

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA**

EMERSON PEREIRA BRAZ

**CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES NO PROCESSO DE
ENSINO E APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GRAVITAÇÃO UNIVERSAL NA
EDUCAÇÃO BÁSICA**

**PONTA GROSSA
2023**

EMERSON PEREIRA BRAZ

**CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES NO PROCESSO DE
ENSINO E APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GRAVITAÇÃO UNIVERSAL NA
EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, área de concentração Física na Educação Básica, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Dr. André Vitor Chaves de Andrade
Coorientador: Dr. André Maurício Brinatti

**PONTA GROSSA
2023**

B827 Braz, Emerson Pereira
Contribuições de uma sequência de atividades no processo de ensino e aprendizagem de tópicos de gravitação universal na educação básica / Emerson Pereira Braz. Ponta Grossa, 2023.

213 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física - Área de Concentração: Física na Educação Básica), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientador: Prof. Dr. André Vitor Chaves de Andrade.

Coorientador: Prof. Dr. André Maurício Brinatti.

1. Leis de Kepler. 2. Atração gravitacional newtoniana. 3. Cognitivismo. 4. Experimentação. I. Andrade, André Vitor Chaves de. II. Brinatti, André Maurício. III. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Física na Educação Básica. IV.T.

CDD: 530.1



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
Av. General Carlos Cavalcanti, 4748 - Bairro Uvaranas - CEP 84030-900 - Ponta Grossa - PR - <https://uepg.br>

TERMO

DE APROVAÇÃO

EMERSON PEREIRA BRAZ

“CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GRAVITAÇÃO UNIVERSAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA”.

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós Graduação Profissional em Ensino de Física, Setor de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Ponta Grossa, 23 de junho de 2023.

Membros da Banca:

Prof. Dr. André Vitor Chaves de Andrade - (UEPG/MNPEF) – Presidente

Prof. Dr. Silvio Luiz Rutz da Silva - (UEPG/MNPEF)

Prof. Dr. Ademar de Oliveira Ferreira - (IFPR)



Documento assinado eletronicamente por **Silvio Luiz Rutz da Silva, Professor(a)**, em 23/06/2023, às 16:35, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Ademar de Oliveira Ferreira, Usuário Externo**, em 23/06/2023, às 16:39, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Andre Vitor Chaves de Andrade, Professor(a)**, em 24/06/2023, às 09:55, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida no site <https://sei.uepg.br/autenticidade> informando o código verificador **1452356** e o código CRC **1C41A084**.

Dedico esta dissertação a minha amada esposa, Vânia Miria, e a minha querida filha, Júlia, pelo apoio e companheirismo.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pelo dom da vida.

Aos meus orientadores, Dr. André Vitor Chaves de Andrade e Dr. André Maurício Brinatti, pelas sugestões, conselhos, sabedoria, paciência nas correções, pelo grande incentivo com permanente valorização do trabalho desenvolvido e também pela amizade.

Ao professor Dr. Silvio Luiz Rutz da Silva, pelos ensinamentos, sugestões, apoio e coordenação do MNPEF – UEPG.

Aos colegas de turma, Franciele Pastori, Francieli Noll e Ricardo (*in memoriam*), por tornar a caminhada mais fácil e divertida.

À UEPG por fornecer os recursos humanos e materiais necessários à manutenção do programa.

À minha esposa, Vânia, pela paciência, auxílio e incentivo.

Aos meus pais e irmãos, pelos ensinamentos de vida e incentivo em todos os momentos.

Ao Instituto Federal do Paraná – Campus Telêmaco Borba, por fornecer espaço para aplicação do produto educacional.

À equipe de gestão do Instituto Federal do Paraná – Campus Telêmaco Borba, pela disponibilidade e abertura para a realização das atividades propostas.

Aos colegas de trabalho, em especial ao Prof. Dr. Ademar de Oliveira Ferreira, pelas contribuições na elaboração e aplicação das atividades experimentais.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para realização deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

“Se fui capaz de ver mais longe, é porque me apoiei sobre os ombros de gigantes” (Isaac Newton).

RESUMO

No presente trabalho propomos a investigação sobre o seguinte problema: Como promover o ensino-aprendizagem de tópicos de gravitação na educação básica de forma atraente e eficiente, no sentido da promoção de um ensino que privilegie a construção de significados e a descoberta de relações por estudantes do ensino médio? A fim de responder essa questão, temos por hipótese a realização de práticas laboratoriais nas quais os estudantes possam interagir com o experimento e com os demais colegas da turma, incluindo aí o professor, responsável por provocar os estudantes à experimentação e às discussões em grupo que os levem à construção do seu próprio aprendizado. Para tal, elaboramos um produto educacional (sequência didática), aplicamos em uma turma multisseriada de estudantes do Ensino Médio de uma escola pública do interior do Paraná e analisamos os registros relativos à aplicação. Tal aplicação ocorreu logo após o retorno às atividades presenciais na escola, uma vez que a proposta de realização de atividades práticas laboratoriais e a construção coletiva de significados a partir da interação entre os envolvidos ficou inviabilizada durante o período da pandemia da COVID-19. A pesquisa teve por objetivo verificar a receptividade e o engajamento dos estudantes durante a realização das atividades, além de buscarmos indícios de aprendizagem dos conceitos físicos abordados. Elementos de teorias cognitivistas, tais como os conceitos de aprendizagem por descoberta e o currículo em espiral propostos por Bruner, assimilação, acomodação e a equilíbrio propostos por Piaget e os conceitos de zona de desenvolvimento proximal e o intercâmbio de significados na interação social presentes na teoria de Vygotsky foram essenciais durante todas as etapas da pesquisa. Tendo em vista as respostas dadas pelos estudantes aos questionamentos presentes nos roteiros das práticas e nas avaliações tradicionais aplicadas, as atitudes e comportamentos exibidos pelos estudantes durante a aplicação do produto, tais como o olhar atento demonstrando a atenção concentrada, as expressões faciais indicando reflexão sobre suas ideias e conceitos, o trabalho colaborativo durante as práticas, os questionamentos e as ideias compartilhadas durante as discussões que demonstram a participação ativa dos estudantes, os movimentos com a cabeça indicando a concordância e a resignificação de conceitos após intercâmbios de significados, os sorrisos e brilho nos olhares exibidos durante as práticas suportam as hipóteses iniciais de que o processo de ensino-aprendizagem adotado neste trabalho resultou em evidências claras de aprendizagem.

Palavras-chave: Leis de Kepler, Atração Gravitacional newtoniana, Cognitivism, Experimentação.

ABSTRACT

In the present work, we propose an investigation into the following issue: How to promote the teaching and learning of gravitation topics in basic education in an engaging and efficient manner, with the aim of fostering an education that emphasizes the construction of meaning and the discovery of relationships by high school students? In order to address this question, we hypothesize the implementation of laboratory practices in which students can interact with the experiment and their fellow classmates, including the teacher, who is responsible for encouraging students towards experimentation and group discussions that lead them to construct their own learning. To achieve this, we have developed an educational product (didactic sequence), applied it in a multi-grade class of high school students from a public school in the interior of Paraná, and analyzed the records related to its implementation. This application took place shortly after the return to in-person activities at the school, as the proposal to conduct practical laboratory activities and collectively construct meanings through interaction among the participants became unfeasible during the COVID-19 pandemic. The research aimed to verify the receptiveness and engagement of students during the activities, as well as to seek indications of learning related to the addressed physical concepts. Elements of cognitive theories, such as the concepts of discovery learning and the spiral curriculum proposed by Bruner, assimilation, accommodation, and equilibration proposed by Piaget, and the concepts of the zone of proximal development and the exchange of meanings in social interaction presented in Vygotsky's theory, were essential throughout all stages of the research. Considering the responses provided by students to the questions in the practice guidelines and traditional assessments, as well as the attitudes and behaviors exhibited by students during the implementation of the product—such as attentive looks demonstrating concentrated attention, facial expressions indicating reflection on their ideas and concepts, collaborative work during the practices, questions and ideas shared during discussions demonstrating active student participation, head movements indicating agreement and the redefinition of concepts after exchanges of meanings, smiles and gleams in their eyes displayed during the practices—support the initial hypotheses that the teaching-learning process adopted in this work yielded clear evidence of learning.

Keywords: Kepler's Laws, Newtonian Gravitational Attraction, Cognitivism, Experimentation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1: Ilustração de um sistema constituído por duas partículas em um referencial cartesiano.....	31
Figura 4.2: Ilustração para auxiliar a obtenção da força gravitacional exercida por um corpo extenso de massa “M” sobre uma partícula de massa “m”	33
Figura 4.3: Representação de um planeta P em uma órbita elíptica em torno do Sol que ocupa um dos focos da elipse. São representados alguns elementos da elipse, como os focos, os eixos maior e menor, a semidistância focal “f” e semieixo maior “a”.....	45
Figura 4.4: Ilustração da lei das áreas, no qual um planeta em órbita em torno do Sol percorre em dois intervalos de tempo “t” dois trechos de sua órbita.....	47
Figura 5.1.1: Registro fotográfico da apresentação das atividades.....	51
Figura 5.1.2: Registro fotográfico da aplicação do questionário diagnóstico.....	52
Figura 5.1.3: Registro fotográfico da exibição do filme.....	54
Figura 5.2.1: Registro fotográfico da revisão teórica.....	55
Figura 5.2.2: Registro fotográfico dos materiais fornecidos a cada grupo.....	56
Figura 5.2.3: Conceito prévio do estudante 1 sobre elipse.....	57
Figura 5.2.4: Conceito prévio do estudante 2 sobre elipse.....	57
Figura 5.2.5: Observando e identificando uma elipse.....	57
Figura 5.2.6: Resultado da observação feita por um estudante.....	58
Figura 5.2.7: Transposição do formato da superfície livre da água com corante para a cartolina.....	59
Figura 5.2.8: Definindo alguns elementos da elipse.....	60
Figura 5.2.9: Registro fotográfico da resposta de um estudante.....	61
Figura 5.3.1: Registro fotográfico dos materiais fornecidos a cada grupo.....	62
Figura 5.3.2: Registro fotográfico dos estudantes construindo o pêndulo.....	62
Figura 5.3.3: Resposta de um estudante sobre a trajetória do funil projetada na folha.....	63
Figura 5.3.4: Análise dinâmica do sistema feita por um estudante.....	64
Figura 5.3.5: Observações feitas por um estudante.....	64
Figura 5.3.6: Observações feitas por um estudante.....	65
Figura 5.3.7: Determinação do período orbital.....	65
Figura 5.3.8: Registro fotográfico da atividade experimental para verificação da lei das áreas.....	66
Figura 5.3.9: Resultados obtidos por um dos grupos da massa de farinha.....	66
Figura 5.3.10: Registro fotográfico do cálculo aproximado da área.....	67
Figura 5.3.11: Resultado do cálculo aproximado da área obtida por um dos grupos.....	67
Figura 5.3.12: Resultado do cálculo para a velocidade areolar em termos de massa.....	68
Figura 5.3.13: Síntese da segunda lei de Kepler feita por um dos grupos.....	68
Figura 5.4.1: Registro fotográfico da utilização do laboratório virtual.....	70

Figura 5.4.2: Verificação do período orbital da Terra em torno do Sol.....	70
Figura 5.4.3: Resultado do período orbital da Terra obtido por um estudante.....	71
Figura 5.4.4: Período orbital da Lua em torno da Terra.....	72
Figura 5.4.5: Período orbital da Lua obtido por um estudante.....	72
Figura 5.4.6: Movimento da Terra em torno do centro de massa do sistema Terra-Lua.....	72
Figura 5.4.7: Movimento da Sol em torno do centro de massa do sistema Terra-Sol.....	74
Figura 5.4.8: Relato de um estudante sobre a variação do módulo da força gravitacional.....	74
Figura 5.4.9: Variação do módulo da força gravitacional.....	75
Figura 5.4.10: Variação do módulo da velocidade orbital da Terra.....	75
Figura 5.4.11: Relato de um estudante sobre a variação do módulo da velocidade da Terra.....	76
Figura 5.4.12: Alterando a órbita da Terra.....	77
Figura 5.4.13: Representação do Sistema Terra-Sol.....	78
Figura 5.4.14: Representação do Sistema Terra-Sol.....	78
Figura 5.4.15: Efeito da redução da massa do Sol à metade.....	79
Figura 5.4.16: Efeito da redução da massa da Terra à metade.....	79
Figura 5.4.17: Removendo a interação gravitacional do sistema.....	81
Figura 5.4.18: Explorando as órbitas dos satélites artificiais.....	81
Figura 5.4.19: Registro fotográfico da aplicação da atividade.....	83

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 5.1: Resultado global de acertos no questionário diagnóstico.....	53
Gráfico 5.2: Resultado global de acertos no questionário final.....	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1: Etapas do produto Educacional.....	17
Tabela 4.1: Na primeira linha estão os nomes dos planetas do sistema solar e na segunda linha os valores das excentricidades de suas órbitas.....	46
Tabela 4.2: Teste de validação da terceira lei de Kepler a partir dos dados obtidos por Copérnico e o resultado com os dados atuais. Na primeira coluna constam os nomes dos cinco planetas visíveis a olho nu que são conhecidos desde a antiguidade. Os períodos são dados em anos terrestres e os raios médios em unidades astronômicas (U.A.), definida como sendo a distância média entre a Terra e o Sol.....	49

LISTA DE SIGLAS

BNCC - Base Nacional Comum Curricular
GPS - Sistema de posicionamento global
IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
MIT - Instituto de Tecnologia de Massachusetts
PSSC - Comitê de Estudo de Ciências Físicas
PhET - Physics Education Technology
ZDP – Zona de desenvolvimento proximal
SI – Sistema Internacional de Unidades
MRU – Movimento Retilíneo Uniforme
CGPM - Conferência Geral de Pesos e Medidas
UA - Unidade astronômica
IFPR - Instituto Federal do Paraná
PET - poli tereftalato de etila
EEI - Estação Espacial Internacional

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - APRESENTAÇÃO DO TEMA	14
CAPÍTULO 2 - A METODOLOGIA DE TRABALHO (A SEQUÊNCIA DIDÁTICA) E O CAMPO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO	16
CAPÍTULO 3 - BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE AS TEORIAS DE APRENDIZAGEM QUE SUBJAZEM ESTE PRODUTO EDUCACIONAL	19
3.1 A TEORIA DE ENSINO DE BRUNER.....	19
3.2 A TEORIA DO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO DE PIAGET.....	21
3.3 A TEORIA DA MEDIAÇÃO DE VYGOTSKY.....	25
CAPÍTULO 4 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS EM FÍSICA	29
4.1 A LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL DE NEWTON.....	30
4.2 AS TRÊS LEIS DO MOVIMENTO.....	35
4.2.1 A primeira Lei de Newton (Lei da Inércia).....	36
4.2.2 A segunda Lei de Newton (Princípio Fundamental da Dinâmica).....	37
4.2.3 A terceira Lei de Newton (Princípio da Ação e Reação).....	39
4.3 A DINÂMICA DO MOVIMENTO CIRCULAR.....	41
4.4 AS TRÊS LEIS DE KEPLER.....	43
4.4.1 A primeira Lei de Kepler (Lei das Órbitas)	44
4.4.2 A segunda Lei de Kepler (Lei das Áreas)	46
4.4.3 A terceira Lei de Kepler (Lei dos Períodos).....	48
CAPÍTULO 5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES	51
5.1 PRIMEIRO DIA: 26/10/2021 DAS 14H00 ÀS 17H00.....	51
5.2 SEGUNDO DIA: 26/10/2021 DAS 14H00 ÀS 17H00.....	55
5.3 TERCEIRO DIA: 27/10/2021 DAS 14H00 ÀS 17H00.....	61
5.4 QUARTO DIA: 28/10/2021 DAS 14H00 ÀS 17H00.....	68
CAPÍTULO 6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
REFERÊNCIAS	86
APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO	89
APÊNDICE B - ROTEIRO DA ATIVIDADE PRÁTICA (A ELIPSE E A PRIMEIRA LEI DE KEPLER)	94
APÊNDICE C - ROTEIRO DA ATIVIDADE PRÁTICA (VERIFICAÇÃO DA SEGUNDA LEI DE KEPLER)	102
APÊNDICE D - ROTEIRO DA ATIVIDADE PRÁTICA (SIMULADOR “GRAVIDADE E ÓRBITAS”)	107
APÊNDICE E - QUESTIONÁRIO FINAL	113
APÊNDICE F - PRODUTO EDUCACIONAL	118

CAPÍTULO 1 - APRESENTAÇÃO DO TEMA

O movimento dos astros do nosso sistema solar sempre cativou a humanidade, desde os tempos mais remotos, e hoje não é diferente. Quem nunca se encantou ao ver um céu estrelado em uma noite escura? E graças à curiosidade humana e do trabalho de pessoas que dedicaram suas vidas ao estudo das ciências, hoje podemos desfrutar de muitos benefícios proporcionados pelo conhecimento que vem sendo acumulado ao longo dos anos acerca do “funcionamento” do universo. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma que

Nas sociedades contemporâneas, muitos são os exemplos da presença da Ciência e da Tecnologia, e de sua influência no modo como vivemos, pensamos e agimos: do transporte aos eletrodomésticos; da telefonia celular à internet; dos sensores óticos aos equipamentos médicos; da biotecnologia aos programas de conservação ambiental; dos modelos submicroscópicos aos cosmológicos; do movimento das estrelas e galáxias às propriedades e transformações dos materiais. Além disso, questões globais e locais com as quais a Ciência e a Tecnologia estão envolvidas – como desmatamento, mudanças climáticas, energia nuclear e uso de transgênicos na agricultura – já passaram a incorporar as preocupações de muitos brasileiros. Nesse contexto, a Ciência e a Tecnologia tendem a ser encaradas não somente como ferramentas capazes de solucionar problemas, tanto os dos indivíduos como os da sociedade, mas também como uma abertura para novas visões de mundo. (BRASIL, 2018, p. 547)

Para exemplificar, é fascinante a precisão de um GPS (sigla de *Global Positioning System* ou Sistema de Posicionamento Global), a facilidade de obtermos informações e de comunicarmos com praticamente qualquer parte do mundo atualmente. Essa é uma dentre várias aplicações que foram possíveis após o posicionamento de satélites artificiais em órbita da Terra e, para compreendê-las, é fundamental termos conhecimento da parte da Física que estuda as forças de atração entre massas e dos movimentos de corpos submetidos a essas forças, que é denominada Gravitação. A BNCC (2018) prevê que este conteúdo seja trabalhado com os estudantes durante o Ensino Médio, ao estabelecer que nessa etapa a área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias deve garantir aos estudantes o desenvolvimento da competência específica citada a seguir

Analisar e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos, realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar e defender decisões éticas e responsáveis. (BRASIL, 2018, p. 556)

Nessa competência específica os estudantes são mobilizados a interpretar diversos fenômenos naturais como a queda de um objeto e a existência de eclipses, propor modelos e realizar previsões sobre o funcionamento do Universo, e dentre esses modelos podemos citar a

mecânica newtoniana e a gravitação universal. Relacionada a essa competência, esse documento norteador traz a seguinte habilidade a ser alcançada

Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros). (BRASIL, 2018, p. 557)

Ainda nessa mesma competência, denominada Competência específica 2 no documento oficial (BNCC), fica claro que se deve assegurar que os estudantes terão oportunidade de elaborar reflexões que situem a humanidade e o planeta Terra na história do Universo, bem como inteirar-se da evolução histórica dos conceitos e das diferentes interpretações e controvérsias envolvidas nessa construção. Nesse sentido, uma abordagem da evolução do pensamento científico sobre os modelos planetários do Sistema Solar se faz necessária, comparando as diferentes explicações propostas em diferentes épocas e culturas tendo em vista as influências de pensamentos, crenças religiosas e instrumentos que foram desenvolvidos, afim de que nossos estudantes possam compreender a dinâmica da construção do conhecimento científico. Nessa linha de pensamento, a BNCC (2018) afirma que

[...] a contextualização histórica não se ocupa apenas da menção a nomes de cientistas e a datas da história da Ciência, mas de apresentar os conhecimentos científicos como construções socialmente produzidas, com seus impasses e contradições, influenciando e sendo influenciadas por condições políticas, econômicas, tecnológicas, ambientais e sociais de cada local, época e cultura. (BRASIL, 2018, p. 550)

Outro tópico que se encontra destacado neste documento norteador é a importância dos processos e práticas investigativas no desenvolvimento do pensamento científico e na resolução de problemas. A BNCC orienta que essa dimensão investigativa das Ciências da Natureza deve ser enfatizada durante o Ensino Médio, aproximando os estudantes dos procedimentos e instrumentos investigativos, tais como identificar um problema, estabelecer hipóteses, reunir informações pertinentes, elaborar modelos, escolher e utilizar instrumentos de medida, analisar resultados, testar hipóteses, propor modificações no modelo e reavaliar a situação-problema. Ainda sobre essa sistemática, a BNCC (2018) evidencia que

A abordagem investigativa deve promover o protagonismo dos estudantes na aprendizagem e na aplicação de processos, práticas e procedimentos, a partir dos quais o conhecimento científico e tecnológico é produzido. (BRASIL, 2018, p. 551)

Nesse sentido, buscamos elaborar atividades de ensino que levem os discentes a descobrirem relações e construam significados a partir das suas próprias práticas e discussões sobre o tema, tornando-os agentes ativos do processo de ensino e aprendizagem.

CAPÍTULO 2 - A METODOLOGIA DE TRABALHO (A SEQUÊNCIA DIDÁTICA) E O CAMPO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO

Para a aplicação das atividades, foi escolhida uma escola pública situada em Telêmaco Borba - PR, na região dos Campos Gerais, local no qual desempenha atividades docentes atualmente. A escola está presente em uma cidade com aproximadamente 80 mil habitantes de acordo com as estimativas do censo 2021, realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2021), e recebe estudantes de diferentes classes sociais provindos da comunidade local e de cidades ao entorno. A instituição possui uma excelente infraestrutura, como laboratórios de Física, Química, Biologia e Informática, o que facilita a aplicação das atividades, embora não seja condição necessária para a realização das mesmas.

A escola oferta quatro cursos técnicos integrados ao Ensino Médio, a saber: Automação Industrial, Mecânica Industrial, Programação de Jogos Digitais e Informática para Internet, todos com duração de quatro anos. Para aplicação das atividades optamos por formar uma turma multisseriada a fim de obtermos uma turma heterogênea. A justificativa para tal escolha é que uma turma multisseriada favorece a descoberta de relações e a construção de significados através da interação social de indivíduos provenientes de diferentes etapas do ensino médio.

Haja vista a dificuldade em se trabalhar os conteúdos de física de forma apenas tradicional, com uma baixa carga horária semanal com os estudantes, o que leva muitas vezes a um ensino focado na utilização de equações e que tem por consequência, o desinteresse por parte dos estudantes, a um alto índice de reprovação e memorização de equações que logo são esquecidas, buscamos responder a seguinte questão: Como promover o ensino de tópicos de gravitação na educação básica de forma atraente e eficiente, no sentido da promoção de um ensino que privilegie a construção de significados e a descoberta de relações por estudantes do ensino médio de uma escola pública do interior do Paraná? Nossa hipótese é a utilização de uma unidade didática que busque diversificação de recursos e estratégias de ensino, tais como: A utilização de recursos audiovisuais e tecnológicos, como filmes, vídeos e simuladores virtuais nos quais os alunos possam visualizar e explorar fenômenos relacionados à gravitação; Estimular os estudantes na realização de atividades práticas, reforçando o trabalho colaborativo e investigativo; Incentivar a participação ativa dos alunos na construção do conhecimento, através de discussões em grupo; Estabelecer conexões entre os tópicos de gravitação e outros

temas da física, como por exemplo, a dinâmica do movimento circular; Abordar a gravitação de forma contextualizada, relacionando-a com eventos e fenômenos do cotidiano. Assim, a pesquisa teve por objetivo, verificar a receptividade e o engajamento dos estudantes durante a realização das atividades, além de buscarmos indícios de aprendizagem dos conceitos físicos abordados.

A tabela 1.1 ilustra as atividades presentes na unidade didática proposta neste trabalho (produto educacional).

Tabela 1.1: Etapas do produto Educacional

Etapa	Tema da Etapa	Duração da Etapa
1ª Atividade	Apresentação da proposta e aplicação do questionário diagnóstico	50 min
2ª Atividade	Exibição do filme “Gravidade” e debate	2h10 min
3ª Atividade	Aula expositiva dialogada sobre a evolução do modelo do Sistema Solar	1h
4ª Atividade	Atividade experimental (“ A ELIPSE E A PRIMEIRA LEI DE KEPLER ”)	2h
5ª Atividade	Atividade experimental (“ VERIFICAÇÃO DA SEGUNDA LEI DE KEPLER ”)	3h
6ª Atividade	Atividade experimental (SIMULADOR “GRAVIDADE E ÓRBITAS”)	2h
7ª Atividade	Aplicação do questionário final e síntese integradora	1h

Fonte: O Autor

Para introduzir o tema e iniciar as discussões, optamos pela exibição e discussão do filme “Gravidade”, pois além do nome, nessa obra de ficção estão presentes muitos conceitos físicos relacionados à Gravitação Newtoniana. Em seguida, a próxima atividade busca realizar uma discussão dos principais modelos do Sistema Solar, com um viés histórico e de construto humano, evidenciando as contribuições de renomados filósofos e estudiosos que nos levaram à compreensão que hoje temos acerca desse sistema e dos benefícios que esse conhecimento proporcionou à humanidade.

A quarta atividade proposta tem por objetivo levar os estudantes a compreenderem a primeira lei de Kepler, partindo do estudo das elipses e de sua construção prática utilizando materiais simples do dia-dia. Já os conceitos abordados na segunda lei de Kepler, denominada

lei das áreas, foram trabalhados na quinta atividade que se trata de uma revisitação de um experimento proposto pelo projeto de ensino de Física elaborado pelo MIT na década de 1950, denominado “*Physical Science Study Committee*” (PSSC).

A sexta atividade dessa unidade didática proporciona uma discussão dos conceitos envolvidos na terceira lei de Kepler, denominada lei dos períodos, e na lei da atração das massas de Newton, a partir da simulação computacional denominada “Gravidade e órbitas” disponibilizada gratuitamente pela plataforma PhET - “*Physics Education Technology*”. O uso da simulação computacional justifica-se pela dificuldade em se realizar um experimento físico que aborde a lei da atração das massas, além de diversificar as atividades desempenhadas pelos estudantes a fim de mantê-los engajados durante todo o processo.

As atividades foram desenvolvidas no período de 25 a 28 de outubro de 2021 no período vespertino, totalizando 12 horas/aula. Nesse período, a escola estava retomando as atividades presenciais após um longo período de atividades remotas em decorrência à pandemia da Covid-19. A turma tinha 15 discentes, sendo composta por: 6 estudantes do 1º ano, 4 estudantes do 2º ano e 5 estudantes do 4º ano, dos cursos integrados em informática para internet e automação industrial. Esses estudantes manifestaram interesse e disponibilidade em realizar as atividades teóricas e práticas presentes no produto educacional em dias/horários em que eles não tinham outras aulas.

O convite para realização das atividades foi estendido a todas as turmas/séries do ensino médio da escola a fim de obtermos uma turma heterogênea. A justificativa para tal escolha é que uma turma multisseriada nos permitiria analisar as concepções prévias dos estudantes sobre o tema “Gravitação”, além de favorecer a descoberta de relações e a construção de significados através da interação social de indivíduos provenientes de diferentes etapas do ensino médio.

Para embasar a pesquisa, foram escolhidas as teorias de aprendizagem cognitivistas de Jerome Bruner, Jean Piaget e Lev Vygotsky para comporem o marco referencial teórico, a partir das quais buscaremos indícios de aprendizagem dos conceitos físicos abordados nas atividades. Dessa forma, é essencial revisarmos os principais elementos dessas teorias de ensino.

CAPÍTULO 3 - BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE AS TEORIAS DE APRENDIZAGEM QUE QUE SUBJAZEM ESTE PRODUTO EDUCACIONAL

Tradicionalmente, as teorias de aprendizagem são classificadas em comportamentalista, cognitivista ou humanista. As atividades propostas e aplicadas neste trabalho foram norteadas por elementos presentes em teorias cognitivistas, que tratam principalmente dos processos mentais, onde há atribuição de significados, compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação envolvida na cognição e, que de modo geral, são fundamentadas nos três pressupostos a seguir: a aprendizagem atual se baseia na aprendizagem anterior; a aprendizagem envolve processamento de informações; o significado depende de relações entre conceitos (MOREIRA, 2014, p. 15; LEFRANÇOIS, 2016, p. 218). Dentre os autores cognitivistas, podemos destacar as teorias de Bruner, Piaget e Vygotsky, e, portanto, não podemos deixar de discutir, ainda que de forma muito resumida, quem foram e quais os elementos de aprendizagem presentes nessas teorias de ensino.

3.1 A TEORIA DE ENSINO DE BRUNER

Jerome Seymour Bruner foi um dos fundadores e diretor do Centro de Pesquisas Cognitivas da Universidade de Havard, sendo considerado um marco referencial da psicologia da aprendizagem ao propor uma estratégia de ensino através da resolução de problemas, no qual o aprendiz possa experimentar a descoberta de uma relação científica entre conceitos.

Antes de discutir alguns elementos da sua teoria, apresentaremos alguns aspectos de sua vida com o objetivo de contextualizar sua obra. Nasceu em Nova Iorque no primeiro dia de outubro de 1915 e faleceu em 05 de junho de 2016, deixando uma vasta obra (mais de uma dúzia de livros e dezenas de artigos) que tem influenciado a educação e a psicologia. Filho de uma família judia, Bruner vivia em um bairro de classe média de Nova Iorque até os seus 12 anos, quando seu pai veio a falecer. A partir daí, sua mãe passou a mudar de residência a cada

ano, o que provocou, nas palavras do próprio Jerome “uma transformação muito precoce” (BRUNER, 1983, p. 5).

Em suas próprias palavras, Bruner lamenta nunca ter permanecido tempo suficiente em uma escola para criar algum tipo de relacionamento (BRUNER, 1983, p. 17). Estudante de escola pública, Bruner terminou o colegial e aos 17 anos de idade ingressou no curso psicologia na Universidade de Duke, na Carolina do Norte, onde obteve o título de bacharel em 1937. Quatro anos depois obteve o grau de doutorado na Universidade de Havard, onde veio a se tornar professor em 1945 após servir na divisão de psicologia durante a segunda guerra mundial. Atuou como professor em Princeton, Cambridge, Oxford e na Escola de direito da Universidade de Nova Iorque. (LEFRANÇOIS, 2016, p. 221).

Segundo Moreira (2014, p. 81), Bruner ficou mais conhecido por ter dito que é possível ensinar qualquer assunto, de maneira honesta, a qualquer criança em qualquer estágio de desenvolvimento intelectual. Nas palavras do próprio Bruner (1969, p. 60), “toda ideia, problema ou conjunto de conhecimentos pode ser suficientemente simplificada para ser entendida por qualquer estudante particular, sob forma reconhecível”. Bruner ao realizar essa afirmação não quis dizer que o assunto poderia ser tratado em sua forma final pois devemos levar em consideração as diferentes etapas do desenvolvimento intelectual, sendo estas caracterizadas pela forma no qual o indivíduo vê o mundo e o interpreta.

Bruner enfatiza que o papel de ensinar um determinado conteúdo é representar a sua estrutura da forma com que a criança visualiza e interpreta as coisas, e à medida que o aprendiz se desenvolve, ele adquire meios de representar o mundo ao seu redor, passando pelos estágios ou fases internas do desenvolvimento denominadas representação ativa, representação icônica e representação simbólica (análogo aos períodos pré-operacional, operacional concreto e operacional formal propostos por Piaget). Segundo Lefrançois (2016, p. 222), ainda na fase adulta, nós continuamos a representar tanto ativamente, quanto de forma icônica e simbolicamente, ao afirmar que “os adultos têm pelo menos três maneiras diferentes de representar não apenas os efeitos de experiências sensoriais, mas também os pensamentos”.

Na dimensão do ensino, para Bruner o que se deve ensinar de um determinado conteúdo é a sua estrutura, suas ideias e as relações fundamentais existentes. Já quanto a maneira de como ensinar, a teoria de Bruner enfatiza o processo da descoberta e o currículo em espiral, de forma que os conteúdos sejam apresentados ao aprendiz mais de uma vez, em diferentes níveis de dificuldade e na forma de problemas, relações e lacunas que devem ser preenchidas a fim de que a aprendizagem seja significativa (MOREIRA, 2014, p. 82).

A ênfase na aprendizagem por descoberta defendida por Bruner parte da premissa que para a formação de conceitos, as atividades desenvolvidas pelo aprendiz que o levam a descobrir fatos e relações por si mesmo melhora a retenção e desenvolve a capacidade de resolução de problemas (LEFRANÇOIS, 2016, p. 231). Dessa forma, o estudante passa a construir o conhecimento por si próprio, construindo significados nas palavras do autor, passando de ouvinte para desempenhar o papel de aprendiz ativo, o que torna a abordagem de Bruner construtivista. Com relação ao uso de guias de laboratório e roteiros experimentais, Moreira (2014) afirma que

Bruner, portanto, enfatiza a aprendizagem por descoberta; porém de uma maneira “dirigida”, de modo que a exploração de alternativas não seja caótica ou cause confusão e angústia no aluno. Se, por um lado, um guia de laboratório ou um roteiro de estudo, por exemplo, não deve ser do tipo “receita de cozinha”, por outro, não devem também ser totalmente desestruturados deixando o aluno “perdido”. Deve haver um compromisso entre instruções detalhadas a serem seguidas passo a passo e “instruções” que deixam o aluno sem saber o que fazer. (MOREIRA, 2014, p. 87)

A teoria de Bruner defende o uso de técnicas que levem o estudante a descobrir fatos e relações por si próprio, porém de maneira orientada. Essa perspectiva pode ser o gatilho para o desenvolvimento de habilidades necessárias ao desenvolvimento cognitivo dos nossos estudantes.

3.2 A TEORIA DO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO DE PIAGET

Nascido em 1896 em Neuchâtel na Suíça, filho de um professor universitário de literatura medieval, desde criança Jean William Fritz Piaget já demonstrava interesse pela literatura e pela biologia, vindo aos 11 anos fazer sua primeira publicação acadêmica na qual discorria sobre um pardal parcialmente albino que havia encontrado. No campo da biologia, Piaget obteve título de doutorado aos 22 anos de idade e aos 30 já havia publicado mais de duas dezenas de artigos (LEFRANÇOIS, 2016, p. 233). Ao longo de seus 84 anos de vida, Piaget publicou mais de 60 livros e uns 1500 artigos e, portanto, nos limitaremos em discorrer neste texto apenas alguns elementos principais da sua teoria e alguns fatos da sua biografia que nos auxilia na compreensão da extensão de sua obra (GOMES; BELLINI, 2009, p. 4).

Sem saber de fato o que fazer após o término do doutorado, Piaget passou um ano na Europa, onde trabalhou na clínica de psicanálise de Eugen Bleuler, no laboratório de psicologia de Wreschner e Lipps e, por fim, no laboratório de psicologia fisiológica de Alfred Binet, onde

era responsável por aplicar um teste de inteligência em crianças pequenas. Foi provavelmente nesse período que despertou o interesse de Piaget em estudar o processo de desenvolvimento cognitivo de crianças (LEFRANÇOIS, 2016, p. 233).

Alguns dos principais trabalhos acerca da teoria construtivista do desenvolvimento cognitivo de Piaget datam da década de 20, mas somente na década de 70, momento que marcou a ascensão do cognitivismo e o declínio do behaviorismo, que seus trabalhos ficaram conhecidos a ponto de influenciar a pesquisa na área e no ensino/aprendizagem. Atualmente, a teoria de Piaget é tão influente a ponto de poder ser confundida com o próprio construtivismo, apesar de existirem outras visões construtivistas (MOREIRA, 2014, p. 95).

De modo bem abrangente, a teoria de Piaget procura responder a seguinte pergunta: Como se passa de um estado de menor conhecimento para um estado de maior conhecimento? Em busca da resposta, Piaget analisou cuidadosamente o comportamento de crianças, do seu nascimento à adolescência. Esse interesse na investigação do desenvolvimento intelectual de crianças surgiu durante o período em que trabalhou no laboratório de Alfred Binet, onde ficou responsável por classificar em certas ou erradas as respostas dadas pelas crianças em testes de inteligência elaborados pelo psicólogo francês Alfred Binet.

Conforme afirma Ferreira (2001, p.108), “Embora sua tarefa consistisse em classificar simplesmente as respostas em certas ou erradas, Piaget descobre de imediato que era muito mais interessante tentar descobrir as razões dos fracassos”, e partir daí Piaget se afasta das normas do teste e começa a investigar os processos de raciocínio que levaram às respostas certas e erradas, descobrindo que crianças até a faixa etária de 10-11 anos apresentavam dificuldades em raciocínios aparentemente simples (GOMES;BELLINI, 2009, p. 3).

Na teoria de Piaget o desenvolvimento do conhecimento está intimamente relacionado ao conceito de operação, que é uma ação interiorizada que modifica o objeto do conhecimento. Segundo Gomes e Bellini (2009, p. 4), “conhecer um objeto não é simplesmente olhar e fazer uma cópia mental ou imagem, deste, há a necessidade de o sujeito agir sobre ele. A operação, desta maneira, é a essência do conhecimento [...]”. Desse modo, o ato de conhecer algo está relacionado a uma ação que constrói estruturas lógicas que irá fazer parte de uma estrutura total. Segundo Piaget (1972), “o problema central do desenvolvimento é compreender a formação, elaboração, organização e funcionamento dessas estruturas”.

Entre os não especialistas da área, Piaget provavelmente é mais conhecido pelos quatro grandes estágios de desenvolvimento dessas estruturas, denominados: sensório-motor, pré-operacional, operacional concreto e operacional formal (MOREIRA, 2014, p. 96).

O período sensório-motor vai do nascimento até cerca de dois anos de idade. Nesse período, a criança desenvolve o conhecimento prático. Logo após o nascimento, ela apresenta apenas alguns comportamentos do tipo reflexo, como sucção e choro. A criança nessa fase é altamente egocêntrica, onde tudo ao seu redor existe em função dela e tudo que ela vê é uma extensão do seu próprio corpo. Por exemplo, para um bebê os objetos não possuem permanência, de modo que só existem enquanto estiverem em seu campo visual. A partir daí, a criança passa por vários estágios evolutivos cognitivamente até chegar no término do estágio sensório-motor, onde a criança manipula objetos e é capaz de imitar vários comportamentos adultos, além de representar mentalmente objetos externos em deslocamento que não está vendo diretamente (GOMES;BELLINI, 2009, p. 3; MOREIRA, 2014, p. 96).

O próximo período é o pré-operacional, que geralmente compreende o período de dois a seis ou sete anos. Nesse estágio, a criança desenvolve a capacidade de substituir o objeto por sua representação simbólica. Com o desenvolvimento da linguagem, aquisição de símbolos e imagens, as ações sensório-motoras não são totalmente transformadas em operações, mas seu pensamento começa a se organizar, ainda de forma irreversível e, portanto, ela não consegue percorrer o caminho cognitivo no sentido contrário. Nesse período, sua atenção volta para os aspectos mais perceptivos e podem entrar em contradição facilmente (MOREIRA, 2014, p. 97).

Já o período operacional-concreto se estende dos sete ou oito anos até onze ou doze anos da criança e é caracterizado pelas operações sobre objetos concretos. O seu pensamento é mais organizado e possui características de uma lógica de operações reversíveis (MOREIRA, 2014, p. 97). Piaget (1972, p.13) afirma que é nesse estágio de desenvolvimento que aparecem as primeiras operações, como por exemplo, “as operações de classificação, ordenamento, a construção da ideia de número, operações espaciais e temporais e todas as operações fundamentais da lógica elementar de classes e relações da matemática elementar, da geometria elementar e até da física elementar”.

O quarto e último estágio de desenvolvimento cognitivo pelo qual o ser humano passa é o período das operações formais ou hipotético-dedutivas. Esse período inicia-se por volta de onze ou doze anos, passando pela adolescência e se estende até a fase adulta, e é caracterizado por realização de operações sobre hipóteses. Desde os sete ou oito anos a criança já é capaz de fazer certos raciocínios lógicos, porém, de forma limitada ao mundo real, uma vez que as operações incidem sobre objetos reais. Entretanto, nessa última fase o adolescente será capaz de raciocinar com hipóteses verbais, tornando a realidade secundária em relação ao possível. É justamente nessa fase que os estudantes têm capacidade lógica dedutível para explicar fatos observáveis ou prever fenômenos com base em estudos teóricos (MOREIRA, 2014, p. 98).

Convém aqui destacar que a passagem de um estágio ao próximo não ocorre de forma abrupta e que as idades em que acontecem não é igual para todos os indivíduos, isto é, cada período tem suas características predominantes e a idade cronológica em que ocorrem não é relevante, sendo importante apenas a passagem por todos os períodos na sequência apresentada na teoria piagetiana (MOREIRA, 2014, p. 99).

Além dos períodos de desenvolvimento cognitivo, vamos discorrer sobre a assimilação, acomodação e equilíbrio, que são alguns conceitos-chave da teoria de Piaget. A justificativa é que, segundo Moreira (2014, p.96), “O “núcleo duro” da teoria de Piaget está na assimilação, na acomodação e na equilíbrio, não nos famosos períodos de desenvolvimento mental”.

Na teoria piagetiana, a criança desenvolve cognitivamente por assimilação e acomodação. A assimilação é a incorporação da realidade a seus esquemas de ação, pois o indivíduo constrói esquemas mentais para abordar a realidade. Dessa forma, tudo que é conhecido é o que foi assimilado. Já a acomodação é reestruturação dos esquemas de assimilação. Assim, para que haja aprendizagem é necessário que os esquemas de assimilação sofram mudanças (acomodação). Segundo Moreira (2014),

É por meio das acomodações (que, por sua vez, levam à construção de novos esquemas de assimilação) que se dá o desenvolvimento cognitivo. Se o meio não apresenta problemas, dificuldades, a atividade da mente é, apenas, de assimilação; porém, diante deles, ela se reestrutura (acomodação) e se desenvolve. (MOREIRA, 2014, p. 100)

Dessa forma, educar é propiciar situações (atividades) adequadas aos estágios de desenvolvimento, que são provocadoras de conflito cognitivo, para novas adaptações (atividades de assimilação e acomodação) (LIMA, 1980, p. 72). O que vale também simplesmente dizer que educar é desequilibrar o organismo (indivíduo). Salientamos que não há acomodação sem assimilação, e o equilíbrio entre elas é a adaptação à situação. Novas experiências, em que o indivíduo não consegue assimilar, leva a novas acomodações e a novos equilíbrios cognitivos. Durante esse processo de equilíbrio o indivíduo desenvolve-se cognitivamente, passando por cada um dos estágios até atingir o período operatório formal. O desenvolvimento da criança é uma “construção” por reequilibrações e reestruturações sucessivas, o que faz da teoria de Piaget uma teoria essencialmente construtivista (MOREIRA, 2014, p. 101).

No que se refere a aprendizagem, é importante frisar que a teoria piagetiana não é uma teoria de aprendizagem e sim uma teoria de desenvolvimento mental e, por não concordar com a definição de aprendizagem como sendo “modificação do comportamento resultante da experiência”, Piaget não enfatiza o conceito de aprendizagem, preferindo falar em “aumento de

conhecimento”, que ocorre quando o esquema de assimilação sofre mudança (acomodação) (MOREIRA, 2014, p. 102).

Na dimensão do ensino, Moreira (2014, p. 103) chama a atenção para o ensino reversível proposto por Kubli (1979), que diz

Em um diálogo reversível, a distribuição dos esquemas de assimilação deve ser tão equilibrada quanto possível. (Em um sentido ideal, mas não exequível, o ensino passaria por uma sucessão de estados de equilíbrio de comunicação, tal como em um processo termodinâmico reversível) ... isto significa que o professor deveria relacionar, através de argumentação apropriada, os esquemas de assimilação espontâneos do aluno com os esquemas de assimilação que ele quer ensinar, com o mínimo de desequilíbrio. Quanto mais a argumentação do professor se relacionar com os esquemas de assimilação do aluno, mais reversível se torna o diálogo e mais eficiente será o ensino... (KUBLI, 1979, p. 15)

Assim, o educador deve escolher cuidadosamente os esquemas de assimilação a fim de tornar o diálogo de ensino devidamente desequilibrado, de forma que se um tópico a ser estudado requer um grande desequilíbrio, o professor deverá introduzir passos intermediários para promover uma sucessão de estados de equilíbrio muito próximos (MOREIRA, 2014, p. 104).

Moreira (2014, p.104) afirma ainda que, apesar da teoria de Piaget não defender os métodos ativos de ensino, sua teoria prevê que o professor deve ser tanto ativo quanto o aluno. Piaget condena o diretivismo puro e simples e também o não diretivismo, pois, se por um lado o diretivismo puro leva o estudante ao conformismo, por outro a sua ausência leva à desorganização, insegurança repetição indefinida do que ele já sabe. Assim, cabe ao professor dialogar com a turma, promovendo situações de desequilíbrio que conduzam a novas situações de equilíbrio. Ainda na dimensão do ensino, Moreira (2014, p. 104) afirma, “Outra implicação imediata da teoria de Piaget para o ensino é a de que ele deve ser acompanhado de ações e demonstrações e, sempre que possível, deve dar aos alunos a oportunidade de agir (trabalho prático)”. Portanto, a fim de tornar o ensino eficiente, sempre que possível o educador deve promover atividades práticas orientadas.

3.3 A TEORIA DA MEDIAÇÃO DE VYGOTSKY

Assim como a teoria de Piaget, a teoria do bielorrusso Lev Vygotsky também se preocupa com construção de significados pela criança e, portanto, também é classificada como uma teoria construtivista. Porém, enquanto a teoria de Piaget enfatiza fatores internos, como a

tendência à equilíbrio, por exemplo, a teoria de Vygotsky dá ênfase em fatores externos, como por exemplo, a importância da cultura, o papel da linguagem e a relação entre aluno e professor (LEFRANÇOIS, 2016, p. 254).

Apesar de ter falecido muito precocemente (37 anos), deixou uma grande obra intelectual, de modo que neste texto abordaremos apenas alguns elementos centrais de sua teoria e fatos da sua biografia que nos auxilia na compreensão de sua obra.

Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934) é contemporâneo de Piaget, nasceu na cidade de Orscha, que pertence atualmente a Belarus e localiza-se cerca de 650 km a oeste de Moscou. De origem judaica, era o segundo filho de oito irmãos e teve grandes limitações às suas possibilidades enquanto educando e educador devido a sua religião. Ele foi educado por tutores particulares antes de entrar na escola secundária judaica e, embora fizesse parte de uma família muito culta, falando vários idiomas por exemplo, foi admitido na Universidade de Moscou por pura sorte, uma vez que poucos estudantes judeus eram sorteados para serem ali admitidos a cada ano (LEFRANÇOIS, 2016, p. 255).

Vygotsky começou o curso de medicina na Universidade de Moscou por influência da família, mas logo mudou para o curso de direito e, paralelamente, estudou história e filosofia na Universidade Popular de Shanyavskii. Após concluir os cursos em 1917 nas duas Universidades, Vygotsky retornou à cidade de Gomel onde sua família vivia. Lá trabalhou como professor e pesquisador em diversas áreas, como psicologia, pedagogia, filosofia, literatura, deficiência física e mental. Em 1920 contraiu tuberculose, provavelmente ao cuidar de familiares que estavam com essa mesma doença, que o levou à morte aos 37 anos de idade. Vygotsky escreveu cerca de 200 trabalhos científicos em um período de aproximadamente 10 anos, em diversas áreas do conhecimento, se tornando uma das maiores forças intelectuais da União Soviética de sua época e deixando uma obra extraordinária que foi continuada e refinada por colaboradores (OLIVEIRA, 1995, p. 19-21).

Para explicar o desenvolvimento cognitivo, diferentemente de Piaget e Bruner, Vygotsky enfatiza que o mesmo não pode ser entendido sem compreendermos o meio cultural, social e histórico em que ele ocorre. Além disso, sua atenção é voltada para os mecanismos pelos quais se dá o desenvolvimento cognitivo e não para as consequências desse desenvolvimento expressas pelo indivíduo, como os períodos e estágios propostos por Piaget e Bruner (MOREIRA, 2014, p. 107).

Na teoria de Vygotsky, o desenvolvimento cognitivo é a conversão de relações sociais em funções mentais. Assim os processos mentais superiores do ser humano têm origem em processos sociais, ou seja, é por meio da socialização que o indivíduo desenvolve seu

pensamento, linguagem e comportamento (DRISCOLL, 2013, p. 250). E essa conversão de relações sociais em funções mentais superiores não é direta, é mediada por meio de instrumentos e signos, onde um instrumento é algo usado para se fazer alguma coisa e signo é algo que significa alguma coisa (MOREIRA, 2014, p. 108). De acordo com Vygotsky (1991),

Os sistemas de signos (a linguagem, a escrita, o sistema de números), assim como o sistema de instrumentos, são criados pelas sociedades ao longo do curso da história humana e mudam a forma social e o nível de seu desenvolvimento cultural. Vygotsky acreditava que a internalização dos sistemas de signos produzidos culturalmente provoca transformações comportamentais e estabelece um elo de ligação entre as formas iniciais e tardias do desenvolvimento individual. (VYGOTSKY, 1991, p. 11).

Portanto, a relação do ser humano com meio é mediada por instrumentos e sistemas de signos, que são construções sócio-históricas e culturais, e através da interiorização desses sistemas se dá o desenvolvimento cognitivo. Segundo Moreira (2014, p. 110), “Para Vygotsky, a interação social é fundamental para o desenvolvimento cognitivo e linguístico de qualquer indivíduo”, onde a interação social é definida pelo intercâmbio de informações entre pelo menos duas pessoas. A interação social exerce um papel fundamental na teoria de Vygotsky porque para internalizar os signos, o indivíduo tem que captar os significados já compartilhados socialmente e é através da interação social que a pessoa pode captar e certificar esses significados (MOREIRA, 2014, p. 111).

Na teoria de Vygotsky, para que ocorra o desenvolvimento cognitivo, a interação social do indivíduo que provoca a aprendizagem deve ocorrer na zona de desenvolvimento proximal (ZDP), definida como a diferença entre o que ele é capaz de fazer sozinho e o que ele é capaz de fazer com a ajuda de outros indivíduos. Dessa forma, os problemas que o sujeito possui capacidade de resolver individualmente define o nível de desenvolvimento real do indivíduo e os problemas em que ele necessita de uma orientação ou colaboração de companheiros mais capazes define o seu nível de desenvolvimento potencial. A diferença entre os dois níveis de desenvolvimento cognitivo é a ZDP (MOREIRA, 2014, p. 114).

Na dimensão do ensino, para Vygotsky o professor deve atuar como mediador na aquisição de significados socialmente aceitos. Essa mediação envolve a troca de significados entre o professor e o aluno dentro da zona de desenvolvimento proximal do aprendiz e, conseqüentemente, todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem devem ter oportunidade de falar. Na teoria de Vygotsky, a fala (linguagem) é o sistema de signos mais importante para o desenvolvimento cognitivo do aprendiz (MOREIRA, 2014, p. 118).

Já a aprendizagem na teoria de Vygotsky é tida como essencial para que haja desenvolvimento cognitivo, de forma que, sem interação social ou sem intercâmbio de

significados dentro da zona de desenvolvimento proximal do aprendiz não há aprendizagem e, portanto, não há desenvolvimento cognitivo (MOREIRA, 2014, p. 119).

CAPÍTULO 4 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS EM FÍSICA

Este capítulo é dedicado à discussão dos principais conceitos abordados no tema gravitação, dentre os quais podemos destacar a lei da gravitação universal de Newton, o conceito de campo gravitacional, as três leis de Kepler, além de uma breve discussão acerca das leis de Newton e da dinâmica do movimento circular que considero importante para a aplicação do produto educacional.

Como sabemos, a gravitação é o estudo de uma das quatro interações fundamentais da natureza conhecidas até o momento, e foi a primeira a ser estudada extensivamente. Dentre as quatro interações, é a mais fraca, sendo perceptível somente em escalas astronômicas e por isso, todo o desenvolvimento da teoria da gravitação está relacionado ao desenvolvimento da astronomia (NUSSENZVEIG, 2013, p.110, p. 234).

Para iniciarmos, vamos discutir sobre aquele que foi considerado pelo filósofo David Hume como o maior gênio produzido pela espécie humana: Isaac Newton. Nasceu na noite de Natal do ano em que Galileu faleceu (1642) em Woolsthorpe, na atual Inglaterra, órfão de pai e prematuro, Newton foi criado pelos avós tendo herdado uma propriedade de seu pai e recebendo outra como dote de seu padrasto quando sua mãe se casou novamente. Na época as crianças eram educadas para cuidar dos negócios da família, porém Newton não demonstrou interesse nem talento para o trabalho na fazenda, pelo contrário, gostava de construir brinquedos de madeira e observar relógios solares (JUNIOR,2021, p. 29). Segundo Forato (2015), Newton se interessava pela leitura e pela ciência:

Além do currículo oficial da escola, baseado na tradição aristotélica, Newton adquiria outros livros. Leu obras sobre a filosofia mecânica, leu também história, fonética e sobre as propostas para uma língua filosófica universal. Interessou-se pela cronologia e profecias bíblicas, e esse interesse perdurou por toda sua vida. Ele leu o Diálogo de Galileu, leu minuciosamente as obras de Descartes e fez várias anotações criticando a óptica. Estudou as leis do movimento planetário de Kepler, e muitos, muitos outros livros. (FORATO, 2015)

Tendo conhecimento das descobertas de grandes nomes da ciência, tais como Copérnico, Galileu, Kepler e Descartes, Newton compilou esse conhecimento e fundiu às suas próprias descobertas em uma estrutura que ainda hoje é considerada uma das maiores façanhas da ciência (PSSC, 1963, p. 59; FORATO, 2015). Dentre suas várias descobertas, vamos discutir a lei da gravitação universal que leva o seu nome.

4.1 A LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL DE NEWTON

A lei de Isaac Newton para a força de atração gravitacional é a lei de força mais antiga que temos conhecimento e foi descoberta pelo físico inglês entre 23 e 24 anos de idade, durante os anos de 1665 e 1666, período em que ficou isolado em um pequeno sítio da família devido a peste bubônica que assolava a Inglaterra na época (NUSSENZVEIG, 2013, p.113, p.244-245). Segundo Nussenzveig (2013), o próprio Newton descreveu, cinquenta anos mais tarde, seus principais feitos nesse período de isolamento:

No princípio de 1665, achei o método para aproximar séries e a regra para reduzir qualquer potência de um binômio a uma tal série” (binômio de Newton e série binomial). “No mesmo ano, em maio, achei o método das tangentes de Gregory e Slusius” (fórmula de interpolação de Newton) e em novembro o método direto das fluxões (cálculo diferencial); “no ano seguinte, em janeiro, a teoria das cores” (experiências com o prisma sobre decomposição da luz branca), “e em maio os princípios do método inverso das fluxões” (cálculo integral), “e no mesmo ano comecei a pensar na gravidade como se estendendo até a órbita da lua [...] (NUSSENZVEIG, 2013, p.244)

Em 1687, Newton publicou a lei da gravitação, que pode ser enunciada da seguinte forma: “Cada partícula do universo atrai qualquer outra partícula com uma força diretamente proporcional ao produto das respectivas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as partículas.” (YOUNG, 2016, v.2, p. 2)

A fim de enunciarmos matematicamente a lei de Newton da gravitação universal, considere um sistema constituído de duas partículas separadas por uma distância r , de massas iguais a “ M ” e “ m ”, conforme ilustra a figura 4.1.

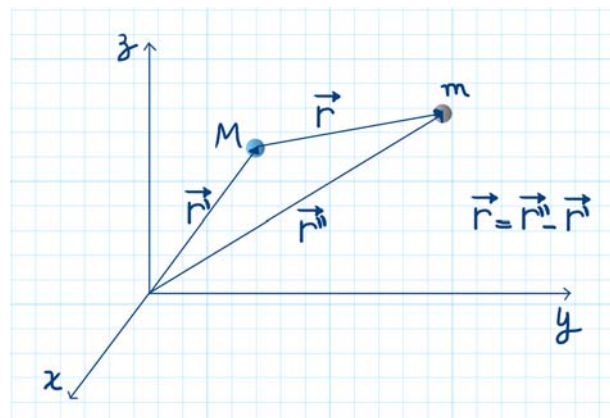
Assim, podemos escrever o módulo da força de atração gravitacional “ F_g ” que uma partícula exerce sobre a outra da seguinte forma:

$$|\vec{F}_g| = F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad (\text{eq. 4.1})$$

Vetorialmente, a força gravitacional exercida pela partícula de massa “ M ” sobre a partícula de massa “ m ” pode ser escrita como se segue:

$$\vec{F}_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^3} \cdot \vec{r} \quad (\text{eq. 4.2})$$

Figura 4.1: Ilustração de um sistema constituído por duas partículas em um referencial cartesiano.



Fonte: O Autor

Ou ainda, considerando $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$, podemos reescrever a equação 4.2 da seguinte forma:

$$\vec{F}_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 4.3})$$

Analisando a equação 4.3, gostaria de ressaltar as seguintes considerações:

- O sinal negativo presente na equação evidencia o caráter atrativo da interação gravitacional exercido pela partícula de massa “M” sobre a partícula de massa “m”, isto é, a força gravitacional exercida sobre “m” aponta no sentido “ $-\hat{r}$ ”;
- Note que “r” é a distância entre as partículas, e não a distância até a origem;
- A constante “G” é chamada de **constante gravitacional** e, em unidades do sistema internacional (S.I.), seu valor aceito atualmente é $G = 6,6739 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$. Seu valor foi obtido pela primeira vez pelo físico e químico inglês Lorde Henry Cavendish em 1798, no qual utilizando-se uma balança de torção, pôde medir a força de atração entre dois pares de massas conhecidas e determinar o valor da constante. O valor de G encontrado por Cavendish foi $G = 6,71 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, que é um valor impressionantemente próximo do valor atual (menos de um por cento de diferença do atual) (NUSSENZVEIG, 2013, p. 252 - 253).
- A linha de ação da interação gravitacional atravessa as duas partículas e, portanto, trata-se de uma força central que satisfaz o princípio da ação e

reação (3ª lei de Newton). Assim, a força de atração gravitacional que a partícula de massa “m” exerce sobre a partícula de massa “M”, denotada por \vec{F}_{mM} é dada por: $\vec{F}_{mM} = -\vec{F}_{Mm} = +G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r}$

- A força gravitacional entre duas partículas não é alterada pela presença de outros objetos, ainda que estejam situados entre as partículas. Em outras palavras, nenhum objeto é capaz de “blindar” uma das partículas da força gravitacional exercida por outra partícula (HALLIDAY, 2016, p.90).

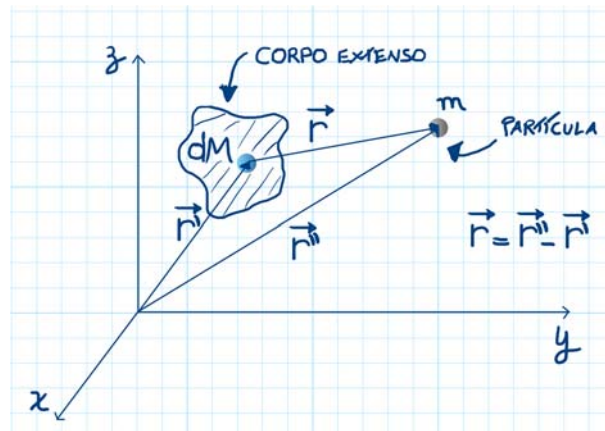
Porém, nem sempre os objetos que estão interagindo gravitacionalmente podem ser considerados partículas. Por exemplo, como podemos calcular a força exercida pelo planeta Terra sobre uma partícula próxima à sua superfície? Isaac Newton se deparou com esse problema e desenvolveu a matemática necessária para a sua resolução, hoje denominada cálculo diferencial e integral (PSSC, 1963, p. 64). Nesse caso, claramente o planeta não pode ser considerado uma partícula, diferentemente de quando calculamos a interação gravitacional entre o planeta Terra e o Sol, que apesar de serem enormes encontram-se muito afastados (cerca de 150 milhões de quilômetros), possibilitando trata-los como duas partículas.

Para o caso no qual o objeto que exerce a força seja um corpo extenso de massa total “M”, não podemos aplicar diretamente a lei de Newton da Gravitação. Nesse caso devemos considerar que cada pedacinho infinitesimal de massa “dM” presente em um volume infinitesimal “dv” do objeto pode ser interpretado como uma partícula que gera uma força infinitesimal “d \vec{F} ” sobre a partícula de massa “m” e, portanto, podemos utilizar a equação 4.3 (THORNTON, 2011, p.161). Logo:

$$d\vec{F}_g = -G \cdot \frac{dM \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 4.4})$$

Para ilustrar essa transposição, observe que a massa “M” do objeto presente na figura 4.1 encontra-se distribuída no volume do objeto extenso e a partícula existente na mesma posição possui uma massa infinitesimal “dM”.

Figura 4.2: Ilustração para auxiliar a obtenção da força gravitacional exercida por um corpo extenso de massa “M” sobre uma partícula de massa “m”



Fonte: O Autor

Considerando que a força gravitacional seja linear, podemos determinar a força gravitacional resultante exercida pelo objeto extenso de massa “M” sobre a partícula de massa “m” fazendo uma soma vetorial de todas as forças infinitesimais geradas por cada elemento infinitesimal de massa “dM” do corpo extenso (THORNTON, 2011, p.161). Logo:

$$\vec{F}_g = \int d\vec{F}_g = -G \cdot m \cdot \int \frac{dM}{r^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 4.5})$$

Utilizando o conceito de densidade volumétrica de massa $\rho(r') = \frac{dM}{dv'}$, obtemos:

$$\vec{F}_g = -G \cdot m \cdot \int \frac{\rho(r') \cdot dv'}{(|\vec{r}'' - \vec{r}'|)^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 4.6})$$

$$\vec{F}_g = -G \cdot m \cdot \int \frac{\rho(r') \cdot dv'}{(|\vec{r}'' - \vec{r}'|)^3} \cdot (\vec{r}'' - \vec{r}') \quad (\text{eq. 4.7})$$

Vale ressaltar que a integral presente na equação 4.7 deve ser realizada sobre o volume do objeto extenso e para cada elemento infinitesimal de massa “dM” teremos um vetor \vec{r}' diferente apontando em uma nova direção. Logo, r' é a variável de integração utilizada para “varrer” todo o objeto extenso e, portanto, somar todas as contribuições de força gravitacional exercida sobre a partícula de massa “m”. Já o vetor \vec{r}'' indica a posição da partícula de massa “m” no referencial cartesiano ilustrado na figura 4.2 e é constante caso a partícula esteja em repouso nesse referencial. Ao realizar a integral, a força gravitacional sobre a partícula ficará

em função da constante da gravitação “G”, das massas “m” da partícula e “M” do corpo extenso e da posição da massa “m”.

Um cuidado importante que devemos tomar é verificar se a densidade volumétrica de massa $\rho(r')$ do corpo extenso é uniforme ao longo de seu volume, a fim de retirá-la da integral, pois a mesma pode variar ao longo do volume do corpo extenso. Como exemplo, podemos citar o caso do nosso planeta que através do estudo de ondas sísmicas descobrimos que a distribuição de massa do planeta está longe de ser uniforme e, portanto, a densidade de massa não pode ser retirada da integral presente na equação 4.7 (NUSSENZVEIG, 2013, p.264). Outro detalhe importante é caso o objeto de massa “m” também seja um corpo extenso, tornando assim o resultado obtido pela equação 4.6 um elemento infinitesimal “ $d\vec{F}$ ” de força gravitacional sobre um elemento infinitesimal de massa “dm” e, portanto, uma nova integral se faz necessária (THORNTON, 2011, p. 162).

Determinar a força gravitacional por esse processo geralmente é uma tarefa difícil e trabalhosa, mesmo para os casos mais simples, como por exemplo a força exercida por um objeto esférico homogêneo de massa “M” e raio “R” sobre uma partícula de massa “m”. Hoje esse problema pode ser facilmente resolvido aplicando o teorema de Gauss para a gravitação (THORNTON, 2011, p. 170), mas no séc. XVII Newton enfrentou esse problema e teve que inventar a matemática necessária para a sua resolução (cálculo diferencial e integral), chegando à conclusão em 1685 que corpos com simetria esférica de massa atraem-se como se toda a sua massa estivesse concentrada em seus centros. Este resultado possui grande importância na análise do experimento de Cavendish no qual as esferas são colocadas muito próximas entre si que interagem como se fossem partículas, o que não seria verdade caso não fossem esféricas (PSSC, 1963, p. 64; NUSSENZVEIG, 2013, p. 259-266).

A partir da equação 4.7 podemos definir o campo gravitacional \vec{g} gerado pelo objeto extenso de massa “M” no local onde se encontra a partícula de massa “m”, definido como sendo a força por unidade de massa naquela posição. Logo, campo gravitacional possui dimensão de força por unidade de massa, análogo à aceleração, e por isso muitas vezes essa grandeza é denominada aceleração gravitacional (THORNTON, 2011, p. 162). Matematicamente, temos:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m} \quad (\text{eq. 4.8})$$

Substituindo a expressão da força gravitacional exercida por um corpo extenso sobre uma partícula, dada pela equação 4.6, na equação 4.7, obtemos:

$$\vec{g} = -G \cdot \int \frac{\rho(r') \cdot dv'}{(|\vec{r}'' - \vec{r}'|)^3} \cdot (\vec{r}'' - \vec{r}') \quad (\text{eq. 4.9})$$

Já o campo gravitacional gerado por um objeto pontual de massa “M” é dado por:

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \hat{r} \quad (\text{eq. 4.10})$$

Note que as expressões (eq.4.9 e eq.4.10) representam o campo gravitacional do objeto de massa “M” e não tem nada a ver com a partícula de massa “m”. Assim, diferentes objetos colocados em um mesmo ponto do espaço sob influência do campo gravitacional produzido pela massa “M” serão sujeitos a diferentes forças gravitacionais, porém, irão experimentar uma mesma aceleração \vec{g} . Outra observação importante é que o campo gravitacional gerado por um objeto depende da distância “r” e da posição relativa (\hat{r}) a este corpo. Como exemplo, podemos citar o campo gravitacional gerado pelo planeta Terra. Próximo à superfície da Terra este tem módulo aproximadamente constante, e seu valor numérico é $g_T \cong 9,8 \text{ m/s}^2$. Dessa forma, na ausência de forças de atrito, diferentes objetos abandonados nas proximidades da superfície do nosso planeta são atraídos para o centro da Terra com diferentes forças, mas sofrem uma mesma aceleração.

Além da lei da gravitação universal, em 1687 Newton publicou os princípios fundamentais da dinâmica (as três leis de Newton) em sua obra denominada “*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*” (Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural), que é reconhecida por muitos como a obra científica mais importante e de maior influência escrita pela humanidade até os dias atuais (NUSSENZVEIG, 2013, p. 248).

4.2 AS TRÊS LEIS DO MOVIMENTO

Essa seção será dedicada para a discussão sobre as três leis de Newton, a saber: a primeira lei é a lei da inércia, a segunda é o princípio fundamental da dinâmica e a terceira é a lei da ação e reação.

4.2.1 A primeira Lei de Newton (Lei da Inércia)

No primeiro livro do “Principia”, Newton enuncia a lei da inércia que hoje é conhecida como a primeira lei de Newton e pode ser enunciada da seguinte forma: “Todo corpo persiste em seu estado de repouso, ou de movimento retilíneo uniforme, a menos que seja compelido a modificar esse estado pela ação de forças impressas sobre ele” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 93). Dessa forma, a inércia é compreendida como uma característica própria da matéria e, portanto, tudo que possui matéria tem inércia, e mais, para vencer essa tendência inercial de um objeto, é necessária a intervenção de uma força resultante externa.

Neto (2004, p. 11) enuncia essa lei com as seguintes palavras: “Uma partícula livre (partícula que não está sujeita a nenhuma interação) ou está em repouso ou em movimento retilíneo com velocidade constante”. Este autor apresenta a lei da inércia tendo em vista uma partícula livre, que é um caso particular de força resultante nula e que uma força é vista como resultado de uma interação entre dois objetos. Ainda segundo este autor, poderíamos pensar de forma ingênua e inadvertidamente que primeira a lei de Newton seria um caso particular da segunda lei e que, portanto, bastariam duas leis, o que de fato não é verdade, já que a primeira lei define um referencial inercial para o qual as outras duas leis são válidas, isto é, as três leis são complementares. Esse sentido fica claro no enunciado da primeira lei por Lemos (2007, p. 6): “Existem sistemas de referência, ditos inerciais, em relação aos quais toda partícula isolada descreve um movimento retilíneo uniforme”. Segundo este autor, está implícito nessa lei que o tempo é absoluto na visão newtoniana e que uma partícula isolada é aquela que se encontra suficientemente distante de qualquer objeto material.

Convém aqui destacar que esse princípio já havia sido publicado por Galileu em 1632, em sua obra intitulada “Diálogos Sobre os Dois Principais Sistemas do Mundo”, contrariando o pensamento aristotélico de que, para colocar um objeto em movimento e para manter esse objeto em movimento seria necessário aplicar uma força sobre ele constantemente. Galileu publicou que o movimento de uma esfera lançada sobre um plano horizontal sem atrito seria retilíneo e uniforme (MRU), ou seja, não há necessidade da ação de uma força para manter um objeto em MRU, pelo contrário, a ausência de forças na direção horizontal é que justifica o movimento da esfera ser retilíneo e uniforme (NUSSENZVEIG, 2013, p. 91-93).

4.2.2 A segunda Lei de Newton (Princípio Fundamental da Dinâmica)

A partir do enunciado da primeira lei notamos que, quando a velocidade vetorial de um objeto varia, seja em módulo e/ou direção, é porque este está interagindo com outro objeto. Dessa interação resulta uma grandeza física vetorial denominada força \vec{F} . A segunda lei de Newton estabelece uma proporcionalidade entre a resultante das forças \vec{F}_R que agem sobre um objeto e a taxa com que a velocidade do mesmo varia, $\frac{d\vec{v}}{dt}$, que é denominada aceleração \vec{a} . Ainda mais, a constante de proporcionalidade entre essas duas grandezas é um coeficiente de inércia do objeto sobre o qual atua a força resultante. A esse coeficiente denominamos massa inercial “m” do objeto, que é uma medida da quantidade de matéria presente no mesmo (NUSSENZVEIG, 2013, p. 94-95). Ainda sobre esse conceito, Neto (2004, p. 11) relata que a massa inercial presente na segunda lei de Newton, a princípio, pode ter natureza diferente das massas presentes na lei da gravitação universal, denominadas massas gravitacionais. Este autor afirma que apesar de não termos evidências experimentais da verdadeira existência de alguma diferença entre elas, este é um ponto importante da física no que diz respeito ao “Princípio da equivalência de Einstein” (ponto de partida da teoria da Relatividade Geral).

Doca (2012, p. 142) enuncia o princípio fundamental da dinâmica da seguinte forma: “Se \vec{F} é a resultante das forças que agem em uma partícula, então, em consequência de \vec{F} , a partícula adquire na mesma direção e no mesmo sentido da força uma aceleração \vec{a} , cujo módulo é diretamente proporcional à intensidade da força.” Este autor, escreve matematicamente a segunda lei de Newton da seguinte forma:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a} \quad (\text{eq. 4.11})$$

Na equação 4.11, \vec{F}_R representa a resultante das forças que agem sobre uma determinada partícula e é obtida fazendo-se a soma vetorial de todas as forças oriundas de todas as interações a que este objeto esteja acometido. Sua unidade, no Sistema Internacional (SI) de unidades é o newton (N), definido de forma que uma força de intensidade 1 N é tal que, quando aplicada sobre uma partícula de massa 1 kg, produz na sua direção e sentido uma aceleração de módulo 1 m/s² (NUSSENZVEIG, 2013, p. 96).

A unidade de massa no SI é o quilograma (kg), que era definida até 19 de maio de 2019 em termos da massa de um protótipo de platina iridiada (um objeto cilíndrico feito de uma liga de platina e irídio com 39 milímetros de diâmetro e 39 milímetros de altura, cuja massa devia ser igual a massa de 1 decímetro cúbico de água destilada a 4,44 °C). A partir de 20 de maio de 2019, o quilograma passou a ser definido em termos da constante de Planck $h = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$. Dessa forma, o quilograma passou a ser definido em termos do metro (m) e do segundo (s), que já eram definidos em termos de propriedades físicas invariantes, como por exemplo, a velocidade da luz no vácuo. Essa mudança foi realizada durante a 26ª reunião da Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), ocorrida em novembro de 2018 e implantada a partir de 20 de maio de 2019 (WIKIPÉDIA-SI, 2022).

Segundo Nussenzveig (2013, p. 98), a equação 4.11 não retrata a forma com que Isaac Newton enunciou a segunda lei. Ele a definiu em termos da grandeza física por ele denominada “quantidade de movimento”, que hoje é conhecida por momento linear \vec{p} . Newton definiu essa grandeza da seguinte forma: “A quantidade de movimento é a medida do mesmo, que se origina conjuntamente da velocidade e da massa”. Hoje dizemos que o momento linear de uma partícula é uma grandeza física vetorial definida pelo produto de sua massa “m” por sua velocidade \vec{v} . Em linguagem matemática, temos:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad (\text{eq. 4.12})$$

Com base nessa grandeza (quantidade de movimento ou momento linear) Newton enunciou a segunda lei da seguinte forma: “A variação do momento é proporcional à força impressa, e tem a direção da força” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 98). Segundo este enunciado, a força resultante em uma partícula é igual à taxa de variação temporal do momento linear da mesma, que pode ser expressa segundo a equação:

$$\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{eq. 4.13})$$

Da definição de momento (equação 4.12), temos:

$$\vec{F}_R = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \cdot \frac{dm}{dt} \quad (\text{eq. 4.14})$$

Nussenzveig (2013, p. 98) afirma que essa forma de enunciar a segunda lei de Newton oferece vantagens em relação à expressa pela equação 4.11, como por exemplo, a equação 4.13 continua válida na mecânica relativística, evidencia o estudo de sistemas de massa variável, além de realçar a importância da grandeza física momento linear que possui uma lei de conservação. Sabemos que a limitação imposta pelas operações matemáticas envolvidas no formalismo da equação 4.13 impede, muitas vezes, que ela seja trabalhada no ensino médio. Uma alternativa apresentada por Doca (2012, p. 356) é trabalharmos a segunda lei de Newton escrita em termos do teorema do impulso e quantidade de movimento. De acordo com esse autor, “O impulso da resultante (impulso total) das forças sobre uma partícula é igual à variação de sua quantidade de movimento: $\vec{I} = \Delta\vec{Q}$ ”. Essa abordagem exhibe vantagens frente à descrita pela equação 4.11 ($\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$) no estudo de partículas sujeitas a forças variáveis.

4.2.3 A terceira Lei de Newton (Princípio da Ação e Reação)

A terceira lei, denominada lei da ação e reação, foi enunciada por Newton da seguinte forma: “A toda ação corresponde uma reação igual e contrária, ou seja, as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas em sentidos opostos” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 104). Portanto, quando há interação entre dois objetos, designados por objetos 1 e 2, teremos sempre um par de forças denominadas ação e reação. Essas forças, de acordo com a terceira lei de Newton, sempre possuem a mesma intensidade, a mesma direção, são de mesma natureza (ambas forças são de contato ou de campo), atuam em corpos diferentes (uma força age sobre o corpo 1 e o seu par atua sobre o corpo 2) e em sentidos opostos.

Porém, Thornton (2011, p. 45) nos chama atenção para o fato de que a terceira lei não é uma lei geral da natureza, isto é, nem sempre ela é verdadeira. Por exemplo, a força entre cargas elétricas em movimento não satisfaz a terceira lei de Newton. De modo geral, o autor afirma que qualquer força que dependa das velocidades dos corpos em interação, a terceira lei de Newton não é satisfeita e, portanto, não pode ser aplicada. Isso é devido à finitude da velocidade de propagação da interação. No caso da interação entre cargas em movimento, a “informação” se propaga à velocidade da luz, que é finita. E em última análise, até a interação gravitacional entre dois corpos em movimento depende da velocidade dos corpos e, portanto, a terceira lei também não se aplica, “apesar dos efeitos serem muito pequenos e de difícil detecção”.

Neto (2004, p.12) também chama a atenção para a velocidade de propagação das interações. Segundo o autor, fica subentendido nas leis de Newton que as interações se processam instantaneamente, o que de fato não é verdade. Outro ponto importante que o autor discute é o fato de que não existem reações de forças fictícias, forças essas existentes em referenciais não inerciais, e daí a importância da primeira lei de Newton. Assim, em referenciais não inerciais, a terceira lei não é válida para todas as forças existentes nesse referencial.

Segundo Lemos (2007, p. 6), a terceira lei de Newton pode ser enunciada, “em sua forma fraca”, com as seguintes palavras: “A cada ação corresponde uma reação igual e oposta, isto é, se \vec{F}_{ij} é a força sobre a partícula “i” exercida pela partícula “j”, então $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ ”. Segundo este autor, a forma forte da terceira lei afirma que o par de forças ação e reação são sempre dirigidas ao longo da reta que une as duas partículas que estão interagindo e, portanto, constituem forças de atração ou de repulsão. Este autor também chama a atenção para o caráter não universal da terceira lei de Newton e cita como exemplo a interação eletromagnética entre cargas em movimento, onde a velocidade finita de propagação da interação exige a introdução de um campo eletromagnético como mediador de tais interações. Por fim, Nussenzveig (2013, p. 107) afirma que devido aos casos nos quais as forças não são de contato e que, portanto, a terceira pode deixar de valer, é preferível analisarmos esses sistemas a partir da conservação generalizada do momento linear, pois este sempre permanece válido. Essa interpretação da terceira lei em termos da conservação do momento linear pode ser vista através do seguinte desenvolvimento (THORNTON, 2011, p. 46):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \rightarrow \frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt} \rightarrow \frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{constante}}$$

Além disso, sabemos que as leis de Newton possuem limitações fundamentais, de forma que seu regime de validade são sistemas com objetos de grande massa, comparada com as massas das partículas elementares e em baixas velocidades, comparada com a velocidade da luz (NETO, 2004, p. 14 -15). Tomando os devidos cuidados, a mecânica newtoniana pode ser aplicada para analisar e explicar um número imenso de fenômenos físicos, fazer previsões para o sistema solar e até mesmo além dele. E ao analisar o movimento da lua em sua órbita praticamente circular, Newton estabeleceu as bases para o desenvolvimento da lei da gravitação universal e foi o primeiro a compreender a dinâmica desse movimento. Assim, além de uma breve discussão das três leis de Newton vamos revisar alguns conceitos presentes no estudo da dinâmica do movimento circular.

4.3 A DINÂMICA DO MOVIMENTO CIRCULAR

Em um movimento retilíneo, a aceleração é sempre na direção do vetor velocidade e, portanto, é responsável por alterar apenas o módulo da velocidade da partícula. A esse tipo de aceleração denominamos aceleração tangencial \vec{a}_t . Porém, em um movimento curvilíneo a aceleração promovida pela resultante das forças que agem sobre uma partícula, dada pela segunda lei de Newton, será responsável pela taxa de variação do vetor velocidade, alterando a direção do vetor velocidade além de poder modificar seu módulo. Desse modo, o movimento circular é comumente estudado em termos das componentes da aceleração da partícula, uma paralela à trajetória (denominada azimutal ou tangencial \vec{a}_t) e a outra normal à trajetória (denominada aceleração centrípeta \vec{a}_c , que sempre aponta para o centro de curvatura) (NUSSENZVEIG, 2013, p. 80-83). Matematicamente, temos:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c \quad (\text{eq. 4.15})$$

O módulo da componente tangencial é dado pela variação do módulo do vetor velocidade instantânea, isto é:

$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad (\text{eq. 4.16})$$

A direção da aceleração tangencial coincide com a direção do vetor velocidade em cada ponto da trajetória. Já o sentido, depende se o movimento é acelerado (mesmo sentido do vetor velocidade instantânea) ou retardado (antiparalela à velocidade). Já a componente centrípeta é dada pela variação da direção do vetor velocidade e, portanto, quando há somente esse tipo de aceleração, o movimento é acelerado, mas o módulo da velocidade permanece constante. O módulo da aceleração centrípeta pode ser calculado através da seguinte equação (YOUNG, 2016, v.1, p. 166):

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (\text{eq. 4.17})$$

A direção do vetor \vec{a}_c é radial e aponta sempre para o centro de curvatura. Assim, em um movimento circular qualquer o vetor aceleração geralmente é escrito, por conveniência em coordenadas polares, da seguinte forma (NUSSENZVEIG, 2013, p. 83):

$$\vec{a} = a_t \hat{\theta} + a_c (-\hat{r}) \quad (\text{eq. 4.18})$$

O módulo da aceleração da partícula em um movimento circular, visto que as duas componentes são perpendiculares entre si, é dado por:

$$a = \sqrt{(a_t)^2 + (a_c)^2} \quad (\text{eq. 4.19})$$

No caso específico do movimento circular uniforme o módulo da velocidade do objeto é constante e, portanto, a aceleração é puramente centrípeta (ou radial). Vale aqui ressaltar que a importância do movimento circular em nosso estudo, visto que as excentricidades das órbitas dos principais astros do nosso sistema solar são muito pequenas e, portanto, suas trajetórias são quase círculos perfeitos. Levando em conta a simplicidade matemática que o movimento circular revela, geralmente somos levados a considerar o movimento de translação dos planetas em torno do sol ou o movimento dos satélites em torno da Terra como sendo circular (NUSSENZVEIG, 2013, p. 245). Dessa forma, o estudo de um sistema composto por duas partículas (dois corpos suficientemente distantes um do outro) sob interação gravitacional nos leva ao estudo do movimento circular, onde a lei de força gravitacional de Newton é a resultante das forças que atua sobre os objetos em interação. Aplicando a segunda lei de Newton ao corpo que está orbitando, temos:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_g = m \cdot \vec{a} \quad (\text{eq. 4.20})$$

Utilizando a expressão da lei de Newton da gravitação universal (equação 4.3), obtemos:

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot (-\hat{r}) = m \cdot \vec{a} \quad (\text{eq. 4.21})$$

A igualdade presente na equação 4.21 exprime que a aceleração é puramente centrípeta e, portanto, o movimento circular é uniforme. Considerando a equação 4.17, obtemos (YOUNG, 2016, v.2, p. 13):

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad (\text{eq. 4.22})$$

A partir da equação 4.22 obtemos uma expressão para a velocidade orbital em termos do raio da órbita, dada por:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (\text{eq. 4.23})$$

A equação 4.23 nos diz que para cada órbita circular existe um valor definido para a velocidade orbital, ou seja, há uma relação estreita entre as grandezas físicas velocidade e raio orbital de forma que não podem assumir quaisquer valores. Vale ressaltar que “G” representa a constante gravitacional e “M” a massa do astro central. Outro conceito importante a ser discutido é o período orbital T, definido como sendo o intervalo de tempo necessário para que o objeto execute uma revolução completa. Assim temos (YOUNG, 2016, v.2, p. 13):

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \quad (\text{eq. 4.24})$$

Utilizando a equação 4.23, obtemos uma expressão para o período orbital, dada por:

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \quad (\text{eq. 4.25})$$

Como podemos observar pela equação 4.25, quanto maior for o raio orbital, maior será o período de revolução e isso se deve por dois fatores: quanto maior for o raio da órbita, maior será a distância a ser percorrida pelo astro até completar uma revolução (comprimento de uma circunferência = $2.\pi.r$) e menor será sua velocidade orbital. Vale ressaltar que a equação 4.25 é a expressão da terceira lei de Kepler. Reorganizando as grandezas presentes nessa equação, obtemos:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{GM} \quad (\text{eq. 4.26})$$

Newton seguiu esse mesmo raciocínio, mas no sentido oposto, para chegar à expressão da lei de força gravitacional (PSSC, 1963, p. 60-61; NUSSENZVEIG, 2013, p. 245-246). Ele considerou o movimento dos planetas circular em torno do sol, aplicou o Princípio Fundamental da Dinâmica e a terceira lei de Kepler, chegando na expressão 4.1. Após a publicação dos “Principia”, Newton recebeu várias honrarias e ao se referir às contribuições de seus antecessores, ele disse: “Se fui capaz de ver mais longe, é porque me apoiei sobre os ombros de gigantes” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 252). Nesse sentido, não há como deixar de discutir as três leis de Kepler, que além de influenciar Newton em suas descobertas, é uma física planetária de forma muito mais ampla do que uma simples cinemática dos astros do sistema solar (MEDEIROS, 2003, p. 24).

4.4 AS TRÊS LEIS DE KEPLER

Johannes Kepler (1571-1630) foi um Astrônomo, Astrólogo e Matemático alemão que mesmo vindo de família humilde deu grandes contribuições à astronomia, a matemática, a óptica e ao estudo das ondas. Foi assistente de Tycho Brahe, considerado o melhor astrônomo observacional da era pré-telescópica, pois mesmo sem telescópio, ele conseguiu fazer medidas dez vezes mais precisas do que as melhores até então disponíveis em sua época. Obtendo posse de boa parte dos dados observacionais de Tycho Brahe, Kepler após anos de árduo trabalho conseguiu descrever a cinemática dos astros do sistema solar em

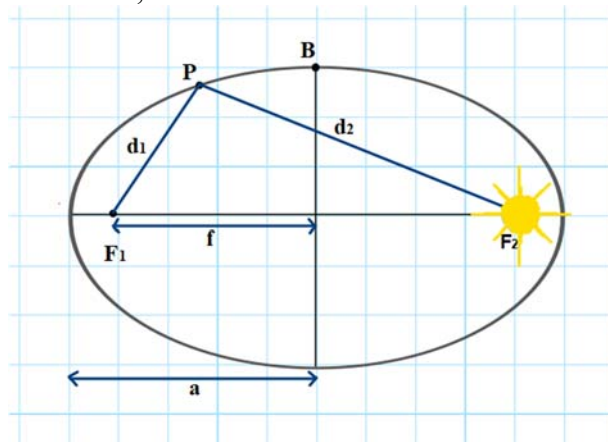
três leis (MEDEIROS, 2001, p. 21, p.25-26). Assim, essa seção será dedicada para a discussão sobre as três leis de Kepler, a saber: a primeira lei é a lei das órbitas, a segunda é a lei das áreas e a terceira é a lei dos períodos.

4.4.1 A primeira Lei de Kepler (Lei das Órbitas)

Johannes Kepler, após abandonar qualquer preconceito a respeito da órbita de Marte e sabendo da extraordinária precisão das observações de Tycho Brahe, conseguiu depois de mais de dois anos de trabalho identificar que a órbita de Marte, não era circular, como determinava a ideia platônica, e sim oval, e que esta constatação valia para os demais planetas até então conhecidos. Dessa maneira, Kepler descobriu que a órbita de Marte era elíptica com o sol situado em um dos focos. Estava pronta então a primeira lei de Kepler, também conhecida como “Lei das Órbitas”, que pode ser enunciada da seguinte forma: “As órbitas descritas pelos planetas em redor do Sol são elipses com o Sol num dos focos” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 240).

A figura 4.3 ilustra um planeta P em uma órbita elíptica em torno do Sol, bem como os principais elementos da elipse. Sabemos que a elipse é uma curva constituída pelo conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante. A esses dois pontos fixos denominamos focos, que foram denotados por F_1 e F_2 na figura, e o sol ocupa um dos focos e não o centro da elipse, estando assim de acordo com a lei das órbitas de Kepler (YOUNG, 2016, v.2, p. 16).

Figura 4.3. Representação de um planeta P em uma órbita elíptica em torno do Sol que ocupa um dos focos da elipse. São representados alguns elementos da elipse, como os focos, os eixos maior e menor, a semidistância focal “f” e semieixo maior “a”.



Fonte: O Autor

Note que, pela definição geométrica da elipse, qualquer que seja a posição do planeta P em sua órbita a soma das distâncias desse planeta aos dois focos é sempre constante ($d_1 + d_2 = 2.a = \text{constante}$) e que a distância de qualquer um dos focos (F_1 ou F_2 na figura 4.3) às extremidades do eixo menor (ponto B por exemplo) é igual à metade do eixo maior da elipse, isto é, $\overline{BF_1} = \overline{BF_2} = a$. Esse parâmetro denotado por "a" na figura 4.3 é um elemento importante no estudo das elipses, e é denominado semieixo maior, que representa metade do comprimento do eixo maior da elipse. A distância de cada foco ao centro da elipse (representada por "f" na figura 4.3) é igual a " $e.a$ ", onde "e" é a excentricidade da elipse. A excentricidade de uma elipse é uma grandeza adimensional e seu valor está compreendido entre zero e um ($0 \leq e \leq 1$), de forma que quando $e = 0$ os dois focos coincidem no centro da elipse e neste caso, temos uma circunferência. À medida que os dois focos vão se distanciando um do outro, a circunferência vai ficando cada vez mais achatada e o valor da excentricidade mais próximo de um. O máximo valor da excentricidade ($e = 1$) ocorre quando a distância entre os focos torna-se igual a " $2.a$ " e a figura torna-se um segmento de reta (CANALLE, 2003, p. 3-4).

Canalle (2003) chama a atenção para o formato da ilustração 4.3, pois apesar de ser muito didática para apresentar as leis das órbitas, a lei das áreas e até mesmo a lei dos períodos, ela passa uma ideia totalmente errada acerca da órbita da Terra e dos demais planetas do sistema solar, que é esse formato "demasiado achatado". Na verdade, a órbita de todos os planetas do sistema solar é praticamente circular. Apenas Mercúrio possui uma órbita um pouco mais achatada, o que pode ser verificado observando as excentricidades das órbitas na tabela 4.1.

Além disso, esse formato fortemente achatado leva muitos estudantes e, até mesmo professores, à falsa conclusão de que a estação verão ocorre quando a Terra passa mais próxima do Sol.

Tabela 4.1. Na primeira linha estão os nomes dos planetas do sistema solar e na segunda linha os valores das excentricidades de suas órbitas.

Planeta	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Netuno
e	0,2056	0,0068	0,0167	0,0934	0,0484	0,0541	0,0472	0,0086

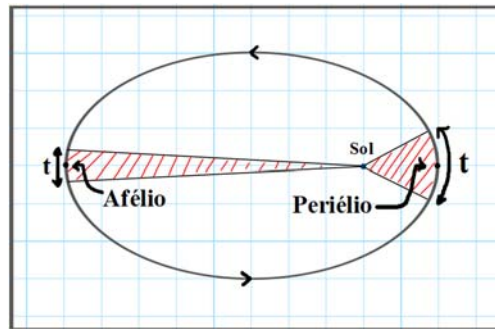
Fonte: Adaptado de WIKIPÉDIA-OE, 2022.

Segundo Nussenzveig (2013, p. 240-241), Kepler além de descobrir que a órbita de Marte é elíptica, ele descobriu que o módulo da velocidade orbital de um planeta não é constante ao longo de sua órbita, sendo maior quando está mais próximo do Sol. Ao tentar justificar os dados, Kepler supôs uma lei de força que variava com o inverso da distância, e com um modelo totalmente errado, Kepler realizou cálculos da área varrida pelo vetor posição que liga o planeta ao Sol (também errados), chegando “miraculosamente” em uma lei correta (lei das áreas).

4.4.2 A segunda Lei de Kepler (Lei das Áreas)

Nas palavras de Nussenzveig (2013, p. 241), a segunda lei de Kepler pode ser enunciada da seguinte forma: “O raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve áreas iguais em tempos iguais”. Em outras palavras, essa lei diz que a taxa $\left(\frac{dA}{dt}\right)$ com a qual a área é varrida pelo vetor posição de um planeta em relação ao centro do Sol é constante. Convém ressaltar aqui que o fato dessa taxa, que é denominada velocidade areolar ou velocidade setorial, ser constante não quer dizer que o movimento orbital seja uniforme. A figura 4.4 ilustra a órbita elíptica de um astro em torno do Sol. Para fins didáticos, foi escolhida uma órbita mais achatada do que seria a representação da órbita real de um dos planetas do nosso sistema solar.

Figura 4.4. Ilustração da lei das áreas, no qual um planeta em órbita em torno do Sol percorre em dois intervalos de tempo “t” dois trechos de sua órbita.



Fonte: O Autor

De acordo com a lei das áreas de Kepler, se as áreas hachuradas são iguais, temos que o astro percorre em um dado intervalo de tempo “t”, uma porção maior de sua órbita quando está mais próximo do periélio (posição mais próxima do Sol) do que no afélio (posição mais afastada do Sol) (NUSSENZVEIG , 2013, p. 241). Isso é consequência de que os planetas do sistema solar são acelerados tangencialmente em seus movimentos do afélio ao periélio e é retardado enquanto ele se desloca do periélio ao afélio. Esse fato pode ser explicado observando o menor ângulo formado pelos vetores velocidade do planeta e força gravitacional que age sobre ele. Durante o deslocamento do planeta do afélio ao periélio o ângulo é menor ou igual a 90° (sendo igual a 90° nas posições denominadas periélio e afélio). Já no deslocamento do periélio ao afélio esse ângulo é maior ou igual a 90° e, portanto, teremos uma componente da força gravitacional que é perpendicular à velocidade, produzindo uma aceleração centrípeta e uma componente da força gravitacional antiparalela ao vetor velocidade, que é responsável pela desaceleração do planeta.

Segundo Young (2016, V.2, p. 17), o fato de a velocidade areolar ser constante é consequência direta da conservação do momento angular do planeta em sua órbita, uma vez que a velocidade areolar de um planeta de massa “m” em torno do Sol é diretamente proporcional ao módulo do momento angular \vec{L} do planeta (veja a equação 4.27) e que o momento angular do planeta ao longo de sua órbita se conserva.

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m} \quad (\text{eq. 4.27})$$

A conservação do momento angular do planeta em sua órbita pode ser comprovada observando que o torque devido à força gravitacional exercida pelo Sol sobre o planeta deve ser igual à taxa de variação do seu momento angular, isto é:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{eq. 4.28})$$

Devido à força gravitacional ser uma força central ($\vec{F}_g = F(r)\hat{r}$), temos que o torque devido a essa força em relação ao centro do sol é sempre nulo, como mostra a equação 4.29:

$$\begin{aligned}\vec{\tau} &= \vec{r} \times \vec{F} \\ \vec{\tau} &= \vec{r} \times F(r)\hat{r} = 0\end{aligned}\quad (\text{eq. 4.29})$$

Das equações 4.28 e 4.29 temos que o momento angular \vec{L} do planeta é constante durante sua órbita e, conseqüentemente, a velocidade areolar também é constante.

Segundo Medeiros (2002, p. 29-30), Kepler descobriu primeiro a lei das áreas em 1602 e somente em 1605 ele descobriu a lei das órbitas, que por questão de lógica para a compreensão do sistema veio a se tornar a primeira lei de Kepler. Em 1609, Kepler publicou as suas duas primeiras leis em uma obra intitulada “Astronomia Nova”, e somente depois de nove anos, já perto do fim de sua vida, que ele descobriu a relação existente entre os raios médios das órbitas e seus períodos de revolução (terceira lei de Kepler) (MEDEIROS, 2003, p. 19).

4.4.3 A terceira Lei de Kepler (Lei dos Períodos)

De acordo com Nussenzveig (2013, p. 241), a terceira lei de Kepler pode ser enunciada da seguinte forma: “Os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos de suas distâncias médias ao Sol”. Assim, considerando dois planetas orbitando em torno do Sol, de tal forma que T_1 e T_2 representam os períodos de revolução de suas órbitas cujos raios médios sejam dados por R_1 e R_2 , respectivamente, temos:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \quad (\text{eq. 4.30})$$

Vale ressaltar que essa relação vale para qualquer sistema nos quais os dois corpos orbitem em torno de uma mesma massa central, como por exemplo, dois planetas do sistema solar, ou dois satélites naturais de Júpiter ou a nossa lua e um satélite artificial em torno da Terra. A tabela 4.2 mostra o teste realizado por Kepler com os dados de Copérnico e o resultado com os dados atuais.

Tabela 4.2. Teste de validação da terceira lei de Kepler a partir dos dados obtidos por Copérnico e o resultado com os dados atuais. Na primeira coluna constam os nomes dos cinco planetas visíveis a olho nu que são conhecidos desde a antiguidade. Os períodos são dados em anos terrestres e os raios médios em unidades astronômicas (U.A.), definida como sendo a distância média entre a Terra e o Sol.

Planeta	Valores de Copérnico			Valores Atuais		
	T (anos)	R (U.A.)	T^2/R^3	T (anos)	R (U.A.)	T^2/R^3
Mercúrio	0,241	0,38	1,06	0,241	0,387	1,00
Vênus	0,614	0,72	1,01	0,615	0,723	1,00
Marte	1,881	1,52	1,01	1,881	1,524	1,00
Júpiter	11,8	5,2	0,99	11,862	5,203	1,00
Saturno	29,5	9,2	1,12	29,457	9,539	1,00

Fonte: Adaptado de NUSSENZVEIG (2013, p. 242).

Não foi citado na tabela 4.2, mas por definição, o período de revolução da Terra é de um ano e o raio médio da órbita é de uma unidade astronômica e, portanto, $T^2/R^3 = 1$. Como podemos observar na quarta coluna da tabela 4.2, mesmo com dados observacionais da era pré-telescópica, Kepler encontrou valores para a razão do quadrado do período pelo cubo do raio médio da órbita dos cinco planetas até então conhecidos muito próximos de um. Segundo Nussenzveig (2013, p. 241-242), após dezessete anos de trabalho sobre os dados de Tycho Brahe, em 15 de maio de 1618, Kepler pensou estar sonhando ao perceber tamanha concordância entre os dados e a relação dada pela terceira lei.

Segundo Medeiros (2003, p. 21-22), Kepler descobriu a lei dos períodos enquanto buscava uma harmonia logarítmica celeste, pois acreditava que os planetas em movimento executavam uma espécie de música celestial e, portanto, não escreveu a sua terceira lei da forma dada pela equação 4.30. Ele a escreveu da seguinte forma: “Eu percebi, após muitas tentativas baseadas na busca das harmonias, que a razão entre os logaritmos do período e da distância média ao Sol para um determinado planeta estava na razão de $3/2$ ” (MEDEIROS, 2003, p. 22). Em linguagem matemática, pode-se escrever esse enunciado da seguinte forma:

$$\frac{\log T_1}{\log R_1} = \frac{3}{2} \quad (\text{eq. 4.31})$$

Ou seja,

$$\frac{2 \cdot \log T_1}{3 \cdot \log R_1} = 1$$

Que é equivalente dizer que:

$$\frac{\log(T_1)^2}{\log(R_1)^3} = 1$$

Como essa relação é válida para quaisquer planetas do sistema solar, temos:

$$\frac{\log(T_1)^2}{\log(R_1)^3} = \frac{\log(T_2)^2}{\log(R_2)^3}$$

Consequentemente, obtemos a equação equivalente à 4.30, que é comumente encontrada nos livros didáticos:

$$\frac{(T_1)^2}{(R_1)^3} = \frac{(T_2)^2}{(R_2)^3}$$

Porém, segundo Medeiros (2003, p. 23), para Kepler sua terceira lei escrita em termos das razões logarítmicas refletia a pura beleza da música celestial, pois para ele os logaritmos eram muito mais do que um simples artifício matemático utilizado para reduzir os cálculos. Assim, além de suas contribuições na compreensão do sistema solar, Kepler contribuiu no estudo dos logaritmos e do cálculo, no desenvolvimento da óptica e pode ser considerado o precursor da cristalografia pelo seu estudo pioneiro sobre os cristais de gelo (MEDEIROS, 2002, p. 20).

CAPÍTULO 5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

O produto educacional foi aplicado em uma escola pública federal, situada no município de Telêmaco Borba – PR, no período de 25 a 28 de outubro de 2021, totalizando 12 horas/aula. Segue o relato da aplicação das atividades propostas no produto educacional, bem como a análise dos dados obtidos.

5.1 PRIMEIRO DIA: 26/10/2021 DAS 14H00 ÀS 17H00

Os estudantes foram recebidos na sala temática de Física da escola, onde puderam receber as informações gerais a respeito das atividades que iriam desenvolver, bem como os horários e locais onde essas atividades estavam previstas para ocorrerem, conforme ilustra a figura 5.1.1.

Figura 5.1.1. Registro fotográfico da apresentação das atividades



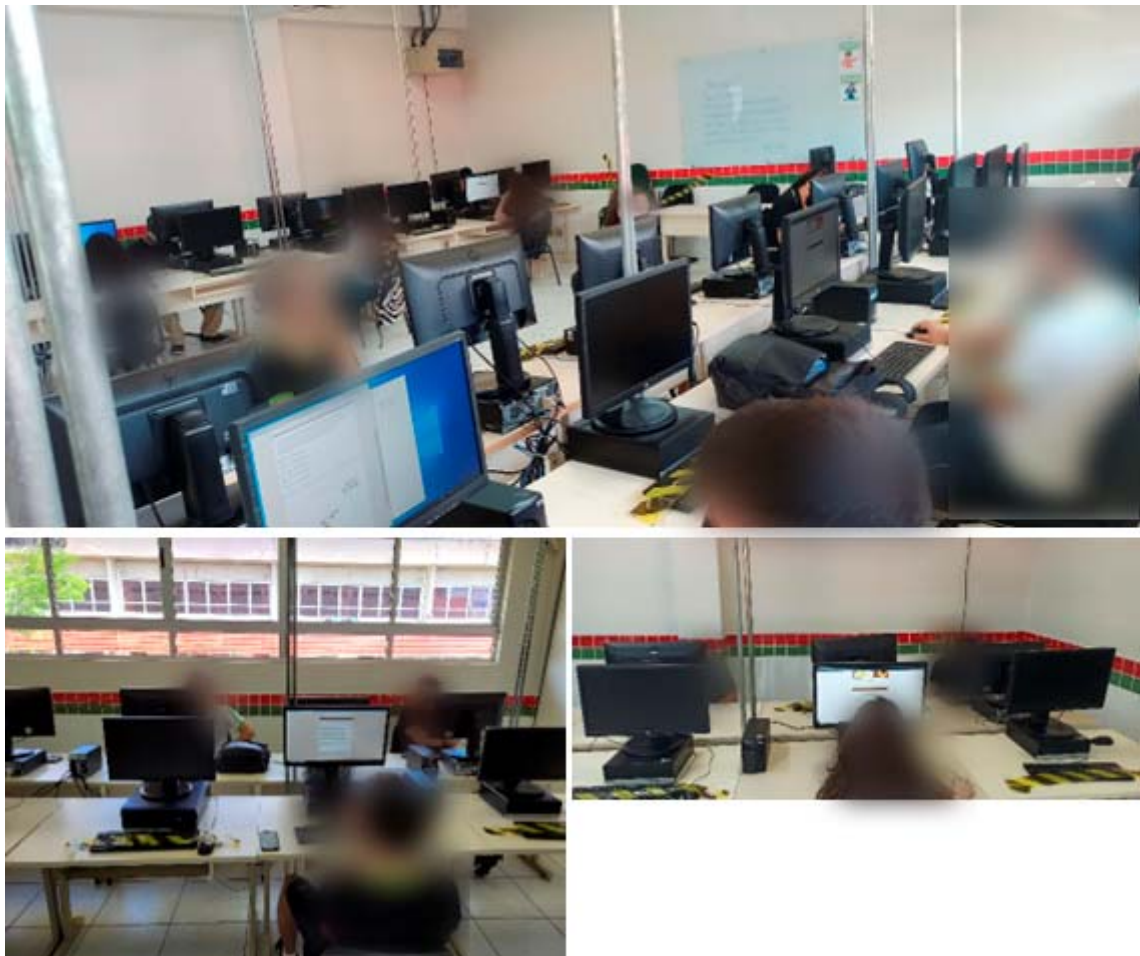
Fonte: O Autor

Nesse momento, a partir de comentários feitos pelos estudantes da turma, tais como, “que legal”, “que bacana, não vejo a hora de fazer as práticas” e manifestações corporais, demonstrando curiosidade com olhares atentos, sorrindo e trocando ideias com os colegas em tons de voz exaltadas, pude perceber que eles ficaram empolgados com as atividades que

havam sido planejadas. Alguns estudantes relataram que finalmente após 1 ano e 8 meses estavam voltando a escola, devido a pandemia de Covid-19, e que não viam a hora de reencontrar com os colegas e voltar a realizar as atividades teóricas e práticas em sala de aula.

Após a apresentação, os estudantes foram encaminhados para o laboratório de informática para responderem ao questionário inicial, cujo objetivo era verificar se os estudantes tinham conhecimento sobre a evolução dos modelos planetários, o enunciado das leis de Kepler e da gravitação de Newton e se tinham domínio para aplicar os conceitos abordados nessas leis na resolução de problemas. O questionário contém questões objetivas a respeito do tema “Gravitação”, se encontra no apêndice A e é composto por dez questões de múltipla escolha oriundas de vestibulares e exames de acesso ao ensino superior em renomadas universidades públicas brasileiras. Cada questão apresenta cinco alternativas de resposta e uma única opção correta, todas versando sobre os modelos planetários, as leis de Kepler e a lei de Newton da gravitação universal. A figura 5.1.2 ilustra essa etapa da aplicação.

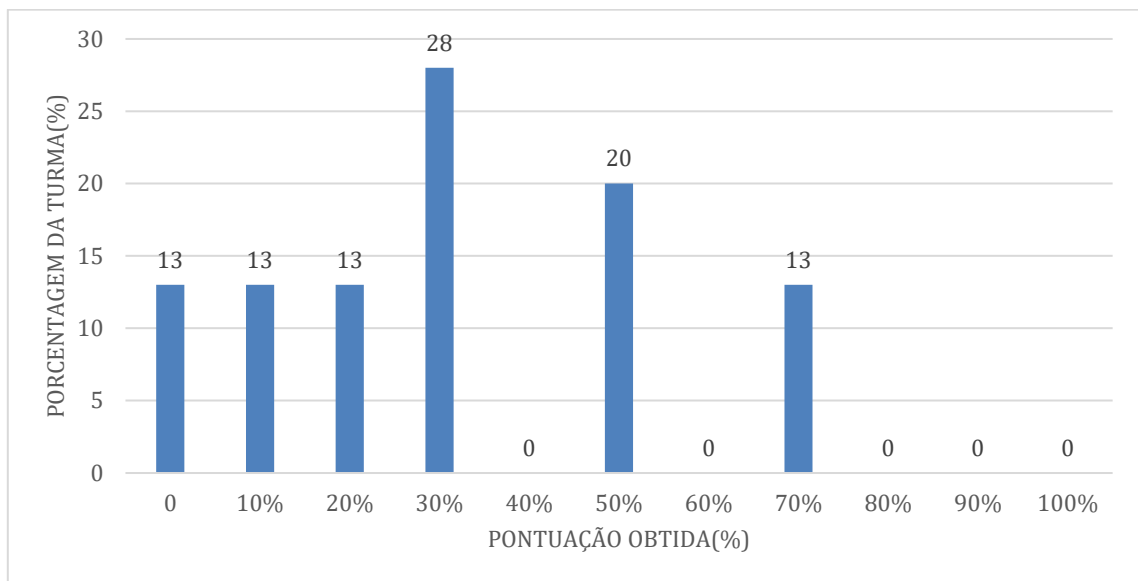
Figura 5.1.2. Registro fotográfico da aplicação do questionário diagnóstico



Fonte: O Autor

Ao finalizarem o questionário diagnóstico, os discentes receberam do próprio formulário um feedback automático, contendo as alternativas apontadas pelo próprio estudante em cada questão e a alternativa correta, bem como o seu percentual de acerto no questionário como um todo. Alguns estudantes relataram dificuldade em responder alguns itens e que se sentiram aliviados em saber que as suas respostas não seriam identificadas individualmente. O gráfico 5.1 mostra o resultado global de acertos da turma no questionário diagnóstico.

Gráfico 5.1: Resultado global de acertos no questionário diagnóstico



Fonte: O Autor

Sabemos que o pequeno número de estudantes que responderam ao questionário e o baixo número de questões inviabiliza qualquer análise estatística. Contudo, o gráfico 5.1 nos fornece indícios de que a maior parte da turma não tinha conhecimento de conceitos fundamentais abordados no tema gravitação. Por exemplo, eu esperava que a maioria da turma acertasse as questões que verificavam o conhecimento sobre o enunciado das leis de Kepler, o que não foi constatado. Queria verificar também se tinham domínio conceitual e matemático para resolver problemas envolvendo a lei da gravitação de Newton, por exemplo, o que também não foi constatado.

Após responderem ao questionário diagnóstico, retornamos para a sala temática de Física para darmos início à segunda atividade planejada, que era assistir ao filme “GRAVIDADE”, dirigido por Alfonso Cuarón, conforme ilustra a figura 5.1.3.

Figura 5.1.3. Registro fotográfico da exibição do filme



Fonte: O Autor

Os estudantes se mostraram muito interessados, com olhares atentos, permanecendo com atenção concentrada durante toda a exibição do filme. Após o término, iniciamos um debate sobre as partes que mais lhes chamaram a atenção. Os estudantes estavam empolgados, compartilhando ideias, fazendo perguntas e procurando saber mais sobre o tema. Alguns queriam destacar diversas partes do filme, demonstrando o interesse que eles tinham sobre o tema e também solucionar algumas dúvidas que foram alavancadas em fenômenos exibidos, como por exemplo, o incêndio exibido dentro da nave espacial. A fim de compreendermos algumas situações expostas no filme, aplicamos as leis de Newton, discutimos a existência de forças dissipativas (atrito com o ar) e seus efeitos, bem como a lei da atração das massas várias vezes para interpretar diferentes situações exibidas no filme. Em um dado momento eu provoquei a turma sobre a seguinte questão: a gravidade é nula na estação espacial internacional (EEI)? Alguns estudantes manifestaram que sim, pois os corpos flutuavam no interior da nave espacial quando estava próxima a EEI. Solicitei que pesquisassem na internet em seus smartphones sobre o valor da aceleração gravitacional na EEI, e ficaram surpresos ao encontrar um valor próximo ao módulo da aceleração da gravidade na superfície da terra. Nesse momento, foi possível perceber um desequilíbrio na estrutura cognitiva desses estudantes e a utilização de recursos tecnológicos para aprender, elementos presentes na teoria de Vygotsky. Para a reestruturação cognitiva, o professor atuou como integrante mais experiente do grupo ao explicar a contínua queda dos corpos nessa região que proporciona esse efeito visual de gravidade nula. Outros elementos presentes na teoria de Vygotsky que pude perceber nessa atividade são: o professor como mediador das discussões, a utilização de recursos tecnológicos para aprender, a utilização da linguagem para expressar suas ideias e conceitos e o intercâmbio

de informações (interação social). Após o filme discutimos sobre vários tópicos, dentre os quais podemos destacar a Estação Espacial Internacional que é exibida várias vezes durante o filme, que conduziu nossa discussão ao desenvolvimento da tecnologia e seu impacto na vida em sociedade a partir da corrida espacial pós Guerra Fria. Outro ponto muito debatido foi a grande quantidade de lixo espacial que o ser humano vem deixando no espaço, que vão desde ferramentas e pequenas peças largadas por astronautas da Estação Espacial Internacional até grandes corpos, como satélites e antigas bases espaciais, que após terminarem sua vida útil, são simplesmente abandonados no espaço gerando riscos a toda sociedade.

5.2 SEGUNDO DIA: 26/10/2021 DAS 14H00 ÀS 17H00

Nos reunimos na sala temática de Física do IFPR-Telêmaco Borba e fizemos uma discussão sobre a evolução dos modelos planetários, partindo dos registros das primeiras civilizações, passando pelos modelos de Eudócio de Cnidus, de Aristóteles, de Ptolomeu e de Copérnico. Momentos dessa etapa podem ser vistos na figura 5.2.1, onde discutimos as contribuições de Tycho Brahe e de Kepler para a compreensão da cinemática do sistema solar até culminar na lei da gravitação universal de Newton e obtermos o modelo planetário atual.

Figura 5.2.1. Registro fotográfico da aula expositiva-dialogada



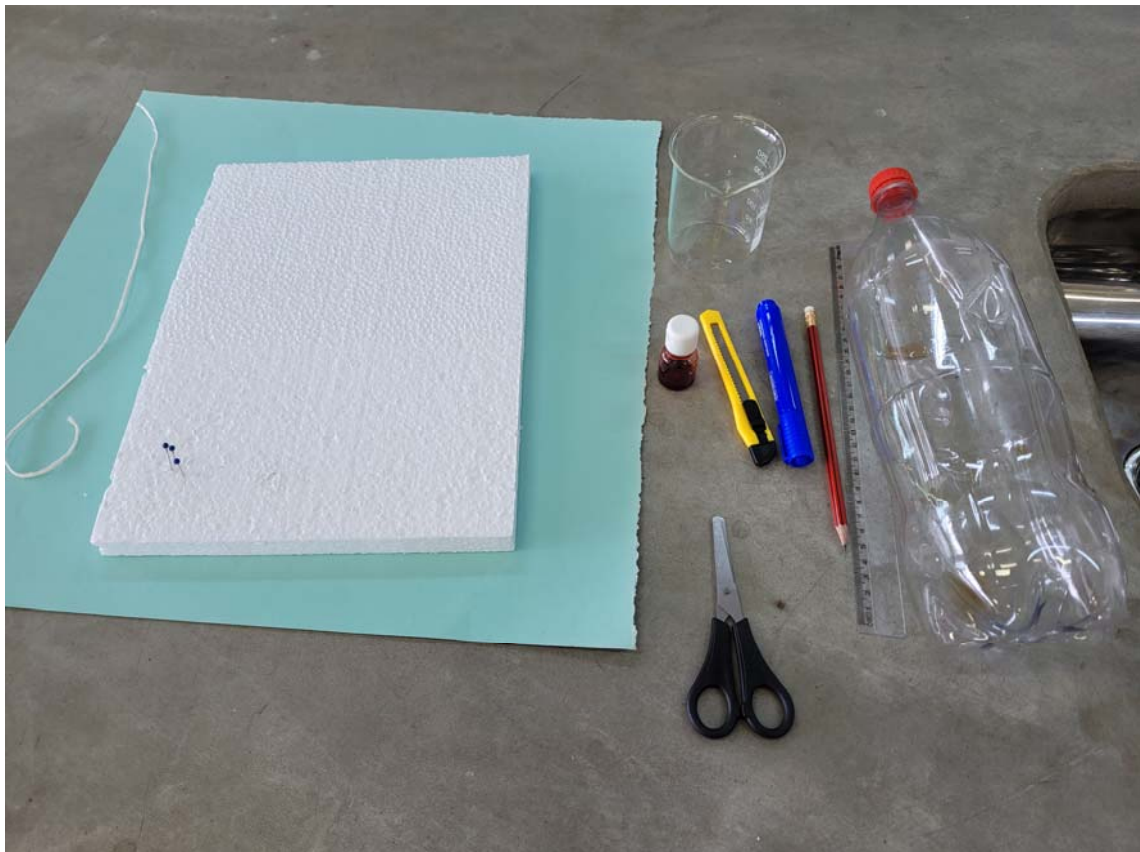
Fonte: O Autor

e de expressar suas ideias e conceitos. Nessa aula foi possível perceber, através de expressões faciais, olhares e movimentos com a cabeça indicando concordância, momentos de reflexão

sobre suas próprias ideias e conceitos prévios acerca do assunto, que nos forneceu indícios de aprendizagem segundo a teoria de Piaget.

Após realizarmos a abordagem histórica de forma mais próxima de uma aula tradicional, fomos para o laboratório de Física da escola. De acordo com nossos pressupostos teóricos Bruner, Piaget e Vygotsky, a experimentação, a interação social e a busca ativa na construção do conhecimento são muito importantes. Logo, a turma foi dividida em pequenos grupos (duplas ou trios) para realização da primeira atividade prática, intitulada “A elipse e a primeira lei de Kepler”. Os estudantes receberam os materiais necessários à realização da prática, que podem ser visualizados na figura 5.2.2 e um roteiro, que se encontra no apêndice B, contendo os objetivos da prática, orientações e ilustrações das principais etapas que serviram de guia para os discentes descobrirem a figura geométrica denominada “elipse”.

Figura 5.2.2. Registro fotográfico dos materiais fornecidos a cada grupo



Fonte: O Autor

No início da prática, os estudantes foram questionados se já conheciam a figura geométrica denominada elipse antes das atividades do produto educacional e se associavam essa figura ao formato de algum objeto presente em seu cotidiano. A maior parte dos discentes responderam que não conheciam a figura antes, mas que naquele momento a associavam ao formato de um ovo, como ilustra a figura 5.2.3 a seguir.

Figura 5.2.3. Conceito prévio do estudante 1 sobre elipse.

2. Conceitos prévios

1. Você já conhecia a figura geométrica denominada elipse antes das atividades do projeto?
 Você associa algo do dia-dia a uma elipse?

elipse, vem se associar com o formato de um ovo.

Fonte: O Autor

A figura 5.2.4 apresenta outro relato de estudante da turma indicando que não conhecia, mas que associava ao movimento de translação de um planeta do sistema solar, indicando que houve aprendizagem na aula expositiva-dialogada através da assimilação de conceitos presente na teoria de Piaget.

Figura 5.2.4. Conceito prévio do estudante 2 sobre elipse.

2. Conceitos prévios

1. Você já conhecia a figura geométrica denominada elipse antes das atividades do projeto?
 Você associa algo do dia-dia a uma elipse?

*Não conhecia antes do projeto. Eu associa
 os movimentos de translação de um
 planeta.*

Fonte: O Autor

Essas respostas sugerem que houve aprendizagem durante a revisão teórica, porém é necessário que estes conceitos sejam revistos em situações diferentes e em níveis de complexidade mais elevados, segundo a teoria de Bruner. Na sequência, os estudantes foram guiados a identificarem o formato de uma elipse a partir da observação da superfície livre da água com corante em um recipiente cilíndrico inclinado, conforme ilustra a figura 5.2.5.

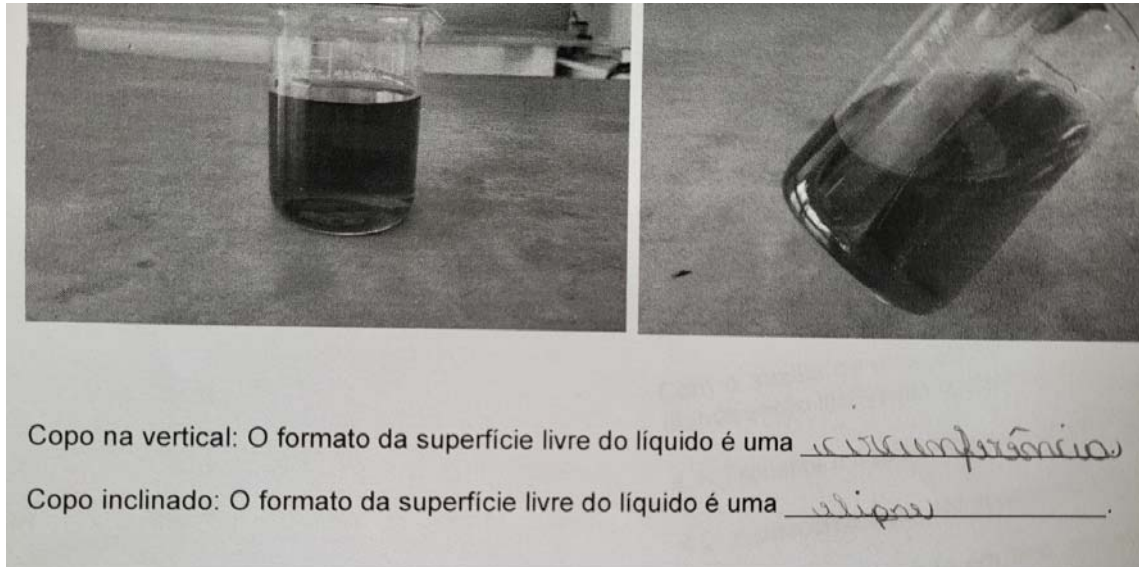
Figura 5.2.5. Observando e identificando uma elipse



Fonte: O Autor

Após realizarem a atividade prática, os discentes foram questionados a respeito do formato da superfície livre do líquido nas duas situações indicadas na figura 5.2.5: com o béquer na posição vertical e com ele inclinado. As respostas foram unânimes, e a figura 5.2.6 ilustra a resposta dos estudantes.

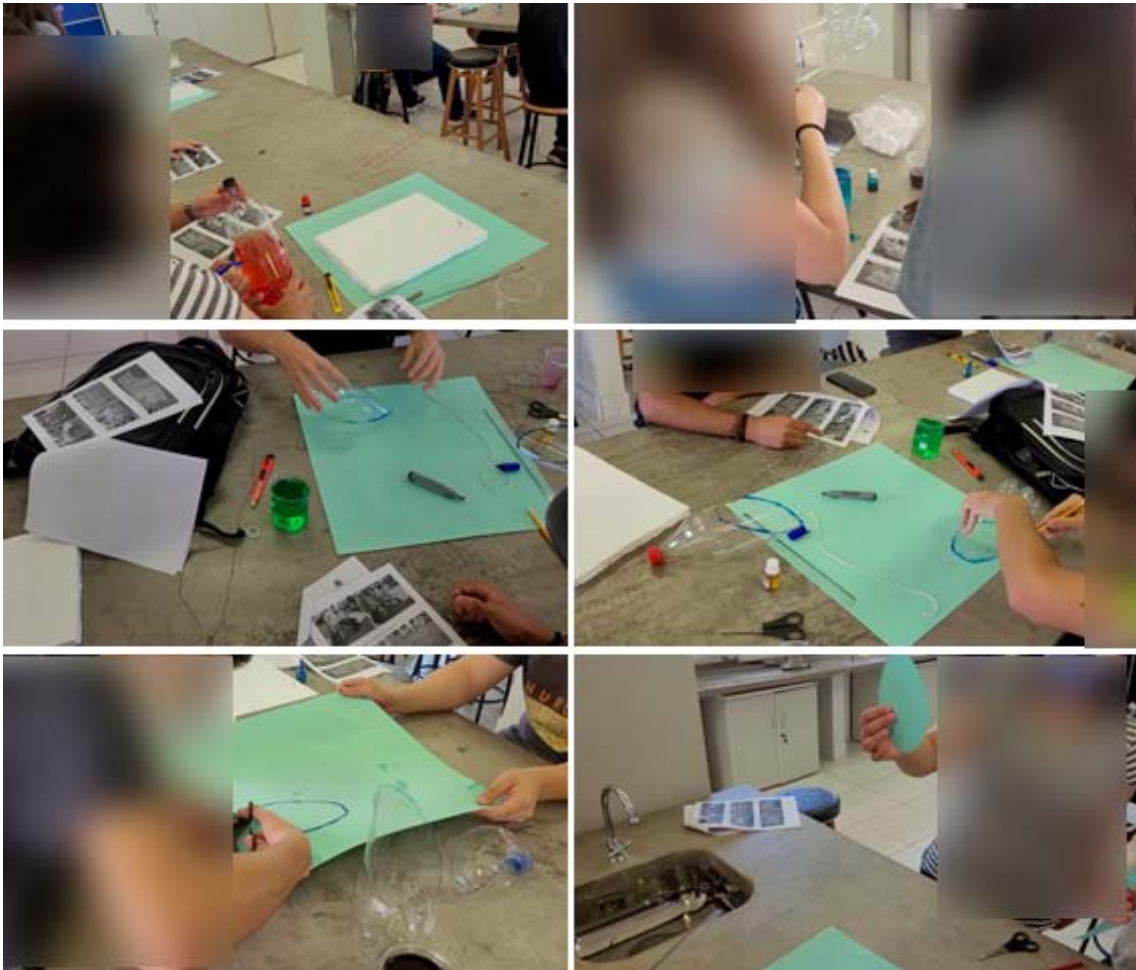
Figura 5.2.6. Resultado da observação feita por um estudante



Fonte: O Autor

Com essa simples experiência foi possível aos estudantes identificarem o formato de uma elipse e verificar a presença dessa figura geométrica em situações que fazem parte do nosso dia-dia. Novamente, segundo a teoria de Piaget, houveram indícios de aprendizagem pois os estudantes aplicaram o conhecimento em novas situações. Em seguida, os discentes trabalharam na transposição do formato da superfície livre da água com corante para a cartolina, conforme ilustra a figura 5.2.7.

Figura 5.2.7. Transposição do formato da superfície livre da água com corante para a cartolina

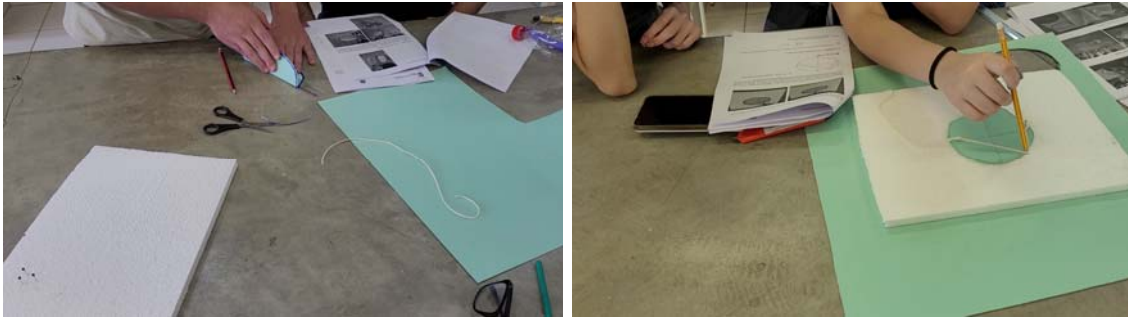


Fonte: O Autor

Nessa etapa de obtenção da elipse no plano da cartolina, os estudantes puderam desenvolver habilidades motoras e tiveram como resultado um objeto concreto, manipulável, com o formato que haviam observado na garrafa PET. Devido à falta de atividades ligadas a instrumentação no ensino, alguns discentes relataram dificuldades em etapas que exigiam mais habilidades relacionadas à coordenação motora fina, porém, os objetos construídos por eles os deixaram muito satisfeitos.

Na sequência, os estudantes foram guiados a dobrarem o pedaço de cartolina com o formato elíptico no sentido do menor comprimento e depois no sentido do maior comprimento, buscando a simetria entre as partes. A figura 5.2.8 ilustra essa etapa. Com o auxílio de um lápis, os discentes puderam definir os dois eixos da elipse (eixos maior e menor) na região das dobras e com um pedaço de barbante, determinar os dois pontos sobre o eixo maior da elipse denominados focos, “ F_1 ” e “ F_2 ”.

Figura 5.2.8. Definindo alguns elementos da elipse



Fonte: O Autor

Após fixarem o objeto de cartolina sobre um pedaço de isopor, utilizando para isso dois alfinetes localizados sobre os dois focos, os estudantes foram direcionados a amarrar um pedaço de barbante nos dois alfinetes de tal forma que um lápis pudesse contornar a elipse. Nesse momento, os discentes puderam observar que em qualquer ponto da elipse, o comprimento do barbante era o mesmo, levando-os a descobrirem a definição da dessa figura geométrica denominada elipse. Observei que em alguns pontos o papis não passava sobre a figura obtida por eles durante a planificação da elipse e esse foi o momento oportuno para os instigar acerca das possíveis origens dos erros experimentais. Alguns grupos apontaram que durante a transposição do formato da superfície livre da água para a cartolina ocorreram desvios, principalmente no momento de marcação com a caneta sobre a garrafa PET e durante o recorte da garrafa, além do fato de que a garrafa PET utilizada não era perfeitamente cilíndrica, gerando assim uma deformação na elipse.

Na sequência, os estudantes trabalharam sobre a definição da chamada excentricidade (e) de uma elipse, grandeza importante no estudo das elipses. Eles foram conduzidos a desenharem diferentes elipses sobre a cartolina, com diferentes excentricidades, e explorar os dois casos extremos: Quando os focos coincidem ($e = 0$) e quando a distância entre os focos era igual ao comprimento do barbante ($e=1$). A partir de uma tabela contendo os valores das excentricidades das órbitas dos planetas do nosso sistema solar, os discentes puderam comparar as órbitas dos planetas e fizemos uma discussão acerca do formato das trajetórias, contrapondo o desenho que geralmente encontramos nos livros didáticos e em páginas da internet acerca do enunciado da primeira lei de Kepler. Frizamos que com excesso de Mercúrio, a excentricidade dos demais planetas  tão pequena que a trajetória destes é quase um círculo perfeito. Nesse momento, discutimos que a pequena diferença de distância Terra-Sol nas posições de periélio e afélio não justifica a origem das estações do ano (verão e inverno, respectivamente), e que a origem desse fenômeno está na inclinação do eixo de rotação da terra em relação a seu plano

orbital. A figura 5.2.9 mostra a resposta de um estudante ao questionário presente no roteiro nessa etapa da atividade, onde foi possível observar indícios de aprendizagem.

Para finalizar a atividade, fizemos uma síntese integradora, refletindo sobre diferentes situações do dia-dia em que essa figura geométrica está presente, sua definição formal e seus principais elementos, culminando no enunciado da primeira lei de Kepler (lei das órbitas). Cabe aqui ressaltar que durante toda a atividade, houve discussões entre os integrantes do próprio grupo, entre os diferentes grupos e entre o professor e os discentes.

Figura 5.2.9. Registro fotográfico da resposta de um estudante

Planeta	Excentricidade da elipse
Mercúrio	0,20
Vênus	0,07
Terra	0,02
Marte	0,09
Júpiter	0,05
Saturno	0,06
Urano	0,05
Netuno	0,009

Segundo os dados da tabela e da definição acima, responda:

O planeta que possui órbita mais achatada é Mercúrio.

6.2- Façam elipses de diferentes tamanhos, e em especial, irão explorar dois casos:

1º) Quando os focos coincidem ($e=0$), obtemos uma circunferência.

2º) Já quando a distância entre os focos for igual ao comprimento do barbante, percebemos a formação de uma reta; Neste caso, o valor da excentricidade é igual a 1.

Fonte: O Autor

5.3 TERCEIRO DIA: 27/10/2021 DAS 14H00 ÀS 17H00

Os estudantes foram recebidos no laboratório de Física da instituição onde foram orientados a formarem grupos de quatro pessoas. Cada estudante recebeu um roteiro que poderia servir de guia juntamente com os materiais que seriam necessários para a realização da

prática, bem como as primeiras orientações acerca da atividade que iriam desenvolver. A figura 5.3.1 mostra os materiais utilizados na prática.

Figura 5.3.1. Registro fotográfico dos materiais fornecidos a cada grupo



Fonte: O Autor

Nessa atividade os discentes montaram um pêndulo com dois funis (um dentro do outro) carregados com farinha de mandioca, presos ao teto por um fio de nylon, como ilustrado na figura 5.3.2 a seguir.

Figura 5.3.2. Registro fotográfico dos estudantes construindo o pêndulo

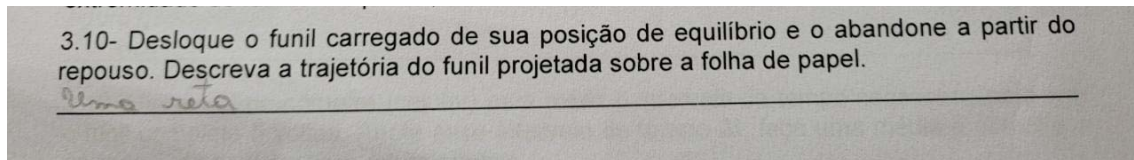


Fonte: O Autor

Apesar de não ser o objetivo principal da prática, iniciamos a mesma discutindo a cinemática e a dinâmica do sistema em duas situações: com o funil carregado com farinha na posição de equilíbrio estático e fora dessa posição. Primeiramente, os alunos não se lembravam dos conceitos de equilíbrio estático e dinâmico. Orientei que pesquisassem na internet e socializassem o resultado da pesquisa para que pudéssemos fazer uma síntese. Nesse momento, os alunos utilizaram da linguagem para expressar suas ideias e conceitos, foram mediados pelo professor na busca pelo conhecimento e utilizaram de ferramentas e tecnologias para aprender, elementos presentes na teoria de Vygotsky.

Os estudantes foram incentivados a descreverem a trajetória do funil projetada sobre uma folha de papel, que havia sido fixada sobre a bancada, após ser abandonado a partir do repouso em uma posição diferente da de equilíbrio estático. Independentemente da posição em que os estudantes abandonavam o sistema, todos observam e indicaram que a trajetória projetada sobre a folha de papel era uma reta.

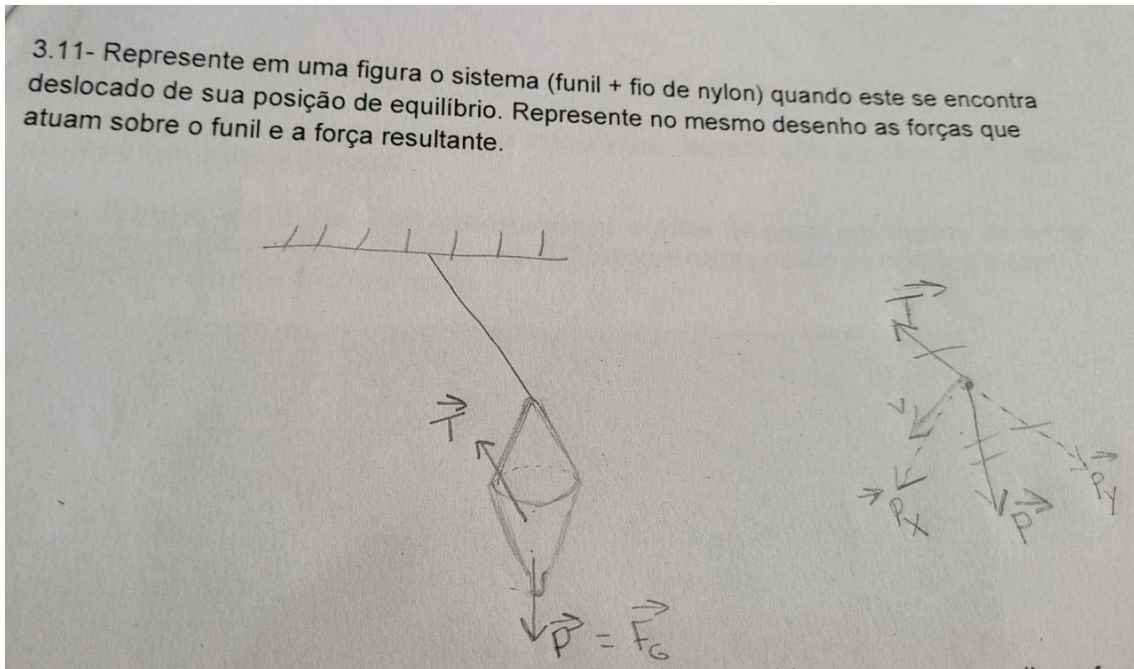
Figura 5.3.3. Resposta de um estudante sobre a trajetória do funil projetada na folha



Fonte: O Autor

Em seguida, os estudantes representaram em uma figura o sistema fora da posição de equilíbrio estático e identificaram as forças que atuam sobre o funil, bem como a força resultante que age sobre ele. Nesse momento, atuei como um integrante mais experiente do grupo após perceber que haviam muitas dúvidas permeando as discussões entre os integrantes dos grupos, principalmente em relação à força resultante que age sobre o sistema. Discutimos conceitos relativos à reação da força normal (\vec{N}), a força Peso (\vec{P}), a força de atrito \vec{F}_{at} , e decomposição de uma força. Durante a discussão os discentes foram conduzidos, a partir da observação, a inferir uma direção e sentido do vetor velocidade adquirido pelo funil após ser abandonado a partir do repouso, para então associar a essa direção e sentido uma aceleração e, portanto, uma força resultante. Sabendo a direção e sentido da força resultante, ficou mais simples para compreenderem a decomposição da força peso e identificar a força resultante. A figura 5.3.4 ilustra o esquema feito por um estudante da turma sobre as forças que agem sobre o funil.

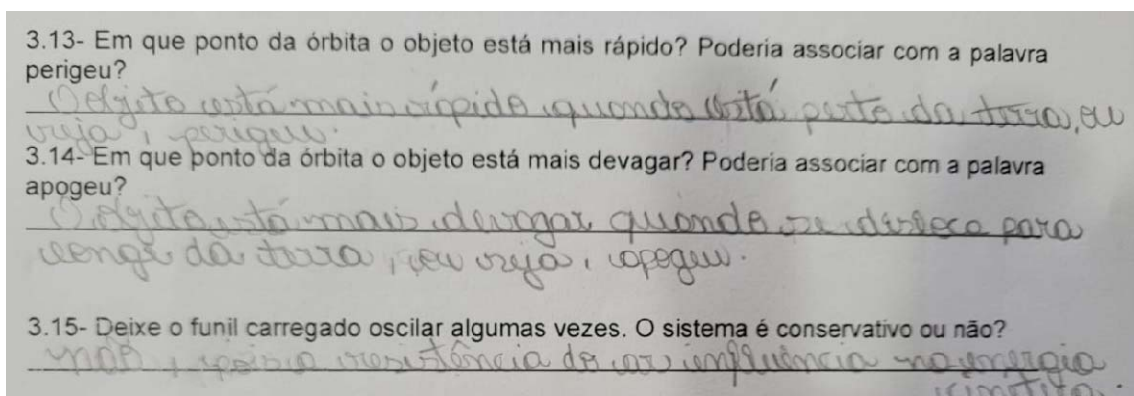
Figura 5.3.4. Registro das forças que atuam sobre o funil feito por um estudante



Fonte: O Autor

Na sequência, os estudantes foram guiados a observarem semelhanças existentes entre o pêndulo fora da posição de equilíbrio e um astro do sistema solar. Por exemplo, a força resultante que age sobre a lua tem origem gravitacional assim como no sistema do pêndulo, e que em ambos sistemas possuem maior energia cinética quando estão mais próximos da terra, posição denominada perigeu e de menor velocidade na posição de máximo afastamento da terra (apogeu). Mais uma vez notamos indícios de aprendizagem segundo a teoria de Piaget, pois os estudantes haviam aplicado o conhecimento adquirido para o sistema terra-Sol (Periélio e afélio) em uma nova situação. Na figura 5.3.5 encontramos registros de um estudante sobre essa discussão.

Figura 5.3.5. Observações feitas por um estudante

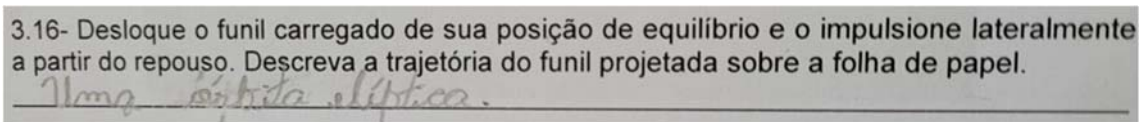


Fonte: O Autor

Alguns estudantes ao observarem que a amplitude do movimento oscilatório diminuía após algumas oscilações, inferiram que este iria entrar em repouso após um intervalo de tempo, associando a isso o efeito gerado pelo atrito com o ar. Nesse momento, eles recordaram de cenas do filme debatido no primeiro dia de atividades e levantaram questionamentos sobre o que ocorreria com a lua e os demais astros do sistema solar caso existisse uma atmosfera permeando todo o sistema.

Na sequência, os estudantes foram guiados a deslocarem o funil carregado de sua posição de equilíbrio e fornecessem a ele um impulso lateral. Eles fizeram vários lançamentos, e observaram que as trajetórias projetadas sobre a folha de papel fixada sobre a bancada eram elipses com diferentes excentricidades. O registro escrito deixado por um estudante da turma é mostrado na figura 5.3.6. Novamente, a experimentação, a exploração de alternativas e a busca ativa por novos conhecimentos são comportamentos que observamos durante a prática que nos forneceram indícios de aprendizagem segundo a teoria de Bruner.

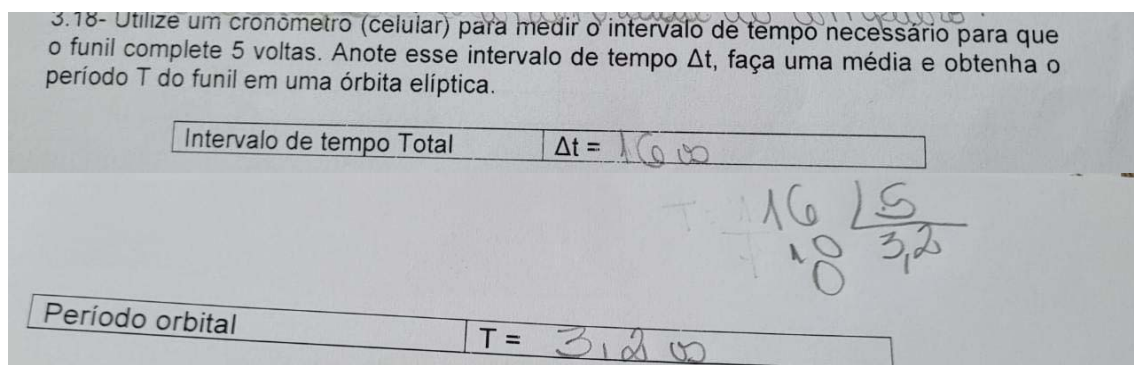
Figura 5.3.6. Observações feitas por um estudante



Fonte: O Autor

O próximo conceito abordado foi o de período orbital. Os discentes utilizaram seus celulares para cronometrar o tempo necessário para que o funil completasse cinco voltas em uma órbita elíptica, para então calcular uma média e obter o valor do período orbital. A figura 5.3.7 ilustra o resultado obtido por um estudante.

Figura 5.3.7. Registro do período orbital obtido por um estudante



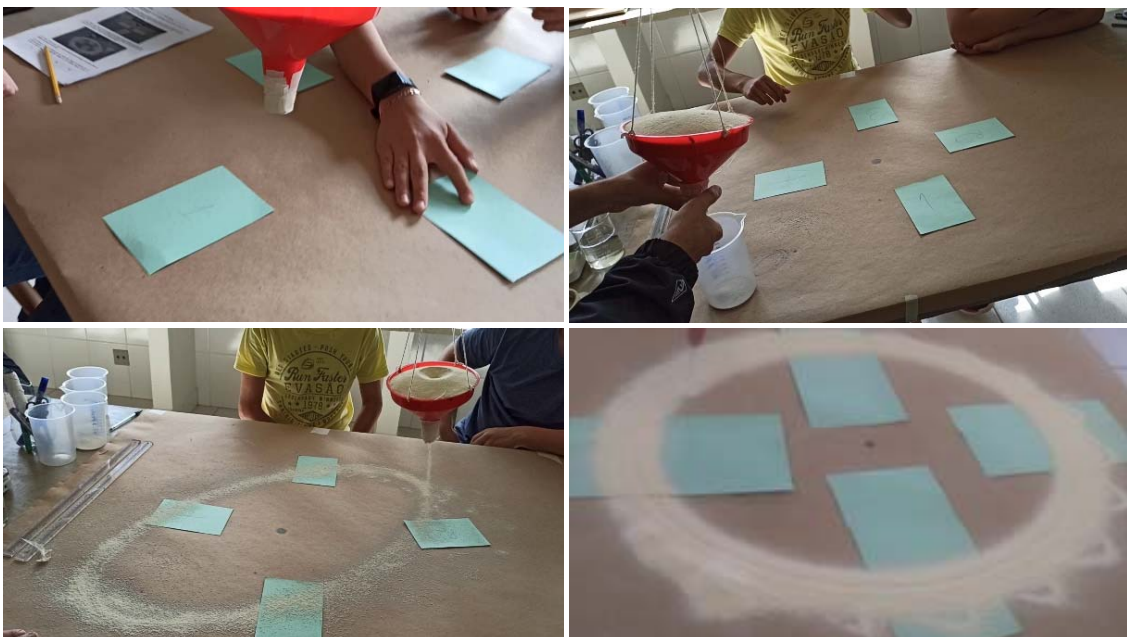
Fonte: O Autor

A fim de verificar a segunda lei de Kepler (lei das áreas), os estudantes foram orientados a fazerem vários lançamentos com a extremidade do funil fechada e assim, preverem uma possível órbita elíptica após lançarem o funil com a extremidade aberta. Em seguida, os

discentes colocaram quatro faixas de cartolina em regiões diferentes da órbita esperada, desbloquearam a passagem de farinha pela extremidade do funil e fizeram o lançamento. Algumas etapas desse procedimento podem ser observadas na figura 5.3.8. Alguns grupos tiveram que juntar a farinha novamente e refazer o lançamento, seja porque esqueceram de iniciar o lançamento fora da região que haviam colocado a faixa de cartolina e por isso, a quantidade de farinha depositada sobre essa faixa foi muito superior às demais, ou porque a trajetória do funil foi muito diferente da esperada de tal forma que certas faixas de cartolina não coletaram nenhuma quantidade de farinha.

Em seguida, os alunos transferiram a massa de farinha que caiu sobre cada pedaço de cartolina para um recipiente (béquer), mediram as respectivas massas em uma balança digital e anotaram os valores em uma tabela. A figura 5.3.9 ilustra os resultados obtidos por um dos grupos que realizaram a atividade.

Figura 5.3.8. Registro fotográfico da atividade experimental para verificação da lei das áreas



Fonte: O Autor

Figura 5.3.9. Resultados obtidos por um dos grupos da massa de farinha

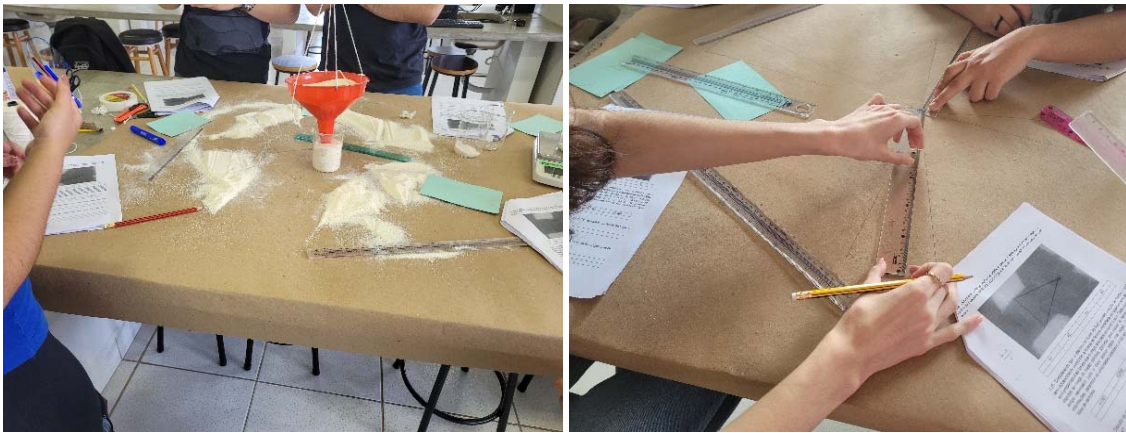
3.23- Transfira a massa de farinha que caiu sobre cada pedaço de cartolina para um recipiente (béquer), meça as respectivas massas em uma balança digital e anote os valores na tabela a seguir.

M1	M2	M3	M4
29g	19g	25g	18g

Fonte: O Autor

Nessa etapa, alguns discentes comentaram que as faixas de cartolina que estavam dispostas em regiões da órbita nas quais o funil passava mais devagar coletavam maior quantidade de farinha, ou seja, eles perceberam que a quantidade de farinha sobre cada faixa era proporcional ao intervalo de tempo que o funil ficava sobre aquela região, uma vez que a vazão de farinha era praticamente constante. Logo, a massa de farinha medida por eles era uma forma indireta de medir o intervalo de tempo necessário para que o funil percorresse cada arco da trajetória onde as faixas foram dispostas. A próxima etapa realizada por eles foi calcular a área varrida, de forma aproximada, pelo vetor posição do funil em relação ao centro da órbita. A figura 5.3.10 ilustra momentos dessa etapa.

Figura 5.3.10. Registro fotográfico de um dos grupos no cálculo aproximado da área



Fonte: O Autor

Os estudantes aproximaram as áreas por triângulos e, apesar de não ter rigor matemático, foi importante para discutirmos as unidades de medida de comprimento, área, volume, fatores de conversão de uma unidade para outra, fórmulas de área de figuras geométricas mais comuns, além da importância da linguagem matemática no desenvolvimento da ciência. A figura 5.3.11 relata o resultado do cálculo da área obtida por um dos grupos.

Figura 5.3.11. Resultado do cálculo aproximado da área obtida por um dos grupos

A1	A2	A3	A4
184 cm ²	128 cm ²	160 cm ²	137 cm ²

Fonte: O Autor

Finalmente, após terem medido as áreas varridas pelo vetor posição e as massas, os estudantes calcularam a razão entre essas grandezas a fim de verificarem se a velocidade areolar ($A/\Delta t$) em termos de massa de farinha é aproximadamente constante. Para concluir a atividade, os estudantes foram indagados se os resultados obtidos eram próximos e como eles

interpretavam esse resultado, culminando com a discussão sobre o enunciado da segunda lei de Kepler e suas implicações. As figuras 5.3.12 e 5.3.13 ilustram, respectivamente, o resultado experimental obtido por um dos grupos para a velocidade areolar e a síntese do enunciado da segunda lei de Kepler.

Figura 5.3.12. Resultado do cálculo para a velocidade areolar em termos de massa

3.25- Considerando que a abertura no fundo do funil permite a vazão de farinha a uma taxa razoavelmente constante, a massa de farinha depositada em qualquer arco da elipse será proporcional ao tempo que o corpo leva para percorrer o arco. Cada pedaço de papel disposto ao longo do trajeto coletará, portanto, uma massa de farinha proporcional ao tempo necessário para o copo passar sobre este papel. Tendo em vista essas informações, determine as velocidades areolares ($A/\Delta t$) em termos de massa sobre cada faixa de cartolina.

A1/M1	A2/M2	A3/M3	A4/M4
6,34 cm ² /g	6,79 cm ² /g	6,40 cm ² /g	7,6 cm ² /g

Fonte: O Autor

Figura 5.3.13. Síntese da segunda lei de Kepler feita por um dos grupos

3.27- Discuta com seus colegas estudantes, com o professor e enuncie a segunda lei de Kepler (Lei das áreas).

O ritmo porções nome arua equan em intervalos de tempo equan. No mesmo experimento as áreas varrida pelo ciclo de um valor porocida em um certo intervalos de tempo.

Fonte: O Autor

De modo geral, tivemos uma boa participação de todos os integrantes dos grupos. Todos tiveram oportunidade de discutir e expor suas ideias. Dessa forma, considero que a prática foi muito interessante e que vale a pena ser trabalhada com os estudantes.

5.4 QUARTO DIA: 28/10/2021 DAS 14H00 ÀS 17H00

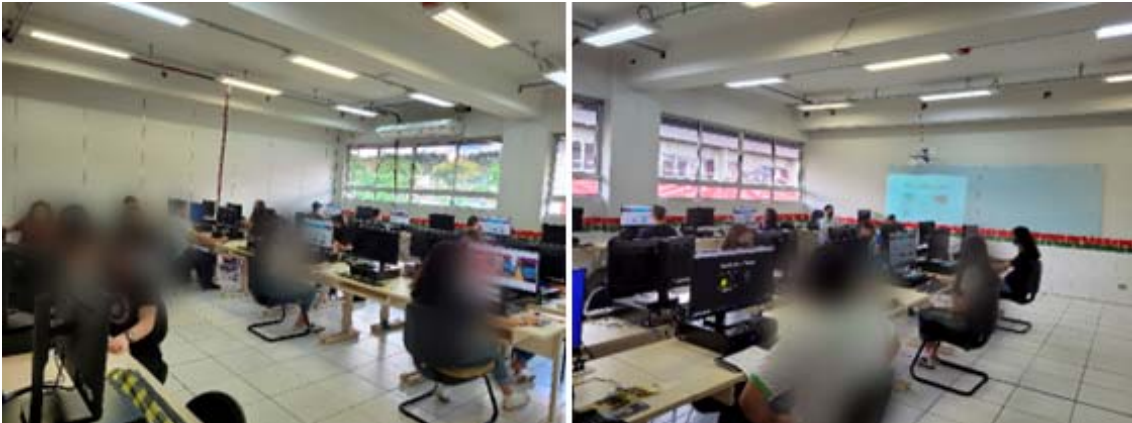
Os estudantes foram recebidos no laboratório de informática da escola para realizarem uma atividade experimental no simulador “Gravidade e Órbitas”, desenvolvido pelo projeto “Physics Educacional Technology” (PhET) da Universidade do Colorado, que oferece

gratuitamente simulações virtuais de vários fenômenos relativos às ciências da natureza. Cada estudante recebeu um roteiro com algumas orientações básicas, como por exemplo onde encontrar o simulador e alguns questionamentos que tinham por finalidade levar o discente a compreender a cinemática e a dinâmica do sistema em questão. Porém é importante frisar que, a todo momento, eu enfatizava que a experimentação e a discussão era a parte mais importante, ou seja, o roteiro servia somente como elemento norteador para observações de fenômenos e modificações de parâmetros que tinham por objetivo levar à compreensão da dinâmica de um sistema sob ação da força gravitacional.

A figura 5.4.1. ilustra o momento em que eu, após receber os estudantes na sala, projetei a tela do meu computador a fim de orientar os discentes a encontrarem a simulação computacional que iríamos utilizar naquela aula, partindo da tela inicial do navegador. Eu achei melhor fazer dessa forma pensando em aproveitar o momento para divulgar outras simulações interessantíssimas sobre fenômenos da natureza disponíveis gratuitamente na mesma página, apesar de já ter divulgado a eles o endereço eletrônico da simulação “Gravidade e Órbitas”.

Ao abrir o simulador, os estudantes encontraram duas opções: Modelo ou escalar. Orientei e aguardei para que eles experimentassem as duas versões. Enquanto testavam os botões, trocavam os sistemas (Terra-Sol, Terra-Sol-Lua, Terra-Lua ou Terra-Satélite Artificial) de estudo e alteravam os valores de grandezas físicas dos corpos que constituíam os sistemas, eu fui interagindo com os estudantes e incentivando que eles compartilhassem suas descobertas com os colegas, e caso surgisse alguma dúvida ou um desequilíbrio nos conceitos pré-existentes, que eu estaria ali para discutirmos e fazermos uma negociação de conceitos. As discussões permaneceram descentralizadas por um período de aproximadamente uma hora, pois percebi que alguns estudantes já estavam perdendo o foco na experimentação e deixando de fazer suas sínteses sobre o que haviam descoberto. Nesse momento, orientei os estudantes a realizarem as atividades previstas no roteiro para nortear as discussões em coletivo, mas que não deixassem de realizar outras experimentações no simulador.

Figura 5.4.1. Registro fotográfico da utilização do laboratório virtual

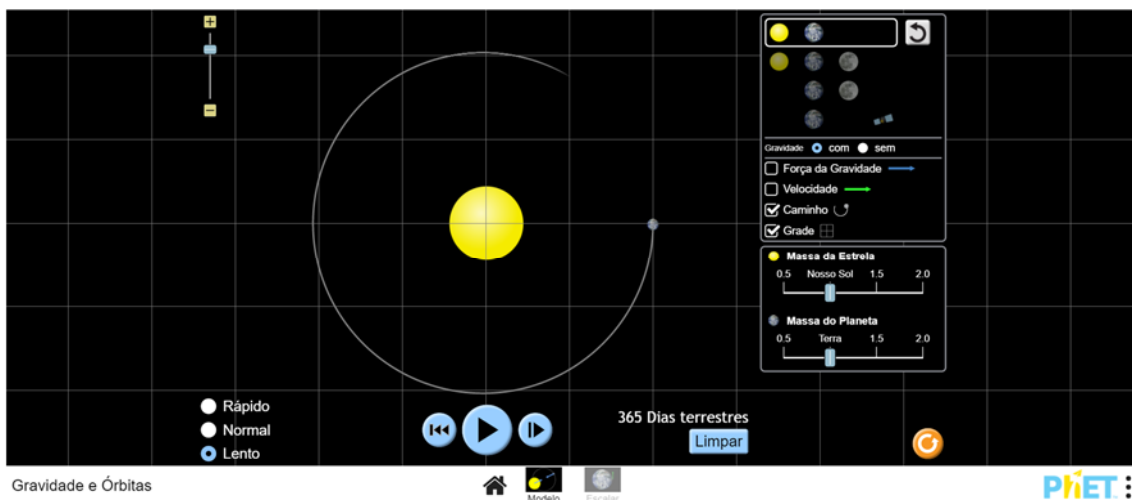


Fonte: O Autor

A primeira atividade que estava prevista no roteiro tinha por objetivo verificar o período orbital da Terra em torno do Sol. Para isso, os estudantes escolheram a opção modelo e o sistema Terra-Sol, selecionaram os itens “caminho” e “grade”, alteram o zoom de forma a obterem a melhor observação possível, memorizaram o ponto de partida do planeta Terra ilustrado no simulador e pausaram a simulação no instante em que o planeta retornou à posição inicial. A figura 5.4.2 ilustra a tela do simulador referente a esse procedimento.

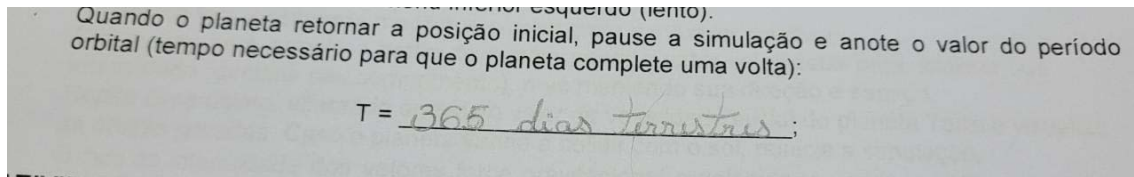
Alguns estudantes relataram, e compartilharam entre os colegas, que ao diminuir a velocidade da simulação ou colocar em modo de câmera lenta um pouco antes que o planeta completasse uma volta, facilitava pausar a simulação no instante em que o planeta passava novamente pela posição inicial. A figura 5.4.3. ilustra o resultado obtido por um estudante para o valor do período orbital da Terra ao realizar o experimento.

Figura 5.4.2. Verificação do período orbital da Terra em torno do Sol



Fonte: Print da tela do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Figura 5.4.3. Resultado do período orbital da Terra obtido por um estudante



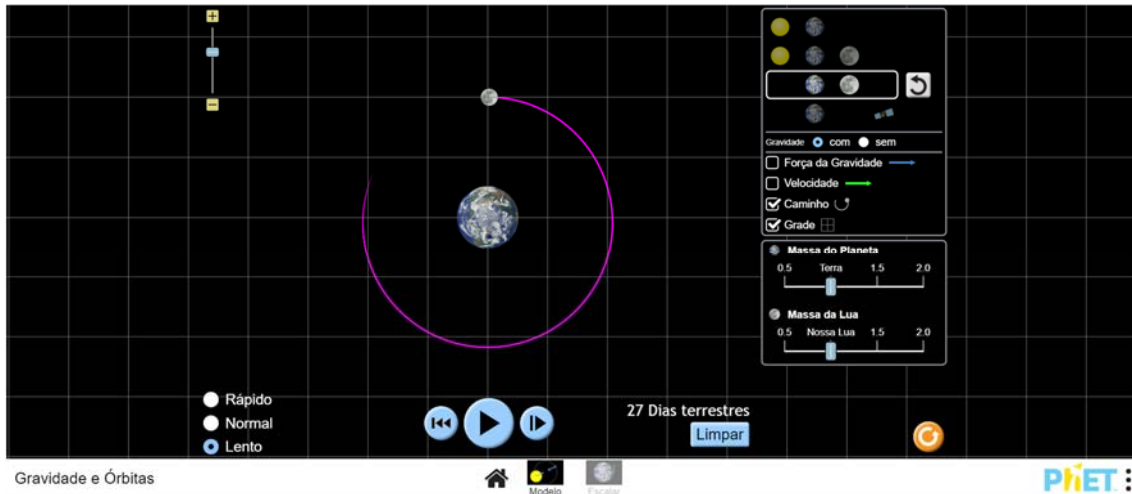
Fonte: O Autor

O conceito de período orbital foi trabalhado na aula expositiva-dialogada, nas atividades experimentais a respeito da lei das órbitas e da lei das áreas. Novamente o conceito é revisitado e pelas respostas encontradas nos roteiros, temos indícios de aprendizagem. Notamos aí a presença de elementos das teorias de Piaget e Bruner. Alguns estudantes responderam que o período orbital da Terra era de 366 dias terrestres, justamente pela dificuldade em obter o ponto exato pelo qual o planeta passava novamente pela posição inicial. Essa diferença permitiu que discutíssemos o calendário anual e o ano bissexto. Ouvi relatos verbais sobre a trajetória quase circular do Planeta Terra vista na simulação e relacionaram com os valores de excentricidades trabalhados na primeira atividade experimental. Assim, a partir dessa atividade foi possível visualizar e discutir a trajetória elíptica de baixa excentricidade (quase circular) da Terra em torno do sol em seu movimento de translação, além de conceitos como período e frequência e suas unidades de medida. Outra questão abordada foi a origem das estações do ano. A partir da malha quadriculada presente na representação da órbita da Terra, os discentes puderam visualizar a pequena diferença entre as distâncias Terra-Sol nos pontos denominados periélio e afélio, que é cerca de 4% do raio médio da órbita, fato este que não poderia justificar a diferença de insolação sobre o nosso planeta.

De forma análoga, como pode ser observado na figura 5.4.4, os estudantes alteram o sistema de estudo para Terra-Lua e verificaram o valor do período orbital da lua em torno da Terra.

A figura 5.4.5. relata a resposta indicada por um discente para o valor do período orbital da Lua após realizar o experimento utilizando o laboratório virtual. Nessa atividade os estudantes visualizaram uma representação da órbita elíptica da lua, que é cerca de cinco vezes mais excêntrica que a da Terra, porém ainda quase circular. Identificaram os pontos denominados perigeu e apogeu, relacionando com a atividade experimental do dia anterior, e comentaram sobre os efeitos de maré gerados pela atração gravitacional da Lua sobre a Terra.

Figura 5.4.4. Período orbital da Lua em torno da Terra



Fonte: Print da tela do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Figura 5.4.5. Período orbital da Lua obtido por um estudante

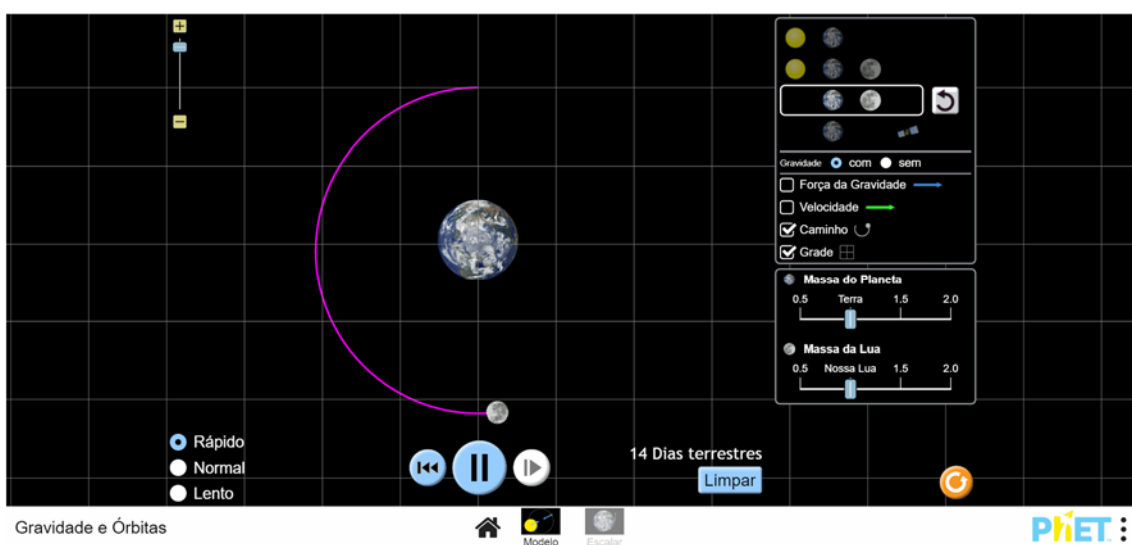
Quando a Lua retornar à posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital:

$$T = \underline{27 \text{ dias terrestres}};$$

Fonte: O Autor

Uma observação interessante realizada por um estudante foi que a representação do planeta Terra não estava em repouso durante o movimento de revolução da Lua, como podemos observar na figura animada 5.4.6.

Figura 5.4.6. Movimento da Terra em torno do centro de massa do sistema Terra-Lua.



Fonte: GIF obtido do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Nesse momento, o estudante em questão compartilhou a observação com os colegas da turma, que puderam verificar o mesmo fenômeno. Os discentes selecionaram o sistema Terra-Sol novamente para verificar se esse fenômeno estava presente na atividade anterior e que apenas não haviam percebido, mas ao repetir a experiência não perceberam nenhum movimento do Sol durante o movimento de translação da Terra, como ilustra a figura 5.4.7.

Sem compreender o que estavam observando, alguns estudantes relataram que poderia ser um erro do simulador, porém, eu afirmei que havia uma explicação baseada em conceitos da mecânica clássica para o observado, sem, no entanto, explicar o fenômeno observado. Assim, segundo a teoria de Vygotsky, ocorreu um desequilíbrio na estrutura cognitiva. Orientei que pesquisassem na internet sobre as leis de Newton e a diferença entre os valores das massas dos astros envolvidos em cada interação (Terra-Sol e Terra-Lua). Ao pesquisarem, reforcei a importância de coletarem os dados de fontes confiáveis, como os fornecidos por institutos de pesquisa em Astronomia.

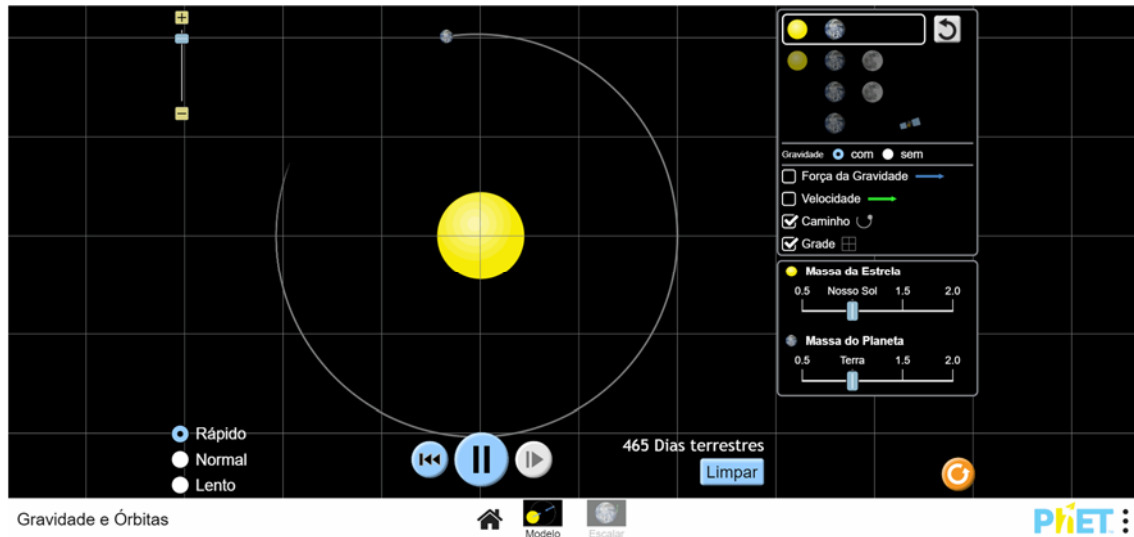
Os dados encontrados por eles revelaram que a massa da Terra é cerca de 81 vezes maior que a da Lua, enquanto que a massa do Sol é aproximadamente 333 mil vezes maior que a massa da Terra. Isso nos levou a uma discussão sobre os princípios da inércia de Galileu, da ação e reação de Newton e do princípio fundamental da dinâmica para compararmos as respectivas acelerações promovidas pelas forças gravitacionais de ação e reação, observando a diferença de massa existente entre os astros. Essa discussão nos levou à conclusão de que os astros orbitam em torno do centro de massa do sistema, e que esse fenômeno não foi percebido no sistema anterior (Terra-Sol) porque a massa do sol é tão grande frente a massa da Terra que o centro do sistema se encontra praticamente no centro do Sol, diferentemente do caso do sistema Terra-Lua.

Notamos aí elementos das teorias de Bruner, Piaget e Vygotsky, como por exemplo, a exploração de alternativas, a realização de experimentos para aprender, a reflexão sobre suas ideias e conceitos, a interação social na construção do conhecimento, o aprendizado sendo mediado pelo professor, a utilização de ferramentas tecnológicas para aprender e a linguagem como meio de construção do conhecimento.

A próxima atividade experimental foi verificar se o módulo da força gravitacional existente no sistema Terra-Lua era constante durante o movimento de revolução da Lua em torno da Terra. Para isso, os estudantes selecionaram as opções caminho, grade e força da gravidade no sistema Terra-Lua do simulador, e através da visualização do comprimento do vetor associado à força gravitacional e do enunciado da lei da gravitação universal de Newton, os estudantes puderam concluir que quando a Lua estava mais próxima da Terra o valor da força

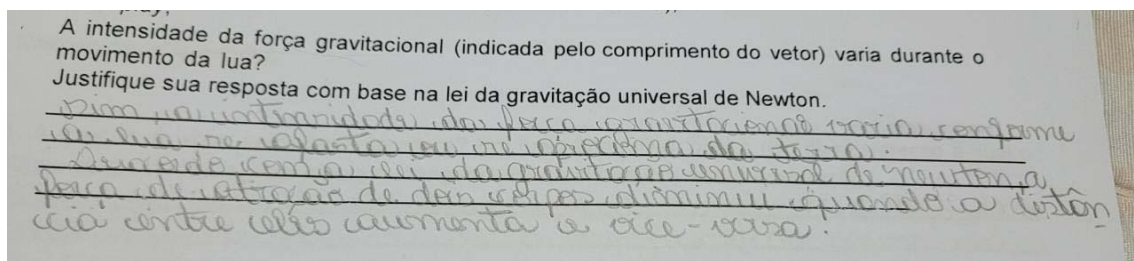
gravitacional era ligeiramente maior que quando os astros estavam mais distantes. A figura 5.4.8 ilustra a resposta de um estudante a essa questão.

Figura 5.4.7. Movimento da Sol em torno do centro de massa do sistema Terra-Sol.



Fonte: GIF do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Figura 5.4.8. Relato de um estudante sobre a variação do módulo da força gravitacional

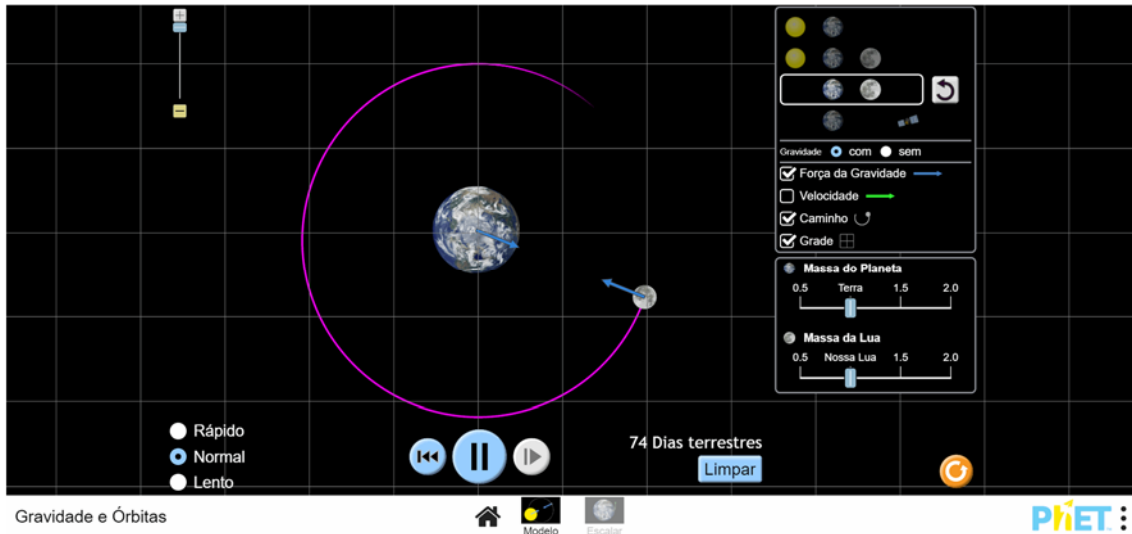


Fonte: O Autor

Convém destacar aqui que a distância entre os astros foi observada utilizando como referência a malha quadriculada ao fundo da simulação e que alguns estudantes associaram essa relação entre força e distância ao caso da força magnética existente entre dois ímãs: quanto mais próximos os corpos estiverem um do outro maior será a intensidade da força entre eles.

Um compartilhamento entre os discentes que me chamou a atenção foi que a variação do comprimento do vetor força gravitacional estava nítida se observássemos este vetor representado no planeta Terra, porque a superfície da Terra servia de referência para a observação da variação do módulo desse vetor, já que a baixa excentricidade da órbita da Lua dificultava a observação da variação da intensidade da força gravitacional. A figura 5.4.9 ilustra esse experimento.

Figura 5.4.9. Variação do módulo da força gravitacional.

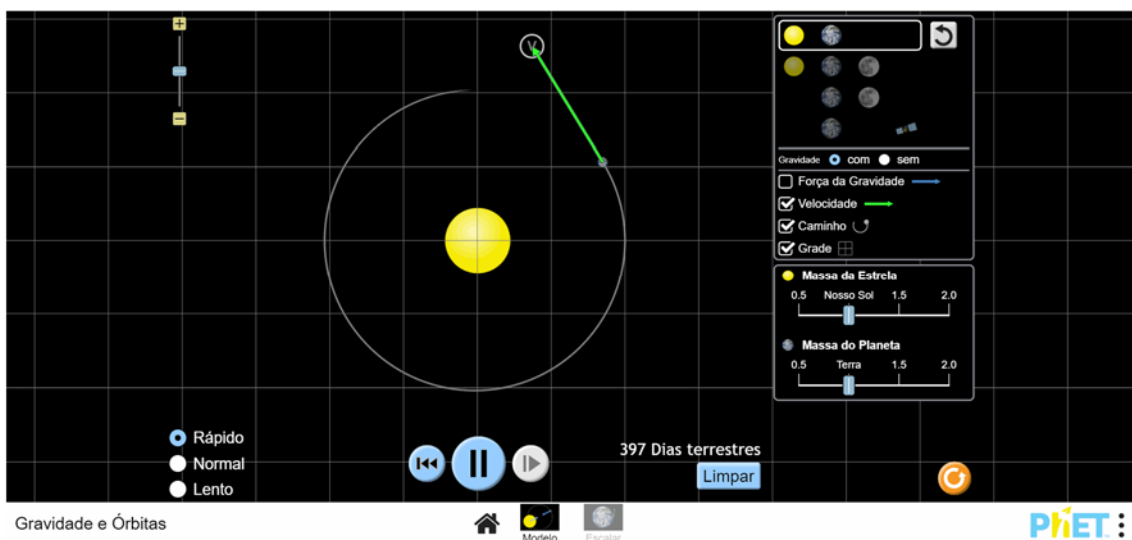


Fonte: GIF obtido do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

A partir dessa atividade, foi possível observar as forças gravitacionais agindo sobre os dois corpos, ilustrando a terceira lei de Newton (princípio da ação e Reação). Logo aproveitamos para discutir o enunciado e principais características dessas duas forças (mesma natureza, isto é, são forças de campo ou de contato, mesmo módulo, possuem sentidos opostos e atuam na mesma direção e em corpos diferentes), além de revisarmos algumas características básicas de grandezas vetoriais.

A próxima atividade que estava prevista para debatermos foi sobre a variação do módulo da velocidade do planeta Terra no sistema Terra-Sol. Para isso, os estudantes selecionaram os botões grade, caminho e velocidade no sistema Terra-Sol do laboratório virtual, conforme ilustra a figura 5.4.10.

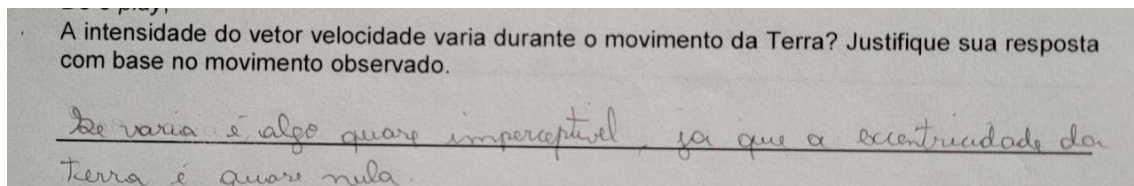
Figura 5.4.10. Variação do módulo da velocidade orbital da Terra.



Fonte: GIF obtido do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Ao visualizarem a trajetória da Terra quase circular em seu movimento de translação e o comprimento do vetor velocidade praticamente constante, constataram que se a intensidade da velocidade do planeta Terra estivesse variando era algo imperceptível na simulação. A figura 5.4.11. ilustra a resposta de um estudante da turma frente a esse questionamento.

Figura 5.4.11. Relato de um estudante sobre a variação do módulo da velocidade da Terra em seu movimento de translação



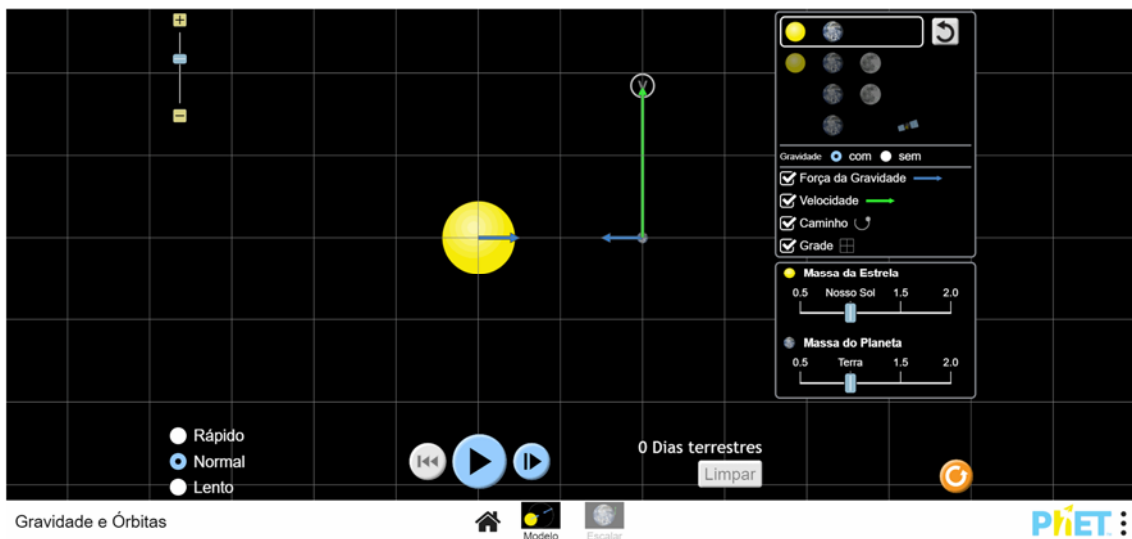
Fonte: O Autor

Essa observação incomodou alguns estudantes, pois antes de realizar o experimento no simulador alguns haviam mencionado que a rapidez da Terra era maior no periélio. Seria um problema do simulador, alguns estudantes questionavam. Novamente pude perceber pequenos desequilíbrios na estrutura cognitiva de alguns alunos. Suas expressões faciais mostravam uma falta de concordância entre o que eles esperavam visualizar e o que de fato estavam visualizando. Para resolver essa questão, orientei que pesquisassem o valor da excentricidade da órbita da Terra e a diferença entre os módulos das velocidades do nosso planeta nos pontos denominados periélio e afélio. Encontraram para a excentricidade da órbita da Terra o valor 0,0167, o que justifica a observação de uma órbita quase circular, e que por isso o a variação do módulo da velocidade é aproximadamente 3% da velocidade média orbital, o que realmente dificulta a observação durante o seu movimento. Para explorar um pouco mais sobre essa relação entre a órbita do astro e a variação da força gravitacional e da velocidade, os estudantes foram orientados a realizar o seguinte experimento: reiniciar o simulador, marcar as opções de visualização caminho, grade, velocidade e força da gravidade, e alterar o vetor velocidade inicial do planeta Terra a fim de obter uma nova órbita e assim, visualizar os vetores força gravitacional e velocidade. A partir desse experimento simples verificamos que para órbitas mais excêntricas é fácil visualizar a variação dos módulos dos vetores velocidade e força gravitacional. A figura 5.4.12 mostra esse experimento.

Aproveitamos esse momento para justificar a mudança da rapidez do planeta Terra com base nos diferentes ângulos existentes entre os vetores velocidade e força gravitacional, pois uma órbita com excentricidade maior facilitava a visualização. Pausamos a simulação em diversos momentos e analisamos se o ângulo formado por esses vetores era maior, menor ou

igual a 90° . Dessa forma, os discentes puderam visualizar e concluir que quando o planeta Terra se desloca do afélio para o periélio, o ângulo é sempre menor que 90° e que a rapidez do planeta aumenta, fato este justificado pela componente da força gravitacional tangente à trajetória ser paralela à velocidade do planeta, gerando assim uma aceleração tangente. Já quando o nosso planeta se desloca do periélio para o afélio, o menor ângulo formado pelos vetores força gravitacional e velocidade é sempre maior que 90° e, portanto, a componente da força gravitacional que é tangente à trajetória é contrária ao vetor velocidade, gerando assim um movimento retardado. Já nos pontos da trajetória denominados periélio e afélio, detectamos um ângulo de 90° , nos quais a aceleração é somente centrípeta.

Figura 5.4.12. Alterando a órbita da Terra.



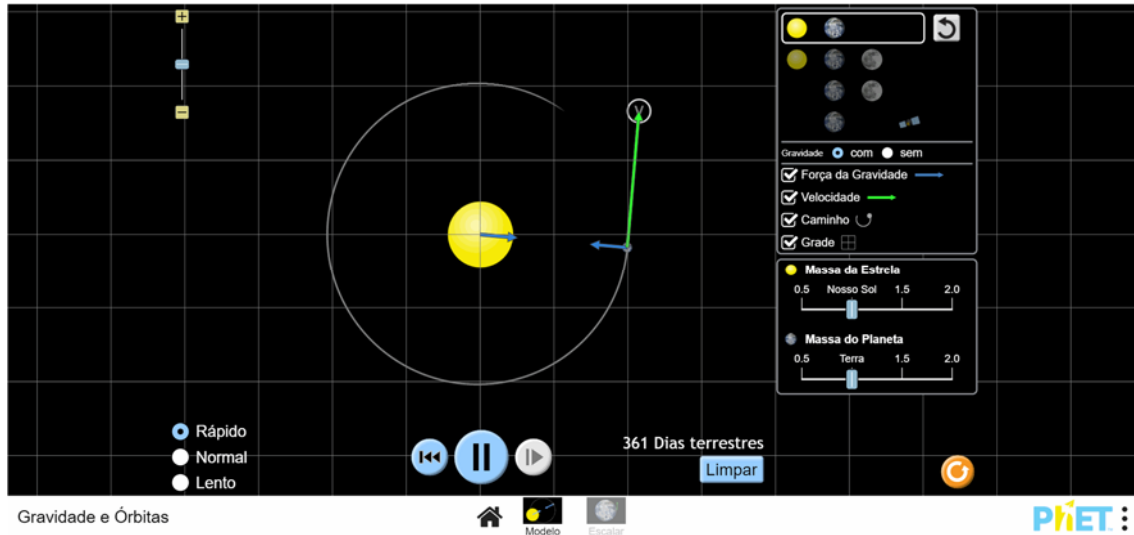
Fonte: GIF obtido do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Retomando a análise do sistema Terra-Sol, os estudantes perceberam que devido à baixa excentricidade da órbita, os vetores velocidade e força gravitacional formam entre si um ângulo de 90° nas posições denominadas periélio e afélio e fora dessas posições o ângulo difere muito pouco desse valor, o que justifica a pequena diferença entre os módulos das velocidades máxima (no periélio) e mínima (no afélio), isto é, a aceleração promovida pela força gravitacional é praticamente centrípeta. A figura 5.4.13. ilustra a situação analisada pelos estudantes.

Nessa atividade discutimos vários conceitos, como por exemplo, diferenciar direção e sentido de uma grandeza vetorial, debater o conceito de movimento acelerado mesmo quando o módulo do vetor velocidade permanece constante e as equações utilizadas para calcular o módulo das acelerações tangencial e centrípeta. A figura 5.4.14 retrata a resposta de um

estudante ao questionário sobre as características da velocidade vetorial visualizadas no sistema Terra-Sol.

Figura 5.4.13. Representação do Sistema Terra-Sol



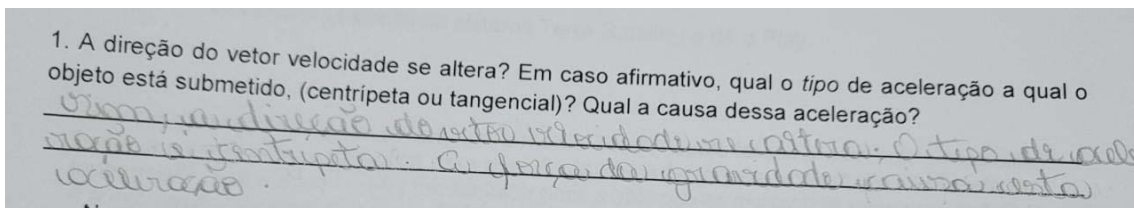
Gravidade e Órbitas

Modelo Escalar

PHET : Fonte:

GIF obtido do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Figura 5.4.14. Representação do Sistema Terra-Sol

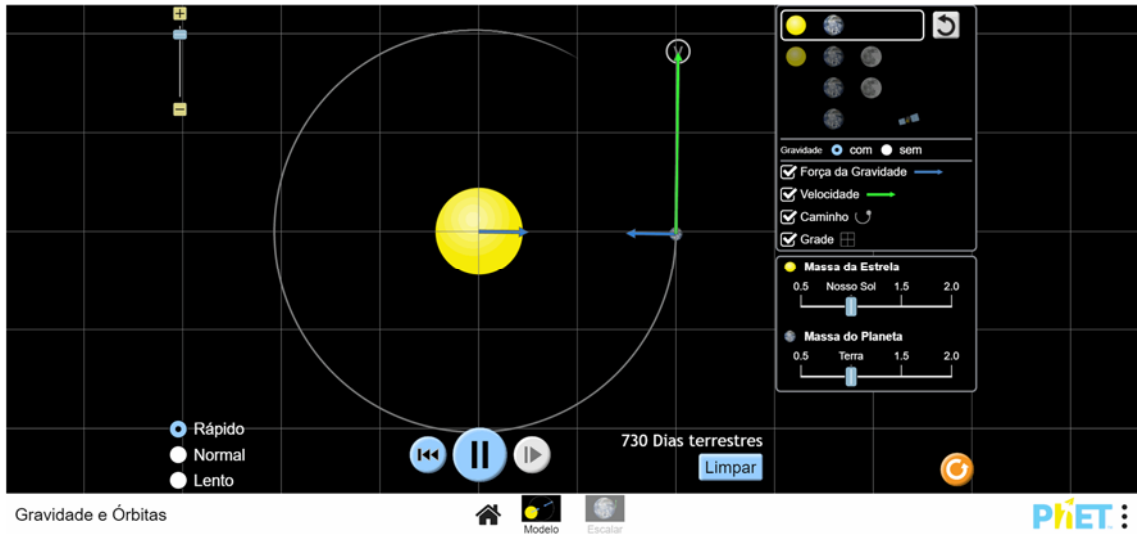


Fonte: O Autor

Em seguida, várias atividades experimentais com o sistema Terra-Sol foram realizadas no simulador. Como por exemplo, os estudantes diminuíram a massa do sol pela metade, observaram o que ocorreu com o planeta Terra e justificaram o observado com base na lei da atração das massas. A figura 5.4.15. ilustra esse experimento no simulador.

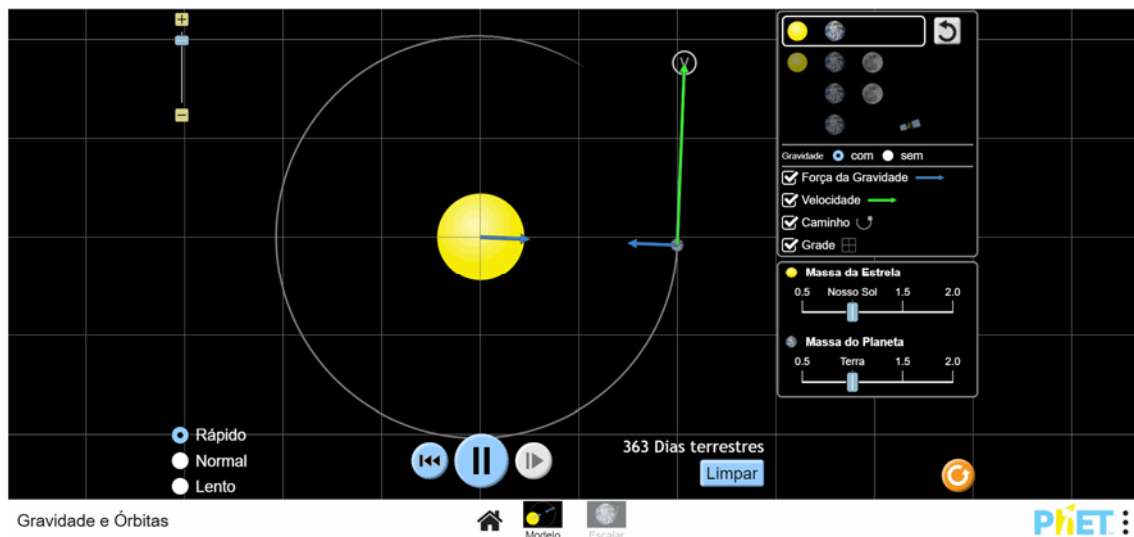
Depois, reiniciaram o simulador e duplicaram a massa do Sol e observaram novamente as consequências dessa modificação. Até então, as observações estavam de acordo com o que a maioria dos estudantes estavam prevendo e, portanto, não houve grandes discussões. Isso prevaleceu até o momento em que os discentes duplicaram ou reduziram a massa da Terra à metade e observaram que não houve nenhuma mudança na dinâmica do sistema, como pode ser observado na figura 5.4.16.

Figura 5.4.15. Efeito da redução da massa do Sol à metade.



Fonte: GIF obtido do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Figura 5.4.16. Efeito da redução da massa da Terra à metade.



Fonte: GIF obtido do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Isso deixou os estudantes surpreendidos, pois em ambos os casos, reduzindo-se a massa do Sol ou da Terra à metade, a intensidade da força gravitacional também era reduzida à metade, fato este que pôde ser observado na visualização do comprimento do vetor associado à força gravitacional (que estava de acordo com o enunciado da lei de Newton da atração das massas), porém, as órbitas obtidas eram totalmente diferentes. Ao reduzir a massa do Sol à metade o planeta Terra escapava de sua órbita e ao reduzir a massa da Terra à metade, a trajetória do planeta permanecia inalterada. Esse momento foi nítido a construção do conhecimento através da resolução de desafios intelectuais existente na teoria de Vygotsky. Os alunos repetiram o

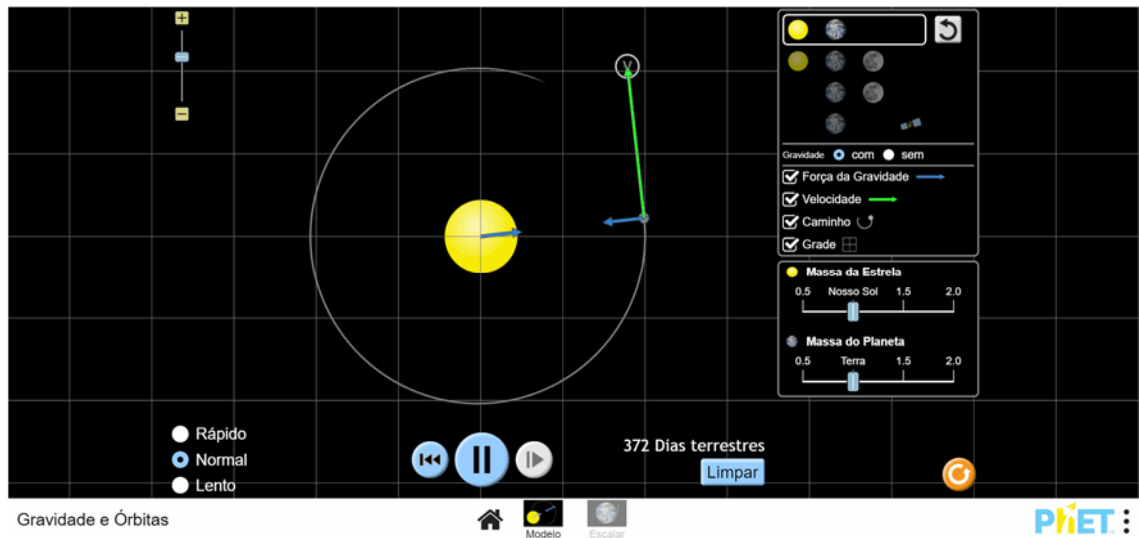
experimento, alguns expressaram curiosidade em saber o porquê aquilo estava acontecendo, outros chegaram a ficar exaltados sem saber explicar o observado.

Para solucionar essa dúvida, partimos da observação das duas órbitas distintas obtidas após diminuirmos as massas do Sol e da Terra individualmente. Orientei os estudantes a observarem se os vetores velocidade variavam da mesma forma e qual nome é dado a essa variação. Dessa forma, os estudantes perceberam que a aceleração adquirida pelo planeta Terra era diferente nas duas situações. Apesar da intensidade da força gravitacional em ambos os casos ser reduzida à metade, ao diminuirmos a massa da Terra a aceleração adquirida por ela permaneceu constante. Ao chegar nesse ponto da discussão, os estudantes recordaram da segunda lei de Newton, escreveram a expressão matemática associada a essa lei no quadro, o que facilitou analisar e compreender as duas situações. Note, os próprios alunos foram ao quadro e escreveram a equação da segunda lei de Newton. Essa atitude, a utilização da linguagem, a participação ativa na atividade em grupo são evidências de aprendizagem.

Para concluir a análise desse sistema (Terra-Sol), os estudantes fizeram vários experimentos, alterando as massas de cada astro do sistema, a distância entre eles e observando as consequências dessas mudanças no módulo da força gravitacional e na dinâmica do sistema. Um experimento que gerou uma boa discussão foi selecionar a opção “sem gravidade” do simulador em um dado ponto qualquer da órbita da Terra. Como pode ser observado na figura 5.4.17, a partir desse experimento foi possível engajar uma discussão sobre o movimento retilíneo uniforme (MRU), uma vez que ao removermos a interação gravitacional do sistema, a representação do planeta Terra segue em MRU.

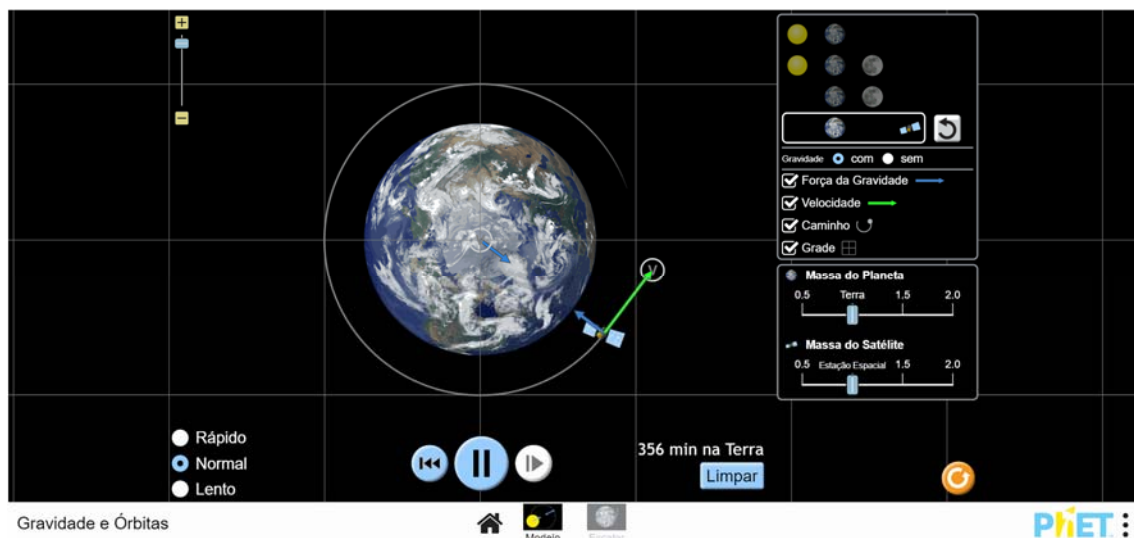
O próximo sistema do simulador que analisamos foi o Terra-Satélite. Neste caso, os estudantes foram orientados a explorarem esse sistema e que pesquisassem sobre os satélites geoestacionários, devido a sua grande importância nas telecomunicações, e sobre a estação espacial internacional, que foi destacada várias vezes no filme exibido e que esteve presente em vários debates. A figura 5.4.18 ilustra esse sistema.

Figura 5.4.17. Removendo a interação gravitacional do sistema.



Fonte: GIF obtido do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Figura 5.4.18. Explorando as órbitas dos satélites artificiais.



Fonte: GIF obtido do Simulador “Gravidade e Órbitas” (PHET COLORADO)

Em seguida, discutimos sobre a órbita de um satélite artificial e as forças que agem sobre ele, sobre o módulo e direção do vetor velocidade, determinamos as expressões para o raio orbital e para o período. A partir dos valores da massa da Terra e da constante da gravitação universal, calculamos a altitude dos satélites geostacionários (aproximadamente 35900 km) e a velocidade desses satélites (cerca de 11000 km/h). Os estudantes mediram no simulador o período orbital da Estação Espacial Internacional (EEI), que é aproximadamente 92 minutos, e compararam com o valor pesquisado por eles na internet.

Dentre os vários experimentos que foram realizados ao explorarem o sistema Terra-Satélite, gostaria de destacar os experimentos em que houve variação das massas do planeta e

do satélite, explorando a influência da massa dos corpos na intensidade da força gravitacional e as consequências geradas por essas modificações na órbita do satélite e para encerrar a discussão, foi proposto um desafio aos estudantes: modificar os parâmetros de velocidade e distância do satélite ao planeta a fim de obter uma órbita circular estável com período de aproximadamente 500 minutos. Inicialmente, os estudantes foram alterando a distância e a velocidade do satélite de forma arbitrária, mas observando que ao aumentarem a distância do satélite ao planeta, o período orbital aumentaria devido a dois fatores: quanto maior o raio orbital maior seria a distância a ser percorrida pelo satélite para completar uma revolução e menor seria o módulo da velocidade do satélite. Alguns conseguiram, após várias tentativas, obter uma órbita elíptica com período próximo de 500 minutos. Outros aplicaram as equações da terceira lei de Kepler e da velocidade orbital em função do raio da órbita e assim, obtiveram uma previsão de que valores de distância e velocidade deveriam simular.

Em resumo, considero que a atividade foi rica e proveitosa em virtude dos vários conceitos abordados e das discussões que esta proporcionou. Vale ressaltar a dificuldade em encontrar uma atividade experimental que aborde esse tema. Nessa atividade, os estudantes tiveram oportunidade de manipular o simulador e extrair dados, preencheram lacunas no roteiro que os levaram a explorarem algumas características dos sistemas presentes no simulador, discutimos os movimentos retilíneo uniforme, circular uniforme e o movimento curvilíneo acelerado (acelerações centrípeta e tangencial), a partir da decomposição do vetor força gravitacional em diferentes pontos da órbita elíptica de um astro. Exploramos de forma extensiva as diferentes órbitas (sempre elípticas, mas com diferentes excentricidades) que os astros adquiriam após alterarmos alguma característica física do sistema, como por exemplo a massa do astro central, a distância entre os astros, o vetor velocidade em um dado ponto da trajetória. Os estudantes foram incentivados a modificarem todos os parâmetros que influenciam o módulo da força gravitacional entre dois astros e visualizarem as consequências na dinâmica do sistema. Em todas as situações buscamos justificar a cinemática observada tendo em vista a variação da força gravitacional e a aceleração promovida por esta. A figura 5.4.19 é um registro de alguns momentos da atividade.

A figura 5.4.19 mostra que a interação discente/discente e discente/docente foi constante durante toda a atividade. Ocorreram diversas trocas de experiências entre os estudantes, principalmente quando o observado em seus experimentos divergia de suas expectativas, gerando um desequilíbrio nos conceitos trazidos previamente. Muitas das vezes, eu intervia como sendo o integrante mais experiente do grupo, diminuindo o “gap” entre os conceitos já assimilados e o novo conceito a ser agregado, partindo sempre das perspectivas dos estudantes.

Mais uma vez, essa atividade propiciou discutirmos as três leis de Kepler e a lei de Newton da gravitação universal.

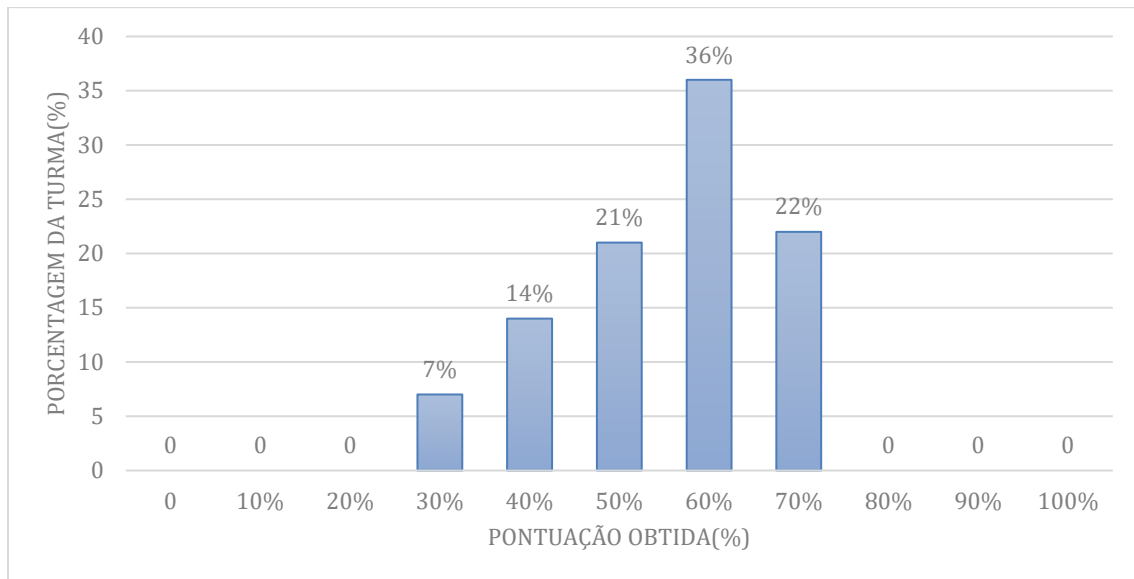
Figura 5.4.19. Registro fotográfico da aplicação da atividade.



Fonte: O Autor

Após o término da atividade com o simulador, os estudantes responderam a um formulário contendo dez questões de múltipla escolha, no qual cada questão apresentava cinco opções de resposta e apenas uma correta. Durante a seleção das questões, busquei uma similaridade com as questões contidas no formulário diagnóstico, de forma a abordar os mesmos conteúdos e em graus de dificuldade similares. O gráfico 5.2 apresenta a distribuição de acertos dos estudantes da turma após responderem as questões-problemas contidas no formulário final.

Gráfico 5.2: Resultado global de acertos no questionário final



Fonte: O Autor

A partir dos gráficos 5.1 e 5.2 podemos observar que mesmo não sendo o objetivo principal das atividades, o resultado em uma prova tradicional melhorou muito. Convém destacar aqui que a ideia dos gráficos não é quantificar o aprendizado dos estudantes, pois isso seria um erro terrível. A ideia aqui é buscar evidências de aprendizagem além do que já foi observado em sala de aula e no preenchimento dos relatórios das práticas, pois um simples treinamento de resolução de problemas desse tópico de Física poderia surtir um efeito muito mais drástico desse ponto de vista que o obtido através das atividades investigativas e de descobertas, no entanto, sem poder afirmar que este processo agregaria um maior conhecimento aos estudantes do que por meio das atividades desenvolvidas.

CAPÍTULO 6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o presente trabalho foi elaborada uma proposta (sequência didática) para se trabalhar o conteúdo de gravitação em nível médio, foi aplicada em sala de aula na forma de oficinas e relatou-se a aplicação. Foram realizados quatro encontros, totalizando 12 horas, que podem ser desmembradas conforme a necessidade de cada professor. Assim, cabe a cada professor adaptar as atividades à sua realidade, prezando pelos processos que resultem em desenvolvimento cognitivo do aprendiz (aprendizagem), levando em consideração a zona de desenvolvimento proximal dos estudantes definida na teoria de Vygotsky e o conceito de equilíbrio de Piaget, na qual as atividades a serem desenvolvidas resultem em pequenos desequilíbrios das estruturas mentais dos alunos, viabilizando a assimilação de novos conceitos ou a resignificação de conceitos já existentes, levando a uma reestruturação cognitiva (aprendizado).

No processo de ensino e aprendizagem, tanto o professor quanto o aluno possuem papéis essenciais (devem ser ativos durante todo o processo). O estudante, ao ser motivado, deve explorar alternativas, realizar experimentações, descobrir relações e internalizar significados, de forma orientada, de forma que a exploração de alternativas não seja caótica ou cause confusão. O professor deve incentivar o desenvolvimento da linguagem e a interação social deve estar presente no processo. Todos os envolvidos no processo devem ter oportunidade de falar, trocar informações e compartilhar significados. Cabe ao professor verificar se esses significados intercambiados entre os alunos e com o professor estão corretos, isto é, se são aceitos e compartilhados socialmente. Por fim, um mesmo conceito deve ser abordado várias vezes, utilizando representações cada vez mais elaboradas da situação descrita, com “roupagens” e em níveis de desenvolvimento cognitivo diferentes.

A diversificação de atividades de ensino dentro de uma mesma unidade didática colaborou para manter o engajamento dos estudantes e o desenvolvimento de várias habilidades, tanto motoras quanto cognitivas. Em trabalhos futuros, podem ser agregadas atividades a fim de abordar conceitos da relatividade geral de Einstein, como por exemplo, as deformações no espaço-tempo produzidas por uma grande massa.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> >. Acesso em: 15 jul. 2022.

BRUNER, Jerome Seymour. **Uma nova teoria de aprendizagem**. Rio: Bloch, 1969.

BRUNER, Jerome Seymour. **In search of mind: Essays in autobiography**. Nova York: Harper & Row, 1983.

CANALLE, João Batista Garcia. O problema do ensino da órbita da Terra. **Física na Escola**, v. 4, n. 2, p. 12-16, 2003.

DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José; BÔAS, Newton Villas. **Tópicos de física: volume 1**. 21ª. ed. — São Paulo : Saraiva, 2012.

DRISCOLL, Marcy Perkins. **Psychology of learning for instruction**. 3ª ed – USA: Pearson, 2013.

FERREIRO, Emilia. **Atualidade de Jean Piaget**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

FORATO, Thaís Cyrino de Mello. **Isaac Newton**. Universidade de São Paulo - USP, São Paulo, 2015. Disponível em: <<http://www.ghtc.usp.br/Biografias/Newton/Newton3.htm>>. Acesso em: 10 dez. 2021.

GOMES, Luciano Carvalhais; BELLINI, Luzia Marta. Uma revisão sobre aspectos fundamentais da teoria de Piaget: possíveis implicações para o ensino de física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.31, n.2, p.1-9, 2009.

GRAVIDADE. Direção de Alfonso Cuarón. EUA: Warner Bros., 2013. (91 min.), color.

HALLIDAY, David; WALKER, Jearl; RESNICK, Robert. **Fundamentos de Física, volume 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica**. / David Halliday , Robert Resnick , Jearl Walker ; tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. – 10. ed. – Rio de Janeiro : LTC, Vol.2; 2016.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA . **Estimativas da população residente no brasil e unidades da federação com data de referência em 1º de julho de 2021**. Disponível em <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9103-estimativas-de-populacao.html?=&t=resultados>>. Acesso em: 22 set. 2022.

JUNIOR, Joel Zito Medeiros Leal; BRAZ, Emerson Pereira. Gravitação Universal: Uma Revisão Teórica E Atividades Para O Ensino Médio. **Revista Física no Campus**, v. 1, n. 1, p. 25-35, Campina Grande - PB, 2021.

KUBLI, Fritz. Piaget's cognitive psychology and its consequences for the teaching of science. **European Journal of Science Education**, v. 1, n. 1, p. 5-20, 1979.

LEFRANÇOIS, Guy R. **Teorias da aprendizagem: o que o professor disse**. Tradução Solange A. Visconte. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

LEMOS, Nivaldo Agostinho. **Mecânica Analítica**. 2ª ed. — São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Conceitos fundamentais de Piaget:(vocabulário)**. Rio de Janeiro: MOBREAL, 1980.

MEDEIROS, Alexandre. Entrevista com Tycho Brahe. **Física na Escola**, v. 2, nº 2, p. 19 - 30, 2001.

MEDEIROS, Alexandre. Entrevista com Kepler: Do seu nascimento à descoberta das duas primeiras leis. **Física na Escola**, v. 3, nº 2, p. 20 - 33, 2002.

MEDEIROS, Alexandre. Continuação da entrevista com Kepler: A descoberta da terceira lei do movimento planetário. **Física na escola**, v. 4, n. 1, p. 19-24, 2003.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de aprendizagem**. 2ed. São Paulo: E.P.U., 2014

NETO, João Barcelos. **Mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana**. 1ª ed. — São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica 1: Mecânica**. 5ª edição — São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, v. 1, 2013.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. 2ª ed - São Paulo: Scipione, 1995.

PhET – Physics Education Technology. **Gravidade e Órbitas**. Laboratório Virtual. Disponível em: <https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/gravity-and-orbits>. Acesso em: 28 out. 2022.

PIAGET, Jean. **Development and learning**. In: LAVATTELLY, C. S. e STENDLER, F. Reading in child behavior and development. New York: Hartcourt Brace Janovich, 1972. (Trad.: Paulo F. Slomp, FAGED/UFRGS. Revisão: Fernando Becker, PPGEduc-UFRGS: 2007/2).

PSSC (Physical Science Study Committee). **Física**. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

THORNTON, Stephen T.; MARION, Jerry B. **Dinâmica Clássica de Partículas e Sistemas**. Tradução da 5ª edição norte-americana — São Paulo: Cengage Learning, 2011.

VYGOTSKY, Lev S. **A formação social da mente**. Trad. José Cipolla Neto et al. 4ª ed - São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1991.

WIKIPÉDIA: INTERNATIONAL_SYSTEM_OF_UNITS. Disponível em <
https://en.wikipedia.org/wiki/International_System_of_Units>. Acesso em: 15 jan. 2022.

WIKIPÉDIA: ORBITAL ECCENTRICITY. Disponível em <
https://en.wikipedia.org/wiki/Orbital_eccentricity>. Acesso em: 20 jan. 2022.

YOUNG, Hugh D. FREEDMAN, Roger A. **Física I, Sears e Zemansky: Mecânica** / Hugh D. Young, Roger A. Freedman; colaborador A. Lewis Ford; tradução Daniel Vieira; revisão técnica Adir Moysés Luiz. – 14. ed. – São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, Vol.1; 2016.

YOUNG, Hugh D. FREEDMAN, Roger A. **Física II, Sears e Zemansky: termodinâmica e ondas** / Hugh D. Young, Roger A. Freedman; colaborador A. Lewis Ford; tradução Daniel Vieira; revisão técnica Adir Moysés Luiz. – 14. ed. – São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, Vol.2; 2016.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

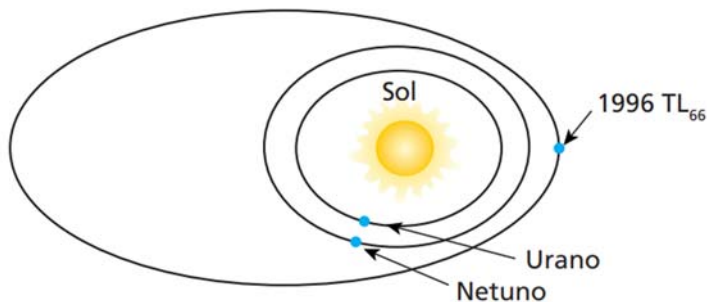
1. Na linha de uma tradição antiga, o astrônomo grego Ptolomeu (100-170 d.C.) afirmou a tese do geocentrismo, segundo a qual a Terra seria o centro do universo, sendo que o Sol, a Lua e os planetas girariam em seu redor em órbitas circulares. A teoria de Ptolomeu resolvia de modo razoável os problemas astronômicos da sua época. Vários séculos mais tarde, o clérigo e astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), ao encontrar inexatidões na teoria de Ptolomeu, formulou a teoria do heliocentrismo, segundo a qual o Sol deveria ser considerado o centro do universo, com a Terra, a Lua e os planetas girando circularmente em torno dele. Por fim, o astrônomo e matemático alemão Johannes Kepler (1571-1630), depois de estudar o planeta Marte por cerca de trinta anos, verificou que a sua órbita é elíptica. Esse resultado generalizou-se para os demais planetas. A respeito dos estudiosos citados no texto, é correto afirmar que:

- a) Ptolomeu apresentou as ideias mais valiosas, por serem mais antigas e tradicionais.
- b) Copérnico desenvolveu a teoria do heliocentrismo inspirado no contexto político do Rei Sol.
- c) Copérnico viveu em uma época em que a pesquisa científica era livre e amplamente incentivada pelas autoridades.
- d) Kepler estudou o planeta Marte para atender às necessidades de expansão econômica e científica da Alemanha.
- e) Kepler apresentou uma teoria científica que, graças aos métodos aplicados, pôde ser testada e generalizada.

2. Adotando o Sol como referencial, aponte a alternativa que condiz com a 1ª Lei de Kepler da Gravitação (Lei das órbitas):

- a) As órbitas planetárias são quaisquer curvas, desde que fechadas.
- b) As órbitas planetárias são espiraladas.
- c) As órbitas planetárias não podem ser circulares.
- d) As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando o centro da elipse.
- e) As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse.

3. A figura abaixo representa o Sol, três astros celestes e suas respectivas órbitas em torno do Sol: Urano, Netuno e o objeto na década de 1990, descoberto, de nome 1996TL₆₆.



Analise as afirmativas a seguir:

- I. Essas órbitas são elípticas, estando o Sol em um dos focos dessas elipses.
- II. Os três astros representados executam movimento uniforme em torno do Sol, cada um com um valor de velocidade diferente dos outros.
- III. Dentre os astros representados, quem gasta menos tempo para completar uma volta em torno do Sol é Urano.

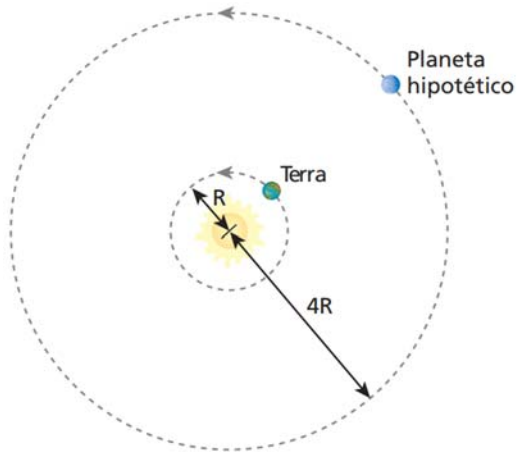
Indique:

- a) se todas as afirmativas são corretas.
- b) se todas as afirmativas são incorretas.
- c) se apenas as afirmativas I e II são corretas.
- d) se apenas as afirmativas II e III são corretas.
- e) se apenas as afirmativas I e III são corretas.

4. A 2ª Lei de Kepler (Lei das áreas) permite concluir que:

- a) as áreas varridas pelo vetor-posição de um planeta em relação ao centro do Sol são diretamente proporcionais aos quadrados dos respectivos intervalos de tempo gastos;
- b) a intensidade da velocidade de um planeta ao longo de sua órbita em torno do Sol é máxima no periélio;
- c) a intensidade da velocidade de um planeta ao longo de sua órbita em torno do Sol é máxima no afélio;
- d) o intervalo de tempo gasto pelo planeta em sua translação do afélio para o periélio é maior que o intervalo de tempo gasto por ele na translação do periélio para o afélio;
- e) o movimento de translação de um planeta em torno do Sol é uniforme, já que sua velocidade areolar é constante.

5. Considere um planeta hipotético gravitando em órbita circular em torno do Sol. Admita que o raio da órbita desse planeta seja o quádruplo do raio da órbita da Terra. Nessas condições, qual o período de translação do citado planeta, expresso em anos terrestres?

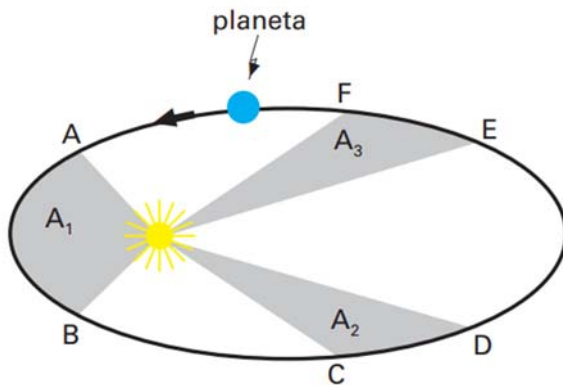


- a) $T_h = 0,5$ ano terrestre;
- b) $T_h = 2$ anos terrestres;
- c) $T_h = 4$ anos terrestres;
- d) $T_h = 8$ anos terrestres;
- e) $T_h = 16$ anos terrestres;

6. Os lançamentos de satélites, as imagens obtidas do universo por telescópio, o envio de sondas a Marte, entre outros, são fatos que tendem a popularizar os conceitos sobre a Lei da Gravitação Universal. Com base nestes conhecimentos, assinale a proposição correta:

- a) A força de atração gravitacional deve existir não apenas entre o Sol e os planetas, ou entre a Terra e a Lua, mas deve se manifestar entre todos os corpos materiais do universo.
- b) A constante gravitacional seria diferente, se fosse medida em outro planeta.
- c) Um corpo, afastando-se da superfície terrestre, ao atingir uma posição fora da atmosfera, deixa de ser atraído pela Terra.
- d) Um newton de arroz, tanto no polo sul quanto no equador terrestre, contém a mesma quantidade de arroz.
- e) O peso de um corpo independe do local onde ele se encontra.

7. A figura ilustra o movimento de um planeta em torno do Sol.



Se os tempos gastos para o planeta se deslocar de A para B, de C para D e de E para F são iguais, então as áreas – A_1 , A_2 e A_3 – apresentam a seguinte relação:

- a) $A_1 = A_2 = A_3$. c) $A_1 < A_2 < A_3$.
 b) $A_1 > A_2 = A_3$. d) $A_1 > A_2 > A_3$.
 e) Não há dados suficientes para estabelecer uma relação entre as áreas.

8. Um satélite estacionário possui órbita circular equatorial, a 1 600 km da superfície da Terra.

Sabendo que o raio do equador terrestre é $6,4 \cdot 10^3$ km, podemos dizer que nesta altura:

- a) o peso do satélite é praticamente zero, devido à ausência de gravidade terrestre no local.
 b) o peso do satélite é igual ao peso que ele teria na superfície do nosso planeta.
 c) o peso do satélite é igual a 80% do peso que ele teria na superfície do nosso planeta.
 d) o peso do satélite é igual a 64% do peso que ele teria na superfície do nosso planeta.
 e) o peso do satélite é igual a 25% do peso que ele teria na superfície do nosso planeta.

9. As quatro estações do ano podem ser explicadas:

- a) pela rotação da Terra em torno de seu eixo.
 b) pela órbita elíptica descrita pela Terra em torno do Sol.
 c) pelo movimento combinado de rotação e translação da Terra.
 d) pela inclinação do eixo principal da Terra durante a translação.
 e) pelo movimento de translação da Terra.

10. No sistema solar, o planeta Saturno tem massa cerca de 100 vezes maior do que a da Terra e descreve uma órbita, em torno do Sol, a uma distância média 10 vezes maior do que a distância média da Terra ao Sol (valores aproximados). A razão $\left(\frac{F_{Sat}}{F_T}\right)$ entre a força gravitacional com que o Sol atrai Saturno e a força gravitacional com que o Sol atrai a Terra é de aproximadamente:

- a) 1 000.
- b) 10.
- c) 1.
- d) 0,1.
- e) 0,001.

APÊNDICE B - ROTEIRO DA ATIVIDADE PRÁTICA (A ELIPSE E A PRIMEIRA LEI DE KEPLER)

1. OBJETIVOS

Fazer com que os estudantes se habituem às elipses, de forma que eles possam identificá-las em alguns contextos, consigam representar alguns de seus elementos e conheçam sua definição formal, com o propósito de que associem à trajetória dos astros do sistema solar essa curva pouco trabalhada em sala de aula.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

- 01 copo cilíndrico ou Béquer;
- Água;
- Corante (anilina);
- 1 Garrafa PET cilíndrica transparente;
- 1 Cartolina;
- 1 Pincel;
- 1 Régua;
- 1 Tesoura;
- 1 Estilete;
- Barbante;
- 1 Lápis;
- 3 alfinetes de bolinhas;
- 1 Folha de isopor;

2. CONCEITOS PRÉVIOS

1. Você já conhecia a figura geométrica denominada elipse antes das atividades do produto educacional? Você associa algo do dia-dia a uma elipse?

3. ATIVIDADE 1 – Identificação do formato de uma elipse

Procedimento:

3.1- Coloque água da torneira até aproximadamente metade do copo ou béquer;

3.2- Acrescente o corante(anilina);

3.3- Identifique o formato da superfície do líquido (água + corante) em duas situações: com o copo cilíndrico transparente colocado na vertical e após ser inclinado, como sugerem as imagens a seguir:



Copo na vertical: O formato da superfície livre do líquido é uma _____.

Copo inclinado: O formato da superfície livre do líquido é uma _____.

4. ATIVIDADE 2 – Planificação da elipse

Com o auxílio de uma garrafa PET, um canetão, um estilete, uma tesoura e uma cartolina, os alunos serão instigados a obterem a figura da elipse no plano

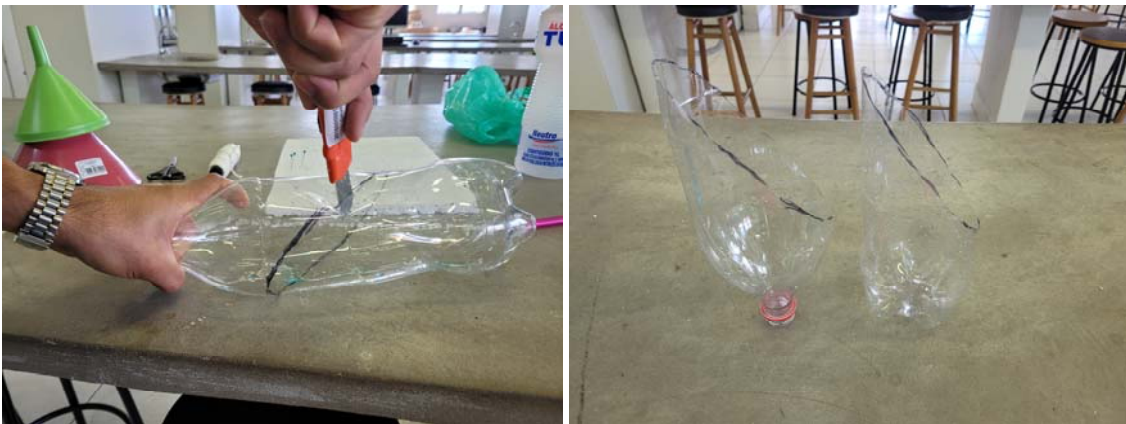
4.1- Transfira o líquido (água + corante) do copo ou béquer para a garrafa PET.

4.2- Acrescente água até aproximadamente metade de seu volume.

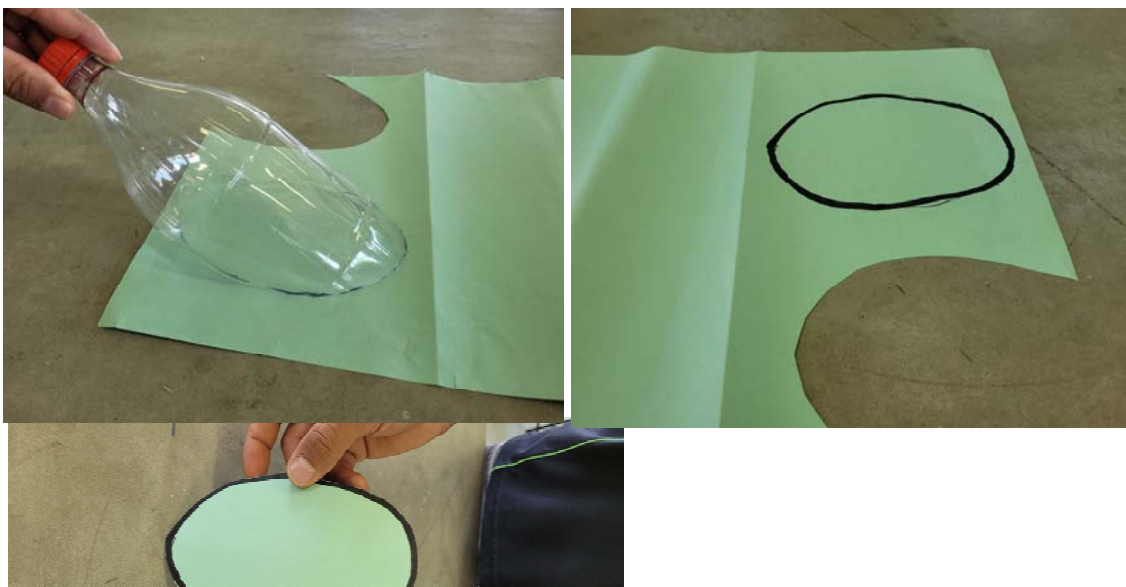
4.3- Coloque a garrafa em uma posição inclinada e com o auxílio de um canetão, contorne o formato da superfície do líquido, conforme mostrado nas figuras seguintes:



4.4- Com o auxílio de um estilete e uma tesoura, recorte a garrafa.

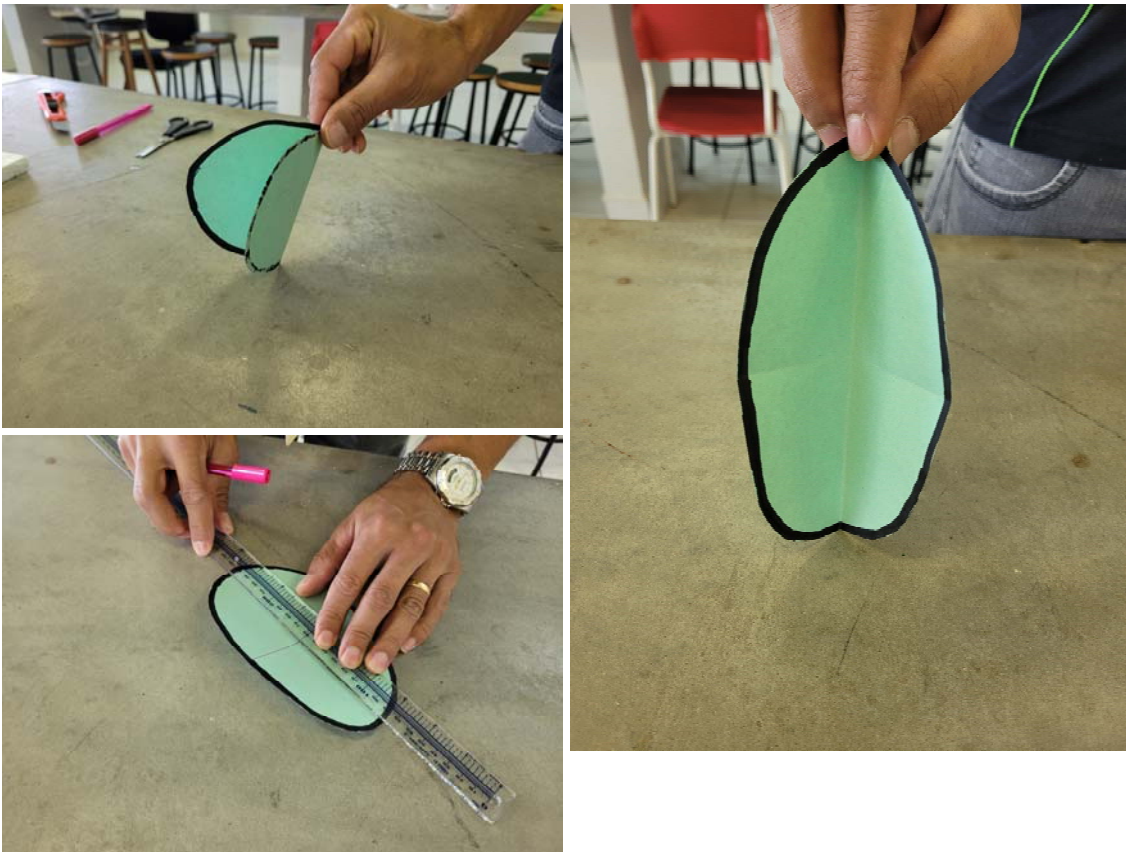


4.5- Transfira o formato do corte para a cartolina;

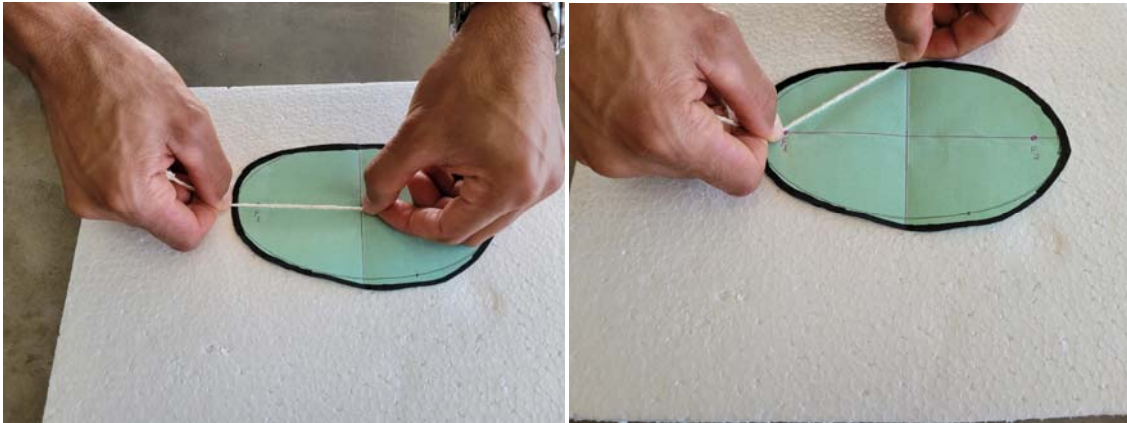


5. ATIVIDADE 3 – Alguns elementos da elipse

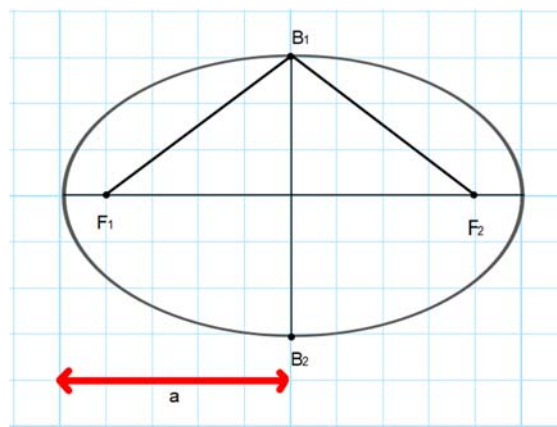
5.1- Dobre a região cortada no sentido do menor comprimento e depois no sentido do maior comprimento, buscando a simetria entre as partes. Com o auxílio de uma caneta, façam uma marca na região das dobras e observem os dois vincos, sendo que o de menor comprimento é chamado “eixo menor da elipse” e o vinco de maior comprimento de “eixo maior da elipse”. (É importante notar que os dois eixos devem ser perpendiculares).



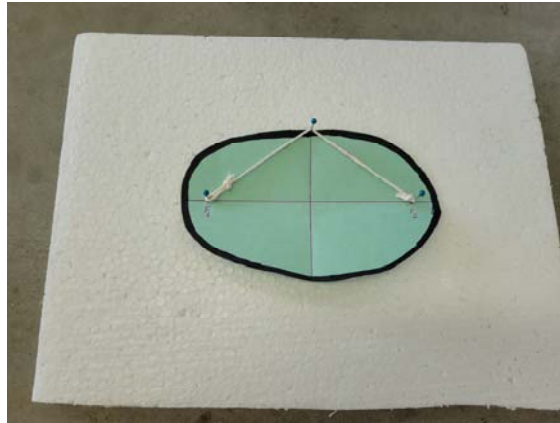
5.2- Com o auxílio de um barbante, meçam metade do eixo maior e com essa medida, façam duas marcas sobre esse eixo equidistantes à extremidade do eixo menor (F_1 e F_2), como indicam as figuras a seguir:



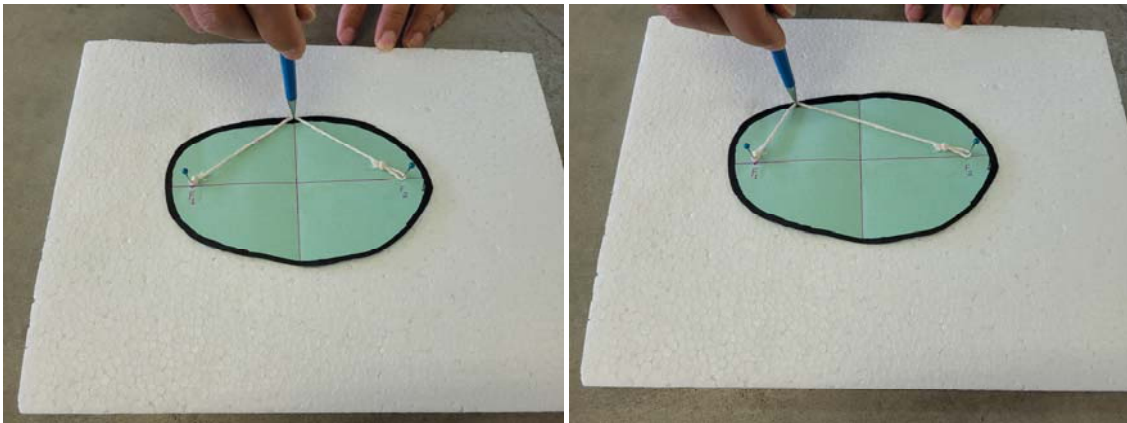
5.3- Nessa etapa é importante que você perceba que as distâncias entre os pontos B_1 e B_2 da figura seguinte e cada um dos focos é a metade do eixo maior ($B_1F_1 = B_1F_2 = B_2F_1 = B_2F_2 = a$).



5.4- Em seguida, com o auxílio de três alfinetes (um em cada foco e um terceiro no ponto B), fixe a figura planificada sobre o isopor. Com o uso de um barbante, interligue os alfinetes, como mostrado na figura seguinte:

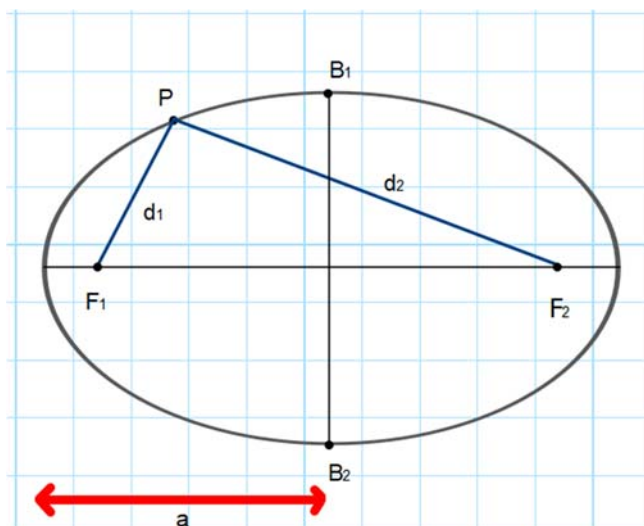


5.5- Substitua o alfinete do ponto B por um lápis e, contornando a curva, sempre observe que o tamanho do barbante não muda.



Aqui é importante que você perceba que essa curva possui a seguinte propriedade: a soma das distâncias de um ponto qualquer da curva aos dois focos (alfinetes) é sempre a mesma, constante e igual ao comprimento do eixo maior (comprimento do barbante). Esta é a condição que define a elipse: **Elipse é uma curva constituída pelo conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante.**

$d_1 + d_2 = 2.a =$ comprimento do barbante



6. ATIVIDADE 4 – Construção de diferentes elipses

6.1 – Uma grandeza importante no estudo das elipses é a chamada **excentricidade (e)**, definida por:

$$e = \frac{f}{E} \quad (0 \leq e < 1)$$

Onde: f = distância do foco ao centro da elipse;

E = Comprimento do semieixo maior da elipse;

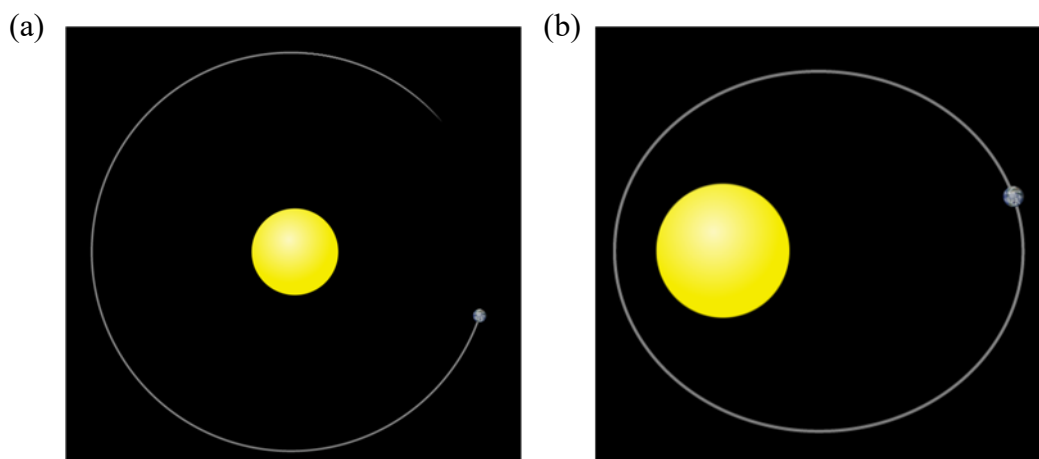
Por essa definição, podemos notar que quanto mais achatada for a elipse, mais próximo de 1 será o valor da excentricidade. Abaixo segue uma tabela com os valores da excentricidade de cada planeta do sistema solar:

Planeta	Excentricidade da elipse
Mercúrio	0,20
Vênus	0,07
Terra	0,02
Marte	0,09
Júpiter	0,05
Saturno	0,06
Urano	0,05
Netuno	0,009

Segundo os dados da tabela e da definição acima, responda:

O planeta que possui órbita mais achatada é _____.

6.2- Analisando o valor da excentricidade da órbita do planeta Terra em torno do sol, assinale qual das órbitas a seguir está mais condizente com a realizada pelo nosso planeta?



6.3- Façam elipses de diferentes tamanhos, e em especial, irão explorar dois casos:

1º) Diminua a distância entre os focos até que estes coincidam em um mesmo ponto (aproximadamente). Ao contornarmos este ponto comum com o lápis, qual figura é formada?

Perceba que quando os focos coincidem, o valor da excentricidade “e” é igual a zero ($e=0$).

2º) Aumente a distância entre os focos até atingir o comprimento do barbante. Neste caso, a única figura formada pelo lápis é uma _____.

Neste caso, o valor da excentricidade é igual a 1.

7. ATIVIDADE 5 – Síntese Integradora

7.1- Discuta com seus colegas e com o professor sobre o enunciado da primeira lei de Kepler. Escreva de forma sucinta o que compreendeu.

APÊNDICE C - ROTEIRO DA ATIVIDADE PRÁTICA (VERIFICAÇÃO DA SEGUNDA LEI DE KEPLER)

1. OBJETIVOS

➤ Objetivo Geral:

- Levar o aluno a compreender a segunda Lei de Kepler através da verificação experimental dessa lei (lei das áreas).

➤ Objetivos específicos:

- Determinar o período de um objeto em uma trajetória elíptica;
- Medir a massa de farinha que cai sobre uma determinada região da órbita elíptica;
- Identificar e calcular a área varrida pelo vetor posição do objeto em relação ao centro da órbita;

2. MATERIAIS NECESSÁRIOS

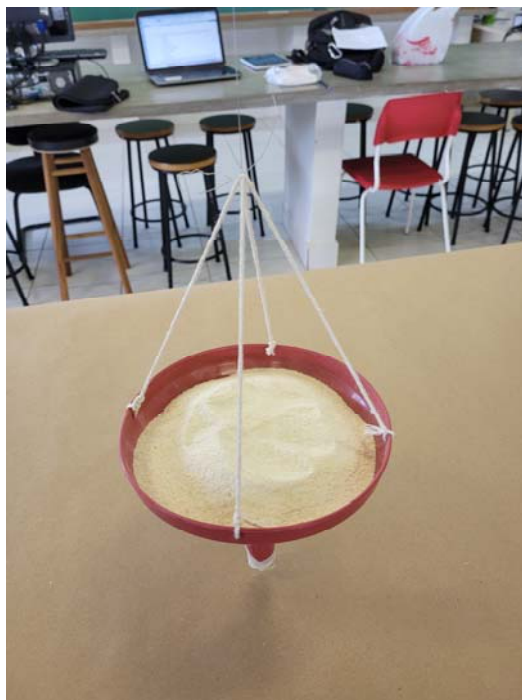
- Barbante ou linha inextensível;
- 1 Funil maior e outro menor;
- 1 kg de Farinha de mandioca;
- Fita Crepe;
- Cronômetro (celular);
- Calculadora (opcional);
- Folha grande de papel (1m x 1m);
- Balança digital;
- 1 régua;
- Pincel atômico (canetão);
- 4 pedaços de cartolina;
- 4 Béqueres;

3. PROCEDIMENTO

3.1- Faça uma divisão da base superior do funil maior em quatro partes aproximadamente iguais. (veja a figura seguinte)

3.2- Faça quatro furos e amarre dois barbantes afim de pendurar o funil. (veja a figura seguinte)

Obs: Os dois barbantes devem ter comprimentos aproximadamente iguais.



3.3- Prenda o fio de Nylon próximo ao teto e amarre a outra extremidade aos barbantes que foram presos ao funil.

3.4- Fixe a folha de papel pardo sobre a mesa com a fita crepe (Verifique se a mesma se encontra, aproximadamente, centralizada em relação a posição de equilíbrio do Funil maior;

3.5- Coloque o funil menor dentro do funil maior;

3.6- Verifique se as extremidades dos funis estão coincidindo. Caso seja necessário, com o uso de um estilete iguale as extremidades dos funis.

3.7 - Use uma fita crepe para vedar a extremidade do funil maior;

3.8- Despeje aproximadamente 1 kg de farinha de mandioca no funil. Certifique que a extremidade do funil maior esteja fechada com a fita crepe.

3.9- Faça uma marcação na folha de papel pardo correspondente à posição da extremidade do funil em repouso;

3.10- Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o abandone a partir do repouso. Descreva a trajetória do funil projetada sobre a folha de papel.

3.11- Represente em uma figura o sistema (funil + fio de nylon) quando este se encontra deslocado de sua posição de equilíbrio. Represente no mesmo desenho as forças que atuam sobre o funil e a força resultante.

3.12- Analisando a força resultante no pêndulo, em que sentido esta se assemelha a força resultante que age sobre um planeta?

3.13- Em que ponto da órbita o objeto está mais rápido? Poderia associar com a palavra perigeu?

3.14- Em que ponto da órbita o objeto está mais devagar? Poderia associar com a palavra apogeu?

3.15- Deixe o funil carregado oscilar algumas vezes. O sistema é conservativo ou não?

3.16- Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o impulsione lateralmente a partir do repouso. Descreva a trajetória do funil projetada sobre a folha de papel.

3.17- Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o impulsione lateralmente várias vezes. A trajetória do funil projetada sobre a folha de papel é sempre a mesma figura geométrica?

3.18- Utilize um cronômetro (celular) para medir o intervalo de tempo necessário para que o funil complete 5 voltas. Anote esse intervalo de tempo Δt , faça uma média e obtenha o período T do funil em uma órbita elíptica.

Intervalo de tempo Total	$\Delta t =$
Período orbital	$T =$

3.19- Faça vários lançamentos com a extremidade fechada afim de obter uma órbita elíptica sobre o plano do papel.

3.20- Coloque quatro faixas de cartolina sobre a folha de papel em regiões da órbita esperada, conforme ilustra a figura a seguir. Enumere cada pedaço de cartolina e associe a cada posição deste no papel pardo.



3.21- Retire a fita crepe da extremidade do funil (Tome cuidado em fazer essa etapa fora da região das faixas cobertas pelos pedaços de cartolina) e faça um lançamento afim de obter uma órbita elíptica, conforme ilustra a figura a seguir.

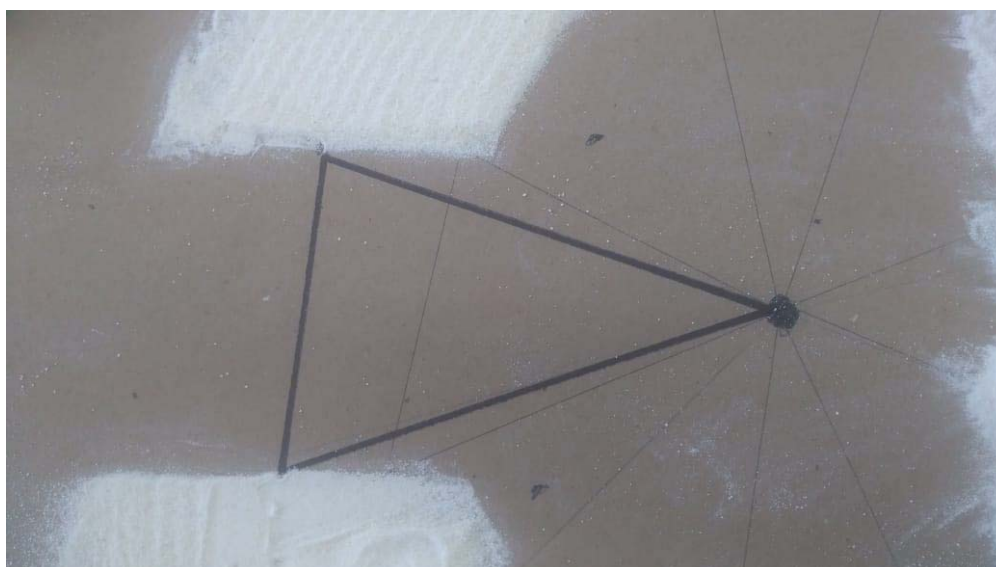


3.22- Após 5 voltas, pare o funil no mesmo ponto em que ele iniciou o movimento (fora da região dos pedaços de cartolina).

3.23- Transfira a massa de farinha que caiu sobre cada pedaço de cartolina para um recipiente(béquer), meça as respectivas massas em uma balança digital e anote os valores na tabela a seguir.

M1	M2	M3	M4

3.24- Determine o ponto médio da órbita e calcule a área aproximada em relação ao centro da trajetória, conforme ilustra a figura a seguir. Anote os valores das áreas em uma tabela.



A1	A2	A3	A4

3.25- Considerando que a abertura no fundo do funil permite a vazão de farinha a uma taxa razoavelmente constante, a massa de farinha depositada em qualquer arco da elipse será proporcional ao tempo que o corpo leva para percorrer o arco. Cada pedaço de papel disposto ao longo do trajeto coletará, portanto, uma massa de farinha proporcional ao tempo necessário para o copo passar sobre este papel. Tendo em vista essas informações, determine as velocidades areolares ($A/\Delta t$) em termos de massa sobre cada faixa de cartolina.

A1/M1	A2/M2	A3/M3	A4/M4

3.26- Discuta os resultados obtidos no item anterior. Os resultados da divisão A/M foram próximos?

3.27- Discuta com seus colegas estudantes, com o professor e enuncie a segunda lei de Kepler (Lei das áreas).

APÊNDICE D - ROTEIRO DA ATIVIDADE PRÁTICA (SIMULADOR “GRAVIDADE E ÓRBITAS”)

O que se pretende:

- ▶ Compreender como a gravitação atua nos corpos celestes naturais e artificiais;

Onde encontrar a simulação: Abra o seguinte link https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/gravity-and-orbits no seu navegador.

E agora? O que fazer?

➤ ATIVIDADE 1 (Conhecendo a simulação)

Primeiramente você irá escolher entre: *modelo* ou *escalar*. Clique na opção *modelo*

ATIVIDADE 1.1: Verificação do período orbital da Terra em torno do Sol.

- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho e grade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (Rápido);
- Memorize o ponto de partida do planeta, e de o *play*;
- Quando o planeta estiver quase completando uma volta, pause a simulação e coloque em câmera normal ou lenta no menu inferior esquerdo (lento).
- Quando o planeta retornar a posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital (tempo necessário para que o planeta complete uma volta):

$$T = \underline{\hspace{10em}};$$

ATIVIDADE 1.2: Verificação do período orbital da Lua em torno da Terra.

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No menu superior a direita selecione a terceira opção, sistema Terra-Lua;
- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho e grade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione Rápido (câmera acelerada);
- Memorize o ponto de partida da Lua, e dê o *play*;
- Quando a lua estiver quase completando uma volta, pause a simulação e coloque em câmera normal ou lenta no menu inferior esquerdo (lento).
- Quando a Lua retornar à posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital:

$$T = \underline{\hspace{10em}};$$

ATIVIDADE 1.3 Verificação dos valores da força gravitacional

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No menu superior a direita selecione a terceira opção, sistema Terra-Lua;
- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade e força da gravidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- Dê o *play*;

A intensidade da força gravitacional (indicada pelo comprimento do vetor) varia durante o movimento da lua? Justifique sua resposta com base na lei da gravitação universal de Newton.

ATIVIDADE 1.4: Verificação dos valores da velocidade orbital

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade e velocidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- Dê o *play*;

A intensidade do vetor velocidade varia durante o movimento da Terra? Justifique sua resposta com base no movimento observado.

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita para reiniciar o simulador.
- Selecione os itens (caminho, grade, velocidade e força da Gravidade) no alto da tela a direita.
- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- Clique, segure e arraste o botão do mouse sobre o vetor velocidade para diminuir sua intensidade (diminuir seu comprimento), mas mantendo sua direção e sentido.
- Repita esse último, alterando apenas o valor da velocidade inicial do planeta Terra e visualize as órbitas geradas. Caso o planeta venha a colidir com o sol, reinicie a simulação.

O fato da intensidade dos vetores força gravitacional e velocidade variar ou não, tem relação com o tipo de órbita (circular ou elíptica)? Justifique sua resposta com base no observado.

➤ **ATIVIDADE 2(Gravidade e órbitas)**

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade, força de gravidade e velocidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- Dê o play;

Responda as questões:

1. A direção do vetor velocidade se altera? Em caso afirmativo, qual o *tipo* de aceleração a qual o objeto está submetido, (centrípeta ou tangencial)? Qual a causa dessa aceleração?

- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
- No menu a direita, diminua a massa da estrela a 0,5.

2. Se a massa do Sol diminuir pela metade, o que acontece com o planeta? Justifique a sua resposta.

- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
- No menu a direita, aumente a massa da estrela a 2,0.

3. Se a massa do Sol duplicar, o que acontece com a órbita do Planeta? Justifique sua resposta.

- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
- No menu a direita, aumente a massa da Terra a 2,0.

4. Se a massa da Terra duplicar, o que acontece com o Planeta? A força gravitacional sofreu alteração? E a aceleração do planeta Terra, alterou? Justifique sua resposta.

5. Se as massas do Sol e da Terra diminuïrem pela metade, o que acontece com o Planeta? Justifique sua resposta.

- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
- Com a simulação em movimento selecione a opção “sem gravidade”.

6. Se não houvesse a Força Gravitacional sobre a Terra, qual seria a trajetória do Planeta? Justifique a resposta.

- No menu a direita selecione a quarta opção sistema Terra-Satélite;
- Selecione a opção “com gravidade”;
- Reinicie a simulação (a direita do sistema Terra-Satélite) e dê o Play;

7. Qual seria a trajetória de um satélite em torno da Terra? Quais forças atuam sobre o satélite? Escreva a expressão matemática para essa força. Essa força gera aceleração centrípeta ou tangencial? Qual é a expressão matemática para a velocidade do satélite nessa situação? E qual é a expressão matemática para o período orbital do satélite nessa situação?

8. Se a massa da Terra diminuir pela metade, o que acontece com a força gravitacional? E o que acontece com o satélite?

9. Se a massa do satélite duplicar, o que acontece com a força gravitacional? E o que acontece com o satélite? Justifique.

➤ **ATIVIDADE 3 (Ampliando os conhecimentos)**

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade, força de gravidade e velocidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- De o *play*;

3.1- Pause a simulação, diminua o zoom e aumente a distância Terra-Sol. O que acontece com o planeta Terra?

3.2- Reinicie a partir do botão ao lado do sistema Terra-Sol. Altere o módulo da velocidade do planeta sua velocidade, obtenha uma órbita estável. O que ocorre com as intensidades dos vetores força gravitacional e velocidade orbital nesta nova orbita?

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No menu a direita selecione a quarta opção sistema Terra-Satélite Artificial;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade, força de gravidade e velocidade);
- De o *play*;

3.3- Modificando os parâmetros velocidade e distância do Satélite ao planeta, obtenha uma órbita estável com período de aproximadamente 500 min. Justifique o resultado observando os novos valores de velocidade e distância.

R = _____

V = _____

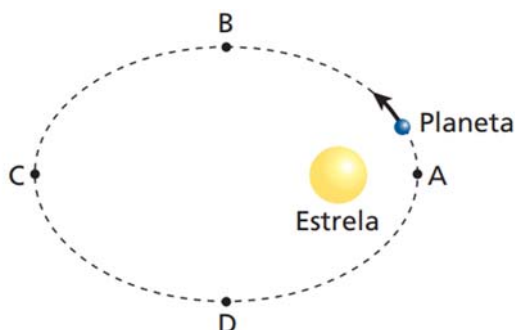
APÊNDICE E - QUESTIONÁRIO FINAL

Questionário Final: Com base em seus conhecimentos, responda as seguintes questões.

1. Fundamentado na teoria de Nicolau Copérnico e com base nos dados obtidos por Tycho Brahe, Johannes Kepler documentou as leis que regem o movimento dos planetas. Sobre essas leis, assinale a alternativa correta.

- a) O período de revolução de um planeta é proporcional ao raio de sua órbita.
- b) Em intervalos de tempos iguais, a área varrida por um planeta é maior quanto maior for a distância em relação ao Sol.
- c) A primeira lei de Kepler estabelece que os planetas se movem em órbitas circulares em torno do Sol.
- d) O movimento de um planeta é uniforme (velocidade constante).
- e) As leis de Kepler são válidas para quaisquer sistemas em que corpos gravitam em torno de um corpo central.

2. Um planeta descreve trajetória elíptica em torno de uma estrela que ocupa um dos focos da elipse, conforme indica a figura abaixo. Os pontos A e C estão situados sobre o eixo maior da elipse e os pontos B e D, sobre o eixo menor.



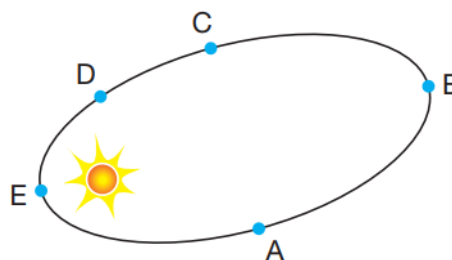
Se t_{AB} e t_{BC} forem os intervalos de tempo para o planeta percorrer os respectivos arcos de elipse, e se F_A e F_B forem, respectivamente, as forças resultantes sobre o planeta nos pontos A e B, pode-se afirmar que:

- a) $t_{AB} < t_{BC}$ e que \mathbf{F}_A e \mathbf{F}_B apontam para o centro da estrela.
- b) $t_{AB} < t_{BC}$ e que \mathbf{F}_A e \mathbf{F}_B apontam para o centro da elipse.
- c) $t_{AB} = t_{BC}$ e que \mathbf{F}_A e \mathbf{F}_B apontam para o centro da estrela.
- d) $t_{AB} = t_{BC}$ e que \mathbf{F}_A e \mathbf{F}_B apontam para o centro da elipse.
- e) $t_{AB} > t_{BC}$ e que \mathbf{F}_A e \mathbf{F}_B apontam para o centro da estrela.

3. Aproximadamente, durante um período de quase dois mil anos, a humanidade aceitou a teoria geocêntrica, isto é, a Terra como centro do Universo. Graças ao trabalho de grandes cientistas, entre eles Johannes Kepler, estabeleceu-se a verdade em relação ao Sistema Solar, a teoria heliocêntrica tendo o Sol como o centro do Sistema Solar e os planetas girando ao seu redor. Com relação às leis enunciadas por Kepler, assinale a alternativa correta.

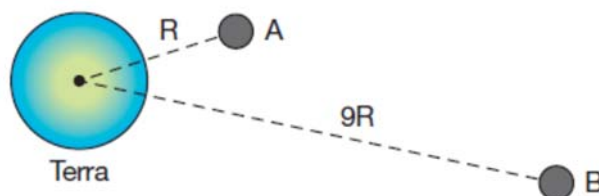
- a) Um planeta em órbita em torno do Sol não se move com velocidade constante, mas de tal maneira que uma linha traçada do planeta ao Sol varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.
- b) Todos os planetas do Sistema Solar, incluindo a Terra, giram em torno do Sol em órbitas circulares, tendo o Sol como centro.
- c) Periélio é a aproximação entre os planetas e o Sol, enquanto que afélio é o afastamento entre os planetas e o Sol. No inverno ocorre o periélio.
- d) A segunda lei de Kepler prova que a maior velocidade de translação dos planetas, no periélio, é menor que nos pontos mais afastados, no afélio.
- e) As leis enunciadas por Kepler são válidas apenas para o Sistema Solar.

4. Na figura a seguir, que representa esquematicamente o movimento de um planeta em torno do Sol, a velocidade do planeta é maior em:



- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

5. Um satélite artificial A se move em órbita circular em torno da Terra com um período de 25 dias. Um outro satélite B possui órbita circular de raio 9 vezes maior do que A. Calcule o período do satélite B.

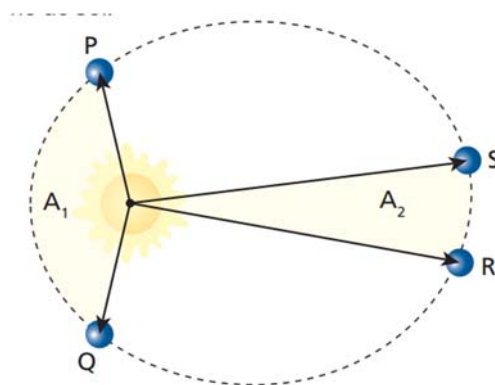


- a) 75 dias;
- b) 225 dias;
- c) 625 dias;
- d) 675 dias;
- e) 2025 dias;

6. Um astronauta flutua no interior de uma nave em órbita em torno da Terra. Isso ocorre porque naquela altura:

- a) não há gravidade.
- b) a nave exerce uma blindagem à ação gravitacional da Terra.
- c) existe vácuo.
- d) o astronauta e a nave têm aceleração igual à da gravidade, isto é, estão numa espécie de “queda livre”.
- e) o campo magnético terrestre equilibra a ação gravitacional.

7. Na figura a seguir, está representada a órbita elíptica de um planeta em torno do Sol:



Se os arcos de órbita PQ e RS são percorridos em intervalos de tempo iguais, qual a relação entre as áreas A_1 e A_2 ?

- a) $A_1 = A_2$.
- b) $A_1 \cong A_2$
- c) $A_1 > A_2$
- d) $A_1 < A_2$
- e) Não há dados suficientes para estabelecer uma relação entre as áreas.

8. “Que graça pode haver em ficar dando voltas na Terra uma, duas, três, quatro... 3 000 vezes? Foi isso que a americana Shannon Lucid, de 53 anos, fez nos últimos seis meses a bordo da estação orbital russa Mir...” Revista Veja, 2/10/96.

Em órbita circular, aproximadamente 400 km acima da superfície, a Mir move-se com velocidade escalar constante de aproximadamente 28 080 km/h, equivalente a $7,8 \cdot 10^3$ m/s. Utilizando-se o raio da Terra como $6 \cdot 10^6$ m, qual é, aproximadamente, o valor da aceleração da gravidade nessa órbita?

- a) zero.
- b) $1,0 \text{ m/s}^2$.
- c) $7,2 \text{ m/s}^2$.
- d) $9,5 \text{ m/s}^2$.
- e) $11,0 \text{ m/s}^2$.

9. O módulo da força gravitacional entre duas pequenas esferas iguais de massa m , cujos centros estão separados por uma distância d , é F . Aumentando a separação entre as esferas para $2d$, qual será o módulo da força gravitacional entre elas?

- a) $2F$
- b) F
- c) $F/2$
- d) $F/4$
- e) $4F$

10. A Estação Espacial Internacional, que está sendo construída num esforço conjunto de diversos países, deverá orbitar a uma distância do centro da Terra igual a 1,05 do raio médio da

Terra. A razão $R = F_e / F$, entre a força F_e com que a Terra atrai um corpo nessa Estação e a força F com que a Terra atrai o mesmo corpo na superfície da Terra, é aproximadamente de:

- a) 0,02
- b) 0,05
- c) 0,10
- d) 0,90
- e) 1,1

APÊNDICE F – PRODUTO EDUCACIONAL



PRODUTO EDUCACIONAL

EMERSON PEREIRA BRAZ

Orientador(es):
Dr. André Vitor Chaves de Andrade
Dr. André Maurício Brinatti

LISTA DE FIGURAS

- Figura 3.1. Ilustração de um sistema constituído por duas partículas em um referencial cartesiano.....190
- Figura 3.2. Ilustração para auxiliar a obtenção da força gravitacional exercida por um corpo extenso de massa “M” sobre uma partícula de massa “m”.....192
- Figura 3.3. Representação de um planeta P em uma órbita elíptica em torno do Sol que ocupa um dos focos da elipse. São representados alguns elementos da elipse, como os focos, os eixos maior e menor, a semidistância focal “f” e semieixo maior “a”.....204
- Figura 3.4. Ilustração da lei das áreas, no qual um planeta em órbita em torno do Sol percorre em dois intervalos de tempo “t” dois trechos de sua órbita.....206

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1- Etapas do produto Educacional	125
Tabela 3.1: Na primeira linha estão os nomes dos planetas do sistema solar e na segunda linha os valores das excentricidades de suas órbitas.....	205
Tabela 3.2: Teste de validação da terceira lei de Kepler a partir dos dados obtidos por Copérnico e o resultado com os dados atuais. Na primeira coluna constam os nomes dos cinco planetas visíveis a olho nu que são conhecidos desde a antiguidade. Os períodos são dados em anos terrestres e os raios médios em unidades astronômicas (U.A.), definida como sendo a distância média entre a Terra e o Sol.....	208

LISTA DE SIGLAS

PET - poli tereftalato de etila
PhET - Physics Education Technology
SI – Sistema Internacional de Unidades
MRU – Movimento Retilíneo Uniforme
CGPM - Conferência Geral de Pesos e Medidas
UA - Unidade astronômica

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	124
CAPÍTULO 2 - PLANEJAMENTO	126
2.1 PLANOS DE AULA.....	127
2.1.1 Plano de aula 1.....	127
2.1.2 Plano de aula 2.....	130
2.1.3 Plano de aula 3.....	138
2.1.4 Plano de aula 4.....	143
2.2 QUESTIONÁRIOS E ROTEIROS EXPERIMENTAIS.....	148
2.2.1 Questionário Diagnóstico.....	148
2.2.2 Roteiro da Primeira Atividade Experimental.....	154
2.2.3 Roteiro da Segunda Atividade Experimental.....	162
2.2.4 Roteiro da Terceira Atividade Experimental.....	167
2.2.5 Questionário Final.....	174
2.3 POSSÍVEIS RESPOSTAS AOS QUESTIONAMENTOS PRESENTES NOS ROTEIROS EXPERIMENTAIS E ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR.....	180
CAPÍTULO 3 - TEXTO DE APOIO AO PROFESSOR	188
3.1 A LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL DE NEWTON.....	189
3.2 AS TRÊS LEIS DO MOVIMENTO.....	195
3.2.1 A primeira Lei de Newton (Lei da Inércia).....	195
3.2.2 A segunda Lei de Newton (Princípio Fundamental da Dinâmica).....	196
3.2.3 A terceira Lei de Newton (Princípio da Ação e Reação).....	198
3.3 A DINÂMICA DO MOVIMENTO CIRCULAR.....	200
3.4 AS TRÊS LEIS DE KEPLER.....	203
3.4.1 A primeira Lei de Kepler (Lei das Órbitas).....	203
3.4.2 A segunda Lei de Kepler (Lei das Áreas).....	205
3.4.3 A terceira Lei de Kepler (Lei dos Períodos).....	207
CAPÍTULO 4 - SLIDES PRODUZIDOS	210
CAPÍTULO 5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS	211
REFERÊNCIAS	212

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Este produto educacional foi elaborado por um professor e para professores, que assim como eu, buscam a cada dia melhorar o processo de ensino e aprendizagem a partir da reflexão de sua própria prática. Neste trabalho propomos uma sequência didática para o ensino de Gravitação, que pode ser aplicada tanto nos anos finais do ensino fundamental como no Ensino Médio.

Os desafios para o ensino de Física são muitos, e boa parte deles é devido a um sistema de ensino historicamente construído que valoriza a memorização mecânica de equações, definições e respostas para serem reproduzidas em provas e que logo em seguida são esquecidas (MOREIRA, 2021). Segundo este autor, ensinar e aprender Física vai muito além,

[...] Aprender Física não é decorar fórmulas para resolver problemas ou definições e leis para dar respostas corretas nas provas. É muito mais do que isso. Ensinar e aprender Física envolve conceitos e conceitualização, modelos e modelagem, atividades experimentais, competências científicas, situações que façam sentido, aprendizagem significativa, dialogicidade e criticidade [...] (MOREIRA, 2021, p.1)

Assim, para promover uma aprendizagem significativa devemos dar ênfase nos conceitos, pois não tem cabimento decorar uma equação sem compreender os conceitos nela existentes. Nesse sentido, o papel do professor é promover situações que levem os estudantes a aquisição de novos conceitos, favorecendo a compreensão da Física e do desenvolvimento cognitivo dos nossos discentes.

Em busca da superação das dificuldades encontradas por professores e estudantes no processo de ensino e aprendizagem, nos últimos 50 anos de ensino de Física no Brasil surgiram várias vertentes, dentre as quais podemos citar a “experimentação de baixo custo”, “ciência, tecnologia e sociedade”, “história e filosofia da ciência”, “Física Contemporânea e novas tecnologias”, dentre outras (MOREIRA, 2000). Ainda segundo este autor,

Julgo que é um erro ensinar Física sob um único enfoque, por mais atraente e moderno que seja. Por exemplo, ensinar Física somente sob a ótica da Física do cotidiano é uma distorção porque, em boa medida, aprender Física é, justamente, libertar-se do dia-a-dia. De modo semelhante, ensinar Física apenas sob a perspectiva histórica, também não me parece uma boa metodologia porque para adquirir/construir conhecimentos o ser humano, normalmente, não precisa descobri-los, nem passar pelo processo histórico de sua construção. Tampouco o microcomputador será um bom recurso metodológico, se for usado com exclusividade, dispensando a interação pessoal, a troca, ou negociação, de significados que é fundamental para um bom ensino de Física. (MOREIRA, 2000, p. 95)

Tendo em vista essas proposições, o presente trabalho propõe uma sequência de atividades teóricas e experimentais sobre o conteúdo de Gravitação. A Tabela 1.1 apresenta os temas e a carga horária de cada atividade.

Tabela 1.1: Etapas do produto Educacional

Etapa	Tema da Etapa	Duração da Etapa
1ª Atividade	Apresentação da proposta e aplicação do questionário diagnóstico	50 min
2ª Atividade	Exibição do filme e debate	2h10 min
3ª Atividade	Aula expositiva dialogada sobre a evolução do modelo do Sistema Solar	1h
4ª Atividade	Atividade experimental (“ A ELIPSE E A PRIMEIRA LEI DE KEPLER ”)	2h
5ª Atividade	Atividade experimental (“ VERIFICAÇÃO DA SEGUNDA LEI DE KEPLER ”)	3h
6ª Atividade	Atividade experimental (SIMULADOR “GRAVIDADE E ÓRBITAS”)	2h
7ª Atividade	Aplicação do questionário final e síntese integradora	1h

Fonte: O Autor

Além deste capítulo (Introdução), no capítulo 2 deste produto Educacional encontram-se os planos de aula, questionários, roteiros experimentais relacionados a cada etapa, dicas e orientações para a aplicação das mesmas em sala de aula, bem como os gabaritos dos questionários diagnóstico e final. O capítulo 3 é constituído por textos de apoio ao professor, no qual abordamos os principais conceitos Físicos presentes nas atividades. No capítulo 4 disponibilizamos os slides utilizados na aula expositiva dialogada e no capítulo 5 fazemos as considerações finais.

CAPÍTULO 2 - PLANEJAMENTO

Neste capítulo disponibilizamos os planos de aula, questionários e roteiros experimentais elaborados durante o planejamento das atividades presentes na sequência didática.

Mas o que envolve o planejamento? Já diz o ditado que quando as pessoas falham em planejar, elas planejam falhar. O planejamento de ensino envolve o desenvolvimento de uma estratégia organizada e sistemática das aulas, isto é, o professor precisa decidir o que e como ensinar antes de começar a fazê-lo. Embora alguns momentos espontâneos de ensino sejam importantíssimos, as aulas devem ser cuidadosamente planejadas, pois o planejamento dará ao professor confiança e orientação na abordagem dos assuntos mais importantes, propiciando uma ação mais efetiva em relação às metas que o professor deseja que os alunos alcancem (SANTROCK, 2009, p. 406) .

De acordo com Middleton e Goepfert (1996), se o professor planejar de modo eficiente, este não precisará manter todos os detalhes de uma aula em mente o tempo todo. O planejamento permite que ele se concentre em como transmitir o ensino aos estudantes e orienta o aspecto interativo do mesmo. Assim ressaltamos a importância do planejamento das ações a serem desenvolvidas para obtermos o resultado que esperamos e que os roteiros que se encontram neste capítulo ajudem a fomentar discussões e experimentações e, portanto, não devem ser utilizados com o rigor de uma receita culinária, isto é, a experimentação livre do estudante deve ser incentivada a todo momento. Dessa forma, os roteiros constituem objetos de ensino com a finalidade de conduzir os estudantes a realizarem algumas experimentações, e com base no observado, eles devem propor hipóteses, variar parâmetros, testar modelos e descobrir relações entre as grandezas Físicas presentes no fenômeno observado.

2.1 PLANOS DE AULA

Seguem os planos de aula que foram desenvolvidos para a aplicação da proposta na escola onde desempenho atividades docentes. Vale aqui ressaltar que estes planos devem ser adaptados de forma a atender as necessidades da comunidade escolar.

2.1.1 Plano de aula 1

1ª e 2ª Atividade: Apresentação da proposta, aplicação do questionário diagnóstico, Exibição do filme e debate

PLANO DE AULA

IDENTIFICAÇÃO

Professor(a):		
Tema: Gravitação	Área de atuação: Física	Número de aulas: 01
Disciplina: Física	Carga horária: 180'	Data:

OBJETIVOS

- Verificar a capacidade de resolução de exercícios sobre o tema “Gravitação” antes da realização das atividades teóricas e experimentais;
- Introduzir o tema “Gravitação”, buscando associar os conceitos existentes na teoria com os fenômenos retratados no filme;
- Ilustrar aplicações tecnológicas que foram possíveis com o desenvolvimento das Ciências;
- Motivar os estudantes ao estudo da Gravitação;

PRÉ-REQUISITOS

- Conhecimentos básicos de mecânica (posição, velocidade, aceleração, força, Leis de Newton).

CONTEÚDO MINISTRADO

- A ação da Gravidade;

MATERIAIS E MÉTODOS

- Duração a realização da aula serão utilizados os seguintes recursos de ensino: Quadro e Giz, Computador, projetor, questionário diagnóstico e o filme “Gravidade”, dirigido por Alfonso Cuarón;
- A aula será dividida em quatro momentos: No primeiro momento, irei apresentar a proposta aos estudantes, comentando brevemente as atividades que iremos realizar, enfatizando que a participação efetiva nas discussões, a negociação de significados e a realização das atividades teóricas e práticas serão os instrumentos avaliativos. No segundo momento, os estudantes receberão um questionário diagnóstico, seja impresso ou no formato digital (google formulário, por exemplo), contendo dez questões de múltipla escolha que versam sobre os temas a serem estudados na sequência. Aos dois primeiros momentos serão reservados no total de 50 minutos de aula, aproximadamente. No terceiro momento, iremos assistir ao filme “Gravidade”, que possui duração de aproximadamente 1h30min, e para finalizar a aula, faremos a discussão dos fenômenos que mais chamaram a atenção dos estudantes.

AValiação

- O processo de ensino e aprendizagem será avaliado por meio de Análise do envolvimento e participação dos alunos durante o desenvolvimento da aula.

BIBLIOGRAFIA

BÔAS, Newton Villas; DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José. **Tópicos de Física 1**. 21ª ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

GASPAR, A. **Física 1**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2011.

HALLIDAY, David; WALKER, Jearl; RESNICK, Robert. **Fundamentos de Física, volume 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica**. / David Halliday , Robert Resnick , Jearl Walker ; tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. – 10. ed. – Rio de Janeiro : LTC, Vol.2; 2016.

HEWITT, Paul G. **Física Conceitual** – Brookman, 2015, 12º ed.

MEDEIROS, Alexandre. **Entrevista com Tycho Brahe**. Física na Escola, v. 2, nº 2, p. 19 - 30, 2001.

MEDEIROS, Alexandre. **Entrevista com Kepler: Do seu nascimento à descoberta das duas primeiras leis**, Física na Escola, v. 3, nº 2, p. 20 - 33, 2002.

MEDEIROS, Alexandre. **Continuação da entrevista com Kepler: A descoberta da terceira lei do movimento planetário**. Física na escola, v. 4, n. 1, p. 19-24, 2003.

PSSC (Physical Science Study Committee). Física. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

ROCHA, J. F. **Origens e Evolução das Ideias da Física**. Salvador: EDUFBA, 2002.

VÁLIO, Adriana B. Marques. **Ser Protagonista: física, 1º ano**. 3 ed. São Paulo: SM 2016.

YOUNG, Hugh D. FREEDMAN, Roger A. **Física II, Sears e Zemansky: termodinâmica e ondas** / Hugh D. Young, Roger A. Freedman; colaborador A. Lewis Ford; tradução Daniel Vieira; revisão técnica Adir Moysés Luiz. – 14. ed. – São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, Vol.2; 2016.

2.1.2 Plano de aula 2

3ª e 4ª Atividade: Discussão sobre os modelos do Sistema Solar e realização do experimento "A Elipse e a primeira Lei de Kepler"

PLANO DE AULA

IDENTIFICAÇÃO

Professor:		
Tema: Gravitação	Área de atuação: Física	Número de aulas:
Disciplina: Física	Carga horária: 180'	Data:

OBJETIVOS

- Conhecer os modelos planetários para o Sistema Solar, partindo dos primeiros modelos primitivos concebidos para compreender o “céu” até o modelo heliocêntrico que conhecemos atualmente;
- Tomar conhecimento das Leis de Kepler e da Lei da atração das massas;
- Compreender a evolução das Ciências como um constructo humano;
- Fazer com que os estudantes se familiarizem às elipses, de forma que eles possam identificá-las em alguns contextos, consigam representar alguns de seus elementos e conheçam sua definição formal, com o propósito de que associem à trajetória dos astros do sistema solar essa curva pouco trabalhada em sala de aula.
- Construir elipses com diferentes excentricidades.
- Tomar conhecimento da primeira Lei de Kepler, das excentricidades das órbitas dos planetas do Sistema Solar, associando cada valor ao formato da órbita.

PRÉ-REQUISITOS

- Conhecimentos básicos de geometria plana (círculo) e espacial (cilindro).
- Conhecimentos básicos de cinemática (posição, trajetória, velocidade, aceleração) e de dinâmica (Força, Leis de Newton);

CONTEÚDO MINISTRADO

- Evolução dos modelos Planetários do Sistema Solar;
- As contribuições de Tycho Brahe e Kepler para o desenvolvimento da Gravitação;
- As Leis de Kepler;
- Conhecendo a Elipse;
- A Lei de Newton da atração das massas;

MATERIAIS E MÉTODOS

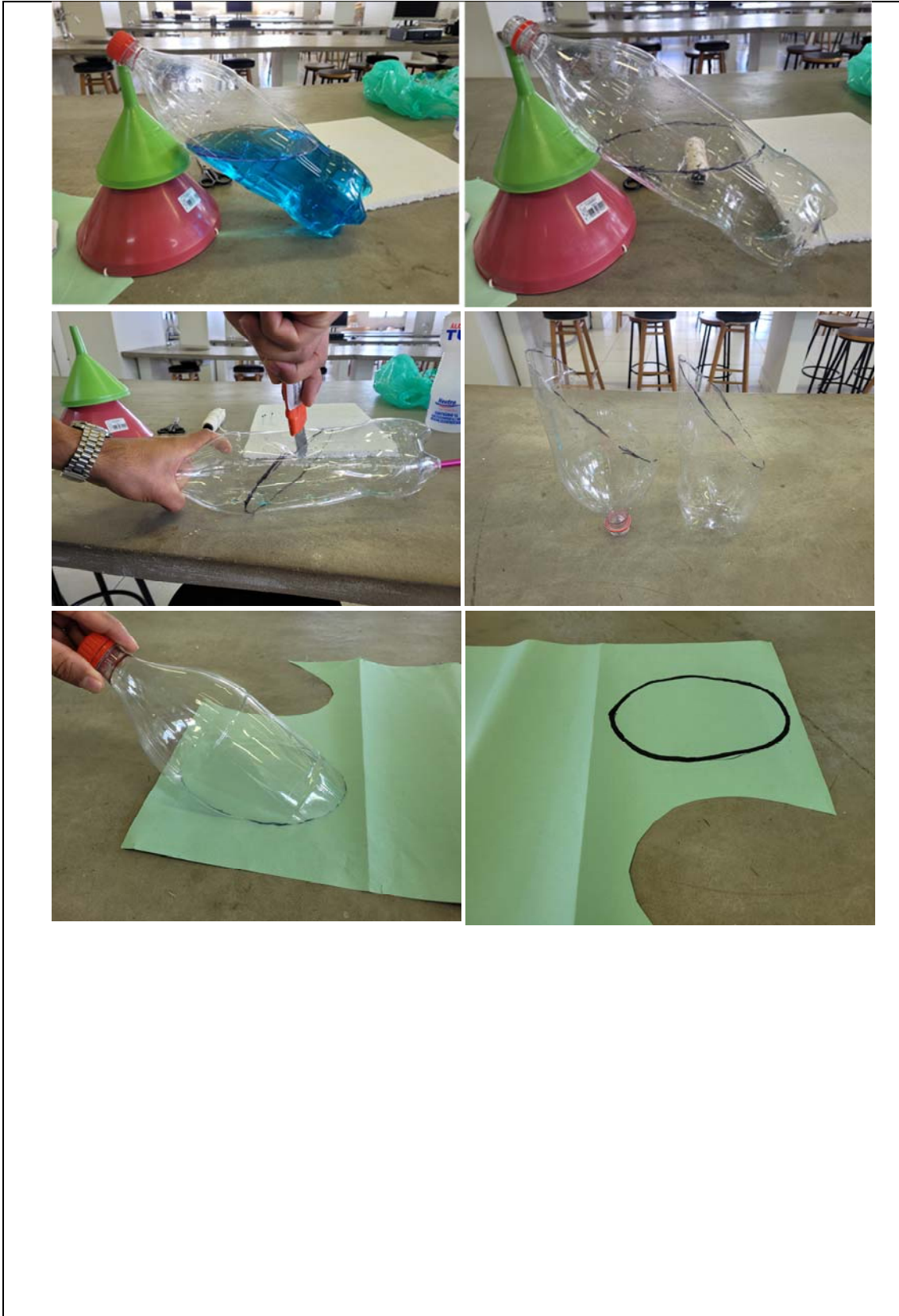
- O conteúdo proposto será desenvolvido por meio de uma aula dialogada, expositiva, prática e demonstrativa, com aproximadamente 180 minutos de duração, na qual utilizarei de recursos instrucionais como: Giz, quadro-negro, computador, projetor, roteiro e materiais para realização do experimento Físico (A Elipse e a primeira Lei de Kepler); A aula será desenvolvida em dois momentos: No primeiro momento, farei uma discussão acerca dos modelos planetários do Sistema Solar, de um ponto vista histórico e evolutivo, ressaltando as principais contribuições de cientistas que provocaram mudanças importantes nos modelos aceitos em cada época, como por exemplo as contribuições de Copérnico, Tycho Bahe e Kepler. Em seguida, trarei para a discussão as três Leis de Kepler e a Lei da atração das massas, culminando em algumas aplicações tecnológicas da teoria e seu impacto na sociedade, como por exemplo o posicionamento de satélites artificiais. Os estudantes serão incentivados a participarem ativamente da discussão, resgatando

conhecimentos prévios. No segundo momento, os estudantes farão a atividade experimental intitulada " A Elipse e a primeira Lei de Kepler".

- Para o experimento físico serão necessários os seguintes materiais:
 - 1 copo cilíndrico;
 - Água com corante (anelina);
 - 1 Garrafa PET cilíndrica transparente;
 - 1 Cartolina;
 - 1 Pincel;
 - 1 Tesoura
 - Barbante
 - 1 Lápis
 - 3 alfinetes de bolinhas
 - 1 Folha de isopor;
 - Roteiro para orientação e anotações;
- A turma será dividida em grupos de dois a três estudantes para a realização das atividades. Em um primeiro momento os estudantes serão levados a identificar o formato da superfície de um líquido (água + corante) em um copo cilíndrico transparente em duas posições: colocado na vertical e após ser inclinado.

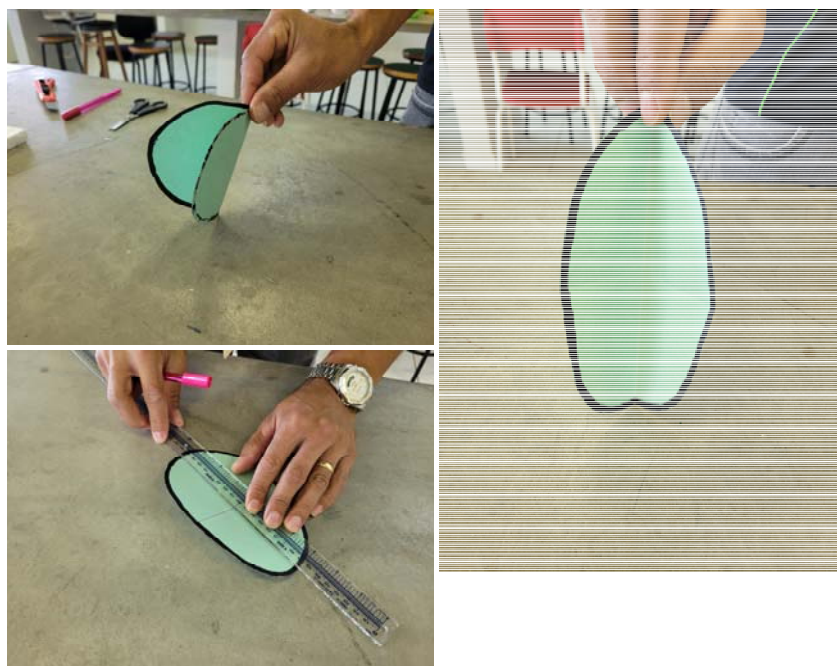


Ao inclinar o copo, o aluno será levado a observar um alongamento dessa superfície circular e que este contorno nos remete a uma elipse. Em seguida, com o auxílio de uma garrafa PET, um canetão, uma tesoura e uma cartolina, os alunos serão instigados a obterem a figura da elipse no plano, como sugere as seguintes figuras:



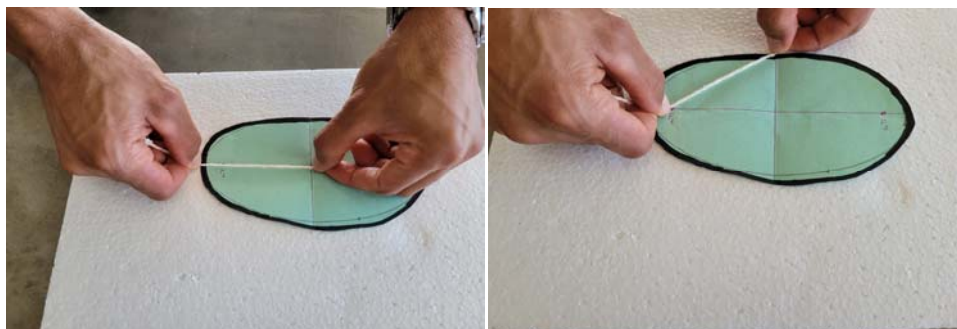


- Em seguida os estudantes serão levados a construção dos elementos “eixo maior” e “eixo menor” de uma elipse. Para tal, os estudantes dobrarão a região cortada no sentido do menor comprimento e depois no sentido do maior comprimento, buscando a simetria entre as partes. Com o auxílio de uma caneta, irão fazer uma marca na região das dobras e observarão os dois vincos, sendo que o de menor comprimento é chamado “eixo menor da elipse” e o vinco de maior comprimento de “eixo maior da elipse”. É importante notar que os dois eixos devem ser perpendiculares.

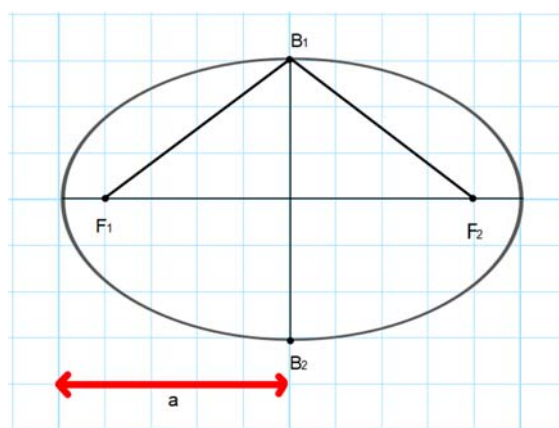


- Em seguida os alunos serão levados a identificarem os focos de uma elipse com o auxílio de barbante. Os alunos irão medir a metade do eixo maior e com essa

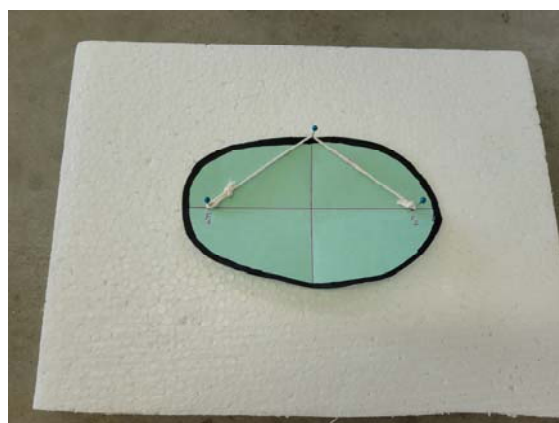
medida, fazer duas marcas sobre esse eixo equidistantes à extremidade do eixo menor (F_1 e F_2).



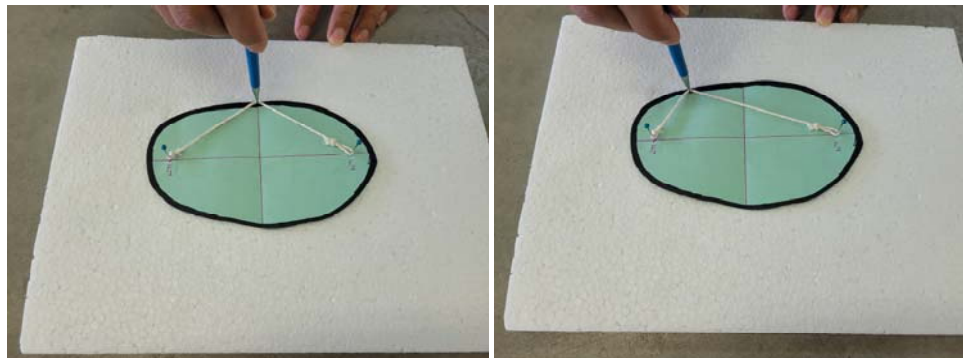
- Nessa etapa é importante que o estudante perceba que a distância entre o ponto B da figura seguinte e cada um dos focos é a metade do eixo maior ($BF_1 = BF_2 = a$).



- Em seguida, coloque um alfinete em cada foco e um terceiro no ponto B , interligados por um barbante fixo nos focos, como mostrado na figura seguinte:



- Substitua o palito de cabeça azul por um lápis e, contornando a curva, sempre observe que o tamanho do barbante não muda.



- O estudante será levado a concluir que a curva desenhada coincide, por construção, com aquela obtida no início, quando foi cortado o cilindro de plástico. Além disso, essa curva possui a seguinte propriedade: a soma das distâncias de um ponto qualquer da curva aos dois focos (alfinetes) é sempre a mesma, constante e igual ao comprimento do eixo maior (comprimento do barbante). Esta é a condição que define a elipse: Elipse é uma curva constituída pelo conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante.
- Em seguida, instruirei os estudantes a construir diferentes tamanhos de Elipses, e em especial, irão explorar dois casos especiais: 1º) Quando os focos coincidem, que chegamos a um círculo; 2º) Quando a distância entre os focos for igual ao comprimento do barbante, que chegamos a um segmento de reta;
- Na sequência, os estudantes tomarão conhecimento das excentricidades das órbitas de cada planeta do Sistema Solar. O professor deverá provocar a turma sobre o formato das órbitas, relacionando com o enunciado da primeira Lei de Kepler;
- Para finalizar a aula, os estudantes deverão fazer uma síntese do que haviam compreendido e cada grupo compartilhar com a turma;
- A aula será desenvolvida com a participação efetiva do aluno, sempre o estimulando a resgatar os conhecimentos prévios que este pode ter adquirido, promovendo assim, um conhecimento contextualizado através da percepção da

importância desse campo de estudo da física no mundo vivencial, nos equipamentos e procedimentos tecnológicos atuais;

AVALIAÇÃO

- O processo de ensino e aprendizagem será avaliado por meio de Análise do envolvimento e participação dos alunos durante o desenvolvimento da aula.
- Análise das respostas dos estudantes aos questionários presentes no roteiro experimental;

BIBLIOGRAFIA

BÔAS, Newton Villas; DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José. **Tópicos de Física 1**. 21ª ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

GASPAR, A. **Física 1**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2011.

HEWITT, Paul G. **Física Conceitual** – Brookman, 2015, 12º ed.

PSSC (Physical Science Study Committee). **Física**. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

Que curva é essa chamada Elipse. Disponível em:
https://m3.ime.unicamp.br/dl/1-EHXLb4wNQ_MDA_a8345_. Acessado em 16/06/2019.

ROCHA, J. F. **Origens e Evolução das Ideias da Física**. Salvador: EDUFBA, 2002.

VÁLIO, Adriana B. Marques. **Ser Protagonista: física, 1º ano**. 3 ed. São Paulo: SM 2016.

2.1.3 Plano de aula 3

5ª Atividade: Prática experimental intitulada "Verificação da segunda Lei de Kepler "

PLANO DE AULA

IDENTIFICAÇÃO

Professor:		
Tema: Gravitação	Área de atuação: Física	Número de aulas: 01
Disciplina: Física	Carga horária: 180'	Data:

OBJETIVOS

- Levar o aluno a compreender a segunda Lei de Kepler através da verificação experimental dessa lei (lei das áreas).
- Determinar o período de um objeto em uma trajetória elíptica;
- Medir a massa de farinha que cai sobre uma determinada região da órbita elíptica;
- Identificar e calcular a área varrida pelo vetor posição do objeto em relação ao centro da órbita;

PRÉ-REQUISITOS

- As leis de Newton.
- Conhecimentos básicos de cinemática (posição, trajetória e velocidade).
- Cálculo da área de um triângulo.

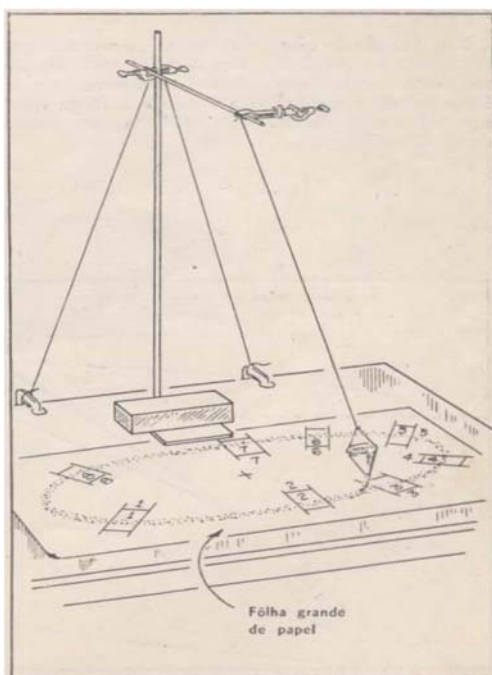
CONTEÚDO MINISTRADO

- Lei das áreas;

MATERIAIS E MÉTODOS

- O conteúdo proposto será desenvolvido por meio de uma aula expositiva, prática e demonstrativa, com aproximadamente 180 minutos de duração, na qual utilizarei de recursos instrucionais como: Giz, quadro-negro, roteiro experimental impresso e demais materiais necessários para a realização do experimento Físico (Lei das áreas);
- Para a realização do experimento físico, serão necessários os seguintes materiais:
 - Barbante ou linha inextensível;
 - 1 Funil maior e outro menor;
 - 1 kg de Farinha de mandioca;
 - Fita Crepe;
 - Cronômetro (celular);
 - Calculadora (opcional);
 - Folha grande de papel (1m x 1m);
 - Balança digital;
 - 1 régua;
 - Pincel atômico (canetão);
 - 4 pedaços de cartolina;
 - 4 copos;
- Os estudantes serão divididos em pequenos grupos de três a quatro integrantes para realização da atividade prática.
- Nessa atividade, os estudantes serão levados a compreenderem a segunda Lei de Kepler. Kepler descobriu que os planetas seguem trajetórias elípticas, e que uma linha reta imaginária traçada do Sol a um planeta, varreria áreas iguais em intervalos de tempo iguais. Não podemos realizar experiências com os planetas, mas podemos experimentar com um pêndulo cujo movimento seja elíptico. A extremidade de um pêndulo que oscile num pequeno arco, move-se de um lado para outro, ao longo de uma linha aproximadamente horizontal. Quando um pêndulo deste tipo é

impulsionado lateralmente, sua extremidade descreve uma elipse. O estudante descobrirá, nesta experiência, se a extremidade do pêndulo varre, também, áreas iguais em intervalos iguais de tempo. O pêndulo é, também, nosso aparelho medidor de tempo, consistindo de um funil cheio de farinha de mandioca, suspenso à extremidade de um fio, no qual uma pequena abertura no fundo permite uma vazão de farinha razoavelmente constante.

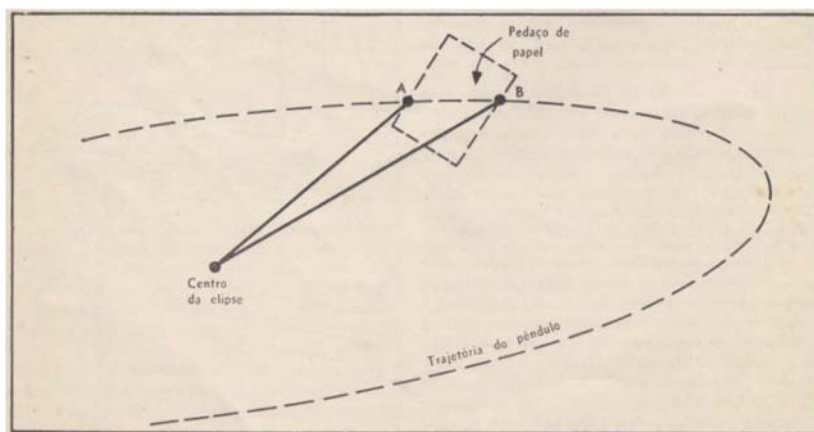


Quando o funil se movimenta em uma trajetória elíptica, a massa de farinha depositada em qualquer arco da elipse será proporcional ao tempo que leva o copo para percorrer o arco. Cada pedaço de papel disposto ao longo do trajeto do funil, coletará, portanto, uma massa de farinha proporcional ao tempo necessário para o funil passar sobre este papel, conforme mostra a figura ao lado.

- Os estudantes deverão colocar uma grande folha de papel debaixo do pêndulo, centralizada em relação à posição de repouso do pêndulo. Essa posição de repouso deverá ser marcada no papel.
- Diversas oscilações deverão ser ensaiadas usando o funil carregado de farinha, estando vedado o orifício de seu fundo, para obter a órbita aproximada antes da oscilação definitiva.
- Em um dos lançamentos, os estudantes serão instigados a medir o intervalo de tempo necessário para que o funil carregado execute 5 revoluções em uma órbita elíptica e obterem o período orbital.
- Serão dispostos pedaços de cartolina em volta da órbita, como indica a figura anterior e desobstruído o orifício, faremos o pêndulo oscilar várias vezes.
- Ao longo do trajeto elíptico, os estudantes marcarão com um par de pontos, a posição de cada pedacinho de papel. As linhas traçadas do centro da elipse a um par de pontos (pontos “A” e “B” da figura seguinte) e o arco AB da elipse,

delimitam a área varrida pelo pêndulo à medida que ele se move ao longo deste arco.

- Os estudantes serão instigados a descobrir os tempos necessários para que o pêndulo atravessasse cada pedaço de papel, medidos em termos de massa de farinha e a área varrida pelo pêndulo ao atravessar cada pedaço de papel, e por fim, verificarem se são varridas áreas iguais em tempos iguais por uma linha que vai da extremidade do pêndulo ao centro da elipse.
- Os estudantes deverão repetir a experiência com uma elipse de tamanho diferente.
- Ao final da atividade, os estudantes serão questionados sobre a força resultante no pêndulo, em que sentido se assemelham a força resultante sobre o pêndulo e a força que age sobre um planeta e em que diferem essas duas forças.



- A aula será desenvolvida com a participação efetiva do aluno, sempre estimulando a resgatar os conhecimentos prévios que este pode ter adquirido, promovendo assim, um conhecimento contextualizado através da percepção da importância desse campo de estudo da física no mundo vivencial, nos equipamentos e procedimentos tecnológicos atuais;
- Nota: As duas figuras presentes nesse plano de aula foram extraídas do PSSC – Vol. 3, cuja referência encontra-se no final deste plano de aula.

AVALIAÇÃO

- O processo de ensino e aprendizagem será avaliado por meio de Análise do envolvimento e participação dos alunos durante o desenvolvimento da aula.

- Análise das respostas dos estudantes aos questionários presentes no roteiro experimental;

BIBLIOGRAFIA

BÔAS, Newton Villas; DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José. **Tópicos de Física 1**. 21ª ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

GASPAR, A. **Física 1**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2011.

HEWITT, Paul G. **Física Conceitual** – Brookman, 2015, 12º ed.

PSSC (Physical Science Study Committee). **Física**. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

ROCHA, J. F. **Origens e Evolução das Ideias da Física**. Salvador: EDUFBA, 2002.

VÁLIO, Adriana B. Marques. **Ser Protagonista: física, 1º ano**. 3 ed. São Paulo: SM 2016.

Fonte: O autor

2.1.4 Plano de aula 4

6^a e 7^a atividade: Atividade experimental com o Simulador “Gravidade e Órbitas” e aplicação do questionário final

PLANO DE AULA

IDENTIFICAÇÃO

Professor:		
Tema: Gravitação	Área de atuação: Física	Número de aulas: 01
Disciplina: Física	Carga horária: 180'	Data:

OBJETIVOS

- Visualizar diferentes órbitas;
- Medir o período orbital de um astro;
- Visualizar a alteração dos vetores velocidade e força gravitacional em diferentes posições e para diferentes tipos de órbitas;
- Levar os alunos a compreenderem como a gravitação atua nos corpos celestes naturais e artificiais.
- Visualizar os fatores que alteram a intensidade da força gravitacional entre dois astros e as diferentes órbitas obtidas;
- Fazer com que os alunos visualizem a dinâmica do movimento orbital;
- Compreender as Leis de Kepler e a Lei da atração das massas;

PRÉ-REQUISITOS

- As leis de Newton.
- Conhecimentos básicos de cinemática (posição, velocidade, aceleração);

- Trajetória circular e elíptica;
- Dinâmica do movimento circular;

CONTEÚDO MINISTRADO

- Período orbital;
- Força Gravitacional;
- Dinâmica orbital;

MATERIAIS E MÉTODOS

- A aula será dividida em dois momentos: Durante o primeiro momento os estudantes realizarão a atividade experimental utilizando o simulador “Gravidade e Órbitas” e no segundo momento, responderão ao questionário final contendo dez questões de múltipla escolha, similar ao questionário diagnóstico. Deve ficar claro para o estudante que a sua nota/conceito não será atribuída observando apenas a quantidade de acertos no questionário, e sim a sua evolução no processo de ensino e aprendizagem, considerando para tal todos os aspectos envolvidos (participação nas discussões, colaboração com os colegas, realização ativa das atividades experimentais, socialização das observações com os colegas). O conteúdo proposto será desenvolvido no primeiro momento por meio de uma aula dialogada e cooperativa, na qual os estudantes realizarão a atividade experimental e socializarão os resultados com os colegas. Serão utilizados os seguintes recursos instrucionais: Giz, quadro-negro, questionário impresso ou digital (google formulário, por exemplo), computador, projetor e experimento Virtual (Simulação computacional gratuita do PHET “Gravidade e Órbitas”) e o roteiro impresso para o estudante;
- Essa aula será realizada em um laboratório de informática, onde cada estudante contará com um computador conectado à internet. Por prevenção, a simulação computacional a ser utilizada na aula já estará baixada em todos os computadores.
- Os estudantes formarão pequenos grupos (duplas ou trios) para discutirem/socializarem as respostas de cada item do roteiro, levantarem

questionamentos, proporem modelos e elaborar explicações a respeito do que irão observar. Ao final da atividade, os grupos promoverão uma discussão dos principais conceitos abordados na atividade e dos fenômenos observados a partir das experimentações realizadas no simulador.

- O professor irá caminhar pela sala, fazendo observações, fornecendo estímulos verbais, solucionando dúvidas e propondo novas experimentações. O professor irá atuar como um indivíduo mais experiente do grupo, fazendo apontamentos e discutindo o experimento. Em todos os momentos serão levados em conta a participação efetiva do aluno, sempre o estimulando a resgatar os conhecimentos prévios que este possa ter adquirido, promovendo assim, um conhecimento contextualizado através da percepção da importância desse campo de estudo da física no mundo vivencial, nos equipamentos e procedimentos tecnológicos atuais;
- A aula foi elaborada de forma que:
 - Durante a Atividade 1 do roteiro do estudante, os alunos serão levados a conhecer os recursos e parâmetros que podem ser alterados na simulação.
 - Em seguida, os primeiros dados a serem extraídos da simulação é o período orbital da Terra e da Lua. Os alunos serão instigados a refletirem sobre os resultados obtidos.
 - Em seguida, no item 1.3 do roteiro do aluno, os estudantes irão visualizar o vetor força gravitacional no sistema terra-lua. Serão levados a refletirem sobre a aplicação das leis de Newton na descrição do modelo utilizado na simulação.
 - No item 1.4, o estudante observará o vetor velocidade durante a dinâmica orbital da Terra, o formato de sua órbita e anotará sobre a constância ou não dos vetores força gravitacional e velocidade no roteiro, e sua relação com o tipo de órbita descrita pelo astro.
 - Durante as Atividades 2 e 3, além de aplicar alguns conceitos trabalhados na dinâmica do movimento circular e na aplicação das leis de Newton, o estudante será levado a modificar alguns parâmetros da simulação e com base em sua observação, responder alguns

questionamentos que o levarão a compreender os fatores que modificam a dinâmica dos astros e que justificam a sua órbita.

- Por fim, os estudantes serão instruídos a determinar uma órbita estável para um satélite cujo período seja de 500 min. Eles deverão modificar os valores do Raio e da velocidade orbital e visualizarem os efeitos que cada parâmetro produz no período orbital. Neste momento, o professor irá questionar sobre o enunciado da terceira Lei de Kepler. Caso os estudantes não recordem, estes serão incentivados a buscarem em páginas confiáveis da internet, como sites de Universidades e de Centros de Pesquisas.

AVALIAÇÃO

- Os estudantes serão avaliados quanto a sua interação com os demais colegas e com o objeto em estudo (simulação), dando ênfase às descobertas a partir das experiências realizadas, reforçando os conceitos corretos e promovendo mudanças conceituais;
- Análise das respostas dos estudantes aos questionários presentes no roteiro experimental e no questionário final;

BIBLIOGRAFIA

BÔAS, Newton Villas; DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José. **Tópicos de Física 1**. 21^a ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

GASPAR, A. **Física 1**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2011.

HEWITT, Paul G. **Física Conceitual** – Brookman, 2015, 12^o ed.

PSSC (Physical Science Study Committee). Física. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

ROCHA, J. F. **Origens e Evolução das Ideias da Física**. Salvador: EDUFBA, 2002.

VÁLIO, Adriana B. Marques. **Ser Protagonista: física, 1^o ano**. 3 ed. São Paulo: SM 2016

Simulação Computacional do PHET, disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/gravity-and-orbits/latest/gravity-and-orbits_pt_BR.html; Acessado em 07/06/2022.

MOREIRA, Marco Antônio. **Interfaces entre teorias de aprendizagem e Ensino de Ciências/Física [recurso eletrônico]** / Marco Antonio Moreira, Neusa Teresinha Massoni. – Porto Alegre: UFRGS, 2015. 42 p. ; il. (Textos de apoio ao professor de física / Marco Antonio Moreira e Eliane Angela Veit, ISSN 2448-0606; v. 26 , n.6)

2.2 QUESTIONÁRIOS E ROTEIROS EXPERIMENTAIS

Seguem os questionários diagnóstico e final, bem como os gabaritos de cada um e os roteiros utilizados nas atividades experimentais. Novamente, ressaltamos que estes devem ser modificados a fim de propiciar melhores condições de realização das atividades.

2.2.1 Questionário Diagnóstico

IDENTIFICAÇÃO

Escola: _____ Turma: _____

Estudante: _____ Data: __/__/__

Questionário diagnóstico

1. Na linha de uma tradição antiga, o astrônomo grego Ptolomeu (100-170 d.C.) afirmou a tese do geocentrismo, segundo a qual a Terra seria o centro do universo, sendo que o Sol, a Lua e os planetas girariam em seu redor em órbitas circulares. A teoria de Ptolomeu resolvia de modo razoável os problemas astronômicos da sua época. Vários séculos mais tarde, o clérigo e astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), ao encontrar inexatidões na teoria de Ptolomeu, formulou a teoria do heliocentrismo, segundo a qual o Sol deveria ser considerado o centro do universo, com a Terra, a Lua e os planetas girando circularmente em torno dele. Por fim, o astrônomo e matemático alemão Johannes Kepler (1571-1630), depois de estudar o planeta Marte por cerca de trinta anos, verificou que a sua órbita é elíptica. Esse resultado generalizou-se para os demais planetas. A respeito dos estudiosos citados no texto, é correto afirmar que:

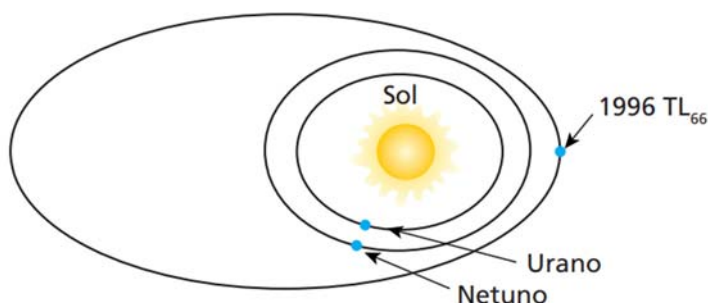
- a) Ptolomeu apresentou as ideias mais valiosas, por serem mais antigas e tradicionais.
- b) Copérnico desenvolveu a teoria do heliocentrismo inspirado no contexto político do Rei Sol.

- c) Copérnico viveu em uma época em que a pesquisa científica era livre e amplamente incentivada pelas autoridades.
- d) Kepler estudou o planeta Marte para atender às necessidades de expansão econômica e científica da Alemanha.
- e) Kepler apresentou uma teoria científica que, graças aos métodos aplicados, pôde ser testada e generalizada.

2. Adotando o Sol como referencial, aponte a alternativa que condiz com a 1ª Lei de Kepler da Gravitação (Lei das órbitas):

- a) As órbitas planetárias são quaisquer curvas, desde que fechadas.
- b) As órbitas planetárias são espiraladas.
- c) As órbitas planetárias não podem ser circulares.
- d) As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando o centro da elipse.
- e) As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse.

3. A figura abaixo representa o Sol, três astros celestes e suas respectivas órbitas em torno do Sol: Urano, Netuno e o objeto na década de 1990, descoberto, de nome 1996TL₆₆.



Analise as afirmativas a seguir:

- I. Essas órbitas são elípticas, estando o Sol em um dos focos dessas elipses.
- II. Os três astros representados executam movimento uniforme em torno do Sol, cada um com um valor de velocidade diferente dos outros.
- III. Dentre os astros representados, quem gasta menos tempo para completar uma volta em torno do Sol é Urano.

Indique:

- a) se todas as afirmativas são corretas.
- b) se todas as afirmativas são incorretas.
- c) se apenas as afirmativas I e II são corretas.

d) se apenas as afirmativas II e III são corretas.

e) se apenas as afirmativas I e III são corretas.

4. A 2ª Lei de Kepler (Lei das áreas) permite concluir que:

a) as áreas varridas pelo vetor-posição de um planeta em relação ao centro do Sol são diretamente proporcionais aos quadrados dos respectivos intervalos de tempo gastos;

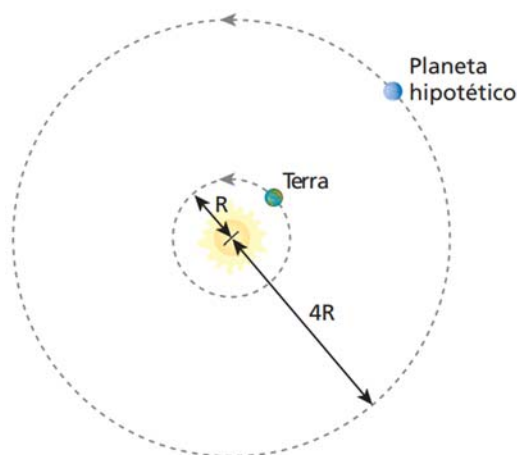
b) a intensidade da velocidade de um planeta ao longo de sua órbita em torno do Sol é máxima no periélio;

c) a intensidade da velocidade de um planeta ao longo de sua órbita em torno do Sol é máxima no afélio;

d) o intervalo de tempo gasto pelo planeta em sua translação do afélio para o periélio é maior que o intervalo de tempo gasto por ele na translação do periélio para o afélio;

e) o movimento de translação de um planeta em torno do Sol é uniforme, já que sua velocidade areolar é constante.

5. Considere um planeta hipotético gravitando em órbita circular em torno do Sol. Admita que o raio da órbita desse planeta seja o quádruplo do raio da órbita da Terra. Nessas condições, qual o período de translação do citado planeta, expresso em anos terrestres?



a) $T_h = 0,5$ ano terrestre;

b) $T_h = 2$ anos terrestres;

c) $T_h = 4$ anos terrestres;

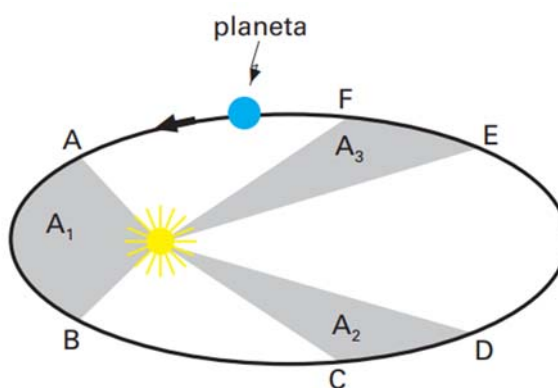
d) $T_h = 8$ anos terrestres;

e) $T_h = 16$ anos terrestres;

6. Os lançamentos de satélites, as imagens obtidas do universo por telescópio, o envio de sondas a Marte, entre outros, são fatos que tendem a popularizar os conceitos sobre a Lei da Gravitação Universal. Com base nestes conhecimentos, assinale a proposição correta:

- a) A força de atração gravitacional deve existir não apenas entre o Sol e os planetas, ou entre a Terra e a Lua, mas deve se manifestar entre todos os corpos materiais do universo.
- b) A constante gravitacional seria diferente, se fosse medida em outro planeta.
- c) Um corpo, afastando-se da superfície terrestre, ao atingir uma posição fora da atmosfera, deixa de ser atraído pela Terra.
- d) Um newton de arroz, tanto no polo sul quanto no equador terrestre, contém a mesma quantidade de arroz.
- e) O peso de um corpo independe do local onde ele se encontra.

7. A figura ilustra o movimento de um planeta em torno do Sol.



Se os tempos gastos para o planeta se deslocar de A para B, de C para D e de E para F são iguais, então as áreas – A_1 , A_2 e A_3 – apresentam a seguinte relação:

- a) $A_1 = A_2 = A_3$.
- b) $A_1 > A_2 = A_3$.
- c) $A_1 < A_2 < A_3$.
- d) $A_1 > A_2 > A_3$.
- e) Não há dados suficientes para estabelecer uma relação entre as áreas.

8. Um satélite estacionário possui órbita circular equatorial, a 1 600 km da superfície da Terra. Sabendo que o raio do equador terrestre é $6,4 \cdot 10^3$ km, podemos dizer que nesta altura:

- a) o peso do satélite é praticamente zero, devido à ausência de gravidade terrestre no local.
- b) o peso do satélite é igual ao peso que ele teria na superfície do nosso planeta.
- c) o peso do satélite é igual a 80% do peso que ele teria na superfície do nosso planeta.
- d) o peso do satélite é igual a 64% do peso que ele teria na superfície do nosso planeta.
- e) o peso do satélite é igual a 25% do peso que ele teria na superfície do nosso planeta.

9. As quatro estações do ano podem ser explicadas:

- a) pela rotação da Terra em torno de seu eixo.
- b) pela órbita elíptica descrita pela Terra em torno do Sol.
- c) pelo movimento combinado de rotação e translação da Terra.
- d) pela inclinação do eixo principal da Terra durante a translação.
- e) pelo movimento de translação da Terra.

10. No sistema solar, o planeta Saturno tem massa cerca de 100 vezes maior do que a da Terra e descreve uma órbita, em torno do Sol, a uma distância média 10 vezes maior do que a distância média da Terra ao Sol (valores aproximados). A razão $\left(\frac{F_{Sat}}{F_T}\right)$ entre a força gravitacional com que o Sol atrai Saturno e a força gravitacional com que o Sol atrai a Terra é de aproximadamente:

- a) 1 000.
- b) 10.
- c) 1.
- d) 0,1.
- e) 0,001.

Gabarito do questionário diagnóstico:

Nº da Questão	Resposta	Nº da Questão	Resposta
01	E	06	A
02	E	07	A
03	E	08	D
04	B	09	D
05	D	10	C

2.2.2 Roteiro da Primeira Atividade Experimental

IDENTIFICAÇÃO

Escola: _____ Turma: _____

Estudante: _____ Data: __/__/__

Roteiro da Atividade Prática (A ELIPSE E A PRIMEIRA LEI DE KEPLER)

1. OBJETIVOS

Fazer com que os estudantes se habituem às elipses, de forma que eles possam identificá-las em alguns contextos, consigam representar alguns de seus elementos e conheçam sua definição formal, com o propósito de que associem à trajetória dos astros do sistema solar essa curva pouco trabalhada em sala de aula.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

- 01 recipiente cilíndrico (pode ser um copo ou Béquer, por exemplo);
- Água;
- Corante (anilina);
- 1 Garrafa PET cilíndrica transparente;
- 1 Cartolina;
- 1 Pincel;
- 1 Régua;
- 1 Tesoura;
- 1 Estilete;
- Barbante;
- 1 Lápis;
- 3 alfinetes de bolinhas;
- 1 Folha de isopor;

2. CONCEITOS PRÉVIOS

2. Você já conhecia a figura geométrica denominada elipse antes das atividades do produto educacional? Você associa algo do dia-dia a uma elipse?

3. ATIVIDADE 1 – Identificação do formato de uma elipse

Procedimento:

3.1- Coloque água da torneira até aproximadamente metade do copo ou béquer;

3.2- Acrescente o corante(anilina);

3.3- Identifique o formato da superfície do líquido (água + corante) em duas situações: com o copo cilíndrico transparente colocado na vertical e após ser inclinado, como sugerem as imagens a seguir:



Copo na vertical: O formato da superfície livre do líquido é uma _____.

Copo inclinado: O formato da superfície livre do líquido é uma _____.

4. ATIVIDADE 2 – Planificação da elipse

Com o auxílio de uma garrafa PET, um canetão, um estilete, uma tesoura e uma cartolina, os alunos serão instigados a obterem a figura da elipse no plano

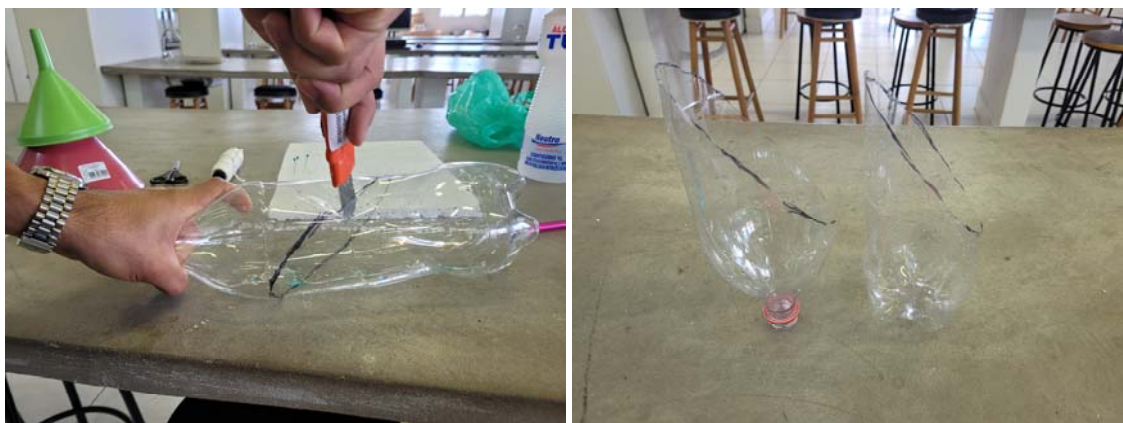
4.1- Transfira o líquido (água + corante) do copo ou béquer para a garrafa PET.

4.2- Acrescente água até aproximadamente metade de seu volume.

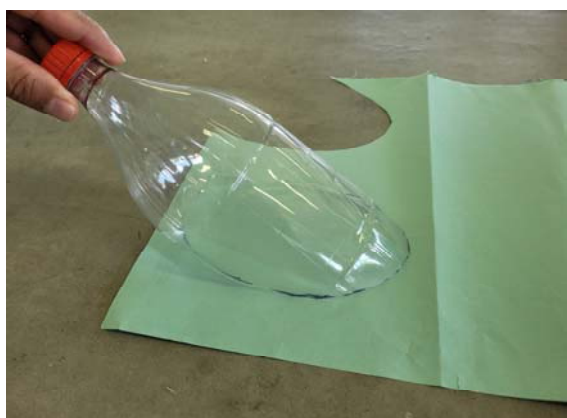
4.3- Coloque a garrafa em uma posição inclinada e com o auxílio de um canetão, contorne o formato da superfície do líquido, conforme mostrado nas figuras seguintes:



4.4- Com o auxílio de um estilete e uma tesoura, recorte a garrafa.



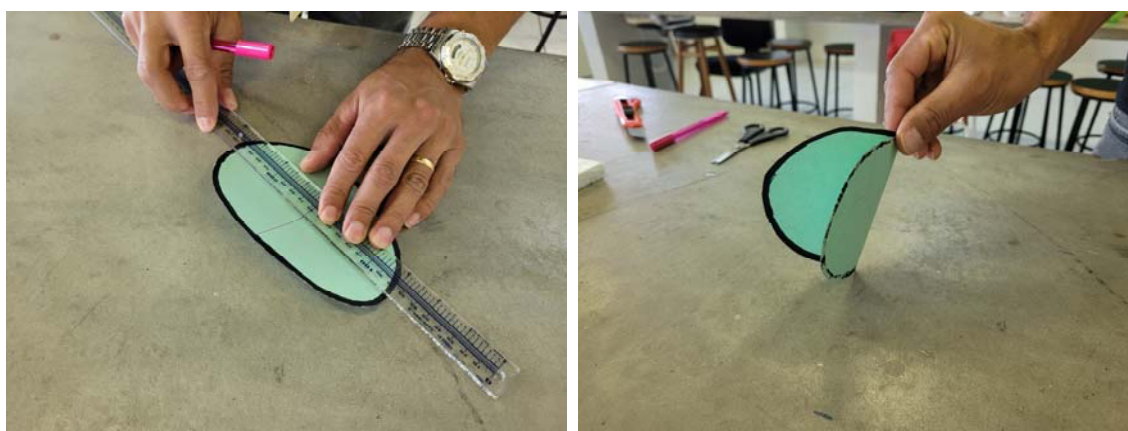
4.5- Transfira o formato do corte para a cartolina;



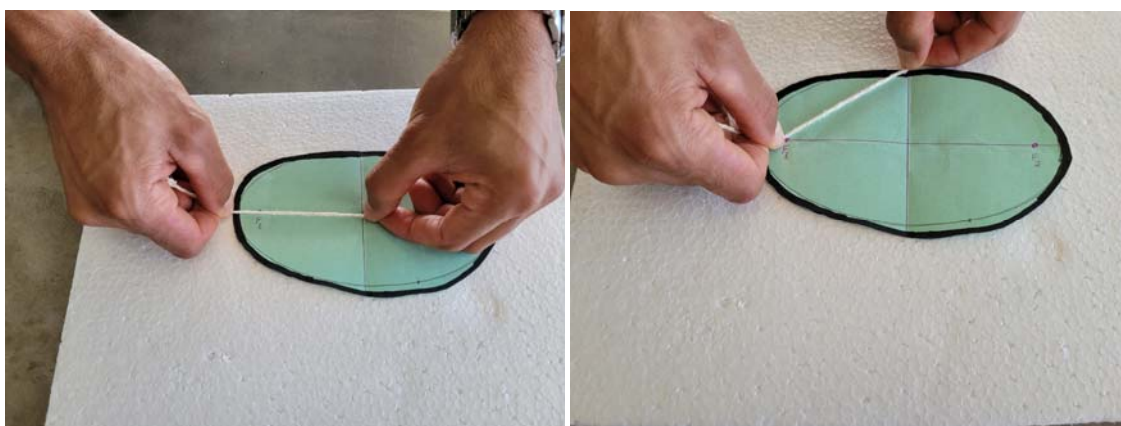
4.6- Recorte o formato da curva;

5. ATIVIDADE 3 – Alguns elementos da elipse

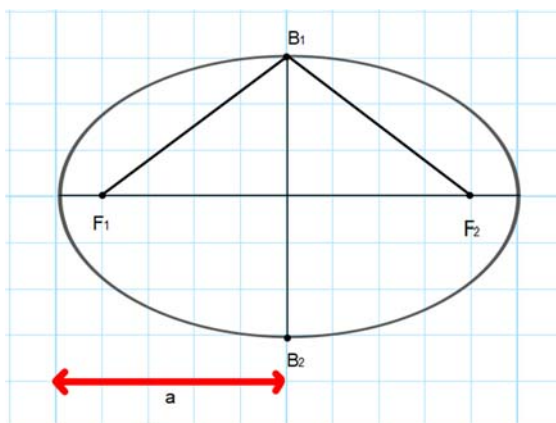
5.1- Dobre a região cortada no sentido do menor comprimento e depois no sentido do maior comprimento, buscando a simetria entre as partes. Com o auxílio de uma caneta, façam uma marca na região das dobras e observem os dois vincos, sendo que o de menor comprimento é chamado “eixo menor da elipse” e o vinco de maior comprimento de “eixo maior da elipse”. (É importante notar que os dois eixos devem ser perpendiculares).



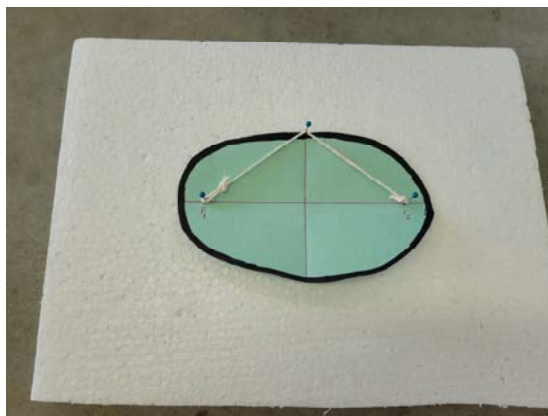
5.2- Com o auxílio de um barbante, meçam metade do eixo maior e com essa medida, façam duas marcas sobre esse eixo equidistantes à extremidade do eixo menor (F_1 e F_2), como indicam as figuras a seguir:



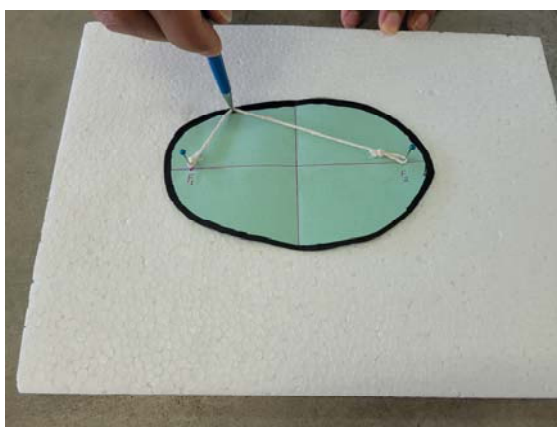
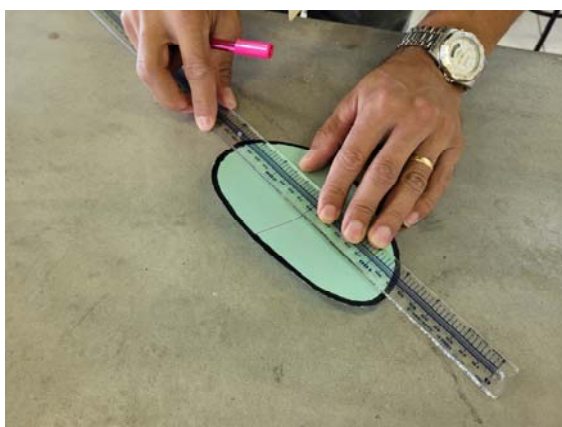
5.3- Nessa etapa é importante que você perceba que as distâncias entre os pontos B_1 e B_2 da figura seguinte e cada um dos focos é a metade do eixo maior ($B_1F_1 = B_1F_2 = B_2F_1 = B_2F_2 = a$).



5.4- Em seguida, com o auxílio de três alfinetes (um em cada foco e um terceiro no ponto B), fixe a figura planificada sobre o isopor. Com o uso de um barbante, interligue os alfinetes, como mostrado na figura seguinte:

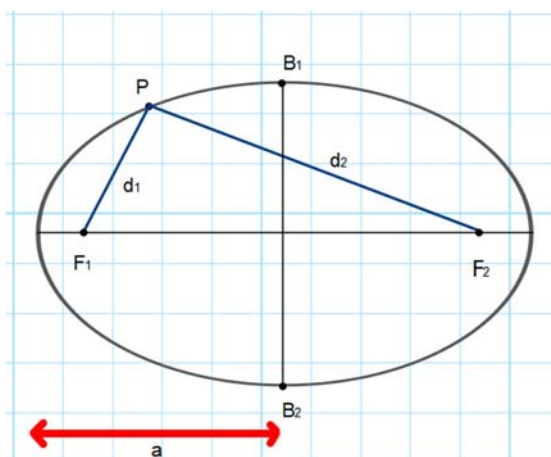


5.5- Substitua o alfinete do ponto B por um lápis e, contornando a curva, sempre observe que o tamanho do barbante não muda.



Aqui é importante que você perceba que essa curva possui a seguinte propriedade: a soma das distâncias de um ponto qualquer da curva aos dois focos (alfinetes) é sempre a mesma, constante

e igual ao comprimento do eixo maior (comprimento do barbante). Esta é a condição que define a elipse: “**Elipse é uma curva constituída pelo conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante**”.



6. ATIVIDADE 4 – Construção de diferentes elipses

6.1 – Uma grandeza importante no estudo das elipses é a chamada **excentricidade (e)**, definida por:

$$e = \frac{f}{E} \quad (0 \leq e < 1)$$

Onde: f = distância do foco ao centro da elipse;

E = Comprimento do semieixo maior da elipse;

Por essa definição, podemos notar que quanto mais achatada for a elipse, mais próximo de 1 será o valor da excentricidade. Abaixo segue uma tabela com os valores da excentricidade de cada planeta do sistema solar:

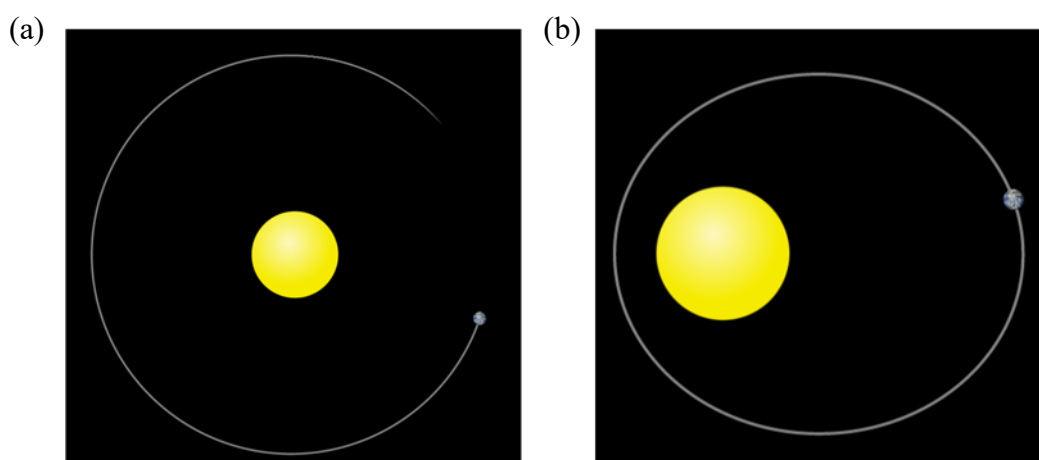
Planeta	Excentricidade da elipse
Mercúrio	0,20
Vênus	0,07
Terra	0,02
Marte	0,09
Júpiter	0,05
Saturno	0,06
Urano	0,05
Netuno	0,009

Segundo os dados da tabela e da definição acima, responda:

O planeta do Sistema Solar que possui órbita mais achatada é _____.

O planeta do Sistema Solar que possui órbita mais próxima de uma circunferência é _____.

6.2- Analisando o valor da excentricidade da órbita do planeta Terra em torno do sol, assinale qual das órbitas a seguir está mais condizente com a realizada pelo nosso planeta?



6.3- Façam elipses de diferentes tamanhos, e em especial, irão explorar dois casos:

1º) Diminua a distância entre os focos até que estes coincidam em um mesmo ponto (aproximadamente). Ao contornarmos este ponto comum com o lápis, qual figura é formada?

Perceba que quando os focos coincidem, o valor da excentricidade “e” é igual a zero ($e=0$).

2º) Aumente a distância entre os focos até atingir o comprimento do barbante. Neste caso, a única figura formada pelo lápis é uma _____.

Neste caso, o valor da excentricidade é igual a 1.

7. ATIVIDADE 5 – Síntese Integradora

7.1- Discuta com seus colegas e com o professor sobre o enunciado da primeira lei de Kepler. Escreva de forma sucinta o que compreendeu.

2.2.3 Roteiro da Segunda Atividade Experimental

IDENTIFICAÇÃO

Escola: _____ Turma: _____

Estudante: _____ Data: __/__/__

Roteiro da Atividade Prática (VERIFICAÇÃO DA SEGUNDA LEI DE KEPLER)

1. OBJETIVOS

➤ Objetivo Geral:

- Levar o aluno a compreender a segunda Lei de Kepler através da verificação experimental dessa lei (lei das áreas).

➤ Objetivos específicos:

- Determinar o período de um objeto em uma trajetória elíptica;
- Medir a massa de farinha que cai sobre uma determinada região da órbita elíptica;
- Identificar e calcular a área varrida pelo vetor posição do objeto em relação ao centro da órbita;

2. MATERIAIS NECESSÁRIOS

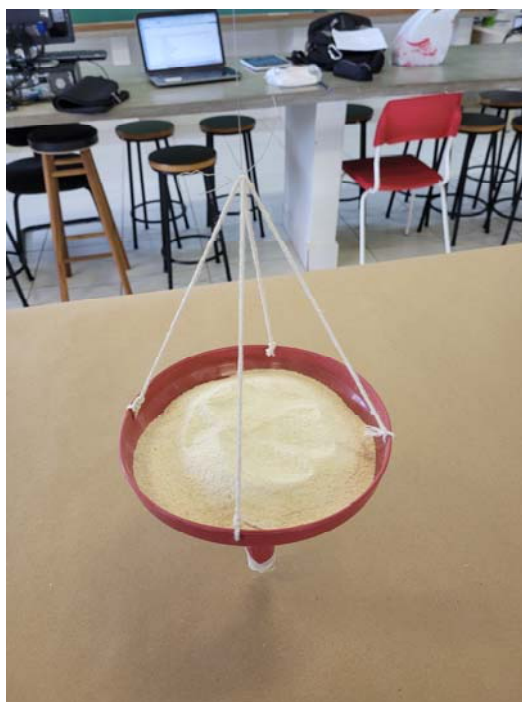
- Barbante ou linha inextensível;
- 1 Funil maior e outro menor;
- 1 kg de Farinha de mandioca;
- Fita Crepe;
- Cronômetro (celular);
- Calculadora (opcional);
- Folha grande de papel (1m x 1m);
- Balança digital;
- 1 régua;
- Pincel atômico (canetão);
- 4 pedaços de cartolina;
- 4 Béqueres;

3. PROCEDIMENTO

3.1- Faça uma divisão da base superior do funil maior em quatro partes aproximadamente iguais. (veja a figura seguinte)

3.2- Faça quatro furos e amarre dois barbantes afim de pendurar o funil. (veja a figura seguinte)

Obs: Os dois barbantes devem ter comprimentos aproximadamente iguais.



3.3- Prenda o fio de Nylon próximo ao teto e amarre a outra extremidade aos barbantes que foram presos ao funil.

3.4- Fixe a folha de papel pardo sobre a mesa com a fita crepe (Verifique se a mesma se encontra, aproximadamente, centralizada em relação a posição de equilíbrio do Funil maior;

3.5- Coloque o funil menor dentro do funil maior;

3.6- Verifique se as extremidades dos funis estão coincidindo. Caso seja necessário, com o uso de um estilete iguale as extremidades dos funis.

3.7 - Use uma fita crepe para vedar a extremidade do funil maior;

3.8- Despeje aproximadamente 1 kg de farinha de mandioca no funil. Certifique que a extremidade do funil maior esteja fechada com a fita crepe.

3.9- Faça uma marcação na folha de papel pardo correspondente à posição da extremidade do funil em repouso;

3.10- Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o abandone a partir do repouso. Descreva a trajetória do funil projetada sobre a folha de papel.

3.11- Represente em uma figura o sistema (funil + fio de nylon) quando este se encontra deslocado de sua posição de equilíbrio. Represente no mesmo desenho as forças que atuam sobre o funil e a força resultante.

3.12- Analisando a força resultante no pêndulo, em que sentido esta se assemelha a força resultante que age sobre um planeta?

3.13- Em que ponto da órbita o objeto está mais rápido? Poderia associar com a palavra perigeu?

3.14- Em que ponto da órbita o objeto está mais devagar? Poderia associar com a palavra apogeu?

3.15- Deixe o funil carregado oscilar algumas vezes. O sistema é conservativo ou não?

3.16- Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o impulsione lateralmente a partir do repouso. Descreva a trajetória do funil projetada sobre a folha de papel.

3.17- Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o impulsione lateralmente várias vezes. A trajetória do funil projetada sobre a folha de papel é sempre a mesma figura geométrica?

3.18- Utilize um cronômetro (celular) para medir o intervalo de tempo necessário para que o funil complete 5 voltas. Anote esse intervalo de tempo Δt , faça uma média e obtenha o período T do funil em uma órbita elíptica.

Intervalo de tempo Total	$\Delta t =$
Período orbital	T =

3.19- Faça vários lançamentos com a extremidade fechada afim de obter uma órbita elíptica sobre o plano do papel.

3.20- Coloque quatro faixas de cartolina sobre a folha de papel em regiões da órbita esperada, conforme ilustra a figura a seguir. Enumere cada pedaço de cartolina e associe a cada posição deste no papel pardo.



3.21- Retire a fita crepe da extremidade do funil (Tome cuidado em fazer essa etapa fora da região das faixas cobertas pelos pedaços de cartolina) e faça um lançamento afim de obter uma órbita elíptica, conforme ilustra a figura a seguir.



3.22- Após 5 voltas, pare o funil no mesmo ponto em que ele iniciou o movimento (fora da região dos pedaços de cartolina).

3.23- Transfira a massa de farinha que caiu sobre cada pedaço de cartolina para um recipiente (béquer), meça as respectivas massas em uma balança digital e anote os valores na tabela a seguir.

M1	M2	M3	M4

3.24- Determine o ponto médio da órbita e calcule a área aproximada em relação ao centro da trajetória, conforme ilustra a figura a seguir. Anote os valores das áreas em uma tabela.



A1	A2	A3	A4

3.25- Considerando que a abertura no fundo do funil permite a vazão de farinha a uma taxa razoavelmente constante, a massa de farinha depositada em qualquer arco da elipse será proporcional ao tempo que o corpo leva para percorrer o arco. Cada pedaço de papel disposto ao longo do trajeto coletará, portanto, uma massa de farinha proporcional ao tempo necessário para o copo passar sobre este papel. Tendo em vista essas informações, determine as velocidades areolares ($A/\Delta t$) em termos de massa sobre cada faixa de cartolina.

A1/M1	A2/M2	A3/M3	A4/M4

3.26- Discuta os resultados obtidos no item anterior. Os resultados da divisão A/M foram próximos?

3.27- Discuta com seus colegas estudantes, com o professor e enuncie a segunda lei de Kepler (Lei das áreas).

2.2.4 Roteiro da Terceira Atividade Experimental

IDENTIFICAÇÃO

Escola: _____ Turma: _____

Estudante: _____ Data: __/__/__

Roteiro da Atividade Prática (SIMULADOR “GRAVIDADE E ÓRBITAS”)

O que se pretende:

- ▶ Compreender como a gravitação atua nos corpos celestes naturais e artificiais;

Onde encontrar a simulação: Abra o seguinte link https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/gravity-and-orbits no seu navegador.

E agora? O que fazer?

➤ ATIVIDADE 1 (Conhecendo a simulação)

Primeiramente você irá escolher entre: *modelo* ou *escalar*. Clique na opção *modelo*

ATIVIDADE 1.1: Verificação do período orbital da Terra em torno do Sol.

- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho e grade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (Rápido);
- Memorize o ponto de partida do planeta, e de o *play*;
- Quando o planeta estiver quase completando uma volta, pause a simulação e coloque em câmera normal ou lenta no menu inferior esquerdo (lento).
- Quando o planeta retornar a posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital (tempo necessário para que o planeta complete uma volta):

T = _____;

ATIVIDADE 1.2: Verificação do período orbital da Lua em torno da Terra.

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No menu superior a direita selecione a terceira opção, sistema Terra-Lua;
- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho e grade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione Rápido (câmera acelerada);
- Memorize o ponto de partida da Lua, e dê o *play*;
- Quando a lua estiver quase completando uma volta, pause a simulação e coloque em câmera normal ou lenta no menu inferior esquerdo (lento).
- Quando a Lua retornar à posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital:

$$T = \underline{\hspace{10em}};$$

ATIVIDADE 1.3 Verificação dos valores da força gravitacional

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No menu superior a direita selecione a terceira opção, sistema Terra-Lua;
- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade e força da gravidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- Dê o *play*;

A intensidade da força gravitacional (indicada pelo comprimento do vetor) varia durante o movimento da lua? Justifique sua resposta com base na lei da gravitação universal de Newton.

ATIVIDADE 1.4: Verificação dos valores da velocidade orbital

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade e velocidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- Dê o *play*;

A intensidade do vetor velocidade varia durante o movimento da Terra? Justifique sua resposta com base no movimento observado.

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita para reiniciar o simulador.
- Selecione os itens (caminho, grade, velocidade e força da Gravidade) no alto da tela a direita.
- No alto da tela a esquerda modifique o zoom para o máximo possível;
- Clique, segure e arraste o botão do mouse sobre o vetor velocidade para diminuir sua intensidade (diminuir seu comprimento), mas mantendo sua direção e sentido.
- Repita esse último, alterando apenas o valor da velocidade inicial do planeta Terra e visualize as órbitas geradas. Caso o planeta venha a colidir com o sol, reinicie a simulação.

O fato da intensidade dos vetores força gravitacional e velocidade variar ou não, tem relação com o tipo de órbita (circular ou elíptica)? Justifique sua resposta com base no observado.

➤ **ATIVIDADE 2(Gravidade e órbitas)**

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade, força de gravidade e velocidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);
- Dê o play;

Responda as questões:

10. A direção do vetor velocidade se altera? Em caso afirmativo, qual o *tipo* de aceleração a qual o objeto está submetido, (centrípeta ou tangencial)? Qual a causa dessa aceleração?

-
-
-
- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
 - No menu a direita, diminua a massa da estrela a 0,5.

11. Se a massa do Sol diminuir pela metade, o que acontece com o planeta? Justifique a sua resposta.

-
-
-
- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
 - No menu a direita, aumente a massa da estrela a 2,0.

12. Se a massa do Sol duplicar, o que acontece com a órbita do Planeta? Justifique sua resposta.

-
-
-
- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
 - No menu a direita, aumente a massa da Terra a 2,0.

13. Se a massa da Terra duplicar, o que acontece com o Planeta? A força gravitacional sofreu alteração? E a aceleração do planeta Terra, alterou? Justifique sua resposta.

14. Se as massas do Sol e da Terra diminuïrem pela metade, o que acontece com o Planeta? Justifique sua resposta.

- No menu a direita ao lado do sistema Sol-Terra reinicie a simulação;
- Com a simulação em movimento selecione a opção “sem gravidade”.

15. Se não houvesse a Força Gravitacional sobre a Terra, qual seria a trajetória do Planeta? Justifique a resposta.

- No menu a direita selecione a quarta opção sistema Terra-Satélite;
- Selecione a opção “com gravidade”;
- Reinicie a simulação (a direita do sistema Terra-Satélite) e dê o Play;

16. Qual seria a trajetória de um satélite em torno da Terra? Quais forças atuam sobre o satélite? Escreva a expressão matemática para essa força. Essa força gera aceleração centrípeta ou tangencial? Qual é a expressão matemática para a velocidade do satélite nessa situação? E qual é a expressão matemática para o período orbital do satélite nessa situação?

17. Se a massa da Terra diminuir pela metade, o que acontece com a força gravitacional? E o que acontece com o satélite?

18. Se a massa do satélite duplicar, o que acontece com a força gravitacional? E o que acontece com o satélite? Justifique.

➤ **ATIVIDADE 3 (Ampliando os conhecimentos)**

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade, força de gravidade e velocidade);
- Na parte de baixo a esquerda selecione (câmera acelerada);

- De o *play*;

3.1- Pause a simulação, diminua o zoom e aumente a distância Terra-Sol. O que acontece com o planeta Terra?

3.2- Reinicie a partir do botão ao lado do sistema Terra-Sol. Altere o módulo da velocidade do planeta sua velocidade, obtenha uma órbita estável. O que ocorre com as intensidades dos vetores força gravitacional e velocidade orbital nesta nova orbita?

- Clique no botão laranja na parte inferior à direita, para reiniciar o simulador;
- No menu a direita selecione a quarta opção sistema Terra-Satélite Artificial;
- No alto da tela a direita selecione os itens (caminho, grade, força de gravidade e velocidade);
- De o *play*;

3.3- Modificando os parâmetros velocidade e distância do Satélite ao planeta, obtenha uma órbita estável com período de aproximadamente 500 min. Justifique o resultado observando os novos valores de velocidade e distância.

R = _____

V = _____

2.2.5 Questionário Final

IDENTIFICAÇÃO

Escola: _____ Turma: _____

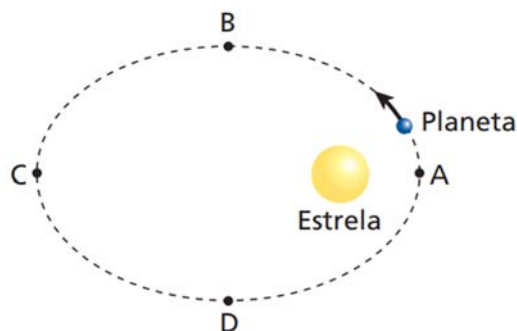
Estudante: _____ Data: __/__/__

Questionário Final: Com base em seus conhecimentos, responda as seguintes questões.

1. Fundamentado na teoria de Nicolau Copérnico e com base nos dados obtidos por Tycho Brahe, Johannes Kepler documentou as leis que regem o movimento dos planetas. Sobre essas leis, assinale a alternativa correta.

- a) O período de revolução de um planeta é proporcional ao raio de sua órbita.
- b) Em intervalos de tempos iguais, a área varrida por um planeta é maior quanto maior for a distância em relação ao Sol.
- c) A primeira lei de Kepler estabelece que os planetas se movem em órbitas circulares em torno do Sol.
- d) O movimento de um planeta é uniforme (velocidade constante).
- e) As leis de Kepler são válidas para quaisquer sistemas em que corpos gravitam em torno de um corpo central.

2. Um planeta descreve trajetória elíptica em torno de uma estrela que ocupa um dos focos da elipse, conforme indica a figura abaixo. Os pontos A e C estão situados sobre o eixo maior da elipse e os pontos B e D, sobre o eixo menor.



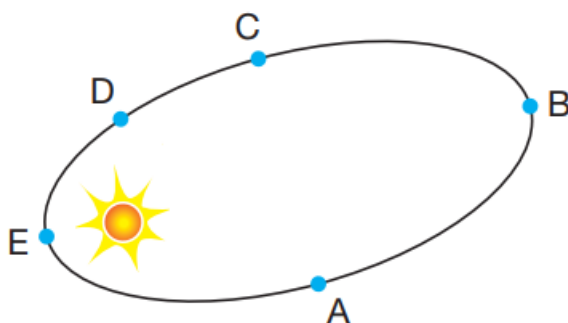
Se t_{AB} e t_{BC} forem os intervalos de tempo para o planeta percorrer os respectivos arcos de elipse, e se F_A e F_B forem, respectivamente, as forças resultantes sobre o planeta nos pontos A e B, pode-se afirmar que:

- a) $t_{AB} < t_{BC}$ e que F_A e F_B apontam para o centro da estrela.
- b) $t_{AB} < t_{BC}$ e que F_A e F_B apontam para o centro da elipse.
- c) $t_{AB} = t_{BC}$ e que F_A e F_B apontam para o centro da estrela.
- d) $t_{AB} = t_{BC}$ e que F_A e F_B apontam para o centro da elipse.
- e) $t_{AB} > t_{BC}$ e que F_A e F_B apontam para o centro da estrela.

3. Aproximadamente, durante um período de quase dois mil anos, a humanidade aceitou a teoria geocêntrica, isto é, a Terra como centro do Universo. Graças ao trabalho de grandes cientistas, entre eles Johannes Kepler, estabeleceu-se a verdade em relação ao Sistema Solar, a teoria heliocêntrica tendo o Sol como o centro do Sistema Solar e os planetas girando ao seu redor. Com relação às leis enunciadas por Kepler, assinale a alternativa correta.

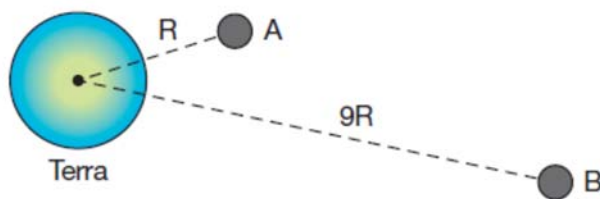
- a) Um planeta em órbita em torno do Sol não se move com velocidade constante, mas de tal maneira que uma linha traçada do planeta ao Sol varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.
- b) Todos os planetas do Sistema Solar, incluindo a Terra, giram em torno do Sol em órbitas circulares, tendo o Sol como centro.
- c) Periélio é a aproximação entre os planetas e o Sol, enquanto que afélio é o afastamento entre os planetas e o Sol. No inverno ocorre o periélio.
- d) A segunda lei de Kepler prova que a maior velocidade de translação dos planetas, no periélio, é menor que nos pontos mais afastados, no afélio.
- e) As leis enunciadas por Kepler são válidas apenas para o Sistema Solar.

4. Na figura a seguir, que representa esquematicamente o movimento de um planeta em torno do Sol, a velocidade do planeta é maior em:



- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

5. Um satélite artificial A se move em órbita circular em torno da Terra com um período de 25 dias. Um outro satélite B possui órbita circular de raio 9 vezes maior do que A. Calcule o período do satélite B.



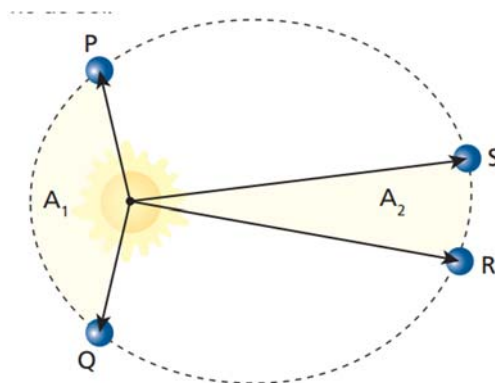
- a) 75 dias;
- b) 225 dias;
- c) 625 dias;
- d) 675 dias;
- e) 2025 dias;

6. Um astronauta flutua no interior de uma nave em órbita em torno da Terra. Isso ocorre porque naquela altura:

- a) não há gravidade.

- b) a nave exerce uma blindagem à ação gravitacional da Terra.
- c) existe vácuo.
- d) o astronauta e a nave têm aceleração igual à da gravidade, isto é, estão numa espécie de “queda livre”.
- e) o campo magnético terrestre equilibra a ação gravitacional.

7. Na figura a seguir, está representada a órbita elíptica de um planeta em torno do Sol:



Se os arcos de órbita PQ e RS são percorridos em intervalos de tempo iguais, qual a relação entre as áreas A_1 e A_2 ?

- a) $A_1 = A_2$.
- b) $A_1 \cong A_2$
- c) $A_1 > A_2$
- d) $A_1 < A_2$
- e) Não há dados suficientes para estabelecer uma relação entre as áreas.

8. “Que graça pode haver em ficar dando voltas na Terra uma, duas, três, quatro... 3 000 vezes? Foi isso que a americana Shannon Lucid, de 53 anos, fez nos últimos seis meses a bordo da estação orbital russa Mir...” Revista Veja, 2/10/96.

Em órbita circular, aproximadamente 400 km acima da superfície, a Mir move-se com velocidade escalar constante de aproximadamente 28 080 km/h, equivalente a $7,8 \cdot 10^3$ m/s. Utilizando-se o raio da Terra como $6 \cdot 10^6$ m, qual é, aproximadamente, o valor da aceleração da gravidade nessa órbita?

- a) zero.
- b) $1,0 \text{ m/s}^2$.
- c) $7,2 \text{ m/s}^2$.
- d) $9,5 \text{ m/s}^2$.

e) $11,0 \text{ m/s}^2$.

9. O módulo da força gravitacional entre duas pequenas esferas iguais de massa m , cujos centros estão separados por uma distância d , é F . Aumentando a separação entre as esferas para $2d$, qual será o módulo da força gravitacional entre elas?

a) $2F$

b) F

c) $F/2$

d) $F/4$

e) $4F$

10. A Estação Espacial Internacional, que está sendo construída num esforço conjunto de diversos países, deverá orbitar a uma distância do centro da Terra igual a $1,05$ do raio médio da Terra. A razão $R = F_e / F$, entre a força F_e com que a Terra atrai um corpo nessa Estação e a força F com que a Terra atrai o mesmo corpo na superfície da Terra, é aproximadamente de:

a) $0,02$

b) $0,05$

c) $0,10$

d) $0,90$

e) $1,1$

Gabarito do Questionário Final:

Nº da Questão	Resposta	Nº da Questão	Resposta
01	E	06	D
02	A	07	A
03	A	08	D
04	E	09	D
05	D	10	D

2.3 POSSÍVEIS RESPOSTAS AOS QUESTIONAMENTOS PRESENTES NOS ROTEIROS EXPERIMENTAIS E ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

1ª Atividade: Apresentação da proposta e aplicação do questionário diagnóstico

Os estudantes deverão receber as informações gerais sobre as atividades a serem desempenhadas nas próximas aulas, e o professor deve deixar claro os critérios avaliativos. Sugere-se que a participação efetiva nas discussões, a negociação de significados e a realização das atividades teóricas e práticas sejam instrumentos avaliativos. Caso o questionário diagnóstico seja aplicado no formato digital, utilizando plataformas como por exemplo o Google Formulário, isso pode facilitar o feedback aos estudantes (que pode ser imediato), a visualização da porcentagem de acertos em cada questão e a porcentagem de acertos de cada estudante. O formulário pode ser disponibilizado no Google Sala de Aula ou por e-mail, e ser respondido em sala de aula utilizando o celular do próprio estudante.

2ª Atividade: Exibição do filme e debate

Sugiro que o filme seja elemento motivador de discussões sobre o tema e, portanto, o professor deve tomar o cuidado de reservar um tempo ao final da exibição para fomentar a discussão. Temas como poluição espacial, corrida espacial e a Estação Espacial Internacional podem gerar um grande debate ao final da exibição. Durante a aplicação deste produto, cujo relato encontra-se na dissertação intitulada “Atividades Teóricas e Experimentais para o Ensino e Aprendizagem de Tópicos de Gravitação Universal na Educação Básica”, foi exibido o filme “Gravidade”, dirigido por Alfonso Cuarón, mas também considero como boas opções os filmes “Interestelar” e “Perdido em Marte”. Ambos são encontrados em Plataformas de streaming ou em DVD.

3ª Atividade: Aula expositiva dialogada sobre a evolução do modelo do Sistema Solar

O professor deve provocar uma discussão acerca dos modelos planetários do Sistema Solar, de um ponto vista histórico e evolutivo, ressaltando as principais contribuições de cientistas que provocaram mudanças importantes nos modelos aceitos em cada época, como por exemplo as contribuições de Copérnico, Tycho Bahe e Kepler. Os estudantes deverão ser incentivados a participarem ativamente da discussão, resgatando os conhecimentos prévios que eles possam ter sobre o assunto e relacionando com os novos conceitos. Deve ser enfatizado que a

compreensão das três Leis de Kepler e da Lei da atração das massas de Newton são essenciais para o entendimento da cinemática e da dinâmica dos astros sob ação da Gravidade. Por fim, deve-se discutir algumas aplicações tecnológicas da teoria e seu impacto na sociedade, como por exemplo o posicionamento de satélites geoestacionários e seu uso nas telecomunicações.

4ª Atividade: Atividade experimental (“A ELIPSE E A PRIMEIRA LEI DE KEPLER”)

Possíveis respostas aos questionamentos presentes no roteiro experimental e orientações gerais:

Item 2.1: Você já conhecia a figura geométrica denominada elipse antes das atividades do projeto? Você associa algo do dia-dia a uma elipse?

R: Resposta individual de cada estudante. Muitos estudantes associam ao formato de um ovo.

Item 3.3: Copo na vertical: O formato da superfície livre do líquido é uma circunferência.

Copo inclinado: O formato da superfície livre do líquido é uma elipse.

Item 5.2: Com o auxílio de um barbante, meçam metade do eixo maior e com essa medida, façam duas marcas sobre esse eixo equidistantes à extremidade do eixo menor (F_1 e F_2), como indicam as figuras a seguir.

R: Alguns grupos tiveram dificuldade na determinação dos focos. O professor deverá acompanhar os grupos e orientar caso a discussão entre os estudantes não levar à conclusão correta para a determinação dos focos.

Item 6.1: O planeta que possui órbita mais achatada é Mercúrio.

Quanto maior for o valor da excentricidade da órbita, mais achatada ela será.

Item 6.1: 1º) Quando os focos coincidem ($e=0$), obtemos uma circunferência.

2º) Já quando a distância entre os focos for igual ao comprimento do barbante, percebemos a formação de uma linha reta; neste caso, o valor da excentricidade é igual a 1.

Item 7.1: Discuta com seus colegas e com o professor sobre o enunciado da primeira lei de Kepler. Escreva de forma sucinta o que compreendeu.

R: A resposta será individual de cada estudante, mas devem seguir na linha de raciocínio de que as órbitas dos planetas do Sistema Solar, em relação ao Sol, não são círculos perfeitos, são elipses, nas quais o Sol ocupa um dos focos.

5ª Atividade: Atividade experimental (“VERIFICAÇÃO DA SEGUNDA LEI DE KEPLER”)

Possíveis respostas aos questionamentos presentes no roteiro experimental e orientações gerais:

Item 3.10: Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o abandone a partir do repouso. Descreva a trajetória do funil projetada sobre a folha de papel.

R: A trajetória no plano da folha será uma reta.

Item 3.11: Represente em uma figura o sistema (funil + fio de nylon) quando este se encontra deslocado de sua posição de equilíbrio. Represente no mesmo desenho as forças que atuam sobre o funil e a força resultante.

R: O estudante deverá representar as forças peso e tração atuando sobre o funil em seu centro de massa. A força peso possui direção vertical e sentido para o centro da Terra. Já a tração possui a mesma direção do fio de nylon que prende o funil e sentido apontando para o centro

do fio. A força resultante é a soma dessas duas forças, cujo módulo é proporcional ao peso do objeto e aponta para a posição de equilíbrio do sistema.

Item 3.12: Analisando a força resultante no pêndulo, em que sentido esta se assemelha a força resultante que age sobre um planeta?

R: A força resultante que atua sobre o funil possui módulo igual a componente da força gravitacional que age sobre ele.

Item 3.13: Em que ponto da órbita o objeto está mais rápido? Poderia associar com a palavra perigeu?

R: No ponto de equilíbrio, onde o objeto se encontra mais próximo à Terra. Sim.

Item 3.14: Em que ponto da órbita o objeto está mais devagar? Poderia associar com a palavra apogeu?

R: No ponto mais alto, ou seja, no ponto da trajetória onde o objeto se encontra mais distante da Terra. Sim.

Item 3.15: Deixe o funil carregado oscilar algumas vezes. O sistema é conservativo ou não?

R: Não, pois devido às forças dissipativas, o sistema para de oscilar após várias oscilações.

Item 3.16: Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o impulsione lateralmente a partir do repouso. Descreva a trajetória do funil projetada sobre a folha de papel.

R: A trajetória projetada no plano da folha é uma elipse.

Item 3.17: Desloque o funil carregado de sua posição de equilíbrio e o impulsione lateralmente várias vezes. A trajetória do funil projetada sobre a folha de papel é sempre a mesma figura geométrica?

R: A trajetória projetada no plano da folha é sempre uma elipse, cuja excentricidade depende do impulso lateral dado no lançamento.

Item 3.18: Utilize um cronômetro (celular) para medir o intervalo de tempo necessário para que o funil complete 5 voltas. Anote esse intervalo de tempo Δt , faça uma média e obtenha o período T do funil em uma órbita elíptica.

R: A resposta será individual de cada grupo. Cabe discutir com os estudantes nesse item o porquê de deixar o sistema completar cinco revoluções e não somente medir o intervalo de tempo de uma única volta.

Item 3.22: Após 5 voltas, pare o funil no mesmo ponto em que ele iniciou o movimento (fora da região dos pedaços de cartolina).

R: O número de voltas deverá ser alterado de acordo com o tamanho do funil utilizado e do diâmetro da abertura inferior através do qual a farinha de mandioca irá escoar.

Item 3.24: Determine o ponto médio da órbita e calcule a área aproximada em relação ao centro da trajetória, conforme ilustra a figura a seguir. Anote os valores das áreas em uma tabela.

R: As áreas foram calculadas por aproximação de triângulos. Durante a aplicação eu deixei os grupos discutirem como iriam calcular essas áreas. Caso veja necessidade, o professor deverá intervir como integrante mais experiente do grupo para auxiliar no cálculo de uma das áreas.

Item 3.26: Discuta os resultados obtidos no item anterior. Os resultados da divisão A/M foram próximos?

R: Os resultados provavelmente não serão exatamente iguais, mas serão próximos. O interessante é discutir com os estudantes o caráter qualitativo do experimento, pois as fontes de erro são muito grandes para querermos um resultado quantitativo com grande exatidão.

Item 3.27: Discuta com seus colegas estudantes, com o professor e enuncie a segunda lei de Kepler (Lei das áreas).

R: A resposta será individual de cada estudante. Esperamos encontrar respostas do tipo: “O vetor posição de um planeta em relação ao centro do Sol varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.”

6ª Atividade: Atividade experimental (SIMULADOR “GRAVIDADE E ÓRBITAS”)

Possíveis respostas aos questionamentos presentes no roteiro experimental e orientações gerais:

Item 1.1: Quando o planeta retornar à posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital (tempo necessário para que o planeta complete uma volta):

R: $T = \underline{365 \text{ dias Terrestres}}$;

Item 1.2: Quando a Lua retornar à posição inicial, pause a simulação e anote o valor do período orbital:

R: $T = \underline{27 \text{ dias Terrestres}}$;

Item 1.3: A intensidade da força gravitacional (indicada pelo comprimento do vetor) varia durante o movimento da lua? Justifique sua resposta com base na lei da gravitação universal de Newton.

R: Sim. Podemos ver que o comprimento do vetor força gravitacional representado no centro do planeta Terra possui um maior comprimento quando a Lua passa mais próximo à Terra, o que está de acordo com a Lei da atração das massas, pois essa lei afirma que o módulo da força

gravitacional é inversamente proporcional ao quadrado da distância existente entre os centros de massa dos objetos em questão.

Item 1.4: A intensidade do vetor velocidade varia durante o movimento da Terra? Justifique sua resposta com base no movimento observado.

R: Não, pois não é possível observar mudança no comprimento do vetor velocidade durante o movimento da Terra.

O fato da intensidade dos vetores força gravitacional e velocidade variar ou não, tem relação com o tipo de órbita (circular ou elíptica)? Justifique sua resposta com base no observado.

R: Sim. Quanto mais excêntrica (mais achatada) for a trajetória elíptica, maior é variação da distância entre os astros e maior a variação observada nas intensidades da velocidade e força gravitacional durante a órbita.

Item 2.1: A direção do vetor velocidade se altera? Em caso afirmativo, qual o tipo de aceleração a qual o objeto está submetido, (centrípeta ou tangencial)? Qual a causa dessa aceleração?

R: A direção do vetor velocidade do planeta muda a todo momento, mas o seu módulo, representado pelo comprimento do vetor, é praticamente constante. Logo a aceleração do planeta é praticamente centrípeta, e a causa dessa aceleração é uma força, no caso, é a força gravitacional exercida pelo Sol sobre o planeta Terra.

Item 2.2: Se a massa do Sol diminuir pela metade, o que acontece com o planeta? Justifique a sua resposta.

R: O planeta escapa da atração gravitacional do Sol e não retorna mais. Isso acontece porque o módulo da força gravitacional que age sobre o planeta Terra é proporcional ao produto das massas dos dois astros em questão e, ao diminuirmos a massa do Sol à metade, a força de atração gravitacional que age em ambos irá reduzir à metade do valor inicial, produzindo uma aceleração cuja intensidade é metade do valor original. E ao afastar do Sol, o planeta Terra fica sujeito a uma força gravitacional ainda menor, de forma que o planeta se “liberta” da atração gravitacional do Sol.

Item 2.3: Se a massa do Sol duplicar, o que acontece com a órbita do Planeta? Justifique sua resposta.

R: A órbita do planeta Terra com uma excentricidade muito maior, uma vez que ao duplicarmos a massa do Sol, duplica-se a intensidade da força de atração gravitacional que age sobre o planeta, provocando uma aceleração maior.

Item 2.4: Se a massa da Terra duplicar, o que acontece com o Planeta? A força gravitacional sofreu alteração? E a aceleração do planeta Terra, alterou? Justifique sua resposta.

R: Nada, continua com a sua órbita inalterada. A força gravitacional dobra de intensidade. Isso pode ser visualizado através do comprimento do vetor força gravitacional ao duplicarmos a massa do planeta. O fato é justificado pela Lei de Newton da atração das massas, onde o módulo da força de atração gravitacional existente entre dois corpos é diretamente proporcional ao produto das respectivas massas desses objetos. Já a aceleração do planeta não sofreu nenhuma alteração. Isso pode ser justificado através da segunda Lei de Newton. Ao duplicarmos a massa do planeta, duplica-se a intensidade da força que age sobre ele e duplica-se a inércia do corpo, produzindo a mesma aceleração inicial.

Item 2.5: Se as massas do Sol e da Terra diminuïrem pela metade, o que acontece com o Planeta? Justifique sua resposta.

R: O planeta escapa da atração gravitacional e não retorna novamente. Ao diminuirmos cada uma das massas à metade do valor original, o módulo da força gravitacional exercida sobre o planeta diminui para um quarto do valor inicial e a aceleração adquirida pelo planeta cai pela metade, levando o planeta a se afastar do Sol.

Item 2.6: Se não houvesse a Força Gravitacional sobre a Terra, qual seria a trajetória do Planeta? Justifique a resposta.

R: A trajetória seria retilínea com velocidade constante (MRU), o que está de acordo com a primeira lei de Newton.

Item 2.7: Qual seria a trajetória de um satélite em torno da Terra? Quais forças atuam sobre o satélite? Escreva a expressão matemática para essa força. Essa força gera aceleração centrípeta ou tangencial? Qual é a expressão matemática para a velocidade do satélite nessa situação? E qual é a expressão matemática para o período orbital do satélite nessa situação?

R: Trajetória circular. Sobre o satélite atua apenas a força de atração gravitacional. O módulo dessa força é dado pela Lei da atração das massas. Essa é a força resultante que atua sobre o satélite e aponta para o centro da órbita circular. Portanto, a força gravitacional é a resultante centrípeta e produz apenas variação da direção da velocidade do satélite.

$$|\vec{F}_g| = F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad \rightarrow \quad G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \quad \rightarrow \quad T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Item 2.8: Se a massa da Terra diminuir pela metade, o que acontece com a força gravitacional? E o que acontece com o satélite?

R: A força gravitacional tem sua intensidade reduzida à metade. O satélite sai de sua órbita e escapa da atração gravitacional da Terra.

Item 2.9: Se a massa do satélite duplicar, o que acontece com a força gravitacional? E o que acontece com o satélite? Justifique.

R: Dobra de intensidade. Já o satélite mantém a mesma órbita, pois está sujeito à mesma aceleração, uma vez que ao dobrarmos a massa do satélite, duplica-se a força que atua sobre ele, mas também sua inércia se torna duas vezes maior, mantendo constante a aceleração do satélite.

Item 3.1: Pause a simulação, diminua o zoom e aumente a distância Terra-Sol. O que acontece com o planeta Terra?

R: O planeta Terra fica em uma órbita cada vez mais elíptica à medida que vamos aumentando a distância Terra-Sol, até chegar na situação em que o planeta escape da atração gravitacional do Sol e não volte mais. É interessante discutir com os estudantes o conceito de partícula livre, energia potencial gravitacional e energia cinética, com intuito de compreender a condição necessária para que um astro fique em órbita em um sistema.

Item 3.2: Reinicie a partir do botão ao lado do sistema Terra-Sol. Altere o módulo da velocidade do planeta sua velocidade, obtenha uma órbita estável. O que ocorre com as intensidades dos vetores força gravitacional e velocidade orbital nesta nova órbita?

R: A órbita fica com uma excentricidade maior e as intensidades da velocidade e da força gravitacional variam muito durante uma revolução completa.

Item 3.3: Modificando os parâmetros velocidade e distância do Satélite ao planeta, obtenha uma órbita estável com período de aproximadamente 500 min. Justifique o resultado observando os novos valores de velocidade e distância.

R: O período de revolução do satélite em sua órbita é cerca de 92 minutos e o raio de sua órbita é de uma unidade da malha quadriculada. O raio médio da órbita da Estação Espacial Internacional é próximo de 6800 km e seu período de revolução é aproximadamente 92 minutos. Logo, este satélite representado na simulação seria a Estação Espacial Internacional, que viaja a uma velocidade média de aproximadamente 27700 km/h. Utilizando esses dados da Estação Espacial Internacional, podemos aplicar a terceira Lei de Kepler e as equações do item 2.7, obtendo o raio e a velocidade da nova órbita.

$$R = 3,09 \times 6800 \text{ km} \approx 21000 \text{ km};$$

$$V = 0,57 \times 27700 \text{ km/h} \approx 15700 \text{ km/h};$$

CAPÍTULO 3 - TEXTO DE APOIO AO PROFESSOR¹

Este capítulo é dedicado à discussão dos principais conceitos abordados no tema gravitação, dentre os quais podemos destacar a lei da gravitação universal de Newton, o conceito de campo gravitacional, as três leis de Kepler, além de uma breve discussão acerca das leis de Newton e da dinâmica do movimento circular que considero importante para a aplicação do produto educacional.

Como sabemos, a gravitação é o estudo de uma das quatro interações fundamentais da natureza conhecidas até o momento, e foi a primeira a ser estudada extensivamente. Dentre as quatro interações, é a mais fraca, sendo perceptível somente em escalas astronômicas e por isso, todo o desenvolvimento da teoria da gravitação está relacionado ao desenvolvimento da astronomia (NUSSENZVEIG, 2013, p.110, p. 234).

Para iniciarmos, vamos discutir sobre aquele que foi considerado pelo filósofo David Hume como o maior gênio produzido pela espécie humana: Isaac Newton. Nasceu na noite de Natal do ano em que Galileu faleceu (1642) em Woolsthorpe, na atual Inglaterra, órfão de pai e prematuro, Newton foi criado pelos avós tendo herdado uma propriedade de seu pai e recebendo outra como dote de seu padrasto quando sua mãe se casou novamente. Na época as crianças eram educadas para cuidar dos negócios da família, porém Newton não demonstrou interesse nem talento para o trabalho na fazenda, pelo contrário, gostava de construir brinquedos de madeira e observar relógios solares (JUNIOR, 2021, p. 29). Segundo este autor, Newton se interessava pela leitura e pela ciência:

“Além do currículo oficial da escola, baseado na tradição aristotélica, Newton adquiria outros livros. Leu obras sobre a filosofia mecânica, leu também história, fonética e sobre as propostas para uma língua filosófica universal. Interessou-se pela cronologia e profecias bíblicas, e esse interesse perdurou por toda sua vida. Ele leu o Diálogo de Galileu, leu minuciosamente as obras de Descartes e fez várias anotações criticando a óptica. Estudou as leis do movimento planetário de Kepler, e muitos, muitos outros livros.” (FORATO, 2015)

¹ Os Fundamentos Teóricos em Física abordados nesse capítulo foram reproduzidos integralmente no Capítulo 4 da dissertação intitulada “ENSINO INVESTIGATIVO: CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GRAVITAÇÃO UNIVERSAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA”, que relata a aplicação deste Produto Educacional em sala de aula.

Tendo conhecimento das descobertas de grandes nomes da ciência, tais como Copérnico, Galileu, Kepler e Descartes, Newton compilou esse conhecimento e fundiu às suas próprias descobertas em uma estrutura que ainda hoje é considerada uma das maiores façanhas da ciência (PSSC, 1963, p. 59; FORATO, 2015). Dentre suas várias descobertas, vamos discutir a lei da gravitação universal que leva o seu nome.

3.1 A LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL DE NEWTON

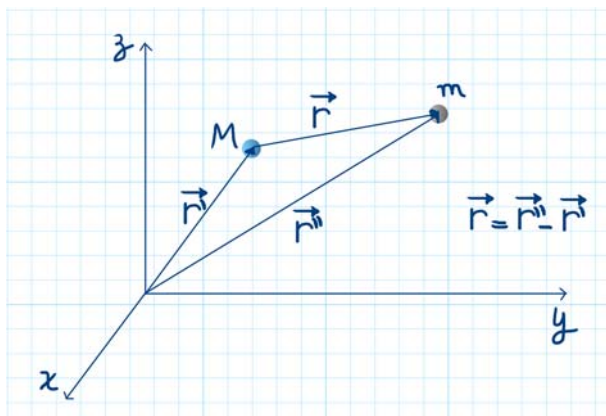
A lei de Isaac Newton para a força de atração gravitacional é a lei de força mais antiga que temos conhecimento e foi descoberta quando o físico inglês tinha entre 23 e 24 anos de idade, durante os anos de 1665 e 1666, período em que ficou isolado em um pequeno sítio da família devido a peste bubônica que assolava a Inglaterra na época (NUSSENZVEIG, 2013, p.113, p.244-245). Segundo este autor, o próprio Newton descreveu, cinquenta anos mais tarde, seus principais feitos nesse período de isolamento:

“No princípio de 1665, achei o método para aproximar séries e a regra para reduzir qualquer potência de um binômio a uma tal série” (binômio de Newton e série binomial). “No mesmo ano, em maio, achei o método das tangentes de Gregory e Slusius” (fórmula de interpolação de Newton) e em novembro o método direto das fluxões (cálculo diferencial); “no ano seguinte, em janeiro, a teoria das cores” (experiências com o prisma sobre decomposição da luz branca), “e em maio os princípios do método inverso das fluxões” (cálculo integral), “e no mesmo ano comecei a pensar na gravidade como se estendendo até a órbita da lua [...]” (NUSSENZVEIG, 2013, p.244)

Em 1687 Newton publicou a lei da gravitação, que pode ser enunciada da seguinte forma: “Cada partícula do universo atrai qualquer outra partícula com uma força diretamente proporcional ao produto das respectivas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as partículas.” (YOUNG, 2016, v.2, p. 2)

A fim de enunciarmos matematicamente a lei de Newton da gravitação universal, considere um sistema constituído de duas partículas separadas por uma distância r , de massas iguais a “ M ” e “ m ”, conforme ilustra a figura 3.1:

Figura 3.1: Ilustração de um sistema constituído por duas partículas em um referencial cartesiano.



Fonte: O Autor

Assim, podemos escrever o módulo da força de atração gravitacional “ F_g ” que uma partícula exerce sobre a outra da seguinte forma:

$$|\vec{F}_g| = F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad (\text{eq. 3.1})$$

Vetorialmente, a força gravitacional exercida pela partícula de massa “ M ” sobre a partícula de massa “ m ” pode ser escrita como se segue:

$$\vec{F}_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^3} \cdot \vec{r} \quad (\text{eq. 3.2})$$

Ou ainda, considerando $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$, podemos reescrever a equação 3.2 da seguinte forma:

$$\vec{F}_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 3.3})$$

Analisando a equação 3.3, gostaria de ressaltar as seguintes considerações:

- O sinal negativo presente na equação evidencia o caráter atrativo da interação gravitacional exercido pela partícula de massa “ M ” sobre a partícula de massa “ m ”, isto é, a força gravitacional exercida sobre “ m ” aponta no sentido “ $-\hat{r}$ ”;
- Note que “ r ” é a distância entre as partículas, e não a distância até a origem;

- A constante “G” é chamada de **constante gravitacional** e, em unidades do sistema internacional (S.I.), seu valor aceito atualmente é $G = 6,6739 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$. Seu valor foi obtido pela primeira vez pelo físico e químico inglês Lorde Henry Cavendish em 1798, no qual utilizando-se uma balança de torção, pôde medir a força de atração entre dois pares de massas conhecidas e determinar o valor da constante. O valor de G encontrado por Cavendish foi $G = 6,71 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$, que é um valor impressionantemente próximo do valor atual (menos de um por cento de diferença do atual) (NUSSENZVEIG, 2013, p. 252 - 253).
- A linha de ação da interação gravitacional atravessa as duas partículas e, portanto, trata-se de uma força central que satisfaz o princípio da ação e reação (3ª lei de Newton). Assim, a força de atração gravitacional que a partícula de massa “m” exerce sobre a partícula de massa “M”, denotada por \vec{F}_{mM} é dada por: $\vec{F}_{mM} = -\vec{F}_{Mm} = +G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r}$
- A força gravitacional entre duas partículas não é alterada pela presença de outros objetos, mesmo que estejam situados entre as partículas. Em outras palavras, nenhum objeto é capaz de “blindar” uma das partículas da força gravitacional exercida por outra partícula (HALLIDAY, 2016, p.90).

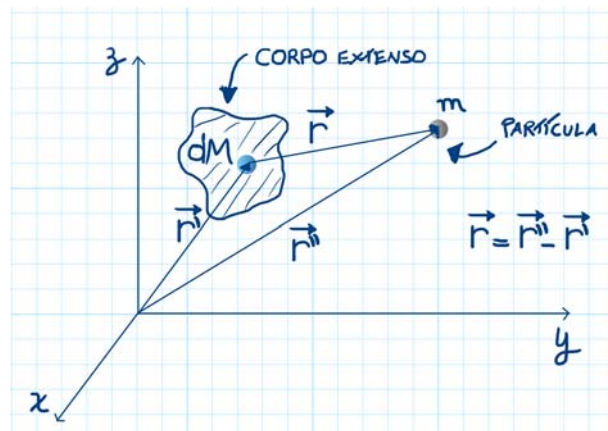
Porém, nem sempre os objetos que estão interagindo gravitacionalmente podem ser considerados partículas. Por exemplo, como podemos calcular a força exercida pelo planeta Terra sobre uma partícula próxima à sua superfície? Isaac Newton se deparou com esse problema e desenvolveu a matemática necessária para a sua resolução, hoje denominada cálculo diferencial e integral (PSSC, 1963, p. 64). Nesse caso, claramente o planeta não pode ser considerado uma partícula, diferentemente de quando calculamos a interação gravitacional entre o planeta Terra e o Sol, que apesar de serem enormes encontram-se muito afastados (cerca de 150 milhões de quilômetros), possibilitando trata-los como duas partículas.

Para o caso no qual o objeto que exerce a força seja um corpo extenso de massa total “M”, não podemos aplicar diretamente a lei de Newton da Gravitação. Nesse caso devemos considerar que cada pedacinho infinitesimal de massa “dM” presente em um volume infinitesimal “dv” do objeto pode ser interpretado como uma partícula que gera uma força infinitesimal “d \vec{F} ” sobre a partícula de massa “m” e, portanto, podemos utilizar a equação 3.3 (THORNTON, 2011, p.161). Logo:

$$d\vec{F}_g = -G \cdot \frac{dM \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 3.4})$$

Para ilustrar essa transposição, observe que a massa da partícula de massa “M” presente na figura 3.1 encontra-se distribuída no volume do objeto extenso e a partícula existente na mesma posição possui uma massa infinitesimal “dM”.

Figura 3.2: Ilustração para auxiliar a obtenção da força gravitacional exercida por um corpo extenso de massa “M” sobre uma partícula de massa “m”



Fonte: O Autor

Considerando que a força gravitacional seja linear, podemos determinar a força gravitacional resultante exercida pelo objeto extenso de massa “M” sobre a partícula de massa “m” fazendo uma soma vetorial de todas as forças infinitesimais geradas por cada elemento infinitesimal de massa “dM” do corpo extenso (THORNTON, 2011, p.161). Logo:

$$\vec{F}_g = \int d\vec{F}_g = -G \cdot m \cdot \int \frac{dM}{r^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 3.5})$$

Utilizando o conceito de densidade volumétrica de massa $\rho(r') = \frac{dM}{dv'}$, obtemos:

$$\vec{F}_g = -G \cdot m \cdot \int \frac{\rho(r') \cdot dv'}{(|\vec{r}'' - \vec{r}'|)^2} \cdot \hat{r} \quad (\text{eq. 3.6})$$

$$\vec{F}_g = -G \cdot m \cdot \int \frac{\rho(r') \cdot dv'}{(|\vec{r}'' - \vec{r}'|)^3} \cdot (\vec{r}'' - \vec{r}') \quad (\text{eq. 3.7})$$

Vale ressaltar que a integral presente na equação 3.7 deve ser realizada sobre o volume do objeto extenso e para cada elemento infinitesimal de massa “ dM ” teremos um vetor \vec{r}' diferente apontando em uma nova direção. Logo, r' é a variável de integração utilizada para “varrer” todo o objeto extenso e, portanto, somar todas as contribuições de força gravitacional exercida sobre a partícula de massa “ m ”. Já o vetor \vec{r}'' indica a posição da partícula de massa “ m ” no referencial cartesiano ilustrado na figura 3.2 e é constante caso a partícula esteja em repouso nesse referencial. Ao realizar a integral, a força gravitacional sobre a partícula ficará em função da constante da gravitação “ G ”, das massas “ m ” da partícula e “ M ” do corpo extenso e da posição da massa “ m ”.

Um cuidado importante que devemos tomar é verificar se a densidade volumétrica de massa $\rho(r')$ do corpo extenso é uniforme ao longo de seu volume, a fim de retirá-la da integral, pois a mesma pode variar ao longo do volume do corpo extenso. Como exemplo, podemos citar o caso do nosso planeta que através do estudo de ondas sísmicas descobrimos que a distribuição de massa do planeta está longe de ser uniforme e, portanto, a densidade de massa não pode ser retirada da integral presente na equação 3.7 (NUSSENZVEIG, 2013, p.264). Outro detalhe importante é caso o objeto de massa “ m ” também seja um corpo extenso, tornando assim o resultado obtido pela equação 3.6 um elemento infinitesimal “ $d\vec{F}$ ” de força gravitacional sobre um elemento infinitesimal de massa “ dm ” e, portanto, uma nova integral se faz necessária (THORNTON, 2011, p. 162).

Determinar a força gravitacional por esse processo geralmente é uma tarefa difícil e trabalhosa, mesmo para os casos mais simples, como por exemplo a força exercida por um objeto esférico homogêneo de massa “ M ” e raio “ R ” sobre uma partícula de massa “ m ”. Hoje esse problema pode ser facilmente resolvido aplicando o teorema de Gauss para a gravitação (THORNTON, 2011, p. 170), mas no séc. XVII Newton enfrentou esse problema e teve que inventar a matemática necessária para a sua resolução (cálculo diferencial e integral), chegando à conclusão em 1685 que corpos com simetria esférica de massa atraem-se como se toda a sua massa estivesse concentrada em seus centros. Este resultado possui grande importância na análise do experimento de Cavendish no qual as esferas são colocadas muito próximas entre si que interagem como se fossem partículas, o que não seria verdade caso não fossem esféricas (PSSC, 1963, p. 64; NUSSENZVEIG, 2013, p. 259-266).

A partir da equação 3.7 podemos definir o campo gravitacional \vec{g} gerado pelo objeto extenso de massa “ M ” no local onde se encontra a partícula de massa “ m ”, definido como sendo a força por unidade de massa naquela posição. Logo, campo gravitacional possui dimensão de

força por unidade de massa, análogo à aceleração, e por isso muitas vezes essa grandeza é denominada aceleração gravitacional (THORNTON, 2011, p. 162). Matematicamente, temos:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m} \quad (\text{eq. 3.8})$$

Substituindo a expressão da força gravitacional exercida por um corpo extenso sobre uma partícula, dada pela equação 3.6, na equação 3.7, obtemos:

$$\vec{g} = -G \cdot \int \frac{\rho(r') \cdot dv'}{(r'' - r')^3} \cdot (\vec{r}'' - \vec{r}') \quad (\text{eq. 3.9})$$

Já o campo gravitacional gerado por um objeto pontual de massa “M” é dado por:

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \hat{r} \quad (\text{eq. 3.10})$$

Note que as expressões (eq.3.9 e eq.3.10) representam o campo gravitacional do objeto de massa “M” e não tem nada a ver com a partícula de massa “m”. Assim, diferentes objetos colocados em um mesmo ponto do espaço sob influência do campo gravitacional produzido pela massa “M” serão sujeitos a diferentes forças gravitacionais, porém, irão experimentar uma mesma aceleração \vec{g} . Outra observação importante é que o campo gravitacional gerado por um objeto depende da distância “r” e da posição relativa (\hat{r}) a este corpo. Como exemplo, podemos citar o campo gravitacional gerado pelo planeta Terra. Próximo à superfície da Terra este tem módulo aproximadamente constante, e seu valor numérico é $g_T \cong 9,8 \text{ m/s}^2$. Dessa forma, na ausência de forças de atrito, diferentes objetos abandonados nas proximidades da superfície do nosso planeta são atraídos para o centro da Terra com diferentes forças, mas sofrem uma mesma aceleração.

Além da lei da gravitação universal, em 1687 Newton publicou os princípios fundamentais da dinâmica (as três leis de Newton) em sua obra denominada “Philosophiae Naturalis Principia Mathematica” (Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural), que é reconhecida por muitos como a obra científica mais importante e de maior influência escrita pela humanidade até os dias atuais (NUSSENZVEIG, 2013, p. 248).

3.2 AS TRÊS LEIS DO MOVIMENTO

Essa seção será dedicada para a discussão sobre as três leis de Newton, a saber: a primeira lei é a lei da inércia, a segunda é o princípio fundamental da dinâmica e a terceira é a lei da ação e reação.

3.2.1 A primeira Lei de Newton (Lei da Inércia)

No primeiro livro do “Principia”, Newton enuncia a lei da inércia que hoje é conhecida como a primeira lei de Newton e pode ser enunciada da seguinte forma: “Todo corpo persiste em seu estado de repouso, ou de movimento retilíneo uniforme, a menos que seja compelido a modificar esse estado pela ação de forças impressas sobre ele” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 93). Dessa forma, a inércia é compreendida como uma característica própria da matéria e, portanto, tudo que possui matéria tem inércia, e mais, para vencer essa tendência inercial de um objeto, é necessária a intervenção de uma força resultante externa.

Neto (2004, p. 11) enuncia essa lei com as seguintes palavras: “Uma partícula livre (partícula que não está sujeita a nenhuma interação) ou está em repouso ou em movimento retilíneo com velocidade constante”. Este autor apresenta a lei da inércia tendo em vista uma partícula livre, que é um caso particular de força resultante nula e que uma força é vista como resultado de uma interação entre dois objetos. Ainda segundo este autor, poderíamos pensar de forma ingênua e inadvertidamente que primeira a lei de Newton seria um caso particular da segunda lei e que, portanto, bastariam duas leis, o que de fato não é verdade, já que a primeira lei define um referencial inercial para o qual as outras duas leis são válidas, isto é, as três leis são complementares. Esse sentido fica claro no enunciado da primeira lei por Lemos (2007, p. 6): “Existem sistemas de referência, ditos inerciais, em relação aos quais toda partícula isolada descreve um movimento retilíneo uniforme”. Segundo este autor, está implícito nessa lei que o tempo é absoluto na visão newtoniana e que uma partícula isolada é aquela que se encontra suficientemente distante de qualquer objeto material.

Convém aqui destacar que esse princípio já havia sido publicado por Galileu em 1632, em sua obra intitulada “Diálogos Sobre os Dois Principais Sistemas do Mundo”, contrariando

o pensamento aristotélico de que, para colocar um objeto em movimento e para manter esse objeto em movimento seria necessário aplicar uma força sobre ele constantemente. Galileu publicou que o movimento de uma esfera lançada sobre um plano horizontal sem atrito seria retilíneo e uniforme (MRU), ou seja, não há necessidade da ação de uma força para manter um objeto em MRU, pelo contrário, a ausência de forças na direção horizontal é que justifica o movimento da esfera ser retilíneo e uniforme (NUSSENZVEIG, 2013, p. 91-93).

3.2.2 A segunda Lei de Newton (Princípio Fundamental da Dinâmica)

A partir do enunciado da primeira lei notamos que, quando a velocidade vetorial de um objeto varia, seja em módulo e/ou direção, é porque este está interagindo com outro objeto. Dessa interação resulta uma grandeza física vetorial denominada força \vec{F} . A segunda lei de Newton estabelece uma proporcionalidade entre a resultante das forças \vec{F}_R que agem sobre um objeto e a taxa com que a velocidade do mesmo varia, $\frac{d\vec{v}}{dt}$, que é denominada aceleração \vec{a} . Ainda mais, a constante de proporcionalidade entre essas duas grandezas é um coeficiente de inércia do objeto sobre o qual atua a força resultante. A esse coeficiente denominamos massa inercial “m” do objeto, que é uma medida da quantidade de matéria presente no corpo (NUSSENZVEIG, 2013, p. 94-95). Ainda sobre esse conceito, Neto (2004, p. 11) relata que a massa inercial presente na segunda lei de Newton, a princípio, pode ter natureza diferente das massas presentes na lei da gravitação universal, denominadas massas gravitacionais. Este autor afirma que apesar de não termos evidências experimentais da verdadeira existência de alguma diferença entre elas, este é um ponto importante da física no que diz respeito ao “Princípio da equivalência de Einstein” (ponto de partida da teoria da Relatividade Geral).

Doca (2012, p. 142) enuncia o princípio fundamental da dinâmica da seguinte forma: “Se \vec{F} é a resultante das forças que agem em uma partícula, então, em consequência de \vec{F} , a partícula adquire na mesma direção e no mesmo sentido da força uma aceleração \vec{a} , cujo módulo é diretamente proporcional à intensidade da força.” Este autor, escreve matematicamente a segunda lei de Newton da seguinte forma:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a} \quad (\text{eq. 3.11})$$

Na equação 3.11, \vec{F}_R representa a resultante das forças que agem sobre uma determinada partícula e é obtida fazendo-se a soma vetorial de todas as forças oriundas de todas interações a que este objeto esteja acometido. Sua unidade, no Sistema Internacional (SI) de unidades é o newton (N), definido de forma que uma força de intensidade 1 N é tal que, quando aplicada sobre uma partícula de massa 1 kg, produz na sua direção e sentido uma aceleração de módulo 1 m/s^2 (NUSSENZVEIG, 2013, p. 96).

A unidade de massa no SI é o quilograma (kg), que era definida até 19 de maio de 2019 em termos da massa de um protótipo de platina iridiada (um objeto cilíndrico feito de uma liga de platina e irídio com 39 milímetros de diâmetro e 39 milímetros de altura, cuja massa devia ser igual a massa de 1 decímetro cúbico de água destilada a $4,44 \text{ }^\circ\text{C}$). A partir de 20 de maio de 2019, o quilograma passou a ser definido em termos da constante de Planck $h = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$. Dessa forma, o quilograma passou a ser definido em termos do metro (m) e do segundo (s), que já eram definidos em termos de propriedades físicas invariantes, como por exemplo, a velocidade da luz no vácuo. Essa mudança foi realizada durante a 26ª reunião da Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), ocorrida em novembro de 2018 e implantada a partir de 20 de maio de 2019 (WIKIPÉDIA-SI, 2022).

Segundo Nussenzveig (2013, p. 98), a equação 3.11 não retrata a forma com que Isaac Newton enunciou a segunda lei. Ele a definiu em termos da grandeza física por ele denominada “quantidade de movimento”, que hoje é conhecida por momento linear \vec{p} . Newton definiu essa grandeza da seguinte forma: “A quantidade de movimento é a medida do mesmo, que se origina conjuntamente da velocidade e da massa”. Hoje dizemos que o momento linear de uma partícula é uma grandeza física vetorial definida pelo produto de sua massa “m” por sua velocidade \vec{v} . Em linguagem matemática, temos:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad (\text{eq. 3.12})$$

Com base nessa grandeza (quantidade de movimento ou momento linear) Newton enunciou a segunda lei da seguinte forma: “A variação do momento é proporcional à força impressa, e tem a direção da força” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 98). Segundo este enunciado, a força resultante em uma partícula é igual à taxa de variação temporal do momento linear da mesma, que pode ser expressa segundo a equação:

$$\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{eq. 3.13})$$

Da definição de momento (equação 3.12), temos:

$$\vec{F}_R = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \cdot \frac{dm}{dt} \quad (\text{eq. 3.14})$$

Nussenzveig (2013, p. 98) afirma que essa forma de enunciar a segunda lei de Newton oferece vantagens em relação à expressa pela equação 3.11, como por exemplo, a equação 3.13 continua válida na mecânica relativística, evidencia o estudo de sistemas de massa variável, além de realçar a importância da grandeza física momento linear que possui uma lei de conservação. Sabemos que a limitação imposta pelas operações matemáticas envolvidas no formalismo da equação 3.13 impede, muitas vezes, que ela seja trabalhada no ensino médio. Uma alternativa apresentada por Doca (2012, p. 356) é trabalharmos a segunda lei de Newton escrita em termos do teorema do impulso e quantidade de movimento. De acordo com esse autor, “O impulso da resultante (impulso total) das forças sobre uma partícula é igual à variação de sua quantidade de movimento: $\vec{I} = \Delta\vec{Q}$ ”. Essa abordagem exibe vantagens frente à descrita pela equação 3.11 ($\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$) no estudo de partículas sujeitas a forças variáveis.

3.2.3 A terceira Lei de Newton (Princípio da Ação e Reação)

A terceira lei, denominada lei da ação e reação, foi enunciada por Newton da seguinte forma: “A toda ação corresponde uma reação igual e contrária, ou seja, as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas em sentidos opostos” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 104). Portanto, quando há interação entre dois objetos, designados por objetos 1 e 2, teremos sempre um par de forças denominadas ação e reação. Essas forças, de acordo com a terceira lei de Newton, sempre possuem a mesma intensidade, a mesma direção, são de mesma natureza (ambas forças são de contato ou de campo), atuam em corpos diferentes (uma força age sobre o corpo 1 e o seu par atua sobre o corpo 2) e em sentidos opostos.

Porém, Thornton (2012, p. 45) nos chama atenção para o fato de que a terceira lei não é uma lei geral da natureza, isto é, nem sempre ela é verdadeira. Por exemplo, a força entre cargas elétricas em movimento não satisfaz a terceira lei de Newton. De modo geral, o autor afirma que qualquer força que dependa das velocidades dos corpos em interação, a terceira lei de Newton não é satisfeita e, portanto, não pode ser aplicada. Isso é devido à finitude da velocidade de propagação da interação. No caso da interação entre cargas em movimento, a “informação” se propaga à velocidade da luz, que é finita. E em última análise, até a interação gravitacional entre dois corpos em movimento depende da velocidade dos corpos e, portanto, a terceira lei também não se aplica, “apesar dos efeitos serem muito pequenos e de difícil detecção”.

Neto (2004, p.12) também chama a atenção para a velocidade de propagação das interações. Segundo o autor, fica subentendido nas leis de Newton que as interações se processam instantaneamente, o que de fato não é verdade. Outro ponto importante que o autor discute é o fato de que não existem reações de forças fictícias, forças essas existentes em referenciais não inerciais, e daí a importância da primeira lei de Newton. Assim, em referenciais não inerciais, a terceira lei não é válida para todas as forças existentes nesse referencial.

Segundo Lemos (2007, p. 6), a terceira lei de Newton pode ser enunciada, “em sua forma fraca”, com as seguintes palavras: “A cada ação corresponde uma reação igual e oposta, isto é, se \vec{F}_{ij} é a força sobre a partícula “i” exercida pela partícula “j”, então $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ ”. Segundo este autor, a forma forte da terceira lei afirma que o par de forças ação e reação são sempre dirigidas ao longo da reta que une as duas partículas que estão interagindo e, portanto, constituem forças de atração ou de repulsão. Este autor também chama a atenção para o caráter não universal da terceira lei de Newton e cita como exemplo a interação eletromagnética entre cargas em movimento, onde a velocidade finita de propagação da interação exige a introdução de um campo eletromagnético como mediador de tais interações. Por fim, Nussenzveig (2013, p. 107) afirma que devido aos casos nos quais as forças não são de contato e que, portanto, a terceira pode deixar de valer, é preferível analisarmos esses sistemas a partir da conservação generalizada do momento linear, pois este sempre permanece válido. Essa interpretação da terceira lei em termos da conservação do momento linear pode ser vista através do seguinte desenvolvimento (THORNTON, 2012, p. 46):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \rightarrow \frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt} \rightarrow \frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{constante}}$$

Além disso, sabemos que as leis de Newton possuem limitações fundamentais, de forma que seu regime de validade são sistemas com objetos de grande massa, comparada com as massas das partículas elementares e em baixas velocidades, comparada com a velocidade da luz (NETO, 2004, p. 14 -15). Tomando os devidos cuidados, a mecânica newtoniana pode ser aplicada para analisar e explicar um número imenso de fenômenos físicos, fazer previsões para o sistema solar e até mesmo além dele. E ao analisar o movimento da lua em sua órbita praticamente circular, Newton estabeleceu as bases para o desenvolvimento da lei da gravitação universal e foi o primeiro a compreender a dinâmica desse movimento. Assim, além de uma breve discussão das três leis de Newton vamos revisar alguns conceitos presentes no estudo da dinâmica do movimento circular.

3.3 A DINÂMICA DO MOVIMENTO CIRCULAR

Em um movimento retilíneo, a aceleração é sempre na direção do vetor velocidade e, portanto, é responsável por alterar apenas o módulo da velocidade da partícula. A esse tipo de aceleração denominamos aceleração tangencial \vec{a}_t . Porém, em um movimento curvilíneo a aceleração promovida pela resultante das forças que agem sobre uma partícula, dada pela segunda lei de Newton, será responsável pela taxa de variação do vetor velocidade, alterando a direção do vetor velocidade além de poder modificar seu módulo. Desse modo, o movimento circular é comumente estudado em termos das componentes da aceleração da partícula, uma paralela à trajetória (denominada azimutal ou tangencial \vec{a}_t) e a outra normal à trajetória (denominada aceleração centrípeta \vec{a}_c , que sempre aponta para o centro de curvatura) (NUSSENZVEIG, 2013, p. 80-83). Matematicamente, temos:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c \quad (\text{eq. 3.15})$$

O módulo da componente tangencial é dado pela variação do módulo do vetor velocidade instantânea, isto é:

$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad (\text{eq. 3.16})$$

A direção da aceleração tangencial coincide com a direção do vetor velocidade em cada ponto da trajetória. Já o sentido, depende se o movimento é acelerado (mesmo sentido do vetor velocidade instantânea) ou retardado (antiparalela à velocidade). Já a componente centrípeta é

dada pela variação da direção do vetor velocidade e, portanto, quando há somente esse tipo de aceleração, o movimento é acelerado, mas o módulo da velocidade permanece constante. O módulo da aceleração centrípeta pode ser calculado através da seguinte equação (YOUNG, 2016, v.1, p. 166):

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (\text{eq. 3.17})$$

A direção do vetor \vec{a}_c é radial e aponta sempre para o centro de curvatura. Assim, em um movimento circular qualquer o vetor aceleração geralmente é escrito, por conveniência em coordenadas polares, da seguinte forma (NUSSENZVEIG, 2013, p. 83):

$$\vec{a} = a_t \hat{\theta} + a_c (-\hat{r}) \quad (\text{eq. 3.18})$$

O módulo da aceleração da partícula em um movimento circular, visto que as duas componentes são perpendiculares entre si, é dado por:

$$a = \sqrt{(a_t)^2 + (a_c)^2} \quad (\text{eq. 3.19})$$

No caso específico do movimento circular uniforme o módulo da velocidade do objeto é constante e, portanto, a aceleração é puramente centrípeta (ou radial). Vale aqui ressaltar que a importância do movimento circular em nosso estudo, visto que as excentricidades das órbitas dos principais astros do nosso sistema solar são muito pequenas e, portanto, suas trajetórias são quase círculos perfeitos. Levando em conta a simplicidade matemática que o movimento circular revela, geralmente somos levados a considerar o movimento de translação dos planetas em torno do sol ou o movimento dos satélites em torno da Terra como sendo circular (NUSSENZVEIG, 2013, p. 245). Dessa forma, o estudo de um sistema composto por duas partículas (dois corpos suficientemente distantes um do outro) sob interação gravitacional nos leva ao estudo do movimento circular, onde a lei de força gravitacional de Newton é a resultante das forças que atua sobre os objetos em interação. Aplicando a segunda lei de Newton ao corpo que está orbitando, temos:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_g = m \cdot \vec{a} \quad (\text{eq. 3.20})$$

Utilizando a expressão da lei de Newton da gravitação universal (equação 3.3), obtemos:

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot (-\hat{r}) = m \cdot \vec{a} \quad (\text{eq. 3.21})$$

A igualdade presente na equação 3.21 exprime que a aceleração é puramente centrípeta e, portanto, o movimento circular é uniforme. Considerando a equação 3.17, obtemos (YOUNG, 2016, v.2, p. 13):

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad (\text{eq. 3.22})$$

A partir da equação 3.22 obtemos uma expressão para a velocidade orbital em termos do raio da órbita, dada por:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (\text{eq. 3.23})$$

A equação 3.23 nos diz que para cada órbita circular existe um valor definido para a velocidade orbital, ou seja, há uma relação estreita entre as grandezas físicas velocidade e raio orbital de forma que não podem assumir quaisquer valores. Vale ressaltar que “G” representa a constante gravitacional e “M” a massa do astro central. Outro conceito importante a ser discutido é o período orbital T, definido como sendo o intervalo de tempo necessário para que o objeto execute uma revolução completa. Assim temos (YOUNG, 2016, v.2, p. 13):

$$v = \frac{2.\pi.r}{T} \quad (\text{eq. 3.24})$$

Utilizando a equação 3.23, obtemos uma expressão para o período orbital, dada por:

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \quad (\text{eq. 3.25})$$

Como podemos observar pela equação 3.25, quanto maior for o raio orbital, maior será o período de revolução e isso se deve por dois fatores: quanto maior for o raio da órbita, maior será a distância a ser percorrida pelo astro até completar uma revolução (comprimento de uma circunferência = $2.\pi.r$) e menor será sua velocidade orbital. Vale ressaltar que a equação 3.25 é a expressão da terceira lei de Kepler. Reorganizando as grandezas presentes nessa equação, obtemos:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{GM} \quad (\text{eq. 3.26})$$

Newton seguiu esse mesmo raciocínio, mas no sentido oposto, para chegar à expressão da lei de força gravitacional (PSSC, 1963, p. 60-61; NUSSENZVEIG, 2013, p. 245-246). Ele considerou o movimento dos planetas circular em torno do sol, aplicou o Princípio Fundamental da Dinâmica e a terceira lei de Kepler, chegando na expressão 3.1. Após a publicação dos “Principia”, Newton recebeu várias honrarias e ao se referir às contribuições de seus antecessores, ele disse: “Se fui capaz de ver mais longe, é porque me apoiei sobre os ombros de gigantes” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 252). Nesse sentido, não há como deixar de discutir as três leis de Kepler, que além de influenciar Newton em suas descobertas, é uma física planetária de forma muito mais ampla do que uma simples cinemática dos astros do sistema solar (MEDEIROS, 2003, p. 24).

3.4 AS TRÊS LEIS DE KEPLER

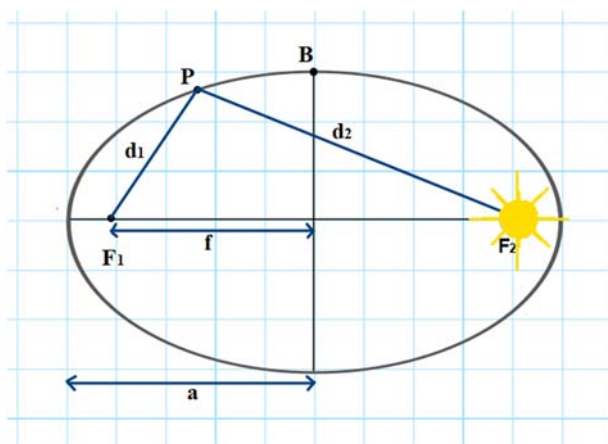
Johannes Kepler (1571-1630) foi um Astrônomo, Astrólogo e Matemático alemão que mesmo vindo de família humilde deu grandes contribuições à astronomia, a matemática, a óptica e ao estudo das ondas. Foi assistente de Tycho Brahe, considerado o melhor astrônomo observacional da era pré-telescópica, pois mesmo sem telescópio, ele conseguiu fazer medidas dez vezes mais precisas do que as melhores até então disponíveis em sua época. Obtendo posse de boa parte dos dados observacionais de Tycho Brahe, Kepler após anos de árduo trabalho conseguiu descrever a cinemática dos astros do sistema solar em três leis (MEDEIROS, 2001, p. 21, p.25-26). Assim, essa seção será dedicada para a discussão sobre as três leis de Kepler, a saber: a primeira lei é a lei das órbitas, a segunda é a lei das áreas e a terceira é a lei dos períodos.

3.4.1 A primeira Lei de Kepler (Lei das Órbitas)

Johannes Kepler, após abandonar qualquer preconceito a respeito da órbita de Marte e sabendo da extraordinária precisão das observações de Tycho Brahe, conseguiu depois de mais de dois anos de trabalho identificar que a órbita de Marte, não era circular, como determinava a ideia platônica, e sim oval, e que esta constatação valia para os demais planetas até então conhecidos. Dessa maneira, Kepler descobriu que a órbita de Marte era elíptica com o sol situado em um dos focos. Estava pronta então a primeira lei de Kepler, também conhecida como “Lei das Órbitas”, que pode ser enunciada da seguinte forma: “As órbitas descritas pelos planetas em redor do Sol são elipses com o Sol num dos focos” (NUSSENZVEIG, 2013, p. 240).

A figura 3.1 ilustra um planeta P em uma órbita elíptica em torno do Sol, bem como os principais elementos da elipse. Sabemos que a elipse é uma curva constituída pelo conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante. A esses dois pontos fixos denominamos focos, que foram denotados por F_1 e F_2 na figura, e o sol ocupa um dos focos e não o centro da elipse, estando assim de acordo com a lei das órbitas de Kepler (YOUNG, 2016, v.2, p. 16).

Figura 3.3: Representação de um planeta P em uma órbita elíptica em torno do Sol que ocupa um dos focos da elipse. São representados alguns elementos da elipse, como os focos, os eixos maior e menor, a semidistância focal “f” e semieixo maior “a”.



Fonte: O Autor

Note que, pela definição geométrica da elipse, qualquer que seja a posição do planeta P em sua órbita a soma das distâncias desse planeta aos dois focos é sempre constante ($d_1 + d_2 = 2.a = \text{constante}$) e que a distância de qualquer um dos focos (F_1 ou F_2 na figura 3.1) às extremidades do eixo menor (ponto B por exemplo) é igual à metade do eixo maior da elipse, isto é, $\overline{BF_1} = \overline{BF_2} = a$. Esse parâmetro denotado por "a" na figura 3.1 é um elemento importante no estudo das elipses, e é denominado semieixo maior, que representa metade do comprimento do eixo maior da elipse. A distância de cada foco ao centro da elipse (representada por "f" na figura 3.1) é igual a " $e.a$ ", onde "e" é a excentricidade da elipse. A excentricidade de uma elipse é uma grandeza adimensional e seu valor está compreendido entre zero e um ($0 \leq e \leq 1$), de forma que quando $e = 0$ os dois focos coincidem no centro da elipse e neste caso, temos uma circunferência. À medida que os dois focos vão se distanciando um do outro, a circunferência vai ficando cada vez mais achatada e o valor da excentricidade mais próximo de um. O máximo valor da excentricidade ($e = 1$) ocorre quando a distância entre os focos torna-se igual a " $2.a$ " e a figura torna-se um segmento de reta (CANALLE, 2003, p. 3-4).

Canalle (2003) chama a atenção para o formato da ilustração 3.1, pois apesar de ser muito didática para apresentar as leis das órbitas, a lei das áreas e até mesmo a lei dos períodos, ela passa uma ideia totalmente errada acerca da órbita da Terra e dos demais planetas do sistema solar, que é esse formato “demasiado achatado”. Na verdade, a órbita de todos os planetas do sistema solar é praticamente circular. Apenas Mercúrio possui uma órbita um pouco mais

achatada, o que pode ser verificado observando as excentricidades das órbitas na tabela 3.1. Além disso, esse formato fortemente achatado leva muitos estudantes e, até mesmo professores, à falsa conclusão de que a estação verão ocorre quando a Terra passa mais próxima do Sol.

Tabela 3.1: Na primeira linha estão os nomes dos planetas do sistema solar e na segunda linha os valores das excentricidades de suas órbitas.

Planeta	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Netuno
e	0,2056	0,0068	0,0167	0,0934	0,0484	0,0541	0,0472	0,0086

Fonte: Adaptado de WIKIPÉDIA-OE, 2022.

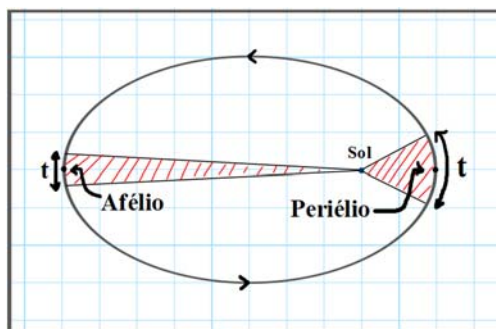
Segundo Nussenzveig (2013, p. 240-241), Kepler além de descobrir que a órbita de Marte é elíptica, ele descobriu que o módulo da velocidade orbital de um planeta não é constante ao longo de sua órbita, sendo maior quando está mais próximo do Sol. Ao tentar justificar os dados, Kepler supôs uma lei de força que variava com o inverso da distância, e com um modelo totalmente errado, Kepler realizou cálculos da área varrida pelo vetor posição que liga o planeta ao Sol (também errados), chegando “miraculosamente” em uma lei correta (lei das áreas).

3.4.2 A segunda Lei de Kepler (Lei das Áreas)

Nas palavras de Nussenzveig (2013, p. 241), a segunda lei de Kepler pode ser enunciada da seguinte forma: “O raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve áreas iguais em tempos iguais”. Em outras palavras, essa lei diz que a taxa $\left(\frac{dA}{dt}\right)$ com a qual a área é varrida pelo vetor posição de um planeta em relação ao centro do Sol é constante. Convém ressaltar aqui que o fato dessa taxa, que é denominada velocidade areolar ou velocidade setorial, ser constante não quer dizer que o movimento orbital seja uniforme.

A figura 3.2 ilustra a órbita elíptica de um astro em torno do Sol. Para fins didáticos, foi escolhida uma órbita mais achatada do que seria a representação da órbita real de um dos planetas do nosso sistema solar.

Figura 3.4: Ilustração da lei das áreas, no qual um planeta em órbita em torno do Sol percorre em dois intervalos de tempo “t” dois trechos de sua órbita.



Fonte: O Autor

De acordo com a lei das áreas de Kepler, se as áreas hachuradas são iguais, temos que o astro percorre em um dado intervalo de tempo “t”, uma porção maior de sua órbita quando está mais próximo do periélio (posição mais próxima do Sol) do que no afélio (posição mais afastada do Sol) (NUSSENZVEIG , 2013, p. 241). Isso é consequência de que os planetas do sistema solar são acelerados tangencialmente em seus movimentos do afélio ao periélio e é retardado enquanto ele se desloca do periélio ao afélio. Esse fato pode ser explicado observando o menor ângulo formado pelos vetores velocidade do planeta e força gravitacional que age sobre ele. Durante o deslocamento do planeta do afélio ao periélio o ângulo é menor ou igual a 90° (sendo igual a 90° nas posições denominadas periélio e afélio). Já no deslocamento do periélio ao afélio esse ângulo é maior ou igual a 90° e, portanto, teremos uma componente da força gravitacional que é perpendicular à velocidade, produzindo uma aceleração centrípeta e uma componente da força gravitacional antiparalela ao vetor velocidade, que é responsável pela desaceleração do planeta.

Segundo Young (2016, V.2, p. 17), o fato de a velocidade areolar ser constante é consequência direta da conservação do momento angular do planeta em sua órbita, uma vez que a velocidade areolar de um planeta de massa “m” em torno do Sol é diretamente proporcional ao módulo do momento angular \vec{L} do planeta (veja a equação 3.27) e que o momento angular do planeta ao longo de sua órbita se conserva.

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m} \quad (\text{eq. 3.27})$$

A conservação do momento angular do planeta em sua órbita pode ser comprovada observando que o torque devido à força gravitacional exercida pelo Sol sobre o planeta deve ser igual à taxa de variação do seu momento angular, isto é:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{eq. 3.28})$$

Devido à força gravitacional ser uma força central ($\vec{F}_g = F(r)\hat{r}$), temos que o torque devido a essa força em relação ao centro do sol é sempre nulo, como mostra a equação 3.29:

$$\begin{aligned}\vec{\tau} &= \vec{r} \times \vec{F} \\ \vec{\tau} &= \vec{r} \times F(r)\hat{r} = 0\end{aligned}\quad (\text{eq. 3.29})$$

Das equações 3.28 e 3.29 temos que o momento angular \vec{L} do planeta é constante durante sua órbita e, conseqüentemente, a velocidade areolar também é constante.

Segundo Medeiros (2002, p. 29-30), Kepler descobriu primeiro a lei das áreas em 1602 e somente em 1605 ele descobriu a lei das órbitas, que por questão de lógica para a compreensão do sistema veio a se tornar a primeira lei de Kepler. Em 1609, Kepler publicou as suas duas primeiras leis em uma obra intitulada “Astronomia Nova”, e somente depois de nove anos, já perto do fim de sua vida, que ele descobriu a relação existente entre os raios médios das órbitas e seus períodos de revolução (terceira lei de Kepler) (MEDEIROS, 2003, p. 19).

3.4.3 A terceira Lei de Kepler (Lei dos Períodos)

De acordo com Nussenzveig (2013, p. 241), a terceira lei de Kepler pode ser enunciada da seguinte forma: “Os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos de suas distâncias médias ao Sol”. Assim, considerando dois planetas orbitando em torno do Sol, de tal forma que T_1 e T_2 representam os períodos de revolução de suas órbitas cujos raios médios sejam dados por R_1 e R_2 , respectivamente, temos:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \quad (\text{eq. 3.30})$$

Vale ressaltar que essa relação vale para qualquer sistema nos quais os dois corpos orbitem em torno de uma mesma massa central, como por exemplo, dois planetas do sistema solar, ou dois satélites naturais de Júpiter ou a nossa lua e um satélite artificial em torno da Terra. A tabela 3.2 mostra o teste realizado por Kepler com os dados de Copérnico e o resultado com os dados atuais.

Tabela 3.2. Teste de validação da terceira lei de Kepler a partir dos dados obtidos por Copérnico e o resultado com os dados atuais. Na primeira coluna constam os nomes dos cinco planetas visíveis a olho nu que são conhecidos desde a antiguidade. Os períodos são dados em anos terrestres e os raios médios em unidades astronômicas (U.A.), definida como sendo a distância média entre a Terra e o Sol.

Planeta	Valores de Copérnico			Valores Atuais		
	T (anos)	R (U.A.)	T^2/R^3	T (anos)	R (U.A.)	T^2/R^3
Mercúrio	0,241	0,38	1,06	0,241	0,387	1,00
Vênus	0,614	0,72	1,01	0,615	0,723	1,00
Marte	1,881	1,52	1,01	1,881	1,524	1,00
Júpiter	11,8	5,2	0,99	11,862	5,203	1,00
Saturno	29,5	9,2	1,12	29,457	9,539	1,00

Fonte: Adaptado de NUSSENZVEIG (2013, p. 242).

Não foi citado na tabela 3.2, mas por definição, o período de revolução da Terra é de um ano e o raio médio da órbita é de uma unidade astronômica e, portanto, $T^2/R^3 = 1$. Como podemos observar na quarta coluna da tabela 3.2, embora com dados observacionais da era pré-telescópica, Kepler encontrou valores para a razão do quadrado do período pelo cubo do raio médio da órbita dos cinco planetas até então conhecidos muito próximos de um. Segundo Nussenzveig (2013, p. 241-242), após dezessete anos de trabalho sobre os dados de Tycho Brahe, em 15 de maio de 1618, Kepler pensou estar sonhando ao perceber tamanha concordância entre os dados e a relação dada pela terceira lei.

Segundo Medeiros (2003, p. 21-22), Kepler descobriu a lei dos períodos enquanto buscava uma harmonia logarítmica celeste, pois acreditava que os planetas em movimento executavam uma espécie de música celestial e, portanto, não escreveu a sua terceira lei da forma dada pela equação 3.30. Ele a escreveu da seguinte forma: “Eu percebi, após muitas tentativas baseadas na busca das harmonias, que a razão entre os logaritmos do período e da distância média ao Sol para um determinado planeta estava na razão de 3/2” (MEDEIROS, 2003, p. 22). Em linguagem matemática, pode-se escrever esse enunciado da seguinte forma:

$$\frac{\log T_1}{\log R_1} = \frac{3}{2} \quad (\text{eq. 3.31})$$

Ou seja,

$$\frac{2 \cdot \log T_1}{3 \cdot \log R_1} = 1$$

Que é equivalente dizer que:

$$\frac{\log(T_1)^2}{\log(R_1)^3} = 1$$

Como essa relação é válida para quaisquer planetas do sistema solar, temos:

$$\frac{\log(T_1)^2}{\log(R_1)^3} = \frac{\log(T_2)^2}{\log(R_2)^3}$$

Conseqüentemente, obtemos a equação equivalente à 3.30, que é comumente encontrada nos livros didáticos:

$$\frac{(T_1)^2}{(R_1)^3} = \frac{(T_2)^2}{(R_2)^3}$$

Porém, segundo Medeiros (2003, p. 23), para Kepler sua terceira lei escrita em termos das razões logarítmicas refletia a pura beleza da música celestial, pois para ele os logaritmos eram muito mais do que um simples artifício matemático utilizado para reduzir os cálculos. Assim, além de suas contribuições na compreensão do sistema solar, Kepler contribuiu no estudo dos logaritmos e do cálculo, no desenvolvimento da óptica e pode ser considerado o precursor da cristalografia pelo seu estudo pioneiro sobre os cristais de gelo (MEDEIROS, 2002, p. 20).

CAPÍTULO 4 - SLIDES PRODUZIDOS

Durante a aula expositiva dialogada, foram utilizados slides contendo diversas imagens e informações textuais obtidas em livros, artigos e páginas da internet de livre acesso, todos devidamente referenciados. Caso você professor, que esteja utilizando este produto educacional, deseje receber este material, peço que entre em contato com o autor por meio do endereço eletrônico emersonpbraz@gmail.com para o compartilhamento do arquivo.

CAPÍTULO 5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

A sequência de atividades que foram propostas nesse produto educacional tem por objetivo tornar o processo de ensino e aprendizagem desse tópico de Física, denominado Gravitação, atrativo e prazeroso para todos os envolvidos, priorizando a experimentação, o ensino investigativo, a interação social e o aprendizado com significado para os estudantes, diferentemente da aprendizagem mecânica baseada na memorização de equações e respostas corretas para reprodução em provas e logo serem esquecidas.

A você colega que vá utilizar este produto ou parte dele, faça bom uso e compartilhe com os colegas de profissão as boas práticas. Lembre-se que no decorrer das atividades, os estudantes devem ter voz ativa no processo, deixando de ser meros espectadores, receptores de informações e respostas corretas para se tornarem protagonistas do seu próprio aprendizado. Nesse sentido, o professor deverá atuar como orientador, buscando encaminhar as discussões e experimentações que levem a significação ou a ressignificação de conceitos, a descoberta de relações entre grandezas Físicas, de uma forma que faça sentido para o estudante.

Espero que o produto colabore, de alguma forma, para a formação de pessoas críticas, que tenham conhecimento da teoria historicamente construída pela humanidade e que saibam trabalhar em equipe, saibam levantar hipóteses, formular teorias, testar modelos e reavaliar as hipóteses com base na experimentação.

REFERÊNCIAS

CANALLE, João Batista Garcia. O problema do ensino da órbita da Terra. **Física na Escola**, v. 4, n. 2, p. 12-16, 2003.

DOCA, Ricardo Helou; BISCUOLA, Gualter José; BÔAS, Newton Villas. **Tópicos de física : volume 1**. 21^a. ed. — São Paulo : Saraiva, 2012.

FORATO, Thaís Cyrino de Mello. **Isaac Newton**. Universidade de São Paulo - USP, São Paulo, 2015. Disponível em: <<http://www.ghtc.usp.br/Biografias/Newton/Newton3.htm>>. Acesso em: 10 dez. 2021.

GRAVIDADE. Direção de Alfonso Cuarón. EUA: Warner Bros., 2013. (91 min.), color.

HALLIDAY, David; WALKER, Jearl; RESNICK, Robert. **Fundamentos de Física, volume 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica**./ David Halliday , Robert Resnick , Jearl Walker ; tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. – 10. ed. – Rio de Janeiro : LTC, Vol.2; 2016.

JUNIOR, Joel Zito Medeiros Leal; BRAZ, Emerson Pereira. Gravitação Universal: Uma Revisão Teórica E Atividades Para O Ensino Médio. **Revista Física no Campus**, v. 1, n. 1, p. 25-35, Campina Grande - PB, 2021.

LEMOS, Nivaldo Agostinho. **Mecânica Analítica**. 2^a ed. — São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

MEDEIROS, Alexandre. Entrevista com Tycho Brahe. **Física na Escola**, v. 2, nº 2, p. 19 - 30, 2001.

MEDEIROS, Alexandre. Entrevista com Kepler: Do seu nascimento à descoberta das duas primeiras leis. **Física na Escola**, v. 3, nº 2, p. 20 - 33, 2002.

MEDEIROS, Alexandre. Continuação da entrevista com Kepler: A descoberta da terceira lei do movimento planetário. **Física na escola**, v. 4, n. 1, p. 19-24, 2003.

MIDDLETON, James A. GOEPFERT, Polly. **Inventive strategies for teaching mathematics**. Washington, DC: American Psychological Association, 1996.

MOREIRA, Marco Antônio. Ensino de Física no Brasil: retrospectiva e perspectiva. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 22, n.1, p. 94-99, 2000.

MOREIRA, Marco Antônio. Desafios no ensino da física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 43, 2021.

NETO, João Barcelos. **Mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana**. 1ª ed. — São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica 1: Mecânica**. 5ª edição — São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, v. 1, 2013.

PhET – Physics Education Technology. **Gravidade e Órbitas**. Laboratório Virtual. Disponível em: <https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/gravity-and-orbits>. Acesso em: 28 out. 2022.

PSSC (Physical Science Study Committee). **Física**. Vol. III. Brasília: Universidade de Brasília, 1966.

SANTROCK, John W. **Psicologia Educacional**. 3. Ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2009.

THORNTON, Stephen T.; MARION, Jerry B. **Dinâmica Clássica de Partículas e Sistemas**. Tradução da 5ª edição norte-americana — São Paulo: Cengage Learning, 2011.

WIKIPÉDIA: INTERNATIONAL_SYSTEM_OF_UNITS. Disponível em <https://en.wikipedia.org/wiki/International_System_of_Units>. Acesso em: 15 jan. 2022.

WIKIPÉDIA: ORBITAL ECCENTRICITY. Disponível em <https://en.wikipedia.org/wiki/Orbital_eccentricity>. Acesso em: 20 jan. 2022.

YOUNG, Hugh D. FREEDMAN, Roger A. **Física I, Sears e Zemansky: Mecânica** / Hugh D. Young, Roger A. Freedman; colaborador A. Lewis Ford; tradução Daniel Vieira; revisão técnica Adir Moysés Luiz. – 14. ed. – São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, Vol.1; 2016.

YOUNG, Hugh D. FREEDMAN, Roger A. **Física II, Sears e Zemansky: termodinâmica e ondas** / Hugh D. Young, Roger A. Freedman; colaborador A. Lewis Ford; tradução Daniel Vieira; revisão técnica Adir Moysés Luiz. – 14. ed. – São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, Vol.2; 2016.