Desmos*. A partir dos resultados obtidos, notamos que os participantes apresentaram muitas dificuldades na resolução dessa atividade, sendo que três participantes (P2, P5 e P6) relacionaram corretamente as representações (gráfica e algébrica) da função afim, mas não descreveram de forma clara as estratégias utilizadas. Já P1, P3 e P4 responderam de forma incorreta a essa atividade.

No decorrer do desenvolvimento da atividade A5M2, os participantes demonstraram--se preocupados com o resultado final, sem se ater ao processo de resolução, necessitando assim da intervenção da professora/pesquisadora, para falar sobre a importância de descrever o raciocínio utilizado, por meio da linguagem escrita, de cálculos, entre outras. Assim como para o fato de estar desenvolvendo atividades investigativas com o intuito de analisar todo o processo de aprendizagem e não somente a resposta final da questão.

Nesse sentido, Duval (2020, p. 22) enfatiza que os objetivos de aprendizagem em Matemática, do ponto de vista cognitivo, parte de *"uma tomada de consciência de operações semiocognitivas*, que permite entender como trabalhar com escritos algébricos e *reconhecer quando e em qual situação aplicar os conhecimentos adquiridos"*.

Atividade A4M3

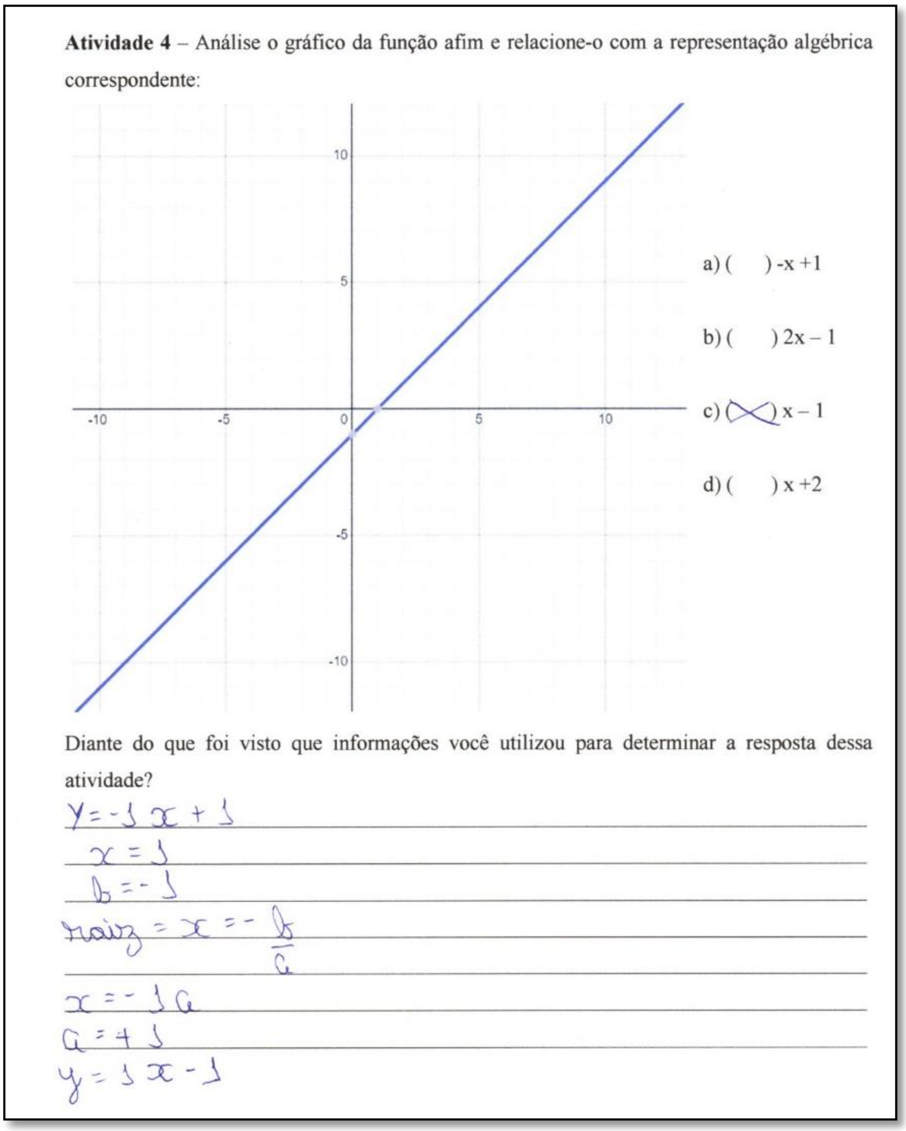
A atividade A4M3 foi aplicada no dia 22 de setembro de 2022, após uma breve revisão sobre a raiz ou zero da função, pois poderia ser utilizada para a resolução dessa atividade e também nas atividades seguintes. Com relação ao cálculo da raiz, surgiu a seguinte dúvida:

> ***P3:*** *Na função tem que ser sempre zero?*
>
> ***PP:*** *Ah! Se você vai igualar a zero para determinar a raiz?*
>
> ***P3:*** *Isso.*
>
> ***PP:*** *Sim.*

Com o intuito de sanar as dúvidas foram abordados alguns exemplos de funções afins e os tratamentos algébricos para determinar a raiz. Os participantes realizaram anotações no material disponibilizado para esse encontro. Posteriormente, deu-se início à análise e resolução da atividade A4M3. Conforme os resultados obtidos, percebe-se que alguns participantes utilizaram o cálculo da raiz para relacionar as representações (gráfica e algébrica), outros fizeram a análise do coeficiente *a* e da constante *b*.

Durante o desenvolvimento dessa atividade, os participantes demonstraram-se tranquilos e conseguiram descrever as estratégias utilizadas para chegar ao resultado, assim como relacionar corretamente as representações (algébrica e gráfica) da função afim. No entanto, os procedimentos descritos apresentaram algumas incoerências, mas que não invalidam o resultado apresentado. Nas Figuras 16 e 17, apresentamos duas formas diferentes que os participantes utilizaram para descrever os procedimentos/estratégias usadas para a resolução da atividade A4M3.

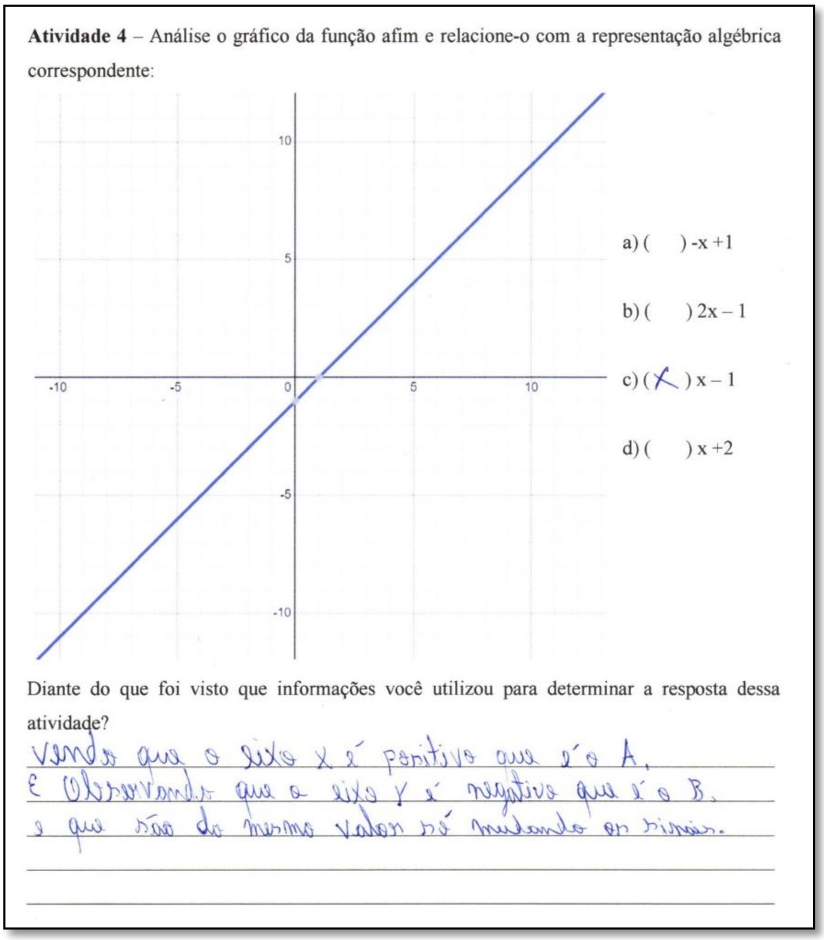
Figura 16 – Resolução da atividade A4M3 pelo participante P5



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

De acordo com os resultados apresentados, notamos que o participante P5 não utilizou adequadamente o cálculo da raiz para determinar a resposta da A4M3, pois em alguns momentos trocou o valor de *b* pelo valor x. No entanto, conseguiu discriminar corretamente o valor da constante *b* e da variável visual que intercepta o eixo x, e ainda apresentou de forma satisfatória a relação dessa variável com o coeficiente *a* e a constante *b*, relacionando corretamente as representações da função afim. Os participantes P1, P2 e P4 utilizaram esse mesmo procedimento de resolução para a atividade A4M3, enquanto os participantes P3 e P6 descreveram na linguagem escrita os procedimentos utilizados para determinar a resposta da atividade.

Figura 17 – Resolução da atividade A4M3 pelo participante P3



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

O participante P3 fez uma análise dos valores apresentados nos eixos x e y, relacionando-os com os valores do coeficiente *a* e da constante *b*. Em suas conclusões destaca o fato de o zero da função ser positivo e a sua relação com o valor do coeficiente *a*, bem como identifica corretamente que o valor que intercepta o eixo y é negativo e corresponde ao valor da constante b. Nesse caso, observamos que, como descrito na análise *a priori*, o participante apresentou os valores qualitativos visuais do gráfico e identificou corretamente a representação algébrica da função, descrevendo por meio da linguagem escrita os procedimentos utilizados para determinar a resposta da atividade.

Assim, evidenciamos por meio das atividades analisadas nessa subcategoria que, mesmo apresentando dificuldades, os participantes discriminaram e associaram de modo adequado as variáveis visuais de representação gráfica com as unidades simbólicas da representação algébrica. Conforme Duval (2011b, p. 111), é preciso reconhecer e relacionar os valores visuais e unidades simbólicas do registro algébrico, “sem esse reconhecimento, [...] não se pode ter nenhuma articulação, nenhuma passagem entre as representações gráficas e as escritas algébricas".

Subcategoria 4.2 – Passagem do registro algébrico para o registro gráfico

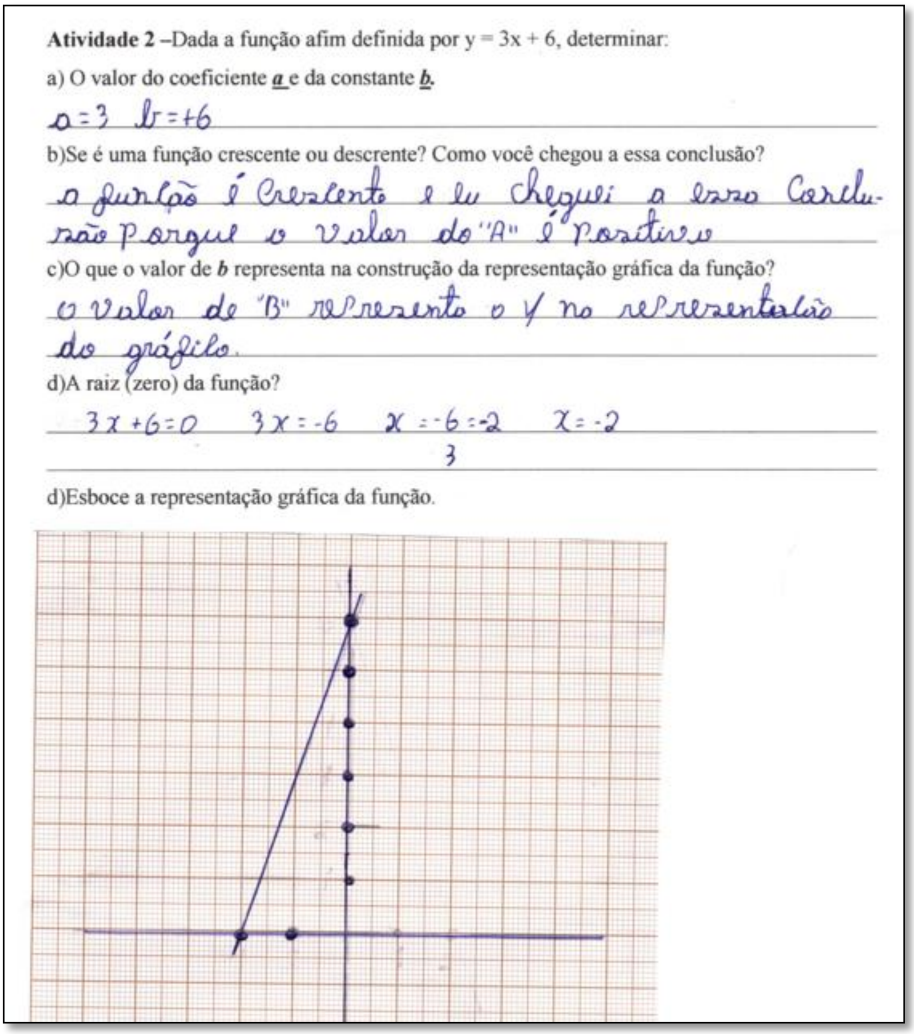
Atividade A2M3

A atividade A2M3 foi aplicada no quarto encontro de aplicação da sequência, que ocorreu dia 22 de setembro de 2022. Essa atividade focou na atividade cognitiva de conversão, por meio da discriminação das unidades simbólicas do registro algébrico para a construção do gráfico da função afim. Nessa atividade, retomamos algumas ideias sobre as regras de correspondência semiótica entre o registro de representação algébrica e a representação gráfica. Cabe ressaltar aqui, que a passagem do registro algébrico para o gráfico é comumente utilizada no ensino das funções, mas a partir da abordagem ponto a ponto (seção 2.5 do capítulo II), essa abordagem não possibilita a compreensão dos conceitos matemáticos ligados à função afim.

Nesse sentido, essa atividade apresentou um caminho para a construção do gráfico da função afim, por meio da antecipação das informações necessária para construir o gráfico, sem partir da construção de uma tabela para determinar os valores das coordenadas dos pontos. Para o desenvolvimento da A2M3 foi distribuída uma cópia impressa da atividade, régua e papel milímetro para o esboço do gráfico, e na resolução dessa atividade optamos por não utilizar a plataforma *Desmos.* No entanto, os conhecimentos mobilizados nas atividades apresentadas nas categorias 1, 2 e 3, que usaram a Calculadora Gráfica do *Desmos*, foram fundamentais para a resolução dessa atividade.

Na Figura 18, pode ser vista a resolução da atividade A2M3 e a forma como a participante P6 procedeu para explicar os procedimentos utilizados até a construção do gráfico da função afim.

Figura 18 – Mudança do registro algébrico para o registro gráfico



Atividade 2 –Dada a função afim definida por y = 3x + 6, determinar:

a) O valor do coeficiente ***a*** e da constante ***b***.

a=3 b=+6

b)Se é uma função crescente ou descrente? Como você chegou a essa conclusão?

a função é crescente e eu cheguei a essa conclu-
são porque o valor do "A" é positivo

c)O que o valor de ***b*** representa na construção da representação gráfica da função?

o valor de "B" representa o Y na representação
do gráfico.

d)A raiz (zero) da função?

$3x+6=0 \quad 3x=-6 \quad x=\frac{-6}{3}=-2 \quad x=-2$

d)Esboce a representação gráfica da função.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

De acordo com os apontamentos da participante P6 apresentados na Figura 18, percebemos que ocorreu a discriminação das unidades simbólicas do registro algébrico (o valor do coeficiente *a*, da constante *b* e da raiz da função), e a associação, de modo adequado, do crescimento e decrescimento da função afim, relacionado ao sinal do coeficiente *a* da expressão algébrica, algo que também pode ser observado na pesquisa de Amplatz (2020).

Como descrito na análise *a priori*, no item (d) podemos visualizar a atividade cognitiva de tratamento para determinar a raiz da função, pois apesar das modificações a forma de representação foi conservada. No item seguinte, ocorreu a construção do gráfico da função a partir das informações obtidas nos itens anteriores.

De modo geral, a resolução dessa questão foi tranquila, todos os participantes conseguiram discriminar as unidades significativas do registro algébrico, e realizar a conversão para o registro gráfico por meio das informações obtidas. Desse modo, a conversão da equação para o gráfico levou em consideração uma abordagem global, centrando a atenção "sobre um conjunto de propriedades e não sobre valores particulares tomados um a um" (DUVAL, 2011a, p. 102), possibilitando assim que o estudante perceba o lugar geométrico de pontos no plano cartesiano como uma imagem que representa um objetivo descrito por uma expressão algébrica (BRANDT, MORETTI, 2018).

Subcategoria 4.2 – Passagem do registro gráfico para o registro algébrico

As atividades A4M2, A6M2, A3M3, A5M3 compõem a subcategoria: *passagem do registro gráfico para o registro algébrico*. Sendo que as atividades A4M2 e A6M2 foram postadas no ambiente virtual de aprendizagem do *Desmos*, e as atividades A3M3 e A5M3 disponibilizadas impressas no decorrer da aplicação. Essas atividades foram aplicadas durante os encontros realizados entre os dias 21 e 23 de setembro de 2022.

Como descrito na análise *a priori*, essas atividades investigaram a passagem do registro gráfico para o registro algébrico, por meio da abordagem de interpretação global de propriedades figurais, pois a compreensão em Matemática implica na capacidade dos estudantes de mudar de registro, sendo necessário uma distinção cuidadosa entre o que representa um tratamento em um registro e aquilo que sobressalta em uma conversão (DUVAL, 2003). Considerando, para isso, se os participantes evidenciaram os elementos da função afim e identificaram os tratamentos e conversões entre os registros de representação das atividades apresentados no Quadro 25, que integram essa subcategoria de análise.

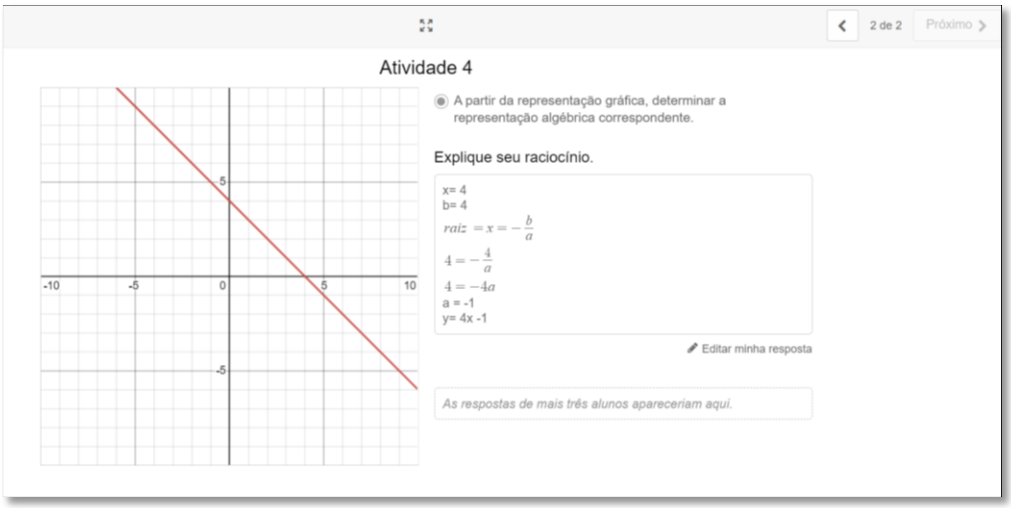
Atividades A4M2 e A6M2

As atividades A4M2 e A6M2 foram aplicadas no decorrer do encontro do dia 21 de setembro de 2022. Para a resolução dessas atividades foi disponibilizado para os participantes o código de acesso ao ambiente virtual de aprendizagem do *Desmos*. Durante a resolução da A4M2, percebemos que os participantes apresentaram muitas dificuldades em relacionar a raiz da função afim com o coeficiente *a*, e com a constante *b*, para determinar a representação algébrica da função, mesmo discriminando corretamente a constante b, identificando o sentido da reta sobre o eixo x e a posição sobre o eixo y. A seguir, apresentamos o diálogo com os participantes, no qual podemos observar que em alguns momentos o valor da raiz da função é confundido com o valor do coeficiente *a*.

> ***P3:*** *É assim?*
>
> ***PP:*** *Identifique a partir do gráfico os valores de b e da raiz da função.*
>
> ***P3:*** *x é igual ao a?*
>
> ***PP:*** *Tem certeza disso?*
>
> ***P3:*** *Tem que colocar o x no lugar do a.*
>
> ***P2:*** *Estamos determinando o valor do a.*
>
> ***P4:*** *Minha cabeça não está processando nada.*
>
> ***PP:*** *Isso. Vocês vão determinar o valor de a.*
>
> ***P2:*** *É -1 professora?*
>
> ***PP:*** *Sim. Agora você vai escrever a equação da reta?*
>
> ***P2:*** *Ah! Professora vou enviar.*
>
> ***P3:*** *Professora tem que determinar a equação?*
>
> ***PP:*** *Isso. Você vai determinar a equação (representação algébrica da função da afim).*

A Figura 19, a seguir, apresenta a resolução da atividade A4M2 realizada pelo participante P2. Percebemos que ocorreu a discriminação da constante *b* e raiz da função, assim como relacionou corretamente o valor da raiz da função com os valores de *a* e *b*. No entanto, no momento de escrever a representação algébrica trocou o valor de x pelo do coeficiente a, algo que também foi observado na resolução dos participantes P4 e P5.

Figura 19 – Resolução da atividade A4M2 pela participante P2



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Nessa atividade, observamos que os participantes P1, P3 e P6 não determinaram a representação algébrica da função e só identificaram os valores das variáveis. Essas dificuldades para determinar a equação a partir do gráfico da função afim, também foram identificadas na pesquisa da Amplatz (2020). De fato, no ensino da função afim é comum a passagem do registro algébrico para o gráfico por meio da abordagem ponto a ponto (descrita na seção 2.5 do capítulo II), mas "é a passagem inversa que traz problema" (DUVAL, 2011a, p. 97). Para o autor a abordagem ponto a ponto não possibilita uma interpretação global, que é em geral deixada de lado no ensino, uma vez que depende de análise semiótica e algébrica.

Atividade A6M2

Com relação à atividade A6M2, que também foi aplicada no dia 21 de setembro de 2022, os participantes utilizaram o ambiente virtual do *Desmos* para responder à atividade, mas não fizeram uso da Calculadora Gráfica para a análise do gráfico das retas t e q. Os resultados obtidos evidenciaram as dificuldades dos participantes em determinar a representação algébrica a partir do gráfico da função afim.

Os participantes P1, P3 e P6 apresentaram incorretamente as equações das retas t e q, e não descreveram os procedimentos utilizados para chegar a essas equações. As respostas dadas por esses participantes para os itens (a) e (b) também não foram pertinentes com o que está descrito na análise *a priori* dessa atividade.

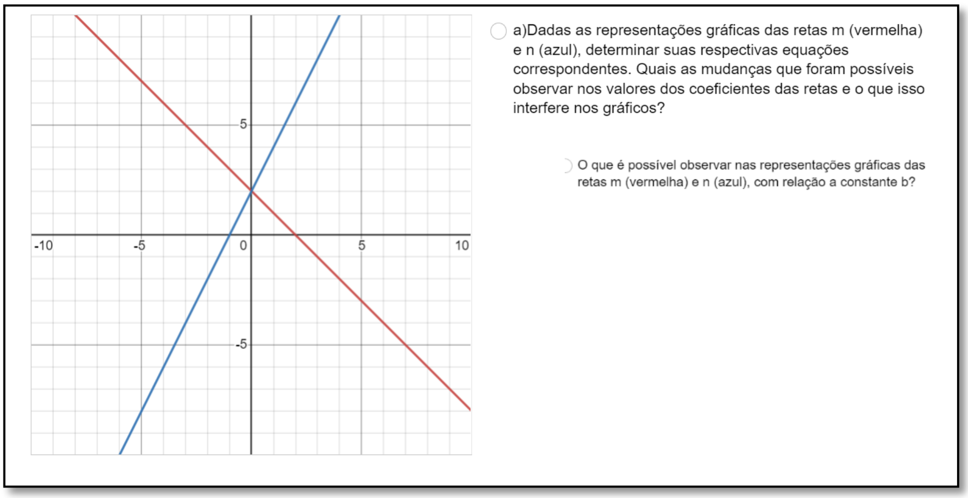
Os participantes P2, P4 e P5, mesmo não tendo êxito na determinação da equação, descreveram os procedimentos utilizados para a resolução da atividade, nos quais é possível perceber que conseguiram identificar os elementos da função afim (valor da constante *b*, raiz da função e a inclinação das retas), mas não apresentaram corretamente as equações das retas t e q.

Desse modo, podemos evidenciar que essa atividade se mostrou como fonte de dificuldades para os participantes, pois mesmo os que conseguiram identificar as variáveis visuais do gráfico não avançaram na conversão do registro gráfico para o algébrico. Como aponta Duval (2012, p. 276), "a conversão das representações semióticas é a primeira fonte de dificuldade à compreensão em matemática". Daí a importância de um ensino voltado para o desenvolvimento semiocognitivo dos estudantes, que leve em consideração todas as transformações de representações semióticas, por meio de mudanças de registros e pelos tratamentos específicos de cada registro.

Atividades A3M3 e A5M3

As atividades A3M3 e A5M3 foram aplicadas nos dias 22 e 23 de setembro de 2022, porém tendo em vista as dificuldades apresentadas pelos participantes no decorrer da resolução das atividades A4M2 e A6M2, fez-se necessário uma intervenção da professora/pesquisadora que apresentou uma atividade extra para discutir sobre alguns pontos que suscitaram dificuldades nas atividades anteriores, dando início a essa atividade extra no encontro do dia 21 de setembro, mas como já estava terminando o encontro os participantes foram orientados a deixar para o próximo. Na Figura 20, pode ser visualizada a atividade extra postada no ambiente virtual de aprendizagem/Sala de Aula do *Desmos*.

Figura 20 – Atividade extra postada pela pesquisadora no ambiente virtual de aprendizagem do *Desmos*



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Para iniciar as discussões, a professora/pesquisadora começou com os seguintes questionamentos: Qual o sentido da reta n (azul) em relação ao eixo das abscissas? E da reta m (vermelha)? As retas passam pela origem? Qual a posição das retas sobre o eixo das ordenadas? Quais as variáveis que vocês vão utilizar para determinar as equações das retas? Entre outras questões que foram surgindo, assim como a explanação da relação entre os valores de *a* e *b* para determinar a representação algébrica da função afim a partir da representação gráfica.

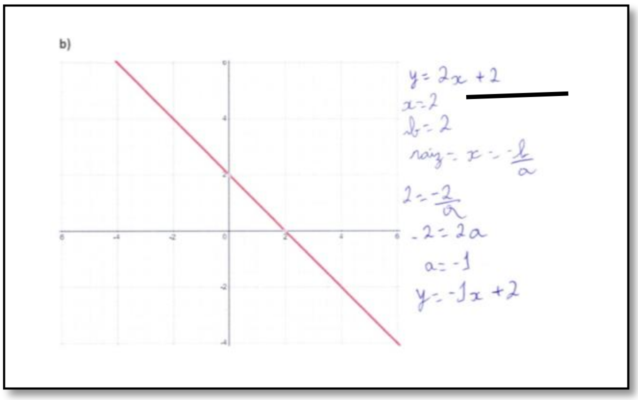
No entanto, cabe salientar que não era o objetivo da professora/pesquisadora apresentar uma fórmula para determinar o valor de *a* a partir do cálculo da raiz, mas possibilitar meios para os participantes obterem o coeficiente *a*, partindo da leitura dos dados apresentados no gráfico da função afim, assim como a escrita da equação após a obtenção dos valores de *a* e *b*.

Após essas considerações, a resolução das atividades A3M3 e A5M3 seguiu sem grandes dificuldades. Essas duas atividades foram disponibilizadas impressas para os participantes no momento da aplicação. Assim, deu-se início à resolução da A3M3. Essa atividade, como descrito na análise *a priori*, solicitava que os participantes fizessem a discriminação das variáveis visuais pertinentes e as devidas correspondências com as unidades simbólicas significativas da expressão algébrica, para determinar a equação da reta nos itens (a) e (b) da atividade.

Todos os participantes determinaram a representação algébrica a partir da representação gráfica nos itens (a) e (b) da A3M3. Por meio das respostas obtidas é possível perceber que houve a discriminação do valor da constante b e da raiz da função, assim como a determinação da equação a partir da substituição dos valores na expressão geral da função afim y = ax + b. Mas não ficou explícito se os participantes consideraram o sentido da reta sobre o eixo x e a relação com o sinal do coeficiente a. Com relação ao item (a) os procedimentos de resolução dos participantes P4 e P5 continham equívocos com relação ao sinal da constante b e do coeficiente a.

No que se refere ao item (b) da atividade A3M3, apesar de todos os participantes terem determinado a equação da reta com sucesso, foi possível identificar algumas incoerências no processo de resolução, como na substituição do valor da raiz na expressão geral da função afim, como mostra a Figura 21 a seguir.

Figura 21 – Resolução do item (b) da A3M3 pelo P2



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

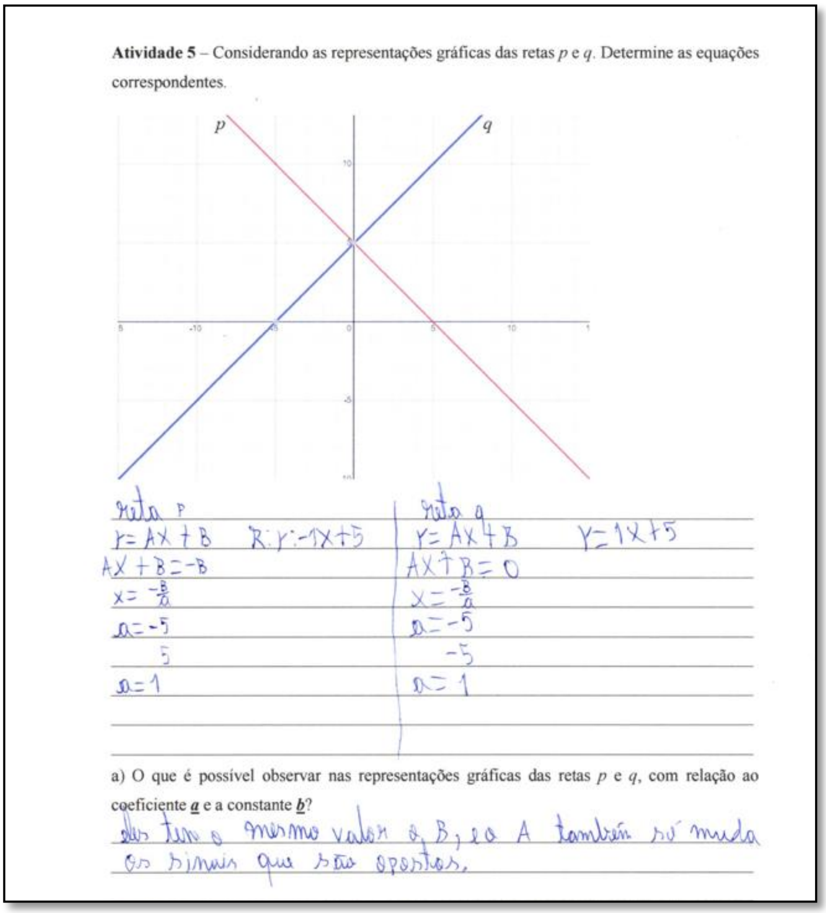
Neste caso, ocorreu um equívoco no momento da substituição do valor da variável visual (valor de x) na expressão geral ou ainda há dificuldades em identificar que o valor que intercepta o eixo x corresponde à raiz da função e não ao valor do coeficiente a. Mas consideramos que os participantes avançaram na apresentação de conclusões fundamentadas, pois a análise das produções não deve partir somente de critérios matemáticos, mas da descrição que se pode fazer do funcionamento cognitivo, colocando “em evidência as variáveis cognitivas próprias ao funcionamento de cada registro” (DUVAL, 2003, p. 25).

Atividade A5M3

Na atividade A5M3, aplicada no dia 23 de setembro de 2022, os participantes utilizaram para a resolução dessa atividade o material disponibilizado impresso. A partir das análises podemos perceber a mobilização de conhecimentos abordados nas atividades anteriores. A atividade A5M3 solicitava a conversão do registro gráfico para o algébrico, em seguida nos itens (a) e (b), alguns questionamentos sobre o coeficiente *a* e a constante *b*, com o intuito de investigar se as conclusões apresentadas perpassam pelos elementos da função afim, e pela identificação de tratamentos e conversões entre Registros de Representação descritos no Quadro 25.

A partir dos resultados obtidos nessa atividade, podemos perceber que todos os participantes apresentaram corretamente a equação das retas p e q. Cabe ressaltar que nas resoluções dos participantes P1, P4 e P6 foi possível perceber uns pequenos equívocos nas operações numéricas, mas que não invalidaram os resultados descritos. Na Figura 22, podemos visualizar a resolução da A5M3 apresentada pelo participante P3.

Figura 22 – Resolução da atividade A5M3 pelo participante P3


Atividade 5 – Considerando as representações gráficas das retas *p* e *q*. Determine as equações correspondentes.

reta p	reta q
y = AX + B R: y: -1x+5	y = AX + B y = 1x+5
AX + B = -B	AX + B = 0
$x = \frac{-B}{a}$	$x = \frac{-B}{a}$
$a = \frac{-5}{5}$	$a = \frac{-5}{-5}$
a = 1	a = 1

a) O que é possível observar nas representações gráficas das retas *p* e *q*, com relação ao coeficiente ***a*** e a constante ***b***?

Eles tem o mesmo valor o B, e o A também só muda os sinais que são opostos.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Os participantes P1, P2, P4 e P5 apresentaram respostas semelhantes à do participante P3, para o item (a). Pelas respostas descritas percebemos que ocorreu observação do valor da constante *b* na representação gráfica, assim como o fato do coeficiente *a* ter o mesmo valor com sinais opostos. A resposta da participante P6 indicou apenas que as retas p e q têm os mesmos valores, mas não fez referência ao valor do coeficiente *a* e da constante *b*.

Nas respostas apresentadas para essa atividade podemos perceber que os participantes mobilizaram os elementos da função afim, se aproximando do que está descrito na análise *a priori*. Nesse sentido, mesmo com as dificuldades elencadas há indicativos de que os participantes conseguiram identificar e associar as variáveis de representação junto às suas unidades simbólicas significativas da expressão algébrica, para a conversão entre o registro da representação gráfica para a expressão algébrica pela interpretação global de propriedades figurais.

Diante dos dados empíricos obtidos, podemos concluir que a conversão do registro gráfico para o algébrico requer um custo cognitivo maior e suscita dificuldades de aprendizagem nos estudantes, assim como está descrito nos estudos de Duval (2011a, 2011b). Mas também foi possível perceber que o estudo das unidades significativas do registro algébrico e dos valores visuais do gráfico, usando a Calculadora Gráfica do *Desmos*, possibilitou a mobilização de conhecimento para, a partir do gráfico, obter a equação.

A partir dos resultados obtidos ficou evidente a necessidade de, no ensino da função afim, explorar a atividade cognitiva de conversão, nos dois sentidos. Sendo que, na atividade que abordou a passagem da representação algébrica para a gráfica, percebemos que essa mudança de registro ocorreu de forma tranquila e os participantes não apresentaram muitas dificuldades em determinar a representação gráfica da função.

Em contrapartida, nas atividades que solicitaram a obtenção da equação a partir do gráfico, os participantes demonstraram muitas dificuldades para determinar a equação da reta. De acordo com Moretti e Thiel (2012), isso ocorre devido ao fato de que na conversão da representação algébrica para a representação gráfica tem congruência semântica, mas o inverso é altamente não congruente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O interesse em pesquisar sobre o uso de tecnologias na aprendizagem da Matemática emergiu das inquietações de professora da Educação Básica, vivenciadas antes e durante o período do ERE. A pandemia nos possibilitou refletir sobre o lugar das tecnologias digitais na Educação Básica, algo que não dá mais para deixar para depois, pois as tecnologias digitais estão presentes na sociedade contemporânea e permeiam o ambiente escolar, influenciando-o. Nesse sentido, o uso de tecnologias em Educação Matemática não deve ser ignorado ou tido apenas como um aparato complementar, mas que seja utilizado e explorado como parte dos processos de ensinar e aprender nos diferentes níveis de ensino.

Assim, esta pesquisa se propôs a investigar *em que medida a plataforma Desmos pode contribuir para uma abordagem global e qualitativa da aprendizagem da função afim pelos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental*, nossa questão de pesquisa. Para isso, foi realizada uma revisão sistemática da literatura e o estudo do referencial teórico para a elaboração das atividades da sequência didática, e para a análise dos dados produzidos. Também foi necessário que realizássemos um aprofundamento de nossos estudos sobre a plataforma *Desmos*, tendo em vista que é um recurso tecnológico pouco explorado nas pesquisas, conforme os resultados apresentados na revisão sistemática de literatura (descritos no capítulo I).

Ao propor uma exploração inicial da plataforma *Desmos*, verificou-se a interação entre os participantes, a troca de experiências, ajuda com as dificuldades que foram surgindo, assim como a familiarização com esse recurso, algo que contribuiu para viabilizar o desenvolvimento das atividades seguintes. Os resultados obtidos nessa pesquisa mostram a relevância da plataforma *Desmos* para o estudo da função afim, pois a utilização desse recurso permitiu a visualização e a exploração das alterações, nas variáveis visuais do registro de representação gráfica e as unidades simbólicas significativas, possibilitando reconhecer a função afim nos diferentes registros de representação. A variação sistemática do conteúdo da representação de partida e a realização das conversões para cada variação feita contribuiu para a aprendizagem da função afim.

A plataforma *Desmos* foi utilizada para o estudo da função afim, por meio de uma abordagem de interpretação global de propriedades figurais, para investigar os processos cognitivos mobilizados pelos participantes durante a realização das atividades propostas. Evidenciando os mecanismos de compreensão em Matemática, que possibilitaram a coordenação entre os diferentes registros de representação da função e a conversão dessas representações, nos dois sentidos, do registro algébrico para o gráfico e do registro gráfico para o algébrico, pois a operação cognitiva de conversão e o reconhecimento dos elementos da função afim são fundamentais para a aprendizagem desse objeto matemático.

Neste sentido, num primeiro momento, as atividades da sequência didática focaram no estudo do coeficiente *a* e da constante *b* e sua relação com as diferentes posições das retas no plano cartesiano, usando a Calculadora Gráfica dos *Desmos*. Com isso, os participantes da pesquisa foram antecipando as transformações ocasionadas na representação gráfica com as variações nos valores de *a* e *b*. Por meio dos resultados obtidos percebemos que com as manipulações os participantes estabeleceram relações entre a representação algébrica e a reta construída. Cabe ressaltar também as dificuldades demonstradas pelos participantes em descrever as conjecturas, procedimentos e as estratégias utilizadas na resolução das atividades. De acordo com Pasa (2017, p. 288), isso ocorre devido "à falta de hábito dos estudantes em comunicarem suas conclusões, explicarem suas escolhas e justificarem os caminhos escolhidos nas resoluções, bem como de participar das aulas e fazer perguntas".

Com relação ao estudo do sinal da função afim, os resultados apontam que os participantes associaram o sinal do coeficiente *a* com o crescimento e decrescimento da função, sendo que a visualização dos gráficos na Calculadora Gráfica do *Desmos* contribuiu para a validação das conjecturas iniciais, bem como para a mobilização de conhecimentos para compreensão do sinal da função.

As explorações iniciais das unidades simbólicas significativas da expressão algébrica e das variáveis visuais da representação gráfica foram fundamentais no momento da resolução das atividades que envolviam a conversão, nos dois sentidos. Sendo que a conversão do registro algébrico para o gráfico foi mais tranquila, os participantes discriminaram os elementos da função afim e fizeram corretamente a mudança de registro. Na mudança do registro gráfico para o algébrico ficaram evidentes as dificuldades em relacionar o valor do coeficiente *a* e da constante *b* com a raiz da função afim.

Mas os resultados demonstram que os participantes fizeram uso da interpretação global das propriedades figurais na resolução das atividades, algo que também foi evidenciado pelo professor da turma ao relatar que estudantes que participaram da pesquisa estavam esboçando o gráfico da função em suas aulas, antes mesmo de calcular os valores dos pontos, se referindo ao ensino da função por meio da abordagem ponto a ponto.

O uso da plataforma *Desmos* mostrou-se positivo por ser um recurso acessível e de fácil interação, e que favoreceu a visualização e a exploração das representações gráfica e algébrica da função afim, por meio da formulação de conjecturas, especialmente na representação gráfica, além de instigar a curiosidade dos participantes na busca de novas aprendizagens. No entanto, cabe ressaltar que a plataforma, por si só, não consiga fazer a aprendizagem acontecer, mas pode proporcionar condições para a construção do conhecimento matemático de forma dinâmica e interativa.

Com essa pesquisa não temos a pretensão de apresentar resultados conclusivos, mas um possível caminho para a aprendizagem da função afim, nos anos finais do Ensino Fundamental, a partir de uma abordagem global e qualitativa, aliado a uma tecnologia digital (a plataforma *Desmos*). Como indicativo para pesquisas futuras que complementem o presente estudo, deixa-se como sugestão a utilização da plataforma *Desmos* para o estudo de funções quadráticas, com o aporte teórico da TRRS de Duval, assim como o desenvolvimento de oficinas para docentes com propostas de atividades que explorem o estudo das funções a partir da abordagem global e qualitativa, nos anos finais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

AMPLATZ, L. C. **O Estudo da Função Afim a partir da Interpretação Global de Propriedades Figurais**: uma investigação com estudantes do Ensino Médio. 2020. 207 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020.

ANTUNES, G.; CAMBRAINHA, M. (ed). Modelos de exploração matemática na plataforma Desmos: ensinar e aprender em um ambiente virtual de aprendizagem. *In*: SIMPÓSIO NACIONAL DA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA, 4, 2020, Vitória. **Anais**[...]. Vitória, ES: Ufes. 2020. Disponível em: https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2020/07/e-book_Desmos_final.pdf. Acesso em: 23 maio 2022.

ARAUJO, J. R. **Conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim**: análise a partir da interpretação global de propriedades figurais. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

BALTAZAR, M. C. S. **O Ensino de Frações com o GeoGebra em Ambientes Virtuais de Aprendizagem para Estudantes do 6º Ano do Ensino Fundamental**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Catalão, Rio de Janeiro, 2021.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70. 2021.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P.; CANEDO JUNIOR, N. R. **Vídeos na Educação Matemática**: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.

BORBA, M. C.; SUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases da Tecnologias em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. Aprendizagem da álgebra segundo Raymond Duval. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, *[S. l.]*, v. 2, n. 1, p. 1-26, 2018. DOI: 10.33238/ReBECEM.2018.v.2.n.1.19419.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Saúde. Conselho Nacional de Saúde. Resolução nº 510, de 7 de abril de 2016. Dispõe sobre as normas aplicáveis a pesquisas em Ciências Humanas e Sociais. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, n. 98, seção 1, p. 44-46, 24 maio 2016.

CARNEIRO, J. **O uso do Kahoot! e do Ensino Híbrido como ferramentas de ensino e da aprendizagem em Matemática**. 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional – PROMAT) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, Paraná, 2020.

CARVALHO, R. W. S.; ROMANELLO, L. A.; DOMINGUES, N. S. Fases das tecnologias digitais na exploração matemática em sala de aula: das calculadoras gráficas aos celulares inteligentes. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, *[S. l.]*, v. 14, n. 30, p. 105-122, 2018.

CAZAL, D. F. I. **O ensino remoto de matemática no ensino médio em uma escola mineira**: percursos e percalços. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2021.

CHIARI, A. S. S. Tecnologias Digitais e Educação Matemática: relações possíveis, possibilidades futuras. **Perspectivas da Educação Matemática**, *[S. l.]*, v. 11, n. 26, 2018.

CORRÊA, J. N. P; BRANDEMBERG, J. C. Tecnologias digitais da informação e comunicação no ensino de matemática em tempos de pandemia: desafios e possibilidades. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 8, n. 22, p. 34-54, 2021.

DIAS, F. F. **Uma experiência com o ensino aprendizagem de estatística durante a pandemia**: percepções e desafios. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Catalão, 2021.

DUVAL, R. **Escritos simbólicos e operações heterogêneas de substituição de expressões**: as condições de compreensão em álgebra elementar. *In*: MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. (org.). Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semiocognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval. Florianópolis: Edição REVEMAT/UFSC, 2020.

DUVAL, R. Mudanças, em curso e futuras, dos sistemas educacionais: Desafios e marcas dos anos 1960 aos anos... 2030! **REVEMAT**, Florianópolis (SC), v. 10, n. 1, p. 1-23, 2015.

DUVAL, R. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. **REVEMAT**, Florianópolis (SC), v. 11, n. 2, p. 1-78, 2016.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. *In*: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática**. Campinas, SP: Papirus Editora, 2003, p. 11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. Tradução Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar-introduzir a álgebra no ensino: qual o objetivo e como fazer isso? CAMPOS, T. M. M. (org.). Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2014.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica. CAMPOS, T. M. M. (org.). Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011b.

DUVAL, R. Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática? **REVEMAT**: Revista Eletrônica de matemática, [*S. l.*], v. 13, n. 2, p. 1-27, 2018.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros Graphiques et équations: L'articulation de deux registres. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, [*S. l.*], v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011a.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, [*S. l.*], v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

FARIA, R. A. **Integração Multimodal e Coordenação de Representações Semióticas em Atividades de Função do 1º Grau**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [*S. l.*], v. 2, n. 3, p. 10-34, 2013.

GARCIA et al. **Ensino remoto emergencial**: proposta de design para organização de aulas. UFRN: SEDIS, 2020.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. Editora Atlas. 6º ed. São Paulo, 2021.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 9º ano do ensino fundamental: anos finais. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

GUIMARÃES, E. M. **Desenvolvimento do raciocínio lógico matemático com o uso de tecnologias de informação e comunicação para o ensino fundamental**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade de Juiz de Fora, Pós--Graduação em Educação Matemática, Instituto de Ciências Exatas, 2021.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias**: o novo ritmo da informação. 8. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

KONZEN, S. **Reflexões acerca do uso do Khan Academy para o ensino de semelhança de triângulos em aulas remotas**. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca da Universidade Federal da Fronteira Sul – Campus Chapecó, 2020.

LAGO, W. J. S. **As contribuições dos Registros de Representação Semiótica no processo de ensino e aprendizagem da função afim**: um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA – Campus Avançado Rosário. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) – Universidade Estadual do Maranhão– Campus São Luís, Maranhão, 2018.

LORENÇO, F. **GEOGEBRA**: propostas de aulas para o ensino de Funções Matemáticas. 2018. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/200594. Acesso em: 18 jul. 2022.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo, EPU, 1986.

MARQUES, B. S. L. **Sala de Aula Invertida adaptada ao Ensino Remoto**: uma proposta de ensino híbrido aplicado à análise combinatória. 2021. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2021.

MOTA, T. P. S. **Ressignificando as aulas de matemática com metodologias ativas para o estudo de áreas de figuras planas no ensino remoto**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em ENSINO) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

MORETTI, M. T.; THIEL, A. A. O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. **Revista Práxis Educativa,** [*S. l.*], v. 7, n. 2, p. 379-396, jul. /dez. 2012.

MUNIZ, R. S. S. **O ensino de função pela perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica apoiado por Tecnologias Digitais**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2019.

NEGREIROS, J. G. M. **As tecnologias digitais no ensino de Probabilidade por meio do ensino remoto**. 2021. 72 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2021.

NÓVOA, A. A pandemia de Covid-19 e o futuro da Educação. **Revista Com Censo: Estudos Educacionais do Distrito Federal**, [*S. l.*], v. 7, n. 3, p. 8-12, 2020.

NOVAK, F. I. L. **O ambiente dinâmico GeoGebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em geometria segundo Raymond Duval: olhares, apreensões e desconstrução dimensional**. 2018. 149f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2018.

OLIVEIRA, M. E. **Propostas de sequências didáticas para o ensino de funções pautadas na interdisciplinaridade e no uso das TDIC'S**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal Rural do Semi--Árido, Programa de Pós-graduação em Matemática, Mossoró/ RN, 2021.

PASA, B. C. **A noção de infinitésimo no esboço de curvas no ensino médio**: por uma abordagem de interpretação global de propriedades figurais. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.

PAULA, C. M. M. **Investigações Matemáticas com apoio do Geogebra, em smartphone**: um estudo da função exponencial e de sua inversa. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino e suas Tecnologias) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campo do Goytacazes, RJ, 2021.

PPP. **Projeto Político Pedagógico.** Colégio Municipal Deputado Theodulo Albuquerque, Remanso, 2022.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor**: explorando os conceitos de equação e de função. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

RIBEIRO, E. S. **Potencialidades do software Geogebra como recurso tecnológico para consolidação do ensino da função afim**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática Instituição de Ensino) – Universidade Federal do Acre, Rio Branco, 2019.

SAMPAIO, R. F.; MACINI, M. C. Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa de evidências científicas. **Revista Brasileira de Fisioterapia**, São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, 2007.

SANTOS, E. C. C. **Os desafios do ensino de matemática no período da pandemia da Covid-19**: um relato da experiência na Escola Estadual de Ensino Médio Dom Daniel Comboni. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Espírito Santo, Rio de Janeiro, 2021.

SILVA, C. F. **Ensino aprendizagem de função afim via exploração, resolução e proposição de problemas com o uso do aplicativo Desmos em contexto remoto**. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Campina Grande, 2021.

SIMONETTI, D. **Processos Algébricos no Esboço de Curvas**: o caso da parábola à luz dos Registros de Representação Semiótica. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2020.

SOUSA, A. P. **Uma experiência do uso do aplicativo estatística easy como ferramenta de apoio no ensino de tópicos de estatística e percepções dos professores de matemática da educação básica e alunos do ensino médio relacionadas ao uso de tecnologias digitais de informação e comunicação**. 2021. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional – PROMAT) – Universidade Federal de São João Del-Rei, Campus São João del-Rei, 2021.

YAMAJI, E. **A prática do ensino remoto emergencial em matemática na pandemia da Covid-19**: uma experiência no Ensino Básico Público. 2021. Dissertação. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Londrina, 2021.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Ponto Alegre: Penso, 2016.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Tradução Ernani F da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Universidade Estadual de Ponta Grossa
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Prezado (a) Senhor(a)

Eu, Elizabete Gomes de Oliveira, discente do curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), venho por meio deste pedir a sua autorização para que seu (sua) filho(a) possa participar, como voluntário(a), da pesquisa intitulada "O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: DESAFIOS E PERSPECTIVAS DO ENSINO REMOTO", orientada pela Professora Dra. Célia Finck Brandt.

Essa pesquisa tem por objetivo: Investigar as contribuições da Plataforma *Desmos*, uma tecnologia utilizada no contexto do ensino remoto, para a aprendizagem da função afim pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Caso o(a) senhor(a) concorde com a participação do seu(sua) filho(a), ele(a) participará da pesquisa. A participação consistirá em realizar atividades envolvendo a função afim, mediada pela Plataforma *Desmos* uma calculadora gráfica de acesso gratuito, com potencialidades para a aprendizagem da Matemática. A coleta de dados será feita por meio de registros escritos produzidos pelos participantes, gravações em vídeo (imagens e áudios) e a gravação da tela do computador no momento da realização das atividades.

Os riscos destes procedimentos serão mínimos e relacionados com eventual desconforto relacionado com a falta de conhecimento sobre o tema das questões que lhe serão apresentadas. Os procedimentos adotados obedecem aos Critérios da Ética em Pesquisa com Seres Humanos, conforme Resolução nº 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde. Nenhum dos procedimentos usados oferece riscos à sua dignidade.

Apesar dos riscos supracitados, juntamente com a forma de amenizá-los, essa pesquisa poderá também contribuir para a aprendizagem do seu(sua) filho(a) no momento em que ele(a) estiver participando. Além do desenvolvimento de atitudes reflexivas e investigativas, referentes à utilização das tecnologias digitais para a aprendizagem da função afim.

Devemos deixar claro que o(a) senhor(a) poderá pedir maiores esclarecimentos sobre a condução desta pesquisa a qualquer momento. Além disso, o(a) senhor(a) tem o direito de desistir desse compromisso a qualquer momento. Para isso basta avisar a pesquisadora para que este termo seja devolvido, e assim cancelado o acordo estabelecido por ele. Também é importante informar que não será penalizado pelo fim do compromisso, caso ele venha a acontecer.

Garantimos ao(à) senhor(a) que esta pesquisa não lhe trará nenhum gasto, assim como total sigilo das informações e o anonimato do seu(sua) filho(a).

Caso sinta a necessidade de mais informações o(a) senhor(a) poderá procurar a pesquisadora. Este documento foi impresso em duas vias iguais e onde o participante ficará com uma das vias.

____

Elizabete Gomes de Oliveira
Pesquisadora, Mestranda PPGECEM/UEPG

Pesquisadoras
Elizabete Gomes de Oliveira
Telefone: (74) 981091854
E-mail: abetegomes@gmail.com

Prof. Orientadora: Dra. Célia Finck Brandt
E-mail: brandt@bighost.com.br

Comitê de Ética em Pesquisa
UEPG – Campus Uvaranas, Bloco M, sala 100 – Ponta Grossa/PR.
Telefone: (42) 3220-3108.

Local de realização da pesquisa
Colégio Municipal Deputado Theodulo Albuquerque
Endereço: Av. Presidente Ernesto Geisel, 530, Quadra 20
E-mail: cmdtaoficial@gmail.com
CEP: 47200-000 Remanso/BA Fone: (74) 3535 1551

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE PAIS OU RESPONSÁVEIS

Eu,____, CPF nº________________________________, responsável legal, na qualidade de________(pai, mãe ou tutor), do menor____. Carteira de Identidade nº______________________________SSP/________, nascido(a) em _______do mês de _____________________do ano de ____________, AUTORIZO(AMOS) a participar da pesquisa intitulada: O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: DESAFIOS E PERSPECTIVAS DO ENSINO REMOTO, tendo como pesquisadora responsável a mestranda **Elizabete Gomes de Oliveira** e como orientadora **Profa. Dra. Célia Finck Brandt**, da Universidade Estadual de Ponta Grossa, assumindo toda a responsabilidade pela presente autorização e participação do menor.

A presente declaração tem por objetivo permitir que o menor participe da pesquisa_____/____/2022, visto que todas as informações obtidas deverão respeitar o anonimato dos alunos e seus pais ou responsáveis.

_________________________, ____de _________de 2022.

____

Assinatura do responsável legal

APÊNDICE B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

UEPG

Universidade Estadual de Ponta Grossa
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

Você está sendo convidado(a) para participar, como voluntário(a), em uma pesquisa científica, intitulada: O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: DESAFIOS E PERSPECTIVAS DO ENSINO REMOTO. Informamos que o seu responsável legal permitiu a sua participação. Pretendemos investigar as contribuições da Plataforma *Desmos*, uma tecnologia utilizada no contexto do ensino remoto, para a aprendizagem da função afim pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Gostaríamos muito de contar com você, mas você não é obrigado a participar e não tem problema se desistir.

A pesquisa será feita no Colégio Municipal Deputado Theodulo de Albuquerque, onde os participantes irão realizar atividades envolvendo a função afim mediada pela Plataforma *Desmos*, uma calculadora gráfica de acesso gratuito, com potencialidades para a aprendizagem da Matemática. A coleta de dados será feita por meio de registros escritos produzidos pelos participantes, gravação em vídeo (imagens e áudios) e a gravação da tela do computador no momento da realização das atividades. Caso aconteça algo errado, você, seus pais ou responsáveis poderá (ão) nos procurar pelos contatos que estão no final do texto. Os riscos destes procedimentos serão mínimos e relacionados com eventual desconforto relacionado com a falta de conhecimento sobre o tema das questões que lhe serão apresentadas.

Os procedimentos adotados obedecem aos Critérios da Ética em Pesquisa com Seres Humanos, conforme Resolução nº 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde. Nenhum dos procedimentos usados oferece riscos à sua dignidade. Os benefícios e vantagens em participar deste estudo serão o desenvolvimento de atitudes reflexivas e investigativas, referentes à utilização das tecnologias digitais para a aprendizagem da função afim.

Você tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados dessa pesquisa, seu nome não será citado sob nenhuma circunstância.

Os dados coletos serão utilizados, única e exclusivamente, para fins desta pesquisa, e os resultados poderão ser publicados.

CONSENTIMENTO PÓS-INFORMADO

Eu ____ aceito participar da pesquisa intitulada: O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: DESAFIOS E PERSPECTIVAS DO ENSINO REMOTO. Compreendi o objetivo do estudo do qual fui convidado a participar. Entendi que posso dizer "sim" e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer "não" e desistir e que ninguém vai ficar com raiva/chateado comigo. As pesquisadoras esclareceram minhas dúvidas e conversaram com os meus pais/responsável legal. Recebi uma cópia deste termo de assentimento, li e concordo em participar da pesquisa.

__________________________, ____de _________de 2022.

___________________________________ ___________________________________

Assinatura do menor Assinatura da pesquisadora responsável

Pesquisadoras
Elizabete Gomes de Oliveira
Telefone: (74) 981091854
E-mail: abetegomes@gmail.com

Profa. Orientadora: Dra. Célia Finck Brandt
E-mail: brandt@bighost.com.br

Comitê de Ética em Pesquisa
UEPG – Campus Uvaranas, Bloco M, sala 100 – Ponta Grossa/PR
Telefone: (42) 3220-3108

APÊNDICE C – LISTA DAS PRODUÇÕES UTILIZADAS NA REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA

(Continua)

	Título	**Autor**	**Ano**
1	UMA EXPERIÊNCIA DO USO DO APLICATIVO ESTATÍSTICA *EASY* COMO FERRAMENTA DE APOIO NO ENSINO DE TÓPICOS DE ESTATÍSTICA E PERCEPÇÕES DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA E ALUNOS DO ENSINO MÉDIO RELACIONADAS AO USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO	Ana Paula Sousa	2021
2	SALA DE AULA INVERTIDA ADAPTADA AO ENSINO REMOTO: uma proposta de ensino híbrido aplicado à análise combinatória	Brunna Seadi Lima Marques	2021
3	INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS COM APOIO DO GEOGEBRA, EM SMARTPHONE: um estudo da função exponencial e de sua inversa	Carla Mara Martins de Paula	2021
4	ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO AFIM VIA EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS COM O USO DO APLICATIVO *DESMOS* EM CONTEXTO REMOTO	Cícero Félix da Silva	2021
5	O ENSINO REMOTO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO EM UMA ESCOLA MINEIRA: percursos e percalços	Diánis Ferreira Irias Cazal	2021
6	POTENCIALIDADES DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO RECURSO TECNOLÓGICO PARA CONSOLIDAÇÃO DO ENSINO DA FUNÇÃO AFIM	Elizabeth Silva Ribeiro	2019
7	A PRÁTICA DO ENSINO REMOTO EMERGENCIAL EM MATEMÁTICA NA PANDEMIA DA COVID-19: uma experiência no Ensino Básico Público	Eugênio Yamaji	2021
8	OS DESAFIOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA NO PERÍODO DA PANDEMIA DA COVID-19: Um Relato da Experiência na Escola Estadual de Ensino Médio Dom Daniel Comboni	Euziná Cristina Camata dos Santos	2021
9	DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO COM O USO DE TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO PARA O ENSINO FUNDAMENTAL	Everson Muniz Guimarães	2021
10	UMA EXPERIÊNCIA COM O ENSINO APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA DURANTE A PANDEMIA: percepções e desafios.	Fabrício Fernandes Dias	2021
11	O USO DO KAHOOT! E DO ENSINO HÍBRIDO COMO FERRAMENTAS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA	Jaíne Carneiro	2020

APÊNDICE III – LISTA DAS PRODUÇÕES UTILIZADAS NA REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA

(Conclusão)

	Título	Autor	Ano
12	AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE PROBABILIDADE POR MEIO DO ENSINO REMOTO	Jean Gualter Miranda Negreiros	2021
13	CONVERSÃO ENTRE OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO GRÁFICO E ALGÉBRICO DA FUNÇÃO AFIM: análise a partir da interpretação global de propriedades figurais	Jose Robson de Araújo	2021
14	O ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM A PARTIR DA INTERPRETAÇÃO GLOBAL DE PROPRIEDADES FIGURAIS: uma investigação com estudantes do Ensino Médio	Lisiane Cristina Amplatz	2020
15	PROPOSTAS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES PAUTADAS NA INTERDISCIPLINARIDADE E NO USO DAS TDIC'S	Maria Edvanise Oliveira	2021
16	O ENSINO DE FRAÇÕES COM O GEOGEBRA EM AMBIENTES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM PARA ESTUDANTES DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	Michelle Cristina de Sousa Baltazar	2021
17	O ENSINO DE FUNÇÃO PELA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA APOIADO POR TECNOLOGIAS DIGITAIS	Rafaela dos Santos Souza Muniz	2019
18	INTEGRAÇÃO MULTIMODAL E COORDENAÇÃO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM ATIVIDADES DE FUNÇÃO DO 1º GRAU	Renata Aparecida de Faria	2017
19	REFLEXÕES ACERCA DO USO DO KHAN ACADEMY PARA O ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS EM AULAS REMOTAS	Sandra Konzen	2020
20	RESSIGNIFICANDO AS AULAS DE MATEMÁTICA COM METODOLOGIAS ATIVAS PARA O ESTUDO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS NO ENSINO REMOTO	Tatiane Pertence da Silva Mota	2021
21	AS CONTRIBUIÇÕES DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM: um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA – Campus Avançado Rosário	Willanickson Jacksemuller Santos Lago	2018

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA - UEPG

PlataForma Brasil

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: DESAFIOS E PERSPECTIVAS DO ENSINO REMOTO

Pesquisador: ELIZABETE GOMES DE OLIVEIRA

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 59746622.0.0000.0105

Instituição Proponente: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.475.278

Apresentação do Projeto:

Projeto de Pesquisa:

O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: DESAFIOS E PERSPECTIVAS DO ENSINO REMOTO. Este estudo pretende investigar as contribuições da Plataforma Desmos, uma tecnologia utilizada no contexto do ensino remoto, para a

aprendizagem da função afim, pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de

Raymond Duval. Com o intuito de alcançar o objetivo proposto, optamos por uma pesquisa exploratória com abordagem qualitativa. A coleta de

dados será realizada por meio de um Estudo de Caso com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de um Colégio Municipal da Bahia. A

fundamentação teórica abordará os principais pressupostos teóricos da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e o uso das

tecnologias digitais na Educação Matemática. Assim, espera-se que os resultados dessa pesquisa possam oferecer contribuições relevantes para a

aprendizagem da função afim no Ensino Fundamental, compreendendo as transformações cognitivas do registro, em específico a conversão.

Endereço: Av. Gen. Carlos Cavalcanti, nº 4748. UEPG, Campus Uvaranas, Bloco da Reitoria, sala 22
Bairro: Uvaranas **CEP:** 84.030-900
UF: PR **Município:** PONTA GROSSA
Telefone: (42)3220-3282 **E-mail:** propespsecretaria@uepg.br

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Investigar as contribuições da Plataforma Desmos, uma tecnologia utilizada no contexto do ensino remoto, para a aprendizagem da função afim,

pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Objetivo Secundário:

Analisar os limites e potencialidades da Plataforma Desmos, utilizada durante o ensino remoto, para a aprendizagem da Matemática nas aulas

presenciais;Apontar as contribuições da Plataforma Desmos para a aprendizagem da função afim pelos alunos do 9º ano do Ensino

Fundamental;Identificar como os alunos do 9º ano do ensino fundamental, articulam os registros de representação da função afim, a partir da

atividade cognitiva de conversão.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos:

Os riscos destes procedimentos serão mínimos e relacionados com eventual desconforto relacionado com a falta de conhecimento sobre o tema das

questões que serão apresentadas e nenhum dos procedimentos usados oferece riscos à dignidade dos participantes.

Benefícios:

Os benefícios e vantagens em participar deste estudo serão o desenvolvimento de atitudes reflexivas e investigativas, referentes a utilização das

tecnologias digitais para a aprendizagem da função afim.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Este estudo pretende investigar as contribuições da Plataforma Desmos, uma tecnologia utilizada no contexto do ensino remoto, para a

aprendizagem da função afim, pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de

Raymond Duval. Com o intuito de alcançar o objetivo proposto, optamos por uma pesquisa exploratória com abordagem qualitativa. A coleta de

dados será realizada por meio de um Estudo de Caso com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de um Colégio Municipal da Bahia. A

fundamentação teórica abordará os principais pressupostos teóricos da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e o uso das
tecnologias digitais na Educação Matemática. Assim, espera-se que os resultados dessa pesquisa possam oferecer contribuições relevantes para a
aprendizagem da função afim no Ensino Fundamental, compreendendo as transformações cognitivas do registro, em específico a conversão.
Palavras-chave: Ensino Remoto, Tecnologias Digitais, Função Afim, Educação Matemática.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:
Em anexo e de acordo com as normas 466/2012 e 510/2016

Recomendações:
Enviar o relatório final ao término do projeto por Notificação via Plataforma Brasil para evitar pendências.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:
Após análise documental considera-se aprovado este projeto e devidamente autorizado para seu início conforme cronograma apresentado.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1963389.pdf	14/06/2022 20:00:13		Aceito
Folha de Rosto	FolhaDeRosto.pdf	14/06/2022 19:58:09	ELIZABETE GOMES DE OLIVEIRA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_de_Pesquisa.pdf	14/06/2022 19:55:03	ELIZABETE GOMES DE OLIVEIRA	Aceito
Outros	Declaracao_da_escola.pdf	09/06/2022 21:15:36	ELIZABETE GOMES DE OLIVEIRA	Aceito
Declaração de	Declaracao_da_Secretaria.pdf	09/06/2022	ELIZABETE GOMES	Aceito

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA - UEPG

concordância	Declaracao_da_Secretaria.pdf	21:13:22	DE OLIVEIRA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_e_TALE.pdf	09/06/2022 21:09:47	ELIZABETE GOMES DE OLIVEIRA	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

PONTA GROSSA, 18 de Junho de 2022

Assinado por:
ULISSES COELHO
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Gen. Carlos Cavalcanti, nº 4748. UEPG, Campus Uvaranas, Bloco da Reitoria, sala 22
Bairro: Uvaranas **CEP:** 84.030-900
UF: PR **Município:** PONTA GROSSA
Telefone: (42)3220-3282 **E-mail:** propespsecretaria@uepg.br