



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



MARIA EDUARDA BITTENCOURT CAMARGO FOGAÇA

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:
Possibilidades de avanços para uma nova racionalidade no processo de ensino e
aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental

PONTA GROSSA
2021

MARIA EDUARDA BITTENCOURT CAMARGO FOGAÇA

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:

Possibilidades de avanços para uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, área de concentração Espaços Formais e não Formais no Ensino de Ciências - Ensino de Ciências e Mídias, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador (a): Prof.(a) Dr.(a) Dionísio Burak.

Coorientador (a): Prof.(a) Dr.(a) Ana Lúcia Pereira.

F655	<p>Fogaça, Maria Eduarda Bittencourt Camargo Modelagem matemática na educação matemática: possibilidades de avanços para uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem da matemática no ensino fundamental/ Maria Eduarda Bittencourt Camargo Fogaça. Ponta Grossa, 2021. 110 f.</p> <p>Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Área de concentração: Espaços Formais e não Formais no Ensino de Ciências – Ensino de Ciências e Mídias - Universidade Estadual de PontaGrossa.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak Coorientadora: Profª. Dra. Ana Lúcia Pereira</p> <p>1. Modelagem matemática. 2. Racionalidade. 3. Educação matemática. 4. Ensino fundamental. I. Burak, Dionísio (orient.). II. Pereira, Ana Lúcia (coorient.). II. Universidade Estadual de Ponta Grossa. III. Ensino de Ciências e Educação Matemática. IV. T.</p> <p style="text-align: right;">CDD: 510</p>
------	---



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
Av. General Carlos Cavalcanti, 4748 - Bairro Uvaranas - CEP 84030-900 - Ponta Grossa - PR - <https://uepg.br>

TERMO

TERMO DE APROVAÇÃO

MARIA EDUARDA BITTENCOURT CAMARGO FOGAÇA

"MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Possibilidades de avanços para uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental"

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Setor de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Ponta Grossa 20 de setembro de 2021.

Membros da Banca:

Prof. Dr. Dionísio Burak - (UEPG) - Presidente

Profª Dra. Laynara dos Reis Santos Zontini - (IFPR/ IRATI)

Profª Dra. Celia Fink Brandt - (UEPG)



Documento assinado eletronicamente por **DIONISO BURAK, Professor(a)**, em 20/09/2021, às 10:40, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Celia Fink Brandt, Professor(a)**, em 20/09/2021, às 10:41, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Laynara dos Reis Santos Zontini, Usuário Externo**, em 20/09/2021, às 19:27, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Josie Agatha Parrilha da Silva, Coordenador(a) do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática**, em 10/10/2021, às 18:20, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida no site <https://sei.uepg.br/autenticidade> informando o código verificador **0607378** e o código CRC **C55C5433**.

Dedico esta dissertação à minha família, em especial ao meu Pai que sempre será minha fonte de inspiração.

AGRADECIMENTOS

Percebo que durante o desenvolvimento desse trabalho, o mestrado foi um episódio de grande importância em minha vida. Esse processo está repleto de contribuições para o meu desenvolvimento com o mundo, e para minha relação com a sala de aula. Um trabalho dessa natureza não se desenvolve sozinho, e só foi possível com o apoio, energia e força de várias pessoas, a quem dedico especialmente, esse episódio da minha vida.

Primeiramente, à Deus pelo alicerce em momentos difíceis e força para dar conclusão ao trabalho e pela sabedoria e inteligência que me conduziram no decorrer desta pesquisa.

Agradeço ao meu orientador Professor Dr. Dionísio Burak e minha Coorientadora Professora Dr(a) Ana Lúcia Pereira, pelos seus ensinamentos e contribuições em minha vida. Por aceitarem comigo esse desafio e sempre estarem ali, dispostos a me orientarem. Pelo carinho, paciência e compreensão durante o desenvolvimento da pesquisa. E não posso deixar de agradecer pela inspiração que vocês são para mim. O amor pela docência é visível em suas falas, vocês são encantadores. Minha sincera gratidão.

Agradeço as Professoras Dra Célia Fink e a Dra Laynara dos Reis Santos Zontini com minha gratidão por aceitarem a participar como banca avaliadora e pelas suas contribuições ímpares para o desenvolvimento desse trabalho.

Desejo igualmente agradecer a todos os meus colegas do Mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática, pelas suas parcerias e incentivos que um oferecia ao outro, que a união formada durante nossas aulas, continue. Agradeço aos meus amados companheiros, André e Andrielli que sempre estiveram ao meu lado pelas palavras encorajadoras e de motivação. Agradeço pelas inúmeras disponibilidades em me ajudar na contribuição do desenvolvimento desta pesquisa, e por estarem presente em momentos difíceis da minha vida. Minha eterna Gratidão.

Agradeço à minha família, pelo apoio e incentivo para o desenvolvimento dos meus estudos. Em especial ao meu Amado Pai, que sempre me passou seus valores, me incentivando sempre a seguir o caminho da Educação e mostrando sua importância para o mundo.

RESUMO

As práticas abordadas a partir da Modelagem, numa concepção de Educação Matemática, vêm ganhando visibilidade enquanto metodologia de ensino para a Matemática. Em vista de seu constructo científico interdisciplinar, que além da Matemática envolve áreas da Educação, Filosofia, Língua Materna que herda da Educação Matemática, apresenta grandes possibilidades para enriquecer o processo de ensino com vistas à aprendizagem. O trabalho com Modelagem Matemática possibilita desenvolver outras capacidades, além daquelas exclusivamente ligadas aos conceitos matemáticos. Nessa perspectiva, a presente pesquisa intenciona contribuir para o ensino da matemática, mostrando por meio de práticas com Modelagem Matemática assumida pela concepção adotada por Burak (2002), a partir da análise de dissertações, elementos que contribuem para a construção de uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem da matemática, especialmente no Ensino Fundamental. Buscando responder: O que se mostra das práticas com Modelagem Matemática, numa concepção de Educação Matemática, a partir da análise de dissertações no Ensino Fundamental, capazes de instituir elementos para uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem? Constitui-se uma pesquisa de caráter bibliográfica e o material da análise é constituído por 3 (três) dissertações que envolvem 9 (nove) práticas com Modelagem Matemática desenvolvidas no âmbito do Ensino Fundamental, pela concepção da Educação Matemática, com o objetivo de identificar ações, abordagens e procedimentos que possam caracterizar uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem. A pesquisa e o tratamento de dados, são pautados na perspectiva de Bogdan e Biklen (1994). Os elementos capazes de contribuir para a construção de uma nova racionalidade, percebidas e constantes nos dados coletados, foram tratados na perspectiva dos princípios do Pensamento Complexo propostos por Morin (2007). Os princípios pontuados como dialógico, circuito retroativo e recursivo, sistêmico, reintrodução, hologramático e auto-eco-organização, estiveram presente em diversos momentos nas etapas da Modelagem Matemática nas práticas analisadas. Nesta nova racionalidade se faz presente alguns elementos a saber: a interação, a liberdade proporcionada, o dialogo presente, o desenvolvimento gradativo da autonomia. Portanto, evidencia que as etapas Escolha do tema, Pesquisa exploratória, Levantamento dos problemas, Resolução dos problemas e a Etapa crítica das soluções estão presentes os princípios do pensamento complexo, contribuindo desta maneira para pontuar elementos para construção de uma nova racionalidade.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Racionalidade; Educação Matemática, Ensino Fundamental

ABSTRACT

The practices approached from Modeling, in a Mathematics Education concept, have been gaining visibility as a teaching methodology for Mathematics. In view of its interdisciplinary scientific construct, which in addition to Mathematics involves areas of Education, Philosophy, Mother Tongue that it inherits from Mathematics Education, it presents great possibilities to enrich the teaching process with a view to learning. Working with Mathematical Modeling makes it possible to develop other capacities, in addition to those exclusively linked to mathematical concepts. In this perspective, the present research intends to contribute to the teaching of mathematics, showing, through practices with Mathematical Modeling assumed by the conception adopted by Burak (2002), from the analysis of dissertations, elements that contribute to the construction of a new rationality in the process of teaching and learning mathematics, especially in Elementary School. Seeking to answer: What is shown of the practices with Mathematical Modeling, in a conception of Mathematics Education, from the analysis of dissertations in Elementary School, capable of instituting elements for a new rationality in the teaching and learning process? It is a bibliographic research and the material of analysis consists of 3 (three) dissertations that involve 9 (nine) practices with Mathematical Modeling developed in the context of Elementary School, by the conception of Mathematics Education, with the objective of identifying actions, approaches and procedures that can characterize a new rationality in the teaching and learning process. Research and data processing are guided by the perspective of Bogdan and Biklen (1994). The elements capable of contributing to the construction of a new rationality, perceived and constant in the collected data, were treated in the perspective of the principles of Complex Thinking proposed by Morin (2007). The principles punctuated as dialogic, retroactive and recursive circuit, systemic, reintroduction, hologrammatic and self-eco-organization, were present in several moments in the stages of Mathematical Modeling in the analyzed practices. In this new rationality, some elements are present, namely: the interaction, the freedom provided, the present dialogue, the gradual development of autonomy. Therefore, it shows that in all the stages of Choosing a theme, Exploratory research, Surveying problems, Solving problems and the Critical stage of solutions are present in the principles of complex thinking, thus contributing to punctuate elements for the construction of a new rationality.

Keywords: Mathematical Modeling; Rationality; Mathematics Education, Elementary School

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tetraedro de Higginson.....	37
Figura 2 - Modelo que representa a Educação Matemática atual. Fonte: BURAK; KLUBER, (2008, p. 98).....	38

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Trabalhos que seguem os mesmos pressupostos.....	45
Quadro 2 – Trabalhos analisados para a pesquisa.....	46
Quadro 3 – Elementos para uma nova racionalidade de práticas com Modelagem Matemática, numa concepção de Educação Matemática.....	104

LISTA DE SIGLAS

PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação á Docência
GEEP	Grupo de Pesquisa Políticas Educacionais e Formação de Professores.
DCE	Diretrizes Curriculares Estaduais.
PISA	Programa Internacional de Avaliação dos alunos
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
DEC	Diretrizes Curriculares Estaduais
EM	Educação Matemática
MMM	Movimento da Matemática Moderna
PPGCEM	Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências e Educação Matemática

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	15
CAPÍTULO 1 RACIONALIDADE NO CAMPO EDUCACIONAL.....	19
1.1 Racionalidade Técnica.....	19
1.2 Racionalidade Prática.....	23
1.3 Racionalidade Crítica.....	24
1.4 A busca por uma Nova Racionalidade.....	27
CAPÍTULO 2 OS MOVIMENTOS DA MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO	
MATEMÁTICA.....	33
2.1 Movimento da Matemática Moderna – MMM.....	34
2.2 Movimento da Educação Matemática – EM.....	35
CAPÍTULO 3 MODELAGEM MATEMÁTICA NA CONCEPÇÃO DE BURAK.....	40
CAPÍTULO 4 METODOLOGIA.....	42
4.1 Trajetória metodológica da pesquisa.....	42
4.1.1 Da natureza e delineamento da Investigação.....	43
4.1.2 Dos critérios de escolha e dos trabalhos escolhidos.....	45
4.1.3 Dos procedimentos para a leitura e descrição dos trabalhos.....	46
4.1.4 Da metodologia da análise dos dados.....	47
CAPÍTULO 5 DESCRIÇÃO, ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	48
5.1 Descrições dos trabalhos.....	48
5.2 Análise das descrições.....	81
5.2.1 Análise e reflexões das práticas realizadas.....	82
5.2.1.1 <i>Escolha do Tema</i>	83
5.2.1.2 <i>Pesquisa Exploratória</i>	88
5.2.1.3 <i>Levantamento dos problemas</i>	93
5.2.1.4 <i>Resolução dos problemas</i>	95
5.2.1.5 <i>Etapa crítica das soluções</i>	101
CAPÍTULO 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	103
REFERÊNCIAS.....	107

MEMÓRIAS DE MINHA TRAJETÓRIA ACADEMICA

Questionamentos no decorrer desta pesquisa foram inúmeros, quando pensava que era atingido as interrogações provenientes desta pesquisa, outras surgiam para aguçar novas inquietações. Mas, foi necessário calma e tranquilidade para o progresso da pesquisa. Organizar o pensamento é significativo para o processo do desenvolvimento de uma pesquisa, e foi através deste que transcorreu a dissertação.

Recorro às lembranças dos meus trajetos formativos, de onde provem a construção de quem eu sou, para situar o leitor sobre a pesquisadora e o contexto da pesquisa.

Em vista disso, pretendo dissertar sobre o caminho e as influências do ciclo de minha formação, passando por alguns questionamentos nos quais me trouxeram forças para dar continuidade no âmbito acadêmico. Escolhi relatar o retrocesso do modo como concebi a construção dos conhecimentos e experiências que tive, e trouxe comigo no percorrer deste caminho, no qual fui ao encontro do âmbito educacional. Essa análise, acredito ser uma atividade de reflexão para o indivíduo, sendo capaz de examinar e justificar os seus caminhos percorridos da formação dos conhecimentos ora adquiridos, em busca de identificação das influências que conduziram a essa construção do ser que somos hoje.

Ao tratar das recordações, me refiro ao termo episódios por significar uma parte de determinados acontecimentos em determinadas circunstâncias, episódios que se tratam de uma parte do todo, semelhante a capítulos de um livro.

A nossa vida é assim, como os capítulos completam um livro, os episódios de nossa vida, onde cada um teve a sua relevância, nos constrói um ser individual.

Começo então descrevendo a reflexão sobre o primeiro episódio no decorrer desta caminhada, na qual teve como ponto de partida no ano de 1995, na cidade de Ponta Grossa, sendo o primeiro contato social fundamentado por meio dos alicerces essenciais para a condução de uma organização social proporcionados pela minha família. Apesar de não pertencermos a uma classe social alta, o incentivo ao estudo sempre foi prioridade aos meus pais para comigo. Tal fato, possivelmente pela necessidade de meu pai parar seus estudos por conta de suas dificuldades na sua infância, mas sempre trouxe para a nossa casa que a educação é o caminho para a construção de um cidadão capaz de conquistar “o mundo”. Por meio destes incentivos, o início da minha carreira escolar se deu aos 6 (seis) anos de idade, na Educação Infantil, que na época era chamada de Pré-escola. As lembranças são de uma professora em sala de aula com extrema autoridade em relação às suas crianças, passando a mim o receio e a falta de vontade de frequentar a escola com entusiasmo. Em contrapartida, no Ensino Fundamental

houve professores deslumbrantes que me proporcionaram um novo olhar para o ambiente escolar, em particular dois professores de Matemática, que trouxeram para a sala de aula sua dedicação e seu prazer em ensinar, foi onde começou minha afinidade pela disciplina. Destaco, esse mais um episódio da minha vida como sendo de grande influência para admiração dessa profissão.

A trilha do meu caminho, sustentado pela união dos episódios proporcionados, foi despertando o interesse em aprender e em poder ensinar aos colegas, atividade essa que eu sempre realizava com os meus colegas na sala de aula. Percebendo o meu fascínio por essa atividade, professores do Ensino Médio me incentivaram a seguir à carreira docente. As estruturas geométricas, as resoluções dos problemas matemáticos, cálculos em torno da geometria, e demais atividades deste componente curricular me impressionavam. Penso que isso esclarece grande parte do meu desejo em ingressar na área de ensino.

Assim, em 2013 iniciei o curso de graduação na Licenciatura de Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa, sendo esse um grande episódio de contribuição para o meu desenvolvimento de reflexão perante ao âmbito educacional, como docente. O envolvimento com as atividades docentes oferecidas pelas professoras das disciplinas pedagógicas e a participação do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) no subprojeto Matemática, me mostraram um novo olhar para a educação.

A partir desses episódios, são convincentes a influência e as impressões que os professores têm para os seus estudantes passando tanto contribuições positivas quanto negativas, de grandes responsabilidades para a vida pessoal, quanto para a profissional dos indivíduos. Essa reflexão trouxe a percepção da importância de um professor em atuação com competências e saberes para o desenvolvimento de sua atuação por meio de novas propostas para um mundo em constante mutação. Desse modo, a busca de capacitação docente é essencial, na qual fui em busca de novos episódios para minha formação, por meio de três especializações voltadas para o meio educacional, sendo elas Docência no Ensino Superior (2017), Educação Especial Inclusiva (2017) e Tecnologia da Informação e Comunicação (2018).

Entretanto, eu via a necessidade de prosseguir na área de pesquisa de ensino, visando uma educação que preze para uma formação de estudantes como cidadãos pensantes capazes de argumentar e fazer reflexões sobre seus entendimentos, isto é, uma formação a qual ensine o seu estudante a pensar, refletir e discutir sobre as informações recebidas.

Para isso ocorrer, é necessária uma formação consolidada do professor de modo a capacitá-lo para esse exercício. Com isso, cursei na condição de aluno especial, duas disciplinas

do curso de Pós-graduação do Ensino de Ciências e Educação Matemática, foi aí que surgiu meu maior contato com algumas tendências metodológicas do ensino da Matemática, a qual se destacou e me despertou interesse a Modelagem Matemática, por conta de seus contributos, constantes na literatura, para o desenvolvimento de uma prática docente que direciona sua contribuição para o ensino e aprendizado.

Outro episódio que se constituiu em experiência ímpar foi a participação como integrante do Grupo de Pesquisa Políticas Educacionais e Formação de Professores (GEPPE), que visa estudos voltados a políticas públicas relacionadas à formação de professores tanto inicial como em serviço da Educação Básica ao Ensino Superior referentes às consequências e impactos que estas causam na formação e ao ofício de ser professor.

Diante desta postura reflexiva e investigativa que levamos ao grupo de pesquisa, os questionamentos e inquietações em torno do ensino da Matemática me estimularam a desenvolver esta pesquisa. E na condição de docente me senti no dever de, mesmo que em pequena parcela, proporcionar contribuição para educação, principalmente em relação ao ensino da Matemática.

Este conjunto de episódios, me motivaram a fazer pesquisa nessa área, necessitando de um aprofundamento em aportes teóricos. Por esse motivo busquei o Mestrado do Programa de Ensino de Ciências e Educação Matemática, no qual por meio de algumas superações, de incentivos da minha família, amigos e não posso deixar de mencionar a Prof^a Dra. Ana Lúcia Pereira, que me acompanhou durante minha graduação e na persistência desse meu objetivo de fazer pesquisa, hoje faço parte do corpo discente do Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciência e Educação Matemática. Estes são os vários episódios que construíram, até aqui, aquilo que sou.

O caminho que escolhemos e seguimos trazem marcas que carregamos e sempre iremos levar conosco. Como seres humanos, vamos nos estabelecendo, conforme os entrelaços da nossa trilha, da nossa cultura e sociedade à qual pertencemos, acompanhados em sintonia de sentimentos, de modo de pensar agir ou sentir com outras pessoas e outros momentos. Em vista disso, não vejo outra maneira de conduzir esta pesquisa com os inúmeros fatores que influenciaram a formação inicial, sem começar a abordar sobre práticas a partir de metodologias ativas, que apresentam como característica essencial a incorporação do estudante como agente principal no processo do ensino e aprendizagem, cabendo aqui a Modelagem Matemática na

concepção da Educação Matemática¹. “As metodologias ativas constituem alternativas pedagógicas que colocam o foco no processo de ensino e de aprendizagem no aprendiz, envolvendo-o na aprendizagem por descoberta, investigação ou resolução de problemas”. Elas se contrapõem à abordagem pedagógica do ensino tradicional, no qual o professor tem a centralização do processo de ensino, e o aluno apenas recebe as informações do professor.

Vou apresentar aos nossos leitores esse desenvolvimento de pesquisa, o decorrer de dois anos de mestrado, o qual considero que não poderia ser feito sem o percurso desses episódios que me trouxeram até aqui.

Desse modo, a quem irá ler, busque o decifrar como consequência de um processo não somente de pesquisa, que tenciona a produção de novos conhecimentos, mas sim de um indivíduo que acredita que não há pesquisa sem a busca de novos conhecimentos, e no âmbito educacional, sem o estudo de ensino e aprendizagem, compondo assim, um indivíduo com significativos acontecimentos no decorrer de sua vida presente.

¹ Utilizaremos a expressão Modelagem na Educação Matemática significando, Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática, para diferenciar da expressão Modelagem Matemática.

INTRODUÇÃO

O ensino no Brasil ainda prevalece a maneira tradicionalista, na qual o processo de ensino e aprendizagem é centrado no professor, sendo o seu papel de transmissor do conhecimento, expondo seus conhecimentos como prontos e acabados, priorizando a memorização, as regras e os exercícios mecânicos. Nessa abordagem predomina a concepção Platônica, que admite que os conhecimentos preexistem. Dessa forma, cabe ao estudante o papel passivo no processo, copiando, repetindo, memorizando e reproduzindo na avaliação do mesmo modo como recebeu. Com isso, enquadra-se em especial, o ensino da Matemática, que ainda é tida como uma matéria de difícil compreensão, vista e entendida como de profunda complexidade. Para as Diretrizes Curriculares Estaduais – DCE (Paraná, 2008) a escola deve trabalhar com os conteúdos estruturantes de forma que contextualize com a realidade do sujeito, de tal maneira, oferecendo conhecimentos para formar um cidadão crítico capaz de posicionar-se frente as contradições do meio social, político e econômico pertencente a sociedade em que se integra. Partindo ainda nesse contexto, PARANÁ (2008, p.45) “A aprendizagem da Matemática consiste em criar estratégias que possibilitam aos estudantes atribuir sentido e construir significado às ideias matemáticas de modo a tornar-se capaz de estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar”, assim, ultrapassando o ensino que visa a forma tradicionalista no processo de ensino e aprendizagem. Entretanto, a disciplina de Matemática é considerada de difícil compreensão por parte dos estudantes, sendo um dos apontamentos que existem questões a serem encaradas e discutidas diante dos resultados poucos satisfatórios obtidos com regularidade nas avaliações externas. Segundo o relatório do PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – (2018), o desempenho dos estudantes brasileiros está abaixo da média dos estudantes em países da OCD em matemática (358 pontos, comparado a média de 492 pontos).

O insucesso dos estudantes na disciplina de Matemática, já vem de algum tempo, com a razão de ser bastante complicada para compreender. Eles colocam a culpa nos professores a sua falta de interesse e de compreensão. Ponte (1992), destaca que os alunos ressaltam que os professores não trazem a matemática como algo interessante, e assim não conseguem compreendê-la e nem saber o porquê estão sendo obrigados a estudar. Os estudantes culpam tanto os professores pelo seu fracasso com a Matemática, quanto sua incapacidade em relação a aprendizagem dela.

Neste contexto, é parte da nossa responsabilidade como docentes buscar e abordar alternativas para o ensino e a aprendizagem de Matemática por meio de tendências importantes,

principalmente nos cursos de formação inicial de professores. De acordo com Burak (1992) há estudos frente à educação que apontam aspectos pertinentes ao ensino, nos quais se destacam certamente a própria formação dos professores de matemática. Na área do Movimento da Educação Matemática, destacam-se algumas tendências metodológicas, dentre elas a Etnomatemática, a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática, apontadas pelas Diretrizes Curriculares Estaduais – DCE. Entre essas tendências Penteado (2015) destaca que a Modelagem Matemática, na concepção da Educação Matemática “pode ser uma alternativa viável para a melhoria no processo de ensino, com possibilidades de implicações positivas para aprendizagem da Matemática na Educação Básica” (PENTEADO, 2015, p.31). Deve-se desenvolver os conteúdos propostos por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática que embasam a prática docente, das quais destacamos a Modelagem Matemática. (PARANÁ, 2008).

O ensino, de maneira geral, deve ser trabalhado a partir de situações reais do cotidiano dos estudantes, para que consigam estabelecer relações entre os conhecimentos do seu dia a dia com os conteúdos da sala de aula. Estudiosos como Burak (1992) e D’Ambrósio (1986) destacam a Modelagem Matemática como um recurso para se desenvolver um trabalho diferenciado em aulas de Matemática, objetivando-se o aprendizado da Matemática com significado para o estudante.

A Modelagem Matemática, segundo Penteado (2015), vem sendo usada atualmente na Educação Básica, e sua utilização ocorre crescentemente em todos os níveis escolares. A autora, ressalta que a literatura por meio da qual teve acesso para sua pesquisa, refletia a Modelagem Matemática como uma metodologia de grande potencialidade para a aprimoração da experiência praticada pelo aluno, propiciando a construção de conceitos matemáticos. Kaviatkovski (2017) destaca que o ensino da Matemática tem se apresentado de maneira fundamentada em um modelo, sobretudo tradicional, embora as instituições escolares estejam apoiadas por documentos oficiais como as Diretrizes Curriculares Estaduais – DCE (PARANÁ, 2008), e os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL,1997) que expressam referências positivas em relação a modelagem; o que significa que os professores ainda não se valem das Tendências sugeridas pela DCE e pelos PCN.

Kaviatkovski (2017) trata ainda de alguns dos pontos identificados como negativos em trabalhar com Modelagem por parte dos docentes, dentre eles destaca-se a insegurança, a forma de conceber o currículo escolar, e o despreparo do professor em sua formação inicial. Esses pontos constituem obstáculos, entretanto podem ser superados por meio de uma formação inicial sólida, pois é visível que a realidade da formação do professor para o trabalho com

Modelagem aponta debilidades e que há necessidade de se trabalhar com o intuito de superá-las.

Nessa perspectiva, a presente pesquisa intenciona contribuir para o ensino da Matemática, mostrando por meio de práticas com Modelagem Matemática, a partir da análise de dissertações elementos que contribuem para a construção de uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem no Ensino fundamental.

Deste modo, esta pesquisa tem o propósito de apontar elementos capazes de constituir um novo modelo de racionalidade por meio de práticas com Modelagem Matemática no Ensino Fundamental, respondendo a seguinte questão norteadora: O que se mostra das práticas com Modelagem Matemática, numa concepção de Educação Matemática, a partir da análise de dissertações no Ensino Fundamental, capazes de apontar elementos para uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem?

Portanto, na presente pesquisa nos propomos ao objetivo geral de pesquisa: *Pontuar elementos, a partir da análise de dissertações, que podem constituir uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem.* Tendo como objetivos específicos: Apontar, a partir da leitura de dissertações que abrangem práticas de Modelagem Matemática, numa concepção de Educação Matemática, ações, procedimentos, formas de abordagem, tipos de envolvimento; identificar e analisar para distinguir cada elemento em exame sob o ponto de vista das características dos princípios de racionalidade apontados pela literatura.

Esta pesquisa, em vista da questão e dos objetivos assinalados, tem uma abordagem de natureza qualitativa interpretativa. Como se referem Bogdan e Biklen (1994) o investigador pode apoiar-se em diversos materiais para coleta de dados, afirmando ainda que toda investigação qualitativa se define pelo caráter descritivo dos dados obtidos, sendo o ambiente natural a fonte de coleta de dados e tornando como instrumento principal o investigador.

A abordagem qualitativa é também denominada naturalista “[...] porque o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenômenos nos quais está interessado, incidindo os dados recolhidos nos comportamentos naturais das pessoas” e em suas interações com o meio e os demais, onde constroem seus repertórios de significados. (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 17)

Esta pesquisa, tem o delineamento bibliográfico: inicialmente envolve quatro etapas: Na primeira etapa realizam-se os ajustes do projeto, a revisão da literatura relativas aos temas sobre Modelagem e racionalidade, e cumprimento dos créditos das disciplinas, conforme, plano curricular do Curso. Na segunda etapa inicia-se a construção dos capítulos teóricos relativos a Educação Matemática e a Modelagem na Educação Matemática, bem como o referencial sobre

o modelo da racionalidade predominante no ensino de Matemática para a Educação Básica. Na terceira etapa dá-se o desenvolvimento da leitura dos trabalhos selecionados para a análise desta pesquisa, no qual os materiais escolhidos para constituir o corpus da pesquisa são: 3 (três) dissertações de mestrado, que envolvem práticas com Modelagem na concepção da Educação Matemática proposta por Burak (2002). A escolha do material teve como critérios: **1.** Ter sido desenvolvido no âmbito do Ensino Fundamental; **2.** Seguir os pressupostos da Educação Matemática, conforme Higginson (1980). **3.** Que o trabalho apresente descrições pormenorizadas capaz de evidenciar os elementos considerados significativos para a análise e a busca de resposta a questão e aos objetivos estabelecidos.

Na quarta etapa busca-se realizar a análise na procura de respostas à questão e aos objetivos enunciados, e as considerações finais, bem como, a perspectiva futura de continuidade desse trabalho.

Os dados foram organizados e analisados pelos pressupostos da análise de dados na perspectiva de Bogdan e Biklen (1994), de maneira a desenvolver um sistema de codificação.

Com a finalidade de responder a nossa questão de pesquisa e alcançar os nossos objetivos propostos, organizamos a presente dissertação da seguinte maneira.

No Capítulo I – Racionalidade no campo educacional, no qual apresentamos os aportes teóricos a partir de Morin (2000, 2007, 2015) relativo a Reforma do Pensamento tratada em “*A Cabeça bem-feita*”, bem como os embasamentos em modelos teóricos de Racionalidade (Diniz-Pereira, 2004) direcionando seus posicionamentos em suas práticas.

No Capítulo II – Os Movimentos da Matemática e a Educação Matemática, no qual apresentamos os movimentos direcionados na contribuição para o progresso do ensino, o Movimento da Matemática Moderna e o Movimento da Educação Matemática, a partir de suas fundamentações teóricas segundo Rius (1989).

No Capítulo III- a Modelagem Matemática na perspectiva de Dionísio Burak (1992, 2004, 2010) e seu encadeamento com a Educação Matemática.

No Capítulo IV- Metodologia, no qual descrevemos a trajetória metodológica da pesquisa e apresentamos as etapas e os procedimentos adotados, a natureza e o delineamento da investigação, bem como, os critérios de escolha e os trabalhos escolhidos para serem analisados.

No último capítulo, o Capítulo V – Descrição, Análise e considerações finais, no qual apresentamos a descrição dos trabalhos escolhidos, a análise a partir das descrições, bem como entrelaçamos as nossas considerações finais.

CAPÍTULO 1 RACIONALIDADE NO CAMPO EDUCACIONAL

Este capítulo apresenta diferentes paradigmas que estão presentes na formação docente, onde orientam práticas educacionais no processo de atuação, que de um lado estão baseados no modelo da Racionalidade Técnica e, de outro, da Racionalidade Prática ou da Racionalidade Crítica. Dedicar-se a esse capítulo uma breve apresentação a esses três modelos de Racionalidade e suas respectivas concepções. Mediante a isso, é apresentada a teoria da Complexidade proposta por Morin (2007) que vem para superar as barreiras colocadas pelos modelos de racionalidades citadas a fim de romper com essas concepções tradicionais e dominantes na formação de docentes.

1.1 Racionalidade Técnica

Um dos modelos mais apresentados na formação docente retratado no contexto educacional é o modelo relacionado com a racionalidade técnica. Esse modelo também conhecido como “epistemologia positivista da prática” (DINIZ-PEREIRA, 2004), mostra que “a atividade profissional consiste na solução instrumental de um problema feita pela rigorosa aplicação de uma teoria científica ou uma técnica” (SCHÖN 1983, p. 21 apud Diniz-Pereira 2004, p. 35).

De acordo com (Carr e Kemmis 1986 apud Diniz-Pereira 2004, p. 35), esta perspectiva de ciência aplicada vem sendo apontada há algum tempo. No decorrer do século XIX, estudiosos afirmavam que o método científico era a solução para o avanço da educação, ainda que seus problemas eram vistos como questões técnicas, sendo resolvidas apenas por meio de processos racionais da ciência. Burrhus Frederic Skinner, juntamente com outros psicólogos comportamentalistas, foi o mais influente defensor desse modelo.

O vínculo que se indica existir entre a prática e o conhecimento, segundo Schön (1983) apud Diniz-Pereira (p.?) é hierárquico e independente, uma vez que as habilidades práticas são indispensáveis para as atuações das habilidades técnicas, que decorrem da ciência técnica, as quais consequentemente surgiram da ciência básica. O autor afirma ainda:

Pesquisadores supostamente fornecem a ciência básica e aplicada a partir da qual derivam técnicas para diagnóstico e solução dos problemas da prática. Profissionais supostamente suprem os pesquisadores com problemas para estudo e testes a respeito da utilidade dos resultados de pesquisa. (SCHÖN, 1983, p. 26, *apud* DINIZ - PEREIRA, 2004, p.35).

Nesse entendimento, o papel do pesquisador é distinto e normalmente considerado superior ao papel do professor. Essa divisão hierárquica está correlacionada com a forma que o currículo normativo da escola é desenvolvido, estando em destaque primeiro a ciência básica seguida da aplicada, para então a solução dos problemas oriundos da realidade dos estudantes. De modo igual, Carr e Kemmis (1986) *apud* Diniz-Pereira (2004, p. 35), referem-se ao papel do professor apoiado na visão científica da teoria e prática educacional, com uma atuação semelhante aos ensinamentos práticos dos teóricos e pesquisadores do âmbito educacional.

Conforme o modelo de racionalidade técnica, considera-se o professor como um técnico, um especialista que rigidamente repete em sua prática as regras científicas e pedagógicas quando está em sala de aula. Ainda, Diniz Pereira (2004) cita pelo menos três modelos de formação de professores que se baseiam pelo modelo de racionalidade técnica: modelo de treinamento de habilidades comportamentais, modelo de transmissão e modelo acadêmico tradicional.

No modelo de treinamento de habilidades comportamentais a formação tem como objetivo o treinamento para o desenvolvimento de habilidades específicas e observáveis, segundo (Avalos, 1991; Tatto, 1999 *apud* em Diniz-Pereira 2004, p.36). O segundo modelo é chamado de transmissão, cuja formação é pautada na transmissão do conteúdo específico e do pedagógico para os professores, desprezando as habilidades da prática de ensino conforme (AVALOS, 1991; TATTO, 1999 *apud* Diniz-Pereira, 2004, p. 36). No modelo acadêmico tradicional sua formação atribui-se que o conhecimento do conteúdo disciplinar e científico é competente para o ensino e que os aspectos práticos são conhecidos em serviço, conforme (Zeichner, 1983; Liston e Zeichner, 1991; Tabacnick e Zeichner, 1991, *apud* Diniz-Pereira, 2004, p.36).

Constatamos que “[...] os atuais cursos de formação de professores impõem saberes em um movimento de reforma de ensino moldados pela racionalidade técnica”, (DUARTE et al. 2009, p.3). Com essa visão de formação docente torna-se cada vez mais difícil a mudança do ensino, pois não levam em consideração saberes dos professores, as suas experiências e suas condições em que ensinam (Villani; Freitas, 2002 *apud* Duarte et al., 2009).

Burak e Zontini (2020) referem-se à racionalidade técnica como uma razão que estabelece restrições à prática pedagógica e a torna acrítica por causa da mecanização do trabalho docente. Mais um ponto que caracteriza a racionalidade técnica no âmbito educacional, conforme Pimenta (2005) dá em um comando cada vez mais burocrático da escola e do trabalho do professor.

Há algumas definições que caracterizam o ensino como um ensino de modelo técnico e alguns pressupostos quanto aos aspectos que envolvem a educação com a sociedade. Concebemos essa forma de ensino dita técnica, aquela centrada em regras e repetição, na qual o processo de ensino e aprendizado enfatiza o resultado e não o processo, sendo característica desde modelo, exposições dos conteúdos de forma sintética. Este modelo descrito que é o habitual no âmbito escolar, se sustenta no campo da Racionalidade Técnica.

De acordo com essa visão, a prática educacional tende para a aplicação do conhecimento científico, tratando as questões educacionais como problemas que possam ser resolvidos por meio de métodos científicos, a fim de encontrar resultados definidos. Define-se o papel do professor neste modelo, como um mero transmissor das técnicas teóricas ou pedagógicas desenvolvidas em sua formação, considerando-o apenas como um técnico. “Nessa tendência, o aluno é considerado como uma folha de papel em branco, pronta para receber o conhecimento que deve ser passado pelo professor” (BURAK; ZONTINI, 2020, p. 04)

Consideramos essa abordagem com uma prática educacional que não se fundamenta evidentemente em teorias de modo empírico validado, porém em uma prática educacional baseada por meio de algum tempo (MIZUKAMI, 1986), ou seja, na abordagem tecnicista, o seu desenvolvimento não se baseia em teorias relacionadas com práticas referentes ao momento atual, mas sim, com estudos já desenvolvidos e dado como validado.

Na abordagem tradicional para Mizukami (1986) dá-se destaque aos modelos que favorecem os especialistas, considerando o professor como componente fundamental na transmissão do conteúdo. Nessa abordagem considera-se o professor como seu meio central, voltando o ensino para o meio externo do aluno, ou seja, o estudante apenas cumpre determinações que são definidas pelos protagonistas do ambiente educacional, o professor. Cabe ao professor a certeza de o conhecimento chegar aos estudantes independentemente de seus interesses, o qual, intrinsecamente não acontece naturalmente, além de não haver oportunidades de sua participação social.

Também conforme o entendimento de Mizukami (1986), retrata o homem como um ser que veio ao mundo e que seguirá suas decisões após seus conhecimentos adquiridos por meio de sua realidade e também como um receptor passivo de informações que executando seus conhecimentos, terá sua missão de passar para outros conhecimentos que derivam de sua cultura.

Na perspectiva deste modelo, o sistema educacional representa os níveis culturais que foram obtidos nesse caminho pelo sistema formal de ensino. A avaliação é necessária para verificar os conhecimentos adquiridos, e não sendo atingido o nível mínimo pelo aluno

estipulado pelo sistema, acontece a reprovação de série. Pode-se trazer a relação da distribuição ordenada de poderes com o diploma, desta forma seu papel pode ser o de “mediador entre a formação cultural e o exercício de funções sócias determinadas” (MIZUKAMI, 1986, p.10).

Ainda, para essa abordagem educacional, Paulo Freire (1975) se refere a ela como uma educação bancária, isto é, um sistema que se descreve por “depositar” os conhecimentos e informações nos alunos. Pode-se caracterizar essa abordagem, também como individualista no processo educacional, não possibilitando na maioria, das vezes, a cooperatividade entre os alunos.

A abordagem tradicional está relacionada com a importância do conhecimento científico necessário para o modelo de racionalidade técnica, no qual ao “indivíduo que está “adquirindo” conhecimento compete memorizar definições, enunciados de leis, sínteses e resumos que lhe são oferecidos no processo de educação formal a partir de um esquema atomístico” (MIZUKAMI, 1986, p.11). Ou seja, uma abordagem que segue um modelo simplista, direcionando o foco do ensino e aprendizagem apenas na transmissão pelo professor.

Neste contexto, a escola é o lugar onde se oferece e realiza o processo de conhecimento, limitando-se na maioria das vezes, em apenas um processo de transmissão, tornando-a uma agência cultural complexa. Um dos grandes defensores dessa abordagem tradicional é o Émile-August Chartier, cujo pseudônimo era Alain. Filósofo, professor e jornalista, Émile Chartier se referia ao ambiente escolar como um ótimo local para raciocinar. Além de defender ser um ambiente capaz de não desviar a atenção dos alunos, também acreditou na importância da distância entre o professor e o aluno (Alain, 1978, apud Mizukami, 1986).

Tendo em vista, um dos aspectos da abordagem tradicional para a educação a responsabilidade de um ajustamento social, propiciando para os indivíduos presentes no ambiente escolar e no seu contexto social, a garantia da continuidade das ideias e informações transmitidas pelo professor sem interrupção. Estão relacionados ao termo ajustamento social as “características de personalidade, como o autoconceito, quanto aspectos cognitivos, como a inteligência” (PACHECO; SISTO, 2005, p. 44), como por exemplo, para as crianças que têm algum comprometimento intelectual há uma maior rejeição perante a sociedade.

Sob ponto de vista do ensino e aprendizagem, destacam-se as situações na sala aula em que os estudantes são instruídos e capacitados pelo professor. Para tal, é necessário a utilização de um modelo pedagógico, tanto para o estudante quando para o professor, pois as consequências são positivas na formação do estudante a partir das disciplinas. Ainda, os seguidores deste modelo, não acreditam na aprendizagem vindo da experiência seguido do

conhecimento, pois há a necessidade da intervenção do professor nesse intervalo, e é neste ponto que há o conjunto de questões e críticas desta abordagem de ensino. Frequentemente, nesta intervenção há apenas um dos vínculos do processo do ensino e aprendizado, o professor, e é neste ponto o feito de muitos pensamentos críticos em relação a abordagem tradicional de ensino (Mizukami, 1986).

Em termos gerais, é um ensino caracterizado por se preocupar mais com a variedade e quantidade de noções/conceitos/informações que com a formação do pensamento reflexivo. Ao cuidar e enfatizar a correção, a beleza, o formalismo, acaba reduzindo o valor dos dados sensíveis ou intuitivos, o que pode ter como consequência a redução do ensino a um processo de impressão, a uma pura receptividade. (MIZUKAMI, 1986, p. 14).

Além disso, nessa concepção de ensino segundo Mizukami (1986), a expressão tem um espaço notável, vindo desta a verbalização do professor durante o processo educativo e a memorização do estudante. Há uma grande preocupação em relação a metodização do ensino determinando os conteúdos como acabados e concluídos, pois implica assim a padronização do método gerando a rotina para atingir a fixação dos conteúdos. Baseada em aulas expositivas, esse método se ampara por meio do ato de transmissão, como por exemplo as demonstrações. O professor traz o conteúdo pronto e acabado, e assim o aluno se fecha passivamente para a aula, assegurando por meio de suas repetições a conquista do aprendizado.

1.2 Racionalidade Prática

No início do século XX, com a chegada do trabalho de John Dewey, um filósofo e pedagogo, escreveu diversos trabalhos sobre pedagogia, no qual muitos desses surgiram no âmbito da pesquisa em Educação sobre modelos alternativos à formação de professores, diferenciada da ideia do modelo da racionalidade técnica.

Para Carr e Kemmis (1986), a visão prática neste modelo tem outra intencionalidade, pois a educação a concebe como resultado de atitudes desenvolvidas por meio de decisões tomadas após análise e reflexão. O conhecimento profissional do professor não direciona apenas para conhecimento científico, mas sim na evolução da reflexão para sua atuação conforme os julgamentos necessários para a sua desenvoltura profissional na melhoria da educação, embasados nos parâmetros decorrentes de processos fundamentados na experiência e aprendizagem. Ainda assim, “os eventos da escola e da sala de aula terão sempre um caráter indeterminado e aberto. A ação dos profissionais em questão nunca controlará ou determinará completamente a manifestação da vida da sala de aula ou da escola” (CARR e KEMMIS 1986, p. 36, apud Diniz-Pereira, 2014, p. 37).

o conhecimento profissional dentro dessa visão não consiste em projetar um conjunto de objetivos sequenciados e técnicas as quais “dirigem” os aprendizes para os resultados da aprendizagem esperada. Ele consiste da direção e redireção espontânea e flexível do processo da aprendizagem, guiada por uma leitura sensível das mudanças sutis e da reação de outros participantes desse processo (CARR e KEMMIS, 1986, p. 37, apud Diniz-Pereira, 2014, p. 37).

Schon (1983) aponta que progressivamente desenvolvemos consciência da relevância do fenômeno real da prática, que engloba aspectos diferenciados do modelo da racionalidade técnica. Não deixando de destacar a grande desenvoltura que o trabalho docente vem ganhando com a ênfase de sua complexidade, em razão do envolvimento dos conhecimentos teóricos e práticos, marcados pelas suas reflexões e questionamentos constantes de suas ações.

No mundo real da prática, problemas não são apresentados ao profissional como dados. Eles devem ser construídos a partir de elementos das situações problemáticas os quais são enigmáticos, inquietantes e incertos. Para converter uma situação problemática em um problema, o profissional deve fazer um certo tipo de trabalho. Ele deve compreender uma situação ambígua que inicialmente não era por ele compreendida (SCHÖN, 1983, p. 40).

O conhecimento dos professores não pode ser relacionado como uma coleção de técnicas para a construção da aprendizagem, mesmo apoiado a utilização de “macetes” e regras, o conhecimento docente no âmbito da abordagem prática não significa traçar um conjunto de regras que direcionam os estudantes para a aprendizagem esperada. Os conhecimentos profissionais compreendem no caminho da naturalidade do processo da aprendizagem, voltado para um olhar nessa mudança a da participação de outros nesse processo (CARR e KEMMIS: 1986, p. 37 apud Diniz-Pereira, 2014).

1.3 Racionalidade Crítica

A racionalidade crítica que sustenta e orienta para uma formação humana, vem para contrapor o ensino apoiado pela racionalidade técnica na qual no ensino é enfatizado os objetivos complexos que tangem para habilidades e técnicas. O modelo da racionalidade crítica é estabelecido no momento histórico atual, indo contra ao desinteresse das mudanças necessárias que a atualidade vem a necessitar, como os outros modelos de racionalidade reagem, mesmo estando gritante a urgência de novos olhares, o sistema fecha os olhos e continuam a exercer seus trabalhos no modelo de racionalidade presente. A racionalidade crítica vem para se opor perante a racionalidade técnica, como condutora para formação do indivíduo.

Carr e Kemmis (1986), apontam diferenças entre as racionalidades tecnicistas e práticas no que se refere à educação,

De um lado, professores desejam enfatizar os objetivos complexos da educação contemporânea, os quais requerem habilidades sofisticadas e conhecimento técnico sobre métodos de ensino. De outro, eles querem enfatizar sua autonomia como profissionais, o que requer deliberação prática (CARR, KEMMIS, 1986, p.38)

A ciência educacional crítica é abordada com o objetivo de transformar a educação a qual caminha em direção a uma mudança educacional. Quando se refere ao modelo de racionalidade crítica, Carr e Kemmis (1986) abordam a educação dentro de quatro viés: como uma *atividade social* pois além de oferecer resultados sociais, também proporciona capacidade individual; *intrinsecamente política*, atingindo na escolha daqueles envolvidos no meio e podendo ser influenciado por aqueles que podem influenciar a natureza da educação; *problemática*, pois diferencia a situação social, na relação entre os participantes e no meio em que eles trabalham; e por último é referida por *historicamente localizada* pois ocorrem em um contexto social e propõe uma visão de futuro pretendida construir.

Carr e Kemmis (+1986) associam a essa mudança educacional, a natureza e os resultados de estudos específicos quando empregados em todas as tradições de pesquisas voltadas para a educação, além das visões opositoras da reforma educacional com a educação institucionalizada nesse processo. A ciência educacional crítica tem um olhar perante a essa reforma educacional como participativo e colaborativo, prezando para uma pesquisa em educação conduzida pelos próprios sujeitos da educação. Esta abordagem considera a pesquisa em educação uma análise crítica voltada para transformações das práticas educacionais e compreensão de valores da educação para os sujeitos envolvidos no processo e as instituições junto com as estruturas sociais têm por dever prover estruturas para o desenvolvimento da ação. Nesta perspectiva, esse caminho educacional tem como direção reflexões de pesquisas voltadas para a educação com a intenção de melhorias e avanços, no qual visa envolver os sujeitos da área inteira da escola como professores e administradores das escolas, quanto da área externa como os pais, os quais analisam as próprias situações de seus papéis.

Nesse modelo a explicação e a compreensão são meros instantes do processo educacional por completo, e não os objetivos finais como em outros modelos educacionais.

Um modelo educacional crítico para Carr e Kemmis (1986) parte de uma ciência participativa, que é composta pelos sujeitos participantes como alunos, professores e quem colaborar para que se sustentem os acordos educacionais. Esses acordos caminham em resultados individuais e sociais, abrangendo suportes técnicos e sociais tencionando para o empoderamento dos sujeitos, tornando-os em sujeitos críticos que exploram contradições e buscam resolvê-las.

Dentro dos modelos da racionalidade técnica e prática, há concepções de visões em relação ao professor como sujeitos que levantam problemas. No entanto, esses modelos não partilham da mesma visão da essência do trabalho docente. Os modelos técnicos visam o levantamento de problemas como processos operacionalizados, os práticos visam o lado interpretativo e os críticos olham pelo lado político explícito da abordagem.

Dentre vários modelos existentes fundamentados na racionalidade crítica, destacamos três deles. O primeiro é o modelo sócio-reconstrucionista, o qual compreende a ciência que se dedica ao estudo das relações entre os seres vivos ou entre os seres vivos com o meio em que vivem; ensino e o aprendizado como locomoção para a evolução de uma desenvoltura social dentro da sala de aula (LISTON e ZEICHNER, 1991). O segundo refere-se ao modelo emancipatório, o qual interpreta a educação como manifestação ao ativismo político, aplicando à escola o papel de transformação para o progresso (HOOKS, 1994) e por último o modelo ecológico crítico, o qual se refere à pesquisa-ação como um artifício para o desenvolvimento social, enfrentando os problemas sociais, como por exemplo as desigualdades que existem dentro da sociedade (CARSON; SUMARA, 1997).

Para Skovsmose (2013) o termo Crítica quando mencionado na Educação Crítica, se refere a uma educação que precisa ser explicada. Ela teve um progresso significativo com relação à uma educação que desenvolva um conhecimento dito correto no Iluminismo, quando Immanuel Kant produziu “Crítica da razão pura”, tentando explicar as condições gerais para esse conhecimento.

Entende-se a Crítica, por meio da “História da Crítica” como “1) uma investigação de condições para obtenção do conhecimento; 2) uma identificação dos problemas sociais e sua avaliação; e 3) uma reação às situações reais problemáticas” (SKOVSMOSE, 2013, p.101). O termo mencionado, demonstra questões sobre autorreflexões, reflexões e ações, ou seja, quando o sujeito se torna capaz de pensar, questionar e refletir, isso quando o sujeito passar a pensar, refletir e a questionar questões sociais, políticas, científicas ou métodos racionais, isto é, métodos que fazem parte da estrutura do raciocínio.

Para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa (SKOVSMOSE, 2013, p.101)

Para a Educação Crítica, a educação vem para se opor às contradições sociais, aos problemas que a sociedade vive, onde mesmo tendo como superá-los, eles permanecem porque são desenvolvidos pela mesma sociedade.

1.4 A busca por uma Nova Racionalidade

Morin (2007) relaciona o conhecimento com algum sentido seja qual for a sua ideia, isto é, uma representação terá sempre um significado, dependendo do seu sentido e do seu contexto. Algumas ideias, não terão sentido se não as localizarmos em seus contextos geográfico e histórico, “o que quer dizer que, para conhecer, não podemos isolar uma palavra, uma informação; é necessário ligá-la a um contexto e mobilizar o nosso saber, a nossa cultura, para chegar a um conhecimento apropriado e oportuno da mesma” (MORIN, 2003, p.1). Neste contexto, a reflexão sobre o conhecimento é instigadora, pois só conseguimos conhecer ideias a partir do momento em que conhecemos onde elas se posicionam, porém só podemos conhecer o seu todo se conhecermos as partes que os formam.

O autor defende o princípio de pensamento que possibilita a ação de relacionar as ideias que nos apresentam separadas, em relações umas às outras. No âmbito da educação, coloca a necessidade de uma reforma do pensamento o que implica em uma reforma do ensino que tem prezado mais pela separação, pela fragmentação do que pela ligação, das disciplinas em sala de aula, sendo fechadas entre elas, sem nenhuma relação. Com esse princípio de separação, fica mais esclarecido certas ideias com relação a uma pequena parte separada de seu contexto. Morin (2007) afirma sua intenção de iniciar pelos problemas que acreditava serem ao mesmo tempo, os mais urgentes e os mais importantes e indicar o caminho para analisá-los. Em relação as suas ideias Morin (2007, p. 10) afirma que:

Tencionei começar pelas finalidades e mostrar como ensino primário, secundário, superior podiam servir a essas finalidades e também demonstrar como a solução dos problemas e submissão às finalidades deveriam levar necessariamente, à reforma do pensamento e das instituições.

Morin (2007, p.11) considera que o ensino, arte ou ação de transmitir os conhecimentos a um aluno, de modo que ele compreenda e assimile, tem um sentido mais restrito, do que apenas cognitivo. Para o autor existe, “a inadequação cada vez mais ampla, profunda e grave entre os saberes separados, fragmentados, compartimentados entre disciplinas, e, por outro lado, realidades ou problemas cada vez mais polidisciplinares, transversais, multidisciplinares transnacionais, globais, planetários”. (MORIN, 2007, p.13).

A especialização que não permite se integrar com os problemas globais impossibilita a visualização do global, bem como o essencial. Os problemas essenciais nunca são fragmentados, e os problemas globais são cada vez mais essenciais. Já os problemas particulares, só devem ser considerados corretamente em seus contextos, no qual esses contextos devem ser posicionados cada vez mais, no contexto planetário. (MORIN, 2007, p.

14). Enquanto o recorte das disciplinas torna improvável compreender “o que é tecido junto”, ou seja, o complexo.

Complexus significa o que foi tecido junto; de fato, há complexidade quando elementos diferentes são inseparáveis constitutivos do todo (como o econômico, o político, o sociológico, o psicológico, o afetivo, o mitológico), e há um tecido interdependente, interativo e inter-retroativo entre o objeto de conhecimento e seu contexto, as partes e o todo, o todo e as partes, as partes entre si. Por isso, a complexidade é a união entre a unidade e a multiplicidade. Os desenvolvimentos próprios a nossa era planetária nos confrontam cada vez mais e de maneira cada vez mais inelutável com os desafios da complexidade. (MORIN, 2000. p. 38 apud Assmann; Sung, 2000, p.1)

Com isso, pode-se relacionar o desafio da globalidade com o desafio da complexidade. Existe, por certo, quando os elementos que formam o todo, podem ser inseparáveis e dependentes um do outro.

De fato, a inteligência quando separa os elementos, desmembra o complexo do mundo em partes separadas, transformando o multidimensional em unidimensional. Isso enfraquece as oportunidades de reflexão, apagando assim as possibilidades de uma concepção correta ou uma visão ao decorrer do tempo. Entretanto, a falta dessa reflexão para resolver os problemas, representa a questão mais importante que é preciso enfrentar. Além de trazer as vantagens da divisão do trabalho, os desenvolvimentos disciplinares das ciências trouxeram os inconvenientes da superespecialização, do confinamento e do despedaçamento do saber. Não só produziram o conhecimento e a elucidação, mas também a ignorância e a cegueira. (Morin, 2007, p.15).

O nosso sistema de ensino aceita esses desenvolvimentos, em vez de corrigi-los. Somos ensinados a separar as disciplinas, a desassociar os problemas, em vez de apresentar suas relações e reuni-los e integrá-los. “Obrigam-nos a reduzir o complexo ao simples, isto é, a separar o que está ligado; a decompor, e não a recompor; e a eliminar tudo que causa desordens ou contradições em nosso entendimento” (Morin, 2007, p. 15).

Morin (2007) considera um conhecimento significativo aquele que tem a capacidade de posicionar qualquer informação em seu contexto. O conhecimento se desenvolve por meio da capacidade de contextualização e compreensão. Ainda, o autor considera o problema do ensino como os efeitos mais graves da separação dos saberes e da falta de capacidade de articulá-los uns aos outros. Mas, considera-se a capacidade para contextualizar e integrar como uma qualidade primordial da mente humana, que tem a necessidade de ser desenvolvida e não enfraquecida.

O método de conhecimento chamado de redução, era utilizado pela maioria das ciências, tinha como ideia a de diminuir o processo do conhecimento do todo, com intenção de conhecer as partes para obter o conhecimento do todo, tornando o processo assim reducionista, indo contra com o fenômeno chamado sistêmico “da palavra sistema, conjunto organizado de partes diferentes, produtor de qualidades que não existiram se as partes estivessem isoladas umas às outras” (MORIN, 2003, p.3), ou seja, ocultavam o novo, o descoberto e utilizavam da lógica mecânica nos problemas sociais.

O princípio da auto-organização, refere-se à autonomia do indivíduo, para o qual todos são autônomos, mas dependem exclusivamente do seu meio exterior. O ser humano é autônomo, mas depende do seu meio externo para se alimentar e sobreviver, para seu espírito autônomo ele depende da sua cultura que alimenta seus conhecimentos. Nesse processo destaca a autonomia e a independência, que são dois conceitos que andavam separados.

Durante muito tempo não podíamos compreender a autonomia do ponto de vista científico, visto que o conhecimento científico clássico só conhecia o determinismo. A autonomia só podia ser pensada do ponto de vista puramente metafísico, quer dizer, excluindo qualquer laço material. (MORIN, 2003, p. 4).

Morin (2007) percebe que na ciência havia dependência, mas sem autonomia, e a filosofia com autonomia sem a dependência, levando ao autor concepção de que a autonomia e a dependência fazem elo com o pensamento complexo.

A especialização, em seu processo, desconsidera todo elo e relação de um objeto com o seu contexto, inserindo-o na sessão da disciplina da qual sua divisão quebra excessivamente tanto com a ideia da relação de uma parte com o todo, quanto a articulação das diferentes concepções do processo de ensino e aprendizagem, essa que conduz a abstração matemática, quebrando o concreto e valorizando o tudo que é calculável e normalizável (MORIN, 2003). O conhecimento com certeza precisa usufruir da abstração, todavia buscando compor-se em referência a um contexto.

Sabe-se que é difícil saber e entender tudo o que acontece em nossa volta e perceber todas as transformações que acontece no mundo, surge então um problema universal para todos os seres humanos, como conquistar a possibilidade de sistematizar e organizar os conhecimentos sobre o mundo. “Em verdade, para articulá-las e organizá-las, necessita-se de uma reforma de pensamento”. (MORIN, 2003, p.13).

A teoria da complexidade colocada por Edgar Morin (2007) propõe uma diferenciada maneira de se pensar por meio do elo dos saberes fragmentados pela ciência moderna e propõe a união harmoniosa de ideias antagônicas, complementares e concorrentes entre si.

O pensamento complexo surgiu como uma maneira de mostrar as multidimensionalidades da sociedade com a intenção de compor uma epistemologia que proporcione o diálogo entre aos diversos campos do saber, com o propósito de termos a capacidade de entender o mundo e sua globalidade. “Entender o contexto global de forma unilateral não é mais possível, uma vez que as relações humanas são plurais e complexas. Uma visão analítica do mundo, bem como uma visão holística, mostra-se cada vez mais insuficiente para compreender a condição humana” (BALZ, et al. 2015, p.2).

Morin (2007) traz a complexidade para compreender uma nova forma de pensar, pois não é apenas juntar conhecimento, mas sim o indivíduo ser capaz de desenvolver a capacidade para a utilização de abordagens nos problemas do mundo, tendo fundamento para compor significado aos seus conhecimentos. Esses fundamentos apresentam como princípios que ajudam a pensar na complexidade de Morin (2007).

O pensamento complexo tem o propósito de contextualizar e aceitar os desafios da incerteza, para tal, Morin (2007), elenca sete princípios que orientam os processos cognitivos do pensamento complexo. Sendo eles:

- 1- Princípio sistêmico ou organizacional: é a associação dos conhecimentos das partes ao conhecimento do todo. Essa ideia, é ao contrário da ideia reducionista, que entende o todo como maior que as partes juntas. Morin traz esse princípio com base ao pensamento de Pascal, um físico, matemático e filósofo “Considero impossível conhecer as partes sem conhecer o todo, tanto quanto conhecer o todo sem conhecer, particularmente, as partes.”
- 2- Princípio hologramático: é o destaque que se dá ao paradoxo dos Sistemas complexos, no qual não simplesmente a parte está no todo, mas como o todo pertence a ela;
- 3- Princípio do circuito retroativo: é um princípio introduzido por Norbert Wiener, no qual é a permissão do conhecimento dos processos da capacidade de monitorar e controlar nossos próprios comportamentos, modificando-os conforme situações que estejam acontecendo;
- 4- Princípio do circuito recursivo: é a reprodução do que o produto é causador, por meio do qual os cidadãos elaboram a sociedade por meio de suas interações;
- 5- Princípio da auto-eco-organização: é a relação entre a autonomia e a dependência, como para os seres humanos, que desenvolvem a sua autonomia na dependência da cultura;

6- Princípio dialógico: é a união entre dois princípios que deveriam excluir-se reciprocamente. A dialógica permite assumir racionalmente e inseparabilidade de noções contraditórias para conceber um mesmo fenômeno complexo. O pensamento deve assumir dialogicamente os dois termos, que tendem a se excluir um ao outro. A partir deste fundamento, compreendemos que ordem, desordem e organização são elementos essenciais para o entendimento da complexidade, pois se desintegram e se desorganizam ao mesmo tempo.

7- Princípio da reintrodução: é a atuação na reparação do sujeito e destaca a teoria científica, onde todo conhecimento é uma reconstrução de uma ideia em uma determinada cultura e um determinado tempo.

Os princípios acima guiam os procedimentos cognitivos do pensamento complexo. Portanto, para Morin (2007, p.96) precisamos compreender que nossa lucidez depende da complexidade do modo de organização de nossas ideias.” O pensamento complexo não se trata de excluir a certeza com a incerteza, mas sim um ir e vir regular entre esses dois aspectos. Não se refere, deste modo, abandonar os princípios de ordem e de lógica, mas sim, incorporá-los em uma concepção mais rica, “trata-se de repor as partes na totalidade, de articular os princípios de ordem e de desordem, de separação e de união, de autonomia e de dependência, em dialógica (complementares, concorrentes e antagônicos) no universo” (MORIN, 2007, p.18).

Para Morin (2007, p.96) a reforma do pensamento “é de natureza não programática, mas paradigmática, porque concerne à nossa aptidão para organizar o conhecimento. É ela que permitiria à adequação a finalidade da cabeça bem-feita, isto é, permitiria o uso pleno da inteligência”.

Isso também se reflete no processo de ensino e aprendizagem, pois para superar o modelo da racionalidade técnica os desenvolvimentos das disciplinas das ciências trouxeram as vantagens da divisão do trabalho.

Para Morin (2007), nosso sistema de ensino ao invés de corrigir esses conhecimentos, obedece a eles, isto é, seguem os paradigmas, da ciência moderna resultante das revoluções da revolução científica iniciada no século XVI, no âmbito das ciências naturais, mas que avança nos fins do século XX também às ciências sociais e humanas. Na escola primária, mais atualmente desde a Educação Infantil e Anos Iniciais, segundo Morin (2007, p. 15)

buscam isolar os objetos (de seu meio ambiente) , a separar as disciplinas (em vez de reconhecer suas correlações), a dissociar os problemas , em vez de reunir e integrar. Obrigam-nos a reduzir o complexo ao simples, isto é, a separar o que está ligado; a decompor , e não recompor; e a eliminar tudo que causa desordens ou contradições em nosso entendimento.

Em tais condições a mente dos estudantes perdem de forma gradativa suas aptidões naturais de contextualizar os saberes e integrá-los em seus conjuntos.

CAPÍTULO 2 OS MOVIMENTOS DA MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ao longo das últimas décadas tem-se estabelecido divergências em relação a conceber o conhecimento Matemático e o seu ensino, entre os professores que ensinam Matemática nas instituições de ensino superior e os professores que ensinam Matemática na Educação Básica. Embora, ambos ensinem a Matemática, atuam em níveis de escolaridade distintos. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006) ainda que ambos tenham em comum a Matemática, os olhares para esse campo do saber podem ser distintos quando pensam sobre o ensino dessa disciplina.

A visão em como compreender a matemática, para um matemático, caminha na direção de uma matemática que tem um fim em si mesma e, “no momento em que atua como docente, prioriza conteúdos mais formais, proporcionando um ensino para a matemática, onde suas práticas são voltadas para a formação de novos pesquisadores em Matemática.” (FIORENTINI, LORENZATO, 2006, p.3).

O Educador matemático, aquele que ensina nos primeiros níveis da escolaridade, tende a conceber a matemática segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p.3) “como um meio, um instrumento importante à formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos e também do professor de Matemática do ensino fundamental e médio. E, portanto, tenta promover uma educação pela Matemática”. Ainda segundo os autores o educador matemático, na relação entre a educação e a matemática, tende a colocar a matemática a serviço da educação, priorizando, portanto, esta última, mas sem estabelecer uma dicotomia entre elas” (FIORENTINI, LORENZATO, 2006, p.4).

As relações de conhecimentos entre ambos também são distintas. A produção de novas técnicas e procedimentos matemáticos por meio de procedimentos hipotético-dedutivos para o avanço da matemática aplicada, parte dos matemáticos. Por sua vez, os educadores visam o embasamento teórico que abrange os estudos dos mais diversos aspectos da sociedade e do comportamento do indivíduo, tendo como intenção o desenvolvimento de práticas pedagógicas que contribuam positivamente para uma formação integral.

Acrescenta-se a essas diferenças o fato da matemática ser uma ciência milenar, sendo estruturada em bases lógicas bem definidas, enquanto a educação matemática (EM) é uma área emergente de estudos, recém-nascida, não possuindo uma metodologia única de estudo nem uma teoria claramente configurada. FIORENTINI, LORENZATO, 2006, p.4).

Nos últimos tempos, os estudos educacionais formados por diversos pesquisadores e em diferentes localidades buscam por um conjunto de normas orientadoras da Educação Matemática (EM). Dentro desta perspectiva, compreende-se que o saber matemático e a

experiência na docência não garantem um indivíduo a ser apto para exercer o ato docente, pois a EM está na intercessão de vários campos científicos como a filosofia, a matemática, a psicologia, a sociologia, entre outros. Mas ainda é presente em muitas instituições educacionais, essas duas profissões, o matemático e o educador matemático, como duas profissões distintas, com visões e perspectivas diferentes perante o ensino da matemática.

Essas duas formas de ver a Matemática e o seu ensino estão situadas no âmbito de dois movimentos internacionais ocorridos e que influenciaram o ensino da Matemática no Brasil. Esses dois movimentos denominados: Movimento da Matemática Moderna e Movimento Educação Matemática, são descritos a seguir

2.1 Movimento da Matemática Moderna – MMM

O surgimento do Movimento da Matemática Moderna (MMM) foi um dos grandes fatores de contribuição para o progresso do ensino da Matemática em campo nacional, no qual objetivou-se a convergência entre a matemática abordada dentro de uma sala de aula com a matemática abordada pelos pesquisadores, promovendo uma evolução para o ensino. Dias (2008), conjectura o MMM como um caminho de determinações positivas para a reforma do ensino escolar da matemática.

A elaboração de atividades matemática, de ensino e pesquisa, foi o ponto de partida dos estudos do que se referiam ao MMM, no qual promoveu-se sua institucionalização, que conforme Dias (2008) iniciou em meados do século XIX, evidenciando as várias mudanças e aperfeiçoamentos por meio de resultados da reprodução do saber matemático. Para Dias (2008), o período em que o Brasil se beneficiou do MMM, foi entre as décadas de 60 e 70, sendo nesse período no qual a matemática perdeu principalmente sua condição de formativa, prática e objetiva.

A disciplina de matemática não era vista com importância nos anos 50 e 60, as aulas eram ministradas apenas com quadro negro e giz, além de poucas horas semanais, dando preferência para outras disciplinas, como eram os currículos (BURIGO, 1989).

No Brasil, iniciou-se o debate sobre o MMM em 1959, quando o Professor Osvaldo Sangiorgi mediou os debates em relação a evolução do ensino da Matemática no III Congresso Nacional de Ensino de Matemática. A partir deste, houve o incentivo para pesquisadores seguirem este novo caminho em relação a educação da matemática. (CLARAS; PINTO, 2008).

No entanto, no ano de 1961, surgem os Sistemas Estaduais de Ensino que cederam aos estados a independência na elaboração dos currículos escolares, o que provocou propostas de

transformações no que se refere ao ensino e levantaram diversos movimentos em favor da educação, entre eles, o Movimento da Cultura Popular de Recife, a Campanha Pé no Chão e o Movimento de Educação de Base (Burigo, 1989), bem como a fundação de diversos grupos de estudos conduzidos pelo Professor Sangiorgi, o pioneiro deste movimento.

Em razão da política de atividade não defensiva dos Estados Unidos, um acordo com o Brasil foi realizado com o incentivo de um treinamento feito por técnicos americanos nos professores Brasileiros (BURIGO, 1989)

O MMM teve muitas considerações negativas, sendo uma delas o baixo rendimento dos alunos em matemática por conta da falta compreensão dos conteúdos, devida à falta de preparação por parte dos professores.

A preocupação com aprendizagem e o ensino da Matemática se tornou mais evidente somente com o declínio da matemática moderna. Assim, o fracasso do Movimento da Matemática Moderna, possibilitou educadores, matemáticos, a estimular a criação de grupos de estudos e pesquisa e contribuiu para o que hoje chamamos de Educação Matemática. (KOMAR, 2017, p. 19)

Alguns pontos relevantes para a educação colocados por educadores-pesquisadores e que não foram contemplados pelo Movimento da Matemática Moderna, contribuíram para o surgimento do Movimento da Educação Matemática, em 1970-80 (BURAK, 2012). Sendo eles:

Dar suporte às ações do professor em sala de aula, (ii) levar em consideração a experiência do estudante, (iii) prover o ensino de situações que pudessem contribuir para desenvolver no aluno a tão desejada autonomia, (iv) buscar formas de melhor observar e acompanhar o desenvolvimento do estudante em sala de aula (BURAK, 2012, p.64).

2.2 Movimento da Educação Matemática – EM

Em direção a um destacamento no período histórico da EM, Kilpatrick (1996), evidencia três pontos que contribuíram para o surgimento da Educação Matemática, dentre os quais o primeiro é referente às características necessárias perante a um ensino de Matemática de qualidade para as próximas nações, o segundo refere-se ao passo europeu, dado pelas Universidades em querer formar docentes secundários o qual provocou a origem de especialistas na área do ensino e da matemática, e o último está relacionado a estudos feitos de como acontece o aprendizado e às concepções matemática por partes das crianças.

O MMM direciona-se para o sujeito que, partindo das variações culturais e que aprende e parte de pensamentos, na dificuldade da compreensão dentro da matemática, não se preocupa com avanço do aprendizado e na padronização de níveis avançados da linguagem matemática,

sem a percepção do real aprendido do indivíduo e sua relação entre sua idade e sua capacidade neurológica.

Para Fiorentini e Lorenzato (2006), o trabalho da EM engloba as diversas conexões entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático, em um determinado contexto sociocultural. A investigação nesse viés, pode caminhar por vários caminhos, mas destaca-se em dois caminhos básicos: o caminho que direciona no melhoramento da qualidade do ensino e aprendizagem, e o caminho que vai para o campo científico, buscando por investigações e produções de conhecimentos.

O movimento chamado Educação Matemática, chegou com divergência quanto ao ensino da matemática que era trabalhado na perspectiva de uma matemática pronta e acabada. Medeiros (2005) reivindicava por uma matemática que trabalhasse embasado por relações entre o sujeito e o objeto (conteúdo), procurando por espaço para a intersubjetividade. Visto que era explicada sem conceituação e sem reportar-se a seu histórico, acontecia uma paralização no processo de entendimento, transformando-a em um campo difícil de se atingir por aparecer estar “acima” do sujeito. No entanto, não havia um incentivo para o aluno, suas resoluções eram objetivas, seguindo um “roteiro” para suas realizações, fazendo da matemática uma atividade objetiva. Ainda, Medeiros (2005), tem como concepção, que a intersubjetividade seria o caminho para a solução desta questão. Não supondo que não tivesse esses processos do ensino, mas sim que o utilizassem como ferramenta no caminho em direção ao conhecimento. A autora acredita que a comunicação seria exatamente o ponto de encontro para uma educação de qualidade, visto que a fala do aluno nunca havia sido reconhecida.

A visão que Medeiros (2005) tinha em relação ao ato educacional, em modificar o ato educativo em ato de pesquisa, foi a trajetória que a EM percorreu por volta dos anos 1980, no qual buscava a interrupção dos paradigmas educacionais presentes. “Essa nova visão, oriunda da EM, permitiu o surgimento de inúmeras propostas diferenciadas para essa área de conhecimento, dentre elas a Modelagem Matemática” (KLUBER, 2007, p. 36). Esse caminho da Educação Matemática pela intersubjetividade de Medeiros, percorreu decisões de vários pesquisadores na época que foram além dos tópicos da matemática, utilizando-se de outras áreas de conhecimentos, como por exemplo, a psicologia, a sociologia e a antropologia.

Essa desenvoltura dos pesquisadores de recorrer a outras áreas de conhecimento, proporcionou investigações teóricas da EM, por volta dos anos 70. Essas discussões, segundo Rius (1989) eram diversas, como a de Higginson. O qual presumia que a matemática poderia ser concebida por meio de um tetraedro chamado “MAPS”, no qual a letra “M” se referia à Matemática, a letra “A” se referia à Filosofia, a letra “P” à Psicologia e a letra “S” à Sociologia,

onde cada uma dessas disciplinas representa uma face do tetraedro. O autor menciona confluência de interesses entre faces e arestas.

Burak (2010a, p.13), ressalta que o modelo de Higginson expressa que:

[...] há áreas específicas do trabalho acadêmico que podem ser identificadas como resultantes de instâncias interativas: por exemplo, a aresta MP representa o entrecruzamento dos interesses da Matemática e da Psicologia, a aresta MA onde se entrecruzam os interesses da Matemática e da Filosofia

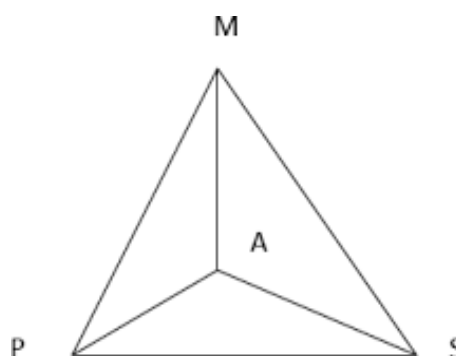


Figura 1 - Tetraedro de Higginson

De acordo com a Figura 1, esses “entrecruzamentos podem dar origem, a estudos em educação matemática, que não fazem uso da matemática diretamente” (BURAK, 2010a, p.130), no entanto encontram-se dentro da Educação. Assim, mesmo que de maneira não evidente, a Matemática estará sempre vinculada, visto que o modelo de Higginson foi elaborado utilizando como objeto de estudo a natureza da Educação Matemática.

Na intenção de pesquisar sobre a Educação Matemática, Rius (1989) destaca que o intuito de Higginson deu-se pelo fato de não perceber avanços relevantes para melhoramento nas questões referentes à dificuldade de conceber a matemática, no qual acredita haver uma crença que os fatores que influenciavam sobre o aprendizado da matemática eram poucos. Nesta perspectiva, a Matemática pode ser produzida por meio do modelo representado por MAPS (Figura 1), onde Higginson acreditava que a natureza da Educação Matemática pode ser representada por essa figura. Uma das maneiras de testar esse modelo seria “retirando” a matemática de ambos, tanto da Educação Matemática quanto do modelo MAPS, na primeira fica apenas a educação, já na segunda permanece a Psicologia, a Sociologia e a Filosofia, disciplinas estas que oferecem suporte teórico para a educação. Essa ideia de Higginson vai ao encontro com a visão de Wain, na qual, conforme Rius (1989, p.30 apud WAIN, 1978) “La

‘Educación Matemática’ es una nueva disciplina suspendida, por una parte, de las matemáticas y, por otra, de los diversos aspectos teóricos de los que se ocupa la educación”

Há outras grandes áreas que estabelecem a Educação Matemática na atualidade segundo Burak e Klüber (2008), como por exemplo a Antropologia, Sociologia, a Linguística, a Língua Materna e a História da Matemática. Á vista disso, os autores, representaram brevemente uma maneira de expressar uma nova configuração das interligações que concebem a Educação Matemática na figura 2.

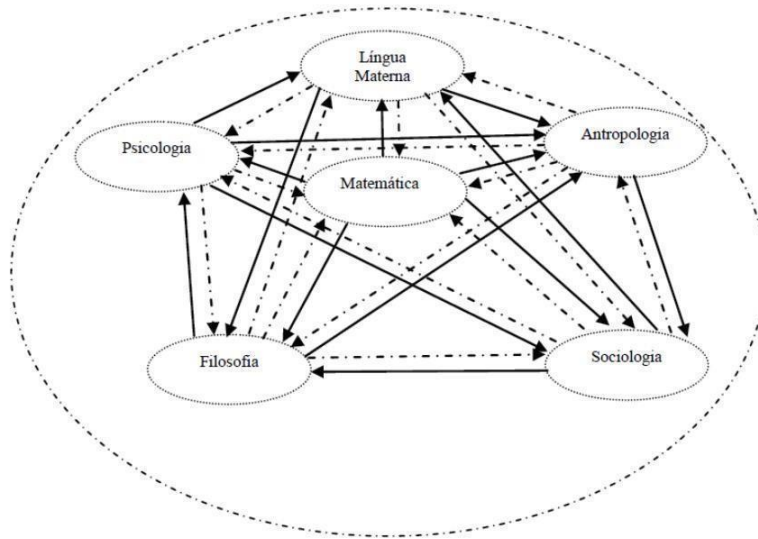


Figura 2 - Modelo que representa a Educação Matemática atual. Fonte: BURAK; KLUBER, (2008, p. 98)

As interações representadas por meio das flechas na figura 2, estão representando a configuração da Educação Matemática, nas áreas atuais agora incorporadas, expandindo a concepção no complexo processo de ensino e aprendizagem da Matemática (Burak, 2017).

Essa forma de conceber a natureza da Educação Matemática, aliada aos estudos que visam metodologias diferenciadas para o ensino de Matemática, prioritariamente no âmbito na Educação Básica, apresenta alternativas metodológicas para o ensino da Matemática Este estudo explicita os pressupostos que fundamentam e sustentam os procedimentos da Modelagem Matemática na Educação Matemática (BURAK, 2017, p.15)

As flechas da Figura 2 mostram as relações entre a matemática e as diferentes áreas, acentuando que cada uma delas tem grande papel na contribuição para a Educação Matemática. Esse modelo indica uma formação que mostra a relação entre a Matemática com as outras áreas, excedendo a relação inicial. Torna-se necessária essa relação, pois fundamenta o vínculo da matemática com seus métodos de construção de “conhecimento e o conhecimento orientado

pelas áreas das Ciências Humanas e Sociais, que dão sustentação ao processo de ensino e aprendizagem, principalmente da Matemática no âmbito da Educação Básica”. (BURAK, ZONTINI, 2020, p. 9)

CAPÍTULO 3

MODELAGEM MATEMÁTICA NA CONCEPÇÃO DE BURAK

A Modelagem Matemática, enquanto metodologia de ensino tem como objetivo possibilitar alternativas para o Ensino da Matemática, e destaca a prática docente que conduz os estudantes a uma percepção investigativa. Ter a percepção sobre o que o estudante traz de conhecimentos e quais são suas intenções em relação a aprendizagem, para abordar isso em nossa prática pedagógica faz do estudante também responsável pela sua aprendizagem.

Burak (2002) refere-se à Modelagem na Educação Matemática como uma metodologia de ensino da Matemática capaz de tornar o seu ensino mais significativo, pois trabalha com temática de livre escolha dos estudantes. O trabalho temático promove a contextualização que acarreta mais significado para o estudante por partir de um assunto de seu interesse. Essa liberdade proporcionada aos estudantes, de raciocinar, pressupor e debater sobre, oportuniza o pensamento crítico, incentivado pela instigação.

A Modelagem na concepção de Burak (1992, p.62) “[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões.”

Essa metodologia de ensino da Matemática para Burak (2010), tem como alicerce um entendimento de Educação Matemática na concepção de Higginson (1980) que abrange o conhecimento das áreas das Ciências Humanas e Sociais, considerando nesse processo, os sujeitos, o ambiente social e o ambiente cultural.

Burak (1992) em sua tese, propõe à sua perspectiva de Modelagem dois princípios para o desenvolvimento de uma prática: 1) o interesse do grupo ou dos grupos participantes e 2) a obtenção de informações e dados, sempre que possível, que devem ser coletados do ambiente onde se dá o interesse do(s) grupo(s).

Para Burak (2004), a Modelagem com propósitos de encaminhamento das práticas em aulas parte de cinco etapas: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema, e análise crítica das soluções.

A primeira etapa, da escolha do tema é o momento no qual os estudantes sugerem temas de seus interesses e definem quais serão a partir do interesse comum entre todos. O tema pode ser dos mais diversos assuntos, podendo não ter nenhuma ligação direta com a matemática, mas sim com o interesse dos estudantes. Nesta etapa, é essencial a postura como mediador por

parte do professor, pois precisará oferecer os melhores encaminhamentos a eles para a escolha do tema.

Na segunda etapa, da pesquisa exploratória é feita o encaminhamento dos estudantes à procura de materiais dos mais diversos que tenham informações sobre o tema escolhido para o estudo. Essa pesquisa pode ser bibliográfica, por meio da qual os estudantes procuram por subsídios teóricos, ou mesmo pode ser uma pesquisa de campo, que além de ser rica de informações, o estímulo para os estudantes é grande para o desenvolvimento da pesquisa pretendida.

A terceira etapa, do levantamento dos problemas os estudantes trabalham com o tema, levantando problemas após terem os materiais em mãos sobre a pesquisa desenvolvida. O professor tem como função instigar os estudantes a conjecturarem a respeito de questões sobre sua pesquisa com tudo o que tiver relação com a matemática, desenvolvendo problemas dos mais simples aos mais complexos, que possibilitem o envolvimento de conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento.

A quarta etapa, da resolução dos problemas e do desenvolvimento do conteúdo matemático é quando se envolve os conteúdos matemáticos para a resolução problemas levantados. Essa etapa faz com que os estudantes vejam significados nos conteúdos matemáticos e outros de outras áreas importantes na solução do problema em estudo.

A quinta etapa, da análise crítica das soluções, é a etapa apontada pela criticidade e a adequabilidade referente às soluções que resolveram pela etapa anterior pois, muitas vezes, estas podem estar corretas matematicamente falando, porém inviáveis para a situação prática em estudo. Os estudantes refletem a respeito dos resultados obtidos tanto em relação à Matemática como de outros conhecimentos envolvidos na situação, contribuindo para que tenham uma formação de cidadãos participativos.

CAPÍTULO 4 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta o contexto e os procedimentos da pesquisa. Inicia-se pelo caminho que a pesquisa precisou percorrer, quando descreve cada etapa desenvolvida durante a pesquisa. Apresenta a questão norteadora bem como os seus objetivos específicos e o seu objetivo geral. Tendo como delineamento do tipo bibliográfico no qual consiste no levantamento de dados a partir de trabalhos realizados no âmbito da educação matemática, esse capítulo mostra quais foram os critérios para a escolha destes trabalhos, bem como, a metodologia qualitativa/interpretativa para análise dos dados apresentados no próximo capítulo.

4.1 Trajetória metodológica da pesquisa

Neste subcapítulo, exibem-se as etapas e os procedimentos metodológicos desenvolvidos nesta pesquisa, sendo no total, quatro etapas para a construção deste trabalho.

Na primeira etapa, foram cursadas as disciplinas teóricas e metodológicas necessárias conforme o regulamento do Programa de Pós-Graduação Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM), as quais colaboraram para o estudo e análise no que tange ao desenvolvimento do ensino e aprendizagem. Para o suporte necessário à estruturação do projeto de pesquisa, foi realizada a revisão bibliográfica na disciplina de Fundamentos Metodológicos que nos mostrou algumas lacunas possíveis para se caminhar em direção para uma pesquisa. Também nesta etapa, foram realizados os procedimentos éticos para o desenvolvimento de uma pesquisa, submetendo o projeto de pesquisa para o Comitê de Ética via Plataforma Brasil

Na segunda etapa foi dado desenvolvimento dos capítulos teóricos que sustentam a pesquisa. Nessa etapa foram realizados estudos sobre a Educação Matemática, a Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática no processo de ensino e aprendizagem e sobre as Racionalidades vigentes no processo de ensino e aprendizagem no campo educacional.

Na terceira etapa deu-se o desenvolvimento da pesquisa, realizada por meio da leitura dos trabalhos selecionados, caracterizando-a como a fase da coleta de dados para em seguida ser feita a análise e reflexões em busca da resposta da questão de pesquisa.

A etapa da coleta de dados consistiu na leitura de dissertações envolvendo práticas com Modelagem na concepção da Educação Matemática e dessa leitura buscou-se por descritores tais como: formas de encaminhamento das práticas, formas de abordagem e de encaminhamento das ações, as manifestações dos participantes, os diálogos, as formas de interações entre os participantes, as dimensões envolvidas na aprendizagem (cognitiva, afetiva,

psicomotora e de fé e crenças) no processo de ensino e aprendizagem, formas de tratar dos conteúdos e outros aspectos próprios de fazeres da Modelagem na concepção da Educação Matemática contidos nas dissertações, como possíveis atributos capazes de caracterizarem a perspectiva de uma nova racionalidade para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática no âmbito do ensino fundamental.

Realizada esta coleta de dados estabelecemos os parâmetros para a análise dos dados, feito por meio de delimitações pertinentes a esta pesquisa como destacar os elementos: ações desenvolvidas, formas de abordagem e encaminhamento das ações, as ações, as aprendizagens mencionadas, o desenvolvimentos dos conteúdos, as discussões realizadas, as áreas do conhecimento envolvidas, as dimensões humanas e do processo de ensino e aprendizagem identificados durante a realização das práticas com modelagem.

Na quarta etapa ocorreram as análises e reflexões dos elementos levantados por meio das leituras aprofundadas nos trabalhos selecionados. Nesta etapa também foram feitas as reflexões sobre a emergência de alguns elementos que podem constituir objetos de uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem, além das considerações finais e possibilidade futura de continuidade desse tema.

4.1.1 Da natureza e delineamento da Investigação

Tendo em vista a questão: O que se mostra das práticas com Modelagem Matemática, numa concepção da Educação Matemática, a partir da análise de dissertações no Ensino Fundamental, capazes de instituir uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem? E como objetivo geral; pontuar elementos das práticas com modelagem, a partir da análise de dissertações, que podem constituir uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem, esta investigação segue os pressupostos de natureza qualitativa.

Tendo em vista a questão e o objetivo, á caracterizamos como de natureza qualitativa na qual para (BOGDAN; BIKLEN, 1994), dá-se pela perspectiva da globalização dos resultados, bem como, do desenvolvimento de análises perante aos objetos de estudos e em seus contextos.

A pesquisa é de delineamento bibliográfico, que consiste no levantamento de informações a partir das descrições das práticas com Modelagem, que se pretende buscar nos materiais de dissertações que contenham práticas com Modelagem no âmbito do Ensino Fundamental e que após analisados contenham elementos que possam se constituir em uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem para o ensino da Matemática.

Esta pesquisa, por sua natureza e delineamento, apresenta potencial de proporcionar e apoiar discussões no que tange à Modelagem Matemática na concepção assumida e as potencialidades das práticas desenvolvidas, no processo de ensino e aprendizagem capazes de produzir elementos para instituir uma nova racionalidade.

É importante lembrar que a abordagem da investigação qualitativa “exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo” (BOGDAN; BIKLEN; 1994, p. 50), isto é, cada detalhe observado na pesquisa pode colaborar para o pesquisador em busca de seus resultados.

Nesta perspectiva, analisaremos cada processo e resultados encontrados nos trabalhos que serão observados, buscando identificar e atribuir sentido e significado para cada um deles, embasados nos descritores retirados do referencial teórico sobre características de uma nova racionalidade.

Para Ludke e André (1986) as características básicas de uma pesquisa qualitativa são resumidamente:

[...] 1. A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento. 2. Os dados coletados são predominantemente descritivos. 3. A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto. 4. O significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador. 5. A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo. [...] (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p. 11-13).

Para os autores, não é necessário a procura de indícios que possam validar hipóteses estabelecidas em um momento anterior ao do início dos estudos. As ideias surgem baseadas no desenvolvimento do trabalho.

O delineamento dessa investigação, em razão da questão e do seu objetivo, se conforma às características da pesquisa bibliográfica, pois, essa maneira de pesquisa se realiza a partir “(...) de dados ou de categorias teóricas já trabalhados por outros pesquisadores e devidamente registrados. Os textos tornam-se fontes a serem pesquisadas”. (SEVERINO, 2007, p. 122)

Ainda, segundo em relação a essa forma de pesquisa Gil (2002, p. 45), expressa que “a principal vantagem da pesquisa bibliográfica está no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente”.

Segundo Gil (2002) a pesquisa bibliográfica compreende três fases: Na primeira fase se estabeleceram critérios para escolha do material. Na segunda fase deu-se a escolha do material e na terceira faz deu-se a análise e interpretação de dos dados.

A pesquisa bibliográfica é desenvolvida por meio de materiais já realizados, sendo eles livros, artigos científicos, teses e dissertações. Para o levantamento de informações é significativo que os materiais tenham alguma relação com a temática pesquisada (Vergara, 2002).

Esta pesquisa apresenta potencial de proporcionar e apoiar discussões no que tange à Modelagem Matemática na concepção assumida e as potencialidades das práticas desenvolvidas, no processo de ensino e aprendizagem podem trazer elementos para instituir uma nova racionalidade.

4.1.2 Dos critérios de escolha e dos trabalhos escolhidos

Os trabalhos que foram selecionados para o desenvolvimento desta pesquisa, tiveram alguns critérios sendo eles: 1. Ter sido desenvolvido no âmbito do Ensino Fundamental; 2. Seguir os pressupostos da Educação Matemática, conforme Higginson (1980).; 3. Que o trabalho apresente descrições pormenorizadas capaz de evidenciar os elementos de informação considerados significativos para a análise e busca de resposta para questão e aos objetivos estabelecidos para esta pesquisa. Dessa forma para atender aos critérios estabelecidos tomamos como foco as práticas com Modelagem que seguem, os pressupostos de Burak (2004, 2010).

Quadro 1 - Trabalhos que seguem os pressupostos

(continua)

Local	Sujeito	Título
Universidade Estadual de Ponta Grossa 2019 Tese	Laynara dos Reis Santos Zontini	Modelagem matemática na sala de apoio à aprendizagem: O olhar dos professores em formação
Universidade Estadual de Ponta Grossa 2016 Tese	Carlos Roberto Ferreira	A modelagem matemática na educação matemática como eixo metodológico da prática do professor de matemática
Universidade Estadual de Ponta Grossa. 2019 Tese	Derli Kaczmarek	Práticas curriculares com modelagem matemática numa perspectiva de educação matemática: um olhar sobre suas dimensões
Universidade Estadual do Centro-Oeste 2019 Dissertação	Daiane Forteski	Um estudo sobre a interdisciplinaridade com práticas de modelagem matemática
Universidade Estadual do Centro-Oeste 2018 Dissertação	Kátia da Costa Leite	Modelagem Matemática na Educação do Campo: tecendo novos caminhos

Quadro 1 - Trabalhos que seguem os pressupostos

(conclusão)

Local	Sujeito	Título
Universidade Estadual do Centro-Oeste 2017 Dissertação	Marcelo Fabrício Chociai Komar	Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da matemática no ensino fundamental: ações e interações
Universidade Estadual do Centro-Oeste 2016 Dissertação	Samuel Francisco Huff	Modelagem na educação matemática no 9º ano do ensino fundamental: uma perspectiva para o ensino e a aprendizagem

Fonte: o autor

No entanto para essa investigação optamos por descrever as práticas de Modelagem de três trabalhos desenvolvidos no Ensino Fundamental, os demais serão tratados em artigos e outras formas de publicações.

Quadro 2 - Trabalhos analisados para a pesquisa

LOCAL	AUTOR(A)	TÍTULO
Universidade Estadual do Centro-Oeste 2019 Dissertação	Daiane Forteski	Um estudo sobre a interdisciplinaridade com práticas de modelagem matemática
Universidade Estadual do Centro-Oeste 2017 Dissertação	Marcelo Fabrício Chociai Komar	Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da matemática no ensino fundamental: ações e interações
Universidade Estadual do Centro-Oeste 2016 Dissertação	Samuel Francisco Huff	Modelagem na educação matemática no 9º ano do ensino fundamental: uma perspectiva para o ensino e a aprendizagem

Fonte: o autor

4.1.3 Dos procedimentos para a leitura e descrição dos trabalhos

Selecionados os trabalhos segundo os critérios estabelecidos na metodologia para a realização do estudo, foram seguidos alguns procedimentos para a coleta dos dados:

1. Realização de leitura (duas ou mais) completa de cada trabalho e **destacar preliminarmente nas descrições** as informações contidas nos códigos preestabelecidos: As ações desenvolvidas na forma de introduzir uma prática com Modelagem; As formas de

abordagem e encaminhamento das ações: Descrição das ações em si; Os tipos de aprendizagens mencionadas; Formas de abordagem para a escolha dos temas e no desenvolvimentos dos conteúdos; As formas de envolvimento dos estudantes ou participantes; Os tipos e natureza de problemas ; As discussões realizadas durante as práticas; As áreas do conhecimento envolvidas; As dimensões humanas envolvidas no processo de ensino e aprendizagem identificados durante a realização das práticas com modelagem.

2. Com base nos fragmentos de cada código identificação dos elementos que constituem novas ideias e a possibilidade de se instituir uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem

3. Realização de análises e reflexões tendo como fundamentos os referenciais construídos nos capítulos teóricos e outros quando necessários, visto a possibilidade de ser multirreferencial.

4.1.4 Da metodologia da análise dos dados

Entende-se por “dados” “as páginas de materiais descritivos recolhidos no processo de trabalho de campo (transcrições de entrevistas, notas de campo, artigos de jornal, dados oficiais, memorandos escritos pelos sujeitos, etc.)” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.232)

Os dados seguem pressupostos da Análise de dados na perspectiva de Bogdan e Biklen (1994), que serão organizados e analisados de maneira a desenvolver um sistema de codificação. O desenvolvimento desse sistema de codificação abrange alguns passos, englobando os dados ao encontro de regularidades e padrões, assim como pontos similares dentro dos dados, logo após vem a descrição em forma de palavras ou trechos (categorias de codificação) que retratam essas regularidades e padrões (BOGDAN, BIKLEN, 1994).

Há alguns tipos de códigos apresentados por Bogdan e Biklen (1994) que são utilizados para auxiliar no processo de codificações dos dados. Esses códigos “não representam convenções de codificação universalmente definidas. As famílias sobrepõem-se. Não se preocupe em perceber a que família pertencem os códigos particulares que desenvolveu. ” (BOGDAN, BIKLEN, 1994, p.222). As diferentes famílias de codificação apontadas têm como função promover ferramentas para a produção de categorias de codificação, as quais serão importantes na análise dos dados.

CAPÍTULO 5 DESCRIÇÃO, ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta as descrições das práticas analisadas referente aos trabalhos escolhidos descritos no capítulo anterior, como também a análise das práticas de Modelagem Matemática com os pressupostos da Educação Matemática. Considerado os objetivos propostos, serão apresentados os elementos capazes de instituir uma nova racionalidade no ambiente da educação matemática, por meio da Modelagem Matemática na concepção de Burak (2002) seguindo os princípios do pensamento complexo de Morin (2007).

5.1 Descrições dos trabalhos

A partir das descrições das práticas das dissertações buscamos nos códigos apontados na metodologia. formas de abordagem, encaminhamentos das ações; descrições das ações em si; os tipos de aprendizagens mencionadas; formas de abordagem para a escolha dos temas e no desenvolvimento dos conteúdos; forma de envolvimento dos estudantes; em relação aos tipos de problemas (se específicos ou genéricos) se envolvem apenas a matemática ou problemas de outras naturezas; sobre os diálogos durante as práticas (se revelam reflexões, estratégias distintas); as áreas de conhecimento envolvidas; sobre as dimensões humanas e as desenvolvidas, no processo de ensino e aprendizagem.

Para facilitar a emergência de elementos que podem constituir uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem, optamos por partir das etapas propostas por Burak (2004).

Etapa1. Escolha do Tema:

Nas várias práticas descritas encontramos os seguintes diálogos segundo os autores das dissertações:

Dissertação 1

Dissertação 1. Prática 1,- Escolha do tema: Produção de Leite

*Como pretendíamos trabalhar apenas com um tema, devido a pequena experiência com a metodologia e tendo em vista que surgiram vários temas, estes foram anotados no quadro negro, para fazermos uma votação. Os temas sugeridos foram: futebol, maconha, agricultura, produção de leite e falta de água. Dentre esses, após as discussões e procedida à votação o tema escolhido: **Produção de Leite** a escolha do tema deixou evidente que a maioria dos*

estudantes optou por esse tema por ser de conhecimento de todos, um assunto familiar e que, de alguma maneira, vincula-se às atividades desenvolvidas pelos familiares.

Dissertação 1. Prática 2: Escolha do tema: Impostos

*Ocorreram diversas discussões em torno do tema **Impostos**: As discussões em sala apontaram possibilidades para a destinação do dinheiro arrecadado pelo estado, os estudantes entendem que os impostos deveriam ser aplicados no bem estar social, em áreas como saúde, educação, segurança e transporte, dentre outras.*

Os apontamentos, em sala, trouxeram outro questionamento: Por que a maior parte dos serviços públicos é precária? Uma pessoa doente que necessita de um acompanhamento médico especializado deve ficar dias, meses e até mais de ano em filas de espera por atendimento do S.U.S (Sistema Único de Saúde). A sala, por unanimidade, chega a um consenso “que a destinação dada ao dinheiro arrecadado pelos impostos não está tendo o fim esperado”, argumentam sobre os escândalos envolvendo o dinheiro público que atualmente é bastante noticiado nos meios de comunicação. A Modelagem na perspectiva assumida incentiva as discussões, os debates, as ideias com o objetivo de formar cidadão mais autônomos e, nesse sentido com objetivo de deixá-los mais críticos quanto à visão da política brasileira os estudantes foram questionados: O Brasil é governado por apenas uma pessoa? Será que só essa pessoa é a responsável por tudo de ruim que acontece? Essas indagações provocaram intensos debates na sala de aula.

Os estudantes entraram em um consenso que: a presidente da república não administra sozinha, pois tem os deputados, senadores, governadores, prefeitos e vereadores. Embasando-se em reportagens apontam alguns políticos ligados à corrupção

Dissertação 1. Prática 3. Escolha do tema: Pomar da Escola

De início com a possibilidade da escolha do tema de maior interesse da classe, como havia ocorrido nas atividades anteriores desenvolvidas com a primeira turma, essa possibilidade despertou e motivou intensos debates e discussões na sala de aula. Pudemos perceber a formação e opinião e argumentação já na escolha do tema, que podem ser verificados nos excertos a seguir conforme os diálogos dos estudantes.

E3: Vamos trabalhar com jogo de bola, pois nesse contexto encontramos muita matemática, como por exemplo, a força que chutamos a bola, o percurso da bola ao ser chutada, bem como o ângulo que ela faz ao cair no chão e, o ponto onde chutar a bola para fazer gol no ângulo da trave. E podemos ir bater uma bolinha para fazer os testes, durante a aula de matemática [sic].

E14: Vamos estudar alguma coisa mais útil, por exemplo, a horta orgânica que vamos construir com o projeto de ciências, uma coisa que é de interesse do colégio todo, pois com esse projeto iremos produzir verduras, sem agrotóxico, para a nossa merenda [sic].

E8: Como a horta já será construída, por que não trabalhamos em outra coisa que ainda não temos no colégio, eu estava aqui pensando, vamos fazer um pomar, pensem!!! Nós teremos frutas produzidas no colégio [sic].

Esse tema se destacou e a turma se inteirou das discussões, enquanto professor/ pesquisador percebemos que foi o tema de maior interesse. Mesmo antes de realizarmos uma votação, até os estudantes que haviam sugerido os demais temas se mostraram a favor do tema pomar na escola. E ao solicitarmos que erguessem o braço os que estavam a favor de cada tema, confirmamos que o pomar teve aceitação de todos.

Para dar prosseguimento na atividade a turma foi dividida em grupos com três e quatro integrantes respeitando as escolhas. Nesse momento o estudante E2 optou por trabalhar sozinho, segundo ele não gostava de trabalhar em grupo, então respeitamos a decisão do estudante.

*A escolha gerou intensos debates e discussões entre a turma, o que se tornou visível a formação de opinião e argumentação pelos estudantes. Alguns alunos sugeriram alguns temas justificando a sua importância, mas em concordância entre todos o tema **Pomar da escola** foi o tema escolhido.*

Dissertação 2

Dissertação 2. Prática 1. Escolha do tema: Reciclagem

*Para a escolha do tema, os alunos sugeriram os seguintes: moda, animais, tecnologia e meio ambiente. Através de um sorteio entre os estudantes, decidiram por 2 temas gerais: **alimentos e meio ambiente**. O tema **Reciclagem e Decomposição de Materiais da natureza**, foram escolhidos como subtema do tema mais amplo do Meio Ambiente. prática e **Fast Food** como subtema do tema mais amplo **Alimentação**.*

Dissertação 2.

Prática 2. Escolha do tema: Decomposição dos Materiais da natureza é também um subtema do tema mais amplo Meio ambiente.

***Dissertação 2. Prática 3. Escolha do tema: Fast Food**, é também um subtema do tema Alimentação*

Dissertação 3

Dissertação 3. Prática 1. Escolha do tema

A proposta de trabalho sobre Modelagem Matemática foi apresentada aos discentes mediante a orientação de que eles escolhessem um tema de seu interesse para a atividade. A professora sugeriu que anotassem em um papel sua opção e, após o registro, em plenária, as escolhas foram descritas, o que possibilitou a divisão em grupos conforme interesses comuns, assim os temas

levantados foram: *Corpo Humano, Robótica, Tecnologia, Defesa Pessoal e Meio Ambiente*. Entretanto, **Corpo Humano e Tecnologia** foram os mais recorrentes, o que possibilitou um consenso sobre a divisão da turma em dois grupos. A temática sobre o *Corpo Humano* gerou especificidades distintas entre os integrantes do grupo, pois uma parte dos alunos tinha interesse pelas medidas do corpo humano e os seus significados numéricos relacionados à forma física, e a outra tinha interesse no aspecto celular e sobre o diagnóstico de patologias, assim formaram-se outros dois subgrupos sobre o tema **Corpo Humano: Medidas do Corpo Humano e Células**, no qual foi desenvolvido a prática com Modelagem Matemática para cada um desses subgrupos.

Dissertação 3. Prática 2. Escolha do tema : Corpo Humano – medidas é um subgrupo do tema Corpo Humano.

Dissertação 3. Prática 3. Escolha do tema; Corppo humano – células é também um subgrupo do tema Corpo Humano.

Etapa 2. Pesquisa exploratória

Dissertação 1

Dissertação 1. Prática 1. Pesquisa exploratória

Em grupo, os estudantes são orientados a conversar a respeito do tema e sobre o que o envolve. Dessas conversas surgiram alguns apontamentos, entre eles: o preço pago por litro de leite, pois nas propriedades dos estudantes não eram os mesmos para todos, mas variavam de R\$ 0,84 a R\$ 0,95 o litro; a alimentação, pois para que uma vaca tenha boa produção ela deve estar bem alimentada; com relação à raça dos animais, pois a produção do leite é também condicionada à raça do animal; à saúde dos animais, considerando a importância de serem saudáveis, de receberem vacinas e medicamentos de forma preventiva. Nesse âmbito, as principais doenças a serem prevenidas são: Mastite, Brucelose, Tuberculose, Febre Aftosa, Doença do Casco e Parasitoses.

A partir das conversas, o Grupo 1 (G1) sugere a possibilidade de fazermos uma visita a uma propriedade rural, conforme o estudante E2 a propriedade sugerida, por ele, pertence a um dos moradores mais antigos da localidade e que há muito tempo vende leite. A sugestão do G1 ganhou a aceitação de todos os demais, diante da possibilidade de sairmos da sala em uma visita técnica para aprendermos mais sobre o tema.

Sobre isso, novas indagações surgiram na sala de aula, dentre elas: Se os estudantes e professor seriam recebidos? Se poderiam chegar, sem ter conversado antes com o proprietário? Quem se dispunha a ir pedir autorização ao proprietário? Os estudantes chegam a um consenso sobre a necessidade de autorização e que esta deveria ser solicitada por alguém conhecido do proprietário. O estudante E2 se dispõe ir, na parte da tarde, conversar com o proprietário. Assim, termina a aula com os estudantes motivados e com enormes expectativas para o próximo encontro. Na parte da tarde o professor/pesquisador se encontrava em hora atividade, então considerou, por bem, acompanhar o estudante na visita. Em conversa com o proprietário, expusemos o trabalho que seria realizado e este se prontificou em receber os grupos de estudantes para dialogar. Deixamos pré-agendada a visita para a próxima semana, mediante confirmação por telefone, condicionada a disponibilidade do transporte para levar os estudantes. Após a liberação do transporte a visita foi confirmada.

Na realização da visita, os estudantes dos grupos conversaram com o proprietário entrevistado que explicou como é constituída sua propriedade. A localização do galpão, estrebaria, piquetes

de pastagens e a forma com que tira e armazena o leite tirado pelo sistema de ordenha é armazenado, até três dias, em um resfriador a granel, e coletado pelo caminhão leiteiro, que transporta o leite até a cooperativa. Mostrou ainda, o tipo de ração dos animais, e também explicou que há um tempo atrás vinham sacas de 60 quilos e custava em torno de 15 reais, hoje são sacos de 25 quilos e custam em torno de 20 reais. Mostrou também, alguns medicamentos e vacinas, bem como fez uma explicação sobre sua utilização.

O entrevistado esclareceu que, mesmo como é observado, tudo é de forma simples, mas, pelo sistema de ordenha instalado, verificável na parte inferior da Imagem 3, o leite não tem contato em nenhum momento com mão humana. “Após a lavagem e a higienização da ulbra da vaca são colocados os tetos da ordenha, com um sistema de pressurização e encanamento o leite vai direto para o resfriador” [sic]

Dentre os questionamentos realizados pelos estudantes ao entrevistado convém destacar:

Estudantes (Es): Como está a produção de leite nos últimos meses?

Entrevistado: Eu, ultimamente como vocês mesmos podem observar, não tenho investido muito, os custos aumentaram bastante. Quando vim morar aqui na região éramos eu a mulher e três crianças, tínhamos somente duas vaquinhas, o leiteiro transportava o leite em uma rural a gás, e com o dinheiro do leite dessas duas vaquinhas nós quase passava o mês, a ração e os remédios dos animais era mais barato. Hoje tenho 30 cabeças de gado, estou tirando 13 vacas e quando colocamos tudo na ponta do lápis sobra muito pouco. Ai, meio que nos desmotivamos em aplicar mais na produção de leite. Meus filhos hoje são casados um deles faz só isso e até que consegue viver do leite, mas tem que trabalhar muito [sic].

E 3: Quanto que suas vacas produzem de leite por dia?

Entrevistado: Depende das pastagens, agora que a aveia está boa, variam de 14 a 20 litros por animal. Por isso que nos preparamos com silagem, quando enfraquece a pastagem temos que tratar no coxo para não diminuir muito a produção.

Além de conversas envolvendo a produção de leite, o entrevistado motiva os estudantes a plantarem árvores, mostra a estrebaria e destaca que foi construída com madeira de pinheiros que ele mesmo plantou. Fala aos participantes, que em suas propriedades se cada um plantasse uma fileira de árvores, nas divisas, teriam daqui a quinze ou vinte anos madeira para o consumo, sem necessidade de cortar as nativas. Ainda, esclarece, o tempo representa bastante para uma árvore crescer, mas se pensarmos assim daqui a alguns anos não teremos mais árvores nativas, pois o homem só vai tirando da natureza e não pensa que ele mesmo no futuro ficará sem.

Em seguida, convida os estudantes a visitar o seu pomar, mostra a eles alguns pés de ponkans carregados e os orienta: Essas fruteiras foram plantadas de semente, dizem que as frutas de mercado não são boas para produzir, mas é só plantar, vejam, basta ter paciência, demora um pouco mais em torno de oito a dez anos para produzirem, mas produzem. Hoje tem as mudas de enxerto que no segundo ano já carregam, se forem compradas custa em torno de quinze reais, mas podem ser feitas facilmente. O entrevistado, ainda mostra aos alunos alguns enxertos que ele mesmo fez e ensina a técnica. Para fazer um enxerto, basta ter um pé comum, esses que nascem da semente, o ideal é na grossura do dedo e um ramo de ano de uma fruteira de enxerto. Um palmo acima do solo, você corta aparado, e faz uma fenda, essa é a parte que dará sustentação a nova planta, no galho que será enxertado é só fazer uma ‘cunha’ que deve ser encaixada na fenda. Após encaixá-los, basta amarrar um plástico fino bem apertado, para cobrir o enxerto e não entra água, e esperar as partes se colarem, daqui dois anos estarão produzindo.”

Os estudantes acham importante as explicações e surge a ideia de fazermos um pomar na escola, mas que esse ano (2015), não seria possível porque tínhamos pouco tempo.

Finalizada a conversa, os estudantes são autorizados a tirarem algumas frutas, agradecemos o atendimento e a cordialidade que nos recebeu e voltamos ao colégio.

Em sala, os grupos tiveram mais cinco aulas para a pesquisa exploratória, essa poderia ser realizada no laboratório de informática, na biblioteca e, em materiais trazidos de casa. Essa pesquisa foi concretizada por alguns grupos em forma de tópicos, outros a apresentaram em forma de texto que, em parte podem ser observadas nos apêndices 1 e 2.

Dissertação 1. Prática 2 -Pesquisa exploratória

Em pesquisa sobre o tema, os estudantes encontraram uma reportagem chamada “Por que tudo no Brasil é tão caro “que mostra sobre a comparação do preço ao consumidor final, de alguns produtos no Brasil com o preço praticado em outros países. A reportagem, ainda destaca que a culpa não é somente das alíquotas dos impostos praticados, mas também, da infraestrutura precária de um país gigante como é o Brasil, da sua burocracia. Aponta também, nessa comparação, que o Brasil é uma nação que enriqueceu e não investiu em seu crescimento. A culpa é do governo, das indústrias, mas também é de todos.

Essa reportagem destaca ainda que são: 12% de ICMS, 9,25% de PIS e Cofins e mais 3,4% de outros impostos, por exemplo, Imposto de Renda e de Contribuições Sociais sobre o lucro líquido (CSLL), isso só para o produto sair da fábrica.

Dissertação 1. Prática 3 -Pesquisa exploratória

Os estudantes fizeram um levantamento dos espaços do colégio que dessem para fazer o plantio. Os estudantes manifestaram conhecimentos oriundos do seu cotidiano, com o objetivo de determinar os melhores locais para o plantio. E16: Mas, aqui no colégio a terra é muito seca, só tem grama e capim [sic].

E8: É só preparar a cova e fazer adubação [sic].

PP: Alguém sabe como deve ser essa cova? Que adubação devemos utilizar? [sic].

E8: Deve ser uma cova boa para caber bastante esterco de gado, é assim que fizemos lá na casa [sic].

E10: Mas, meu pai plantou só fazendo um buraco que coube o jaca (torrão), nem adubou e está produzindo [sic].

E8: Porque deveria ser uma terra boa, se fizermos assim, aqui no colégio, as mudas podem morrer, pois elas necessitam de uma terra boa e com nutrientes para crescerem [sic].

Os estudantes identificaram que o melhor espaço para fazer o plantio era aquele pouco utilizado pelos estudantes, onde a vegetação natural podia crescer sem empecilhos.

A direção apoiou o trabalho dos estudantes afirmando: Este espaço estava inútil e com o pomar pode ser utilizado, constituindo um bem para todos os estudantes e para os professores [sic]

PP: Como podemos construir um esboço do espaço que dispomos [sic].

E9: Primeiro devemos medir.

Com isso eles foram atrás de instrumentos para fazer a medição.

E8: Lá em casa, para fazer as medidas de roça, utilizamos uma corda?[sic].

E3: Mas a corda é usada para tirar grandes medidas, aqui que o espaço não é tão grande podemos utilizar uma trena [sic].

E1: Meu pai tem uma fita métrica (trena) de 50 metros, posso trazer para a próxima aula [sic].

Os estudantes combinaram que cada grupo traria algum instrumento para realizar a medição.

Alguns estudantes tiram dificuldades no manuseio da fita métrica por nunca terem visto, mas com o trabalho em grupo, os estudantes que tinham conhecimento sobre o instrumento ensinaram os que não tinham.

Dando continuidade na pesquisa, e concordando com os estudantes quanto à carência de nutrientes do solo, foi proposto: – Vamos realizar uma pesquisa para entender, com segurança, como proceder no plantio das mudas. Para a próxima aula vocês devem buscar e trazer materiais sobre plantio de mudas frutíferas, covas, adubações, cuidados, bem como espaçamento entre mudas [sic].

Esperava-se que os estudantes trouxessem a pesquisa para a próxima aula, mas não foi o que aconteceu, eles não tinham acesso a internet em casa. Na escola, também não tinha material e nem recuso para auxiliar, com isso o professor se prontificou em fazer a pesquisa e trazer na próxima aula algumas apostilas com os assuntos.

Com base nos materiais encontrados e disponibilizados os estudantes aprenderam como fazer as covas para o plantio, a adubação necessária e o espaçamento entre as mudas. As covas devem ter de 40 x 40 x 40 cm a 60 x 60 x 60 cm, perfuradas e adubadas com no mínimo 60 dias de antecedência do plantio. A adubação, no caso, poderia ser feita com adubo orgânico e calcário. Optou-se por utilizar em média 3 kg de esterco de carneiro e 1 kg de calcário, para cada um dos pés de fruta, adubo este que foi disponibilizado pelo pai de um estudante. Esta adubação foi misturada com a terra superficial na proporção de três medidas de terra para uma de adubo

Com a pesquisa, os estudantes perceberam, para a região, a melhor época para o plantio são os meses de julho e agosto, assim os estudantes deviam preparar as covas no mês de maio. Discutiu-se, ainda em sala, como fazer as covas. A possibilidade de abrir com um trado em um trator, de início foi sugerida e logo descartada, pois perceberam que não teria como o trator entrar. Logo o serviço deveria ser manual.

Alguns estudantes se prontificaram a iniciar o serviço no contraturno. Mas não poderiam vir todos no mesmo dia. Em conjunto marcou-se a localização de cada cova, respeitando o espaçamento de quatro metros, para que quando viessem trabalhar, soubessem onde fazer as covas. Os estudantes E3 e E8 foram os primeiros que vieram trabalhar.

Dissertação 2

Dissertação 2. Prática 1-Pesquisa exploratória

Os estudantes responsáveis pelo subtema reciclagem, foram orientados a promover uma discussão sobre o subtema que norteou em alguns apontamentos, entre eles: a quantidade de lixo produzida no mundo, no Brasil, no Paraná, ou mesmo em nosso município.

Após pesquisarem em revistas, jornais e em sites, com a mediação do PP e PEI, os estudantes constataram que o homem gera cerca de 300g a 1kg de lixo por dia, conforme vídeo Semana Nacional do Meio Ambiente, 2013. Os dados da pesquisa, esclarecem também que o lixo é uma das possíveis causas do aumento da poluição ambiental. As consequências para a humanidade, e o meio ambiente com o acúmulo de lixo, segundo o vídeo proposto são: as alterações climáticas, fome, doenças, destruição da fauna e da flora

Os resultados encontrados com essa discussão, foi o levantamento de algumas possibilidades para a diminuição dessa poluição, dentre elas: a coleta seletiva e a reciclagem do lixo produzido no colégio. Além disso, discutiram sobre a importância da reciclagem dos materiais e ainda, a possibilidade de comercialização, de modo a gerar recursos para a compra de materiais didáticos.

Diante das conversas e debates coletivos, o grupo E sugeriu medir ou quantificar o lixo reciclável produzido no ambiente do colégio, durante o período de 03 dias, no recreio escolar, o que motivou ainda mais a ação do grupo. Estas discussões despertaram também a participação de outros grupos, como o caso do grupo H, que também decidiu colaborar com a

coleta dos materiais recicláveis, que ocorreu após o intervalo do período da manhã. A proposta foi levada ao conhecimento da direção, que autorizou a realização desta mediação.

Com o material reciclado recolhido, coube ao professor/pesquisador promover questionamentos sobre o subtema, aos estudantes, como por exemplo: para que servem os materiais recicláveis? quais os cuidados que os estudantes deveriam ter com estes materiais? Cabe destacar que nesta turma havia ainda uma estudante deficiente visual, que a todo o momento participou das atividades e mostrou-se entusiasmada. A estudante ouvia com muita atenção o relato dos colegas de turma e registrava em uma máquina Braille7 todas as ações do grupo. Embora o PP não possuísse conhecimento específico sobre a máquina Braille, atentamente sentava ao lado da estudante, motivando-a através de sua audição, bem como possibilitando o manuseio de instrumentos táteis como embalagens de reciclados, colaborando com a sua aprendizagem. Também foi muito importante a ação coletiva do grupo, que a todo o momento se manteve unido e motivado.

Na sequência das discussões e debates sobre os materiais recicláveis colhidos pelos estudantes, houve também a participação do grupo B, com a pergunta aluno B3: o que vamos fazer professor com este material reciclado que foi colhido pelos colegas?[sic]. A posição do professor pesquisador enquanto mediador estava em não dar as respostas prontas, e sim promover nos estudantes desafios, reflexões, a partir de questionamentos, como o que vocês acham que poderíamos fazer? [sic]. Foi então que a aluna D3, do grupo D comentou: será que podemos vender estes materiais e arrecadar fundos para a APMF do Colégio? [sic].

O questionamento foi bem aceito pelo grupo E, que prontamente pensou na possibilidade de venda de materiais recicláveis, respondendo: temos que achar uma maneira de pesar isso então?[sic]. Neste momento foi percebido o acolhimento da sugestão e também o pronto envolvimento dos demais estudantes. Como sugestão do pesquisador foi feito o seguinte questionamento: Como poderemos encontrar então, uma medição com o material coletado?[sic]. A resposta dos estudantes foi unânime com relação a pergunta efetuada pelo PP, ou seja, precisamos de algo para pesar, como uma balança [sic]. Em consenso, grupo E e pesquisador solicitaram ao diretor tal informação, ou seja, de como conseguir uma balança no Colégio.

Neste exato momento passava por ali uma professora de Ciências, que atuava no laboratório de ciências do Colégio. A Tia Tere pediu ajuda a professora, com a solicitação de uma balança. Prontamente a professora de ciências mencionou: temos um balança de precisão do Curso Técnico de Farmácia, será que pode ajudar vocês? Estou em hora-atividade, posso ajudar[sic]. Tal atitude gerou ainda mais motivação nos estudantes, pois retornaram à sala de aula entusiasmados com o subtema proposto e, assim prontamente nos dirigimos até o laboratório do Colégio. De modo que não existisse tumulto no laboratório, participaram da atividade apenas 7 estudantes, 4 do grupo E (responsáveis pelo subtema) e 3 do grupo C, acompanhados pelo PP e também pela professora de Ciências, que no momento estava em seu horário de hora/atividade e decidiu contribuir com a pesquisa, orientando os alunos com o uso da balança de precisão.

A Tia Tere da cantina também colaborou com o processo de análise, de modo que trouxe as embalagens reais, sem consumo para averiguar as diferenças entre a embalagem consumida e não consumida, comentando também sobre o consumo diário da cantina. Esta informação foi muito útil aos estudantes. Cabe destacar que a estudante deficiente visual também fez parte do trabalho como um todo, utilizando sua audição e o tato para tocar e reconhecer os objetos, sentindo as formas dos materiais recicláveis encontrados, que foram registrados posteriormente em suas fichas, utilizando a máquina Braille.

No processo da medição da massa de cada um dos recicláveis, mesmo que ainda que não conhecessem a diferença entre massa e 45 peso, chamaram de peso total a embalagem sem consumo providenciada pela Tia Tere, peso líquido o conteúdo da embalagem e por fim, pela

decisão dos estudantes, com o apoio do processo de subtração entre o peso total e peso líquido, a massa da embalagem, que chamaram de peso da embalagem.

Embora não tivesse sido possível levar os demais grupos de estudantes no laboratório, para observarem as medições e auxiliarem o grupo E, devido ao espaço do laboratório e a indisponibilidade de horário da professora de ciências, todos os alunos puderam ouvir o relato do grupo E em alguns estudantes do grupo C, que indagaram: muito massa![sic]., ou seja, mostraram-se interessados.

Dissertação 2. Prática 2-Pesquisa exploratória

Os quatro estudantes do grupo D, D1, D2, D3 e D4, responsáveis pelo subtema decomposição de materiais na natureza, foram orientados a promover a discussão sobre o subtema que norteou para alguns apontamentos, entre eles a decomposição de materiais do tipo plástico e borracha na natureza. Após pesquisarem em revistas, jornais e mesmo em sites, os estudantes constataram que o plástico pode levar mais de 100 anos para se decompor.

Os dados da pesquisa obtidos pelos estudantes esclarecem que o tratamento do lixo doméstico é considerado um fracasso. O Brasil produz cerca de 241.614 toneladas de lixo por dia²³, 76% são depositados a céu aberto e lixões, 13% em aterros controlados, 10% em aterros sanitários, 0,9% compostados em usinas e 0,1% incinerados. Com os dados pesquisados, os estudantes observaram como ocorre esta forma de poluição ambiental. Compreenderam que a falta de consciência e preservação ambiental geram consequências graves para a humanidade e o meio ambiente. Além disso, discutiram sobre a importância da preservação do meio ambiente, tentando evitar esta forma de poluição, que se apresenta de maneira inorgânica (resíduos sólidos), para que não sejam descartados no solo ou em rios e mares, que devido ao tempo indeterminado de sua decomposição polui o solo e contamina inclusive o lençol freático por muitos anos.

Ao discutirem os resultados da pesquisa encontrada, os estudantes do grupo D levantaram algumas possibilidades de diminuição dessa forma de poluição, escolhendo um dos elementos da decomposição dos materiais na natureza para o estudo, a borracha de pneus. Essa escolha dos estudantes destinou a se utilizarem do descarte de pneus no uso de cerca para animais bovinos, definiram como "curral ecológico".

De imediato o PP sugeriu aos estudantes que procurassem explicações em sites de pesquisa e que trouxessem para a próxima aula o que seria necessário para a construção do "curral ecológico". Apenas orientou: lembrem-se que vocês precisam apurar todos os dados necessários, por exemplo, palanques, dimensões, tudo bem? [sic].

Durante a pesquisa, alguns estudantes encontram um vídeo que permitiu aos estudantes uma maior compreensão sobre a construção do "curral ecológico"

D2: professor, gostamos muito do vídeo que encontramos, pois esclareceu as nossas ideias [sic].

PP: expliquem como, que tipo de ideias? [sic].

D1 D2: o agricultor explicou como fazer a construção de um curral ecológico. Pense professor gastou apenas R\$200,00 [sic].

PP: nossa, muito bom mesmo. Mas como ele construiu? Qual a metragem da construção? O que ele utilizou de materiais? Expliquem? [sic].

D1 D2: ele utilizou palanques de eucalipto de sua própria fazenda e 100 pneus velhos de caminhões coletados pela Prefeitura local. Cortavam as laterais dos pneus com motosserra. Parece que a construção era de 300 m² !! [sic].

PP: Muito bom? Agora vocês conseguem traduzir os elementos desta construção em linguagem matemática? [sic]. D3: Como assim professor? [sic].

PP: Vocês conseguem expressar estas relações matemáticas? Por exemplo a área, perímetro, o que vocês acham? [sic].

D3: Vamos tentar professor [sic].

PP: Tudo bem!!!Então vamos aos problemas!!! [sic]

Dissertação 2. Prática 3 -Pesquisa exploratória

As quatro estudantes do grupo B, B1, B2, B3 e B4, responsáveis pelo subtema Fast food, foram orientados a promover a discussão sobre o subtema que norteou para alguns apontamentos, entre eles o seu surgimento na década de 1950, nos EUA (Estados Unidos da América).

Após pesquisarem em revistas, jornais e mesmo em sites, com a mediação do professor pesquisador, as estudantes do grupo B perceberam que o subtema gera uma enorme preocupação com a saúde pública por parte dos médicos, nutricionistas e autoridades da área, pois as doenças coronarianas, obesidade, diabetes, entre outras, aumentam a cada ano, chegando a níveis de extrema preocupação.

Os dados da pesquisa obtidos pelas estudantes esclarecem que uma porção de Batata frita de 71 g tem aproximadamente 180 kcal, 1 sanduíche de hambúrguer de 110 g tem 279 kcal, 1 burger cheeseburger de 156 g tem 410 kcal, 1 hambúrguer vegetariano de 215 g tem 389 kcal, 1 hot dog (cachorro quente) de 116g tem 312 kcal, 1 pedaço de nuggets de frango de 20 g tem 59 kcal. Além disso verificaram algumas bebidas como refrigerantes, que podem ser consumidas com estes alimentos, optando por três marcas diferentes e por latas de 350 ml como a cocal cola, que contém 147 kcal, a fanta 137 kcal, o guaraná 140 kcal e a pepsi 154 kcal, que contém em sua composição uma grande quantidade de açúcares e uma grande quantidade de sódio, que podem provocar a obesidade, hipertensão arterial e o diabetes. Aliado a alimentação, o sedentarismo, segundo as estudantes também é um dos fatores preocupantes, as pessoas estão deixando, por falta de tempo, de praticarem esportes. Como parte resultante da pesquisa, o grupo B produziu e apresentou slides sobre o tema aos demais grupos, o que proporcionou reflexões coletivas entre todos.

Ao discutirem os resultados da pesquisa encontrada, as estudantes do grupo B levantaram algumas possibilidades de conscientização sobre a importância da alimentação saudável e a prática de atividades esportivas, podendo melhorar a qualidade de vida das pessoas. As estudantes do grupo D definiram como "cardápio da saúde semanal" [sic].

Além disso, discutiram sobre a importância do consumo dos alimentos básicos e necessários, como o arroz, feijão, saladas e carnes magras, bem como a utilização de água para o consumo diário. . Esta forma balanceada de alimentação saudável pesquisada pelas estudantes seria uma alternativa para tentar minimizar os problemas causados pela ingestão de calorias em excesso, bem como as gorduras hidrogenadas, açúcares e sódio consumidas no Fast food.

Dissertação 3

Dissertação 3. Prática 1 -Pesquisa exploratória

O Grupo 1, com a escolha do tema tecnologia, propôs-se a “entender como as coisas funcionam”, conforme a manifestação de um integrante do grupo. Realizaram leituras sobre automação industrial, avanços tecnológicos na saúde, Internet das coisas; assistiram a vídeos sobre reproduções tecnológicas caseiras e, então, levantaram o questionamento sobre a possibilidade de reproduzirem alguns modelos na escola. Cientes da dificuldade referente à disponibilidade de materiais e equipamentos investigaram o seguinte subtema: Lixo

eletrônico/reciclagem, dando início, assim, a uma nova etapa da investigação: o reaproveitamento de materiais eletrônicos de descarte, a qual desencadeou a questão sobre a possível redução de custos para o desenvolvimento de alguns experimentos.

Durante a pesquisa exploratória os discentes encontraram informações referentes ao descarte adequado, aos riscos ao meio ambiente e às dificuldades de um tratamento adequado para este tipo de material. Conforme as informações obtidas pelos alunos, o descarte deste material é equivalente a 5% do lixo total produzido anualmente pelo homem, e corresponde a 50 milhões de toneladas, com destaque para os metais pesados presentes em placas e baterias. Essas substâncias constituem-se de arsênico, chumbo e cádmio, todas nocivas ao sistema sanguíneo e nervoso do homem.

Na pesquisa exploratória, o grupo também dispensou sua atenção para o impacto tecnológico inerente aos meios de produção, sua relevância em processos industriais, como ocorre à otimização do tempo de trabalho em uma linha de produção com o auxílio de máquinas pré-programadas e quais suas principais vantagens, ponderando os aspectos positivos e o seu potencial exploratório, reconhecendo a robótica como uma ferramenta em ascensão. Os estudantes ressaltaram que: “Atualmente, a robótica está concentrada na área industrial, mas em alguns anos ela poderá estar em todo lugar do nosso cotidiano, realizando tarefas pesadas com grande eficiência” [sic]

Como parte resultante da pesquisa, o Grupo 1 compartilhou com os demais colegas os dados coletados por meio de uma apresentação de slides e vídeos informativos.

Este momento possibilitou várias discussões sobre a realização de experimentos no contexto das novas tecnologias. Então, os discentes apresentaram à professora a intenção de: “Confeccionar um Carrinho Seguidor de Linha, Lixeiras com Sensores e um Braço Robótico”, porém, após discussão e consenso com a mediação da professora, decidiram por um estudo mais detalhado sobre o funcionamento de um braço robótico, com um olhar voltado para a sua automação. A professora enfatizou aos discentes que as ideias apresentadas tinham um vasto campo de exploração e seriam muito produtivas para a atividade a ser realizada, mas era necessário considerar o tempo gasto para o desenvolvimento de atividades práticas, que demandavam algum tipo de confecção ou montagem e também considerar os materiais utilizados.

Apesar do potencial exploratório que a atividade trazia, por conta da viabilidade de tempo e da dificuldade de coletar materiais para substituições. Foi sugerida pelos estudantes a aquisição da placa para programação e mencionada a intencionalidade de confecção das peças com papelão ou plástico de galões reciclados.

Aluno A: “Podemos comprar a placa e fazer as peças”.

Aluno C: “Mas não é só a placa tem mais coisas para comprar”.

Aluno A: “Verdade! Acho que dá para fazer a estrutura do braço, porque na internet tem os moldes, daí imprimimos e recortamos em papelão ou plástico”.

Os estudantes almejavam realizar algo prático com relação ao tema de interesse, que pudessem confeccionar, então, durante a pesquisa exploratória perceberam que não dispunham de materiais suficientes e que algumas adaptações poderiam demandar muito tempo de estudo, devido a sua complexidade.

Para a construção seria preciso de diversos materiais, como alternativa, visando ao estudo proposto pelos estudantes, a professora apresentou a proposta de aquisição de um kit pronto. Assim, poderiam explorar o material vislumbrando sua forma de funcionamento e sua utilização, e por tratar-se de um material permanente poderia ser utilizado em estudos posteriores ou com as demais turmas. Os alunos concordaram com o posicionamento da professora e passaram a auxiliá-la na escolha da melhor opção sugerindo que a compra fosse feita em sites de compra pela Internet.

Aluno A: “Eu assisti outros vídeos além daquele que veio no e-mail da compra e podemos usar o teclado para movimentar acho mais fácil” [sic].

Aluno C: “Mas antes temos que memorizar os comandos, gravar na memória da placa”.

Aluno E: “Este programa tem muitos símbolos”.

Aluno A: “No modo analógico, vai de 0 até 1023 e 0 a 255” ?

Aluno C: “Tem os sinais de maior, menor e igual”.

Professora: “O que ocorre é uma conversão do modo analógico para o digital”.

Aluno A: “E cada variação corresponde a um ângulo, um movimento.”.

Os estudantes analisaram junto da professora os códigos de programação que foram disponibilizados no manual que acompanhou o kit, e, em seguida, fizeram a instalação do programa no computador para a validação de seu funcionamento, que foi testado em sala de aula. Assim, observamos os movimentos de girar (direita e esquerda) e também o movimento de (subir e descer) do braço robótico, não funcionando corretamente o movimento de pinçar da garra. Em contato com um estudante de graduação na área de Ciência da Computação, constatamos que um dos componentes estava com defeito, com isso o movimento da garra menor superior do braço robótico não pôde ser visualizado, no entanto os demais movimentos foram realizados pelos estudantes

Dissertação 3. Prática 2- Pesquisa exploratória

O grupo 2 desenvolveu a pesquisa exploratória no contexto de “entender o corpo humano” [sic], seu funcionamento e suas curiosidades, baseados nos números que nos são apresentados como “medidas ideais”. O interesse inicial ocorreu devido às crescentes discussões sobre saúde, boa alimentação e qualidade de vida presentes no contexto do jovem e debatidos com frequência pela mídia. O grupo realizou leituras sobre: obesidade, dietas atividades físicas e nutrição. Desta forma, no decorrer da pesquisa observaram indicadores importantes para o funcionamento de um organismo saudável, que são comumente expressos no senso comum, mas que ainda assim desconheciam as grandezas que os representavam. O grupo realizou leituras sobre parâmetros de crescimentos, analisaram textos sobre morfologia e avaliação nutricional. Diante do material pesquisado e das discussões realizadas, constataram que as avaliações físicas constituem um conjunto de vários fatores que podem fornecer numericamente uma leitura sobre a saúde do corpo humano. Assim, buscaram vídeos informativos sobre este processo e entenderam a relevância em explorar de forma mais profunda os dados apresentados no exame de bioimpedância , por exemplo.

Ao término da pesquisa exploratória os discentes apresentaram o exame aos colegas da turma, promovendo assim esclarecimentos sobre quais considerações o exame pode oferecer, sua relevância para estudos sobre as medidas do corpo e os indicadores aos quais considera. Apontaram os requisitos necessários para uma avaliação adequada, esclarecendo a não indicação do uso de diuréticos nos sete dias que antecedem o exame, jejum de 4 horas, abstinência alcoólica de 48 horas, ingestão de pelo menos 2 litros de água no dia que antecede o exame. Os discentes ainda ressaltaram que o benefício da realização de exame é a avaliação específica de cada organismo, permitindo um acompanhamento minucioso das mudanças corporais. Elencaram que Impedância significa a mensuração da corrente elétrica que percorre as extremidades do corpo humano por meio dos eletrodos, e que sua representação é dada pela equação:

$$z = \sqrt{R^2} \times Xc^2$$

A apresentação do tema, realizada pelos discentes, trouxe bastante discussão sobre hábitos saudáveis, atividades físicas e sua relação com a longevidade da população. Durante a

apresentação foram pontuadas algumas considerações pelos demais alunos da turma: “Cálculos de Física também”, “Como conseguem medir?”

Dissertação 3. Prática 3 -Pesquisa exploratória

os estudantes investigaram os estudos referentes aos fatores celulares que estão relacionados no diagnóstico do câncer, por terem um conhecimento prévio sobre as alterações celulares e o desenvolvimento de tumores. Nos estudos realizados os estudantes observaram que o número de doenças tratadas como câncer é superior a cem, e que a característica principal é um aumento desordenado de células, que formam tumores. Puderam perceber também que as causas da doença podem estar relacionadas com fatores externos (ambiente) ou internos (hormônios e mutações genéticas), e que em média 80% estão associados aos fatores externos. Outro fator relevante é o envelhecimento, que tornam as células mais vulneráveis ao desenvolvimento do câncer

O grupo então apresentou interesse em compreender um tipo específico de câncer: a leucemia, por conhecerem pessoas próximas que tinham apresentado este diagnóstico Aluno A: “É muito interessante saber tudo isso”!

Aluno C: “Como pode? Eles conseguem analisar tudo isso”?

Aluno A: “Como será que é feito o estudo do sangue”?

Diante destas considerações o grupo passou a investigar como ocorrem os processos de análise sanguínea, as células que compõem o tecido sanguíneo, suas funções e os valores de referência adequados. Neste novo delineamento, outros conceitos importantes foram percebidos pelos discentes, sua composição celular: hemácias, leucócitos e as plaquetas. E que o plasma compõe 55% do volume total de sangue, sendo constituído por sais minerais, gorduras, proteínas, hormônios e fibrogênio.

Aluno B: “Como pode conseguir medir até isso”?

Aluno A: “Deve ser um bastante trabalhoso, como será que é realizado”?

Professora: “Com base na amostra, estabelecem uma proporcionalidade. Podemos investigar isso”.

Ao investigar como ocorrem os exames de sangue, constatou-se que as amostras sanguíneas são submetidas ao processo de centrifugação, que separa as partes que compõem o sangue tornando possível o seu estudo.

Aluno B: “Que legal, como pode separar com a velocidade”?

Professora: “Isso ocorre devido à densidade”.

Aluno D: “Estudamos isso já, sobre a densidade, mas não do sangue”.

Aluno A: “Foi em física, que estudamos”.

Aluno D: “Em química também”.

Aluno C: “É mesma coisa que fazem com a roupa”.

Os estudantes acharam o processo de separação bastante interessante e passaram a investigar mais elementos sobre o processo de centrifugação e suas propriedades, assistiram vídeos explicativos sobre o processo, e observaram algumas experiências que poderiam ser realizadas para observar a separação de misturas, demonstraram bastante interesse em desenvolvê-las durante as aulas e mostrar aos demais colegas.

Aluno B: “Durante a decantação deixa a substância em repouso e a parte mais densa passa para o fundo com a gravidade, e a centrifugação utiliza a velocidade para acelerar este processo de separação”.

Aluno da turma: “Mais denso é mais pesado? Não lembro bem.”

Professora: “Existe uma relação com a massa do corpo, vocês devem ter estudado já, mas vamos buscar esclarecer isso”.

Aluno da turma: “É muita coisa que envolve”.

Aluno da turma: “Mas é certeza que já estudamos”.

Aluno A: “Nós estudamos misturas em química”.

Professora: “São vários conceitos envolvendo o estudo do sangue, de diferentes disciplinas”.

Aluno B: “É difícil lembrar tudo, mas dá para entender onde usa”.

Na discussão com os colegas, vários aspectos foram pontuados pelos estudantes, além da composição do sangue, sua importância para o organismo, a leucemia, a importância da doação de sangue e principalmente o seu método de estudo e as propriedades do processo de centrifugação, que despertou a curiosidade dos demais discentes da turma também.

Aluno da turma: “Como será que eles fazem para contar, depois que separa”?

Aluno A: “É um processo que envolve muitas coisas, desde a coleta do sangue até o resultado”.

Aluno A: “Os resultados dos exames são números”.

Aluno B: “Não é só biologia”.

Aluno da turma: “O estudo do sangue envolve até velocidade”!

Os estudantes também ponderaram a relevância dos fatores ambientais para a saúde e para o bom funcionamento do organismo, relatando as causas do o câncer no sangue e quais disfunções ocorrem com o tecido neste período

Etapa 3 Levantamento dos problemas

Dissertação 1. Prática 1- Levantamento dos problemas

Os estudantes foram motivados e orientados, a partir de seus conhecimentos e dos materiais coletados nas pesquisas, a conjecturar em relação à matemática e outros aspectos, e elaborarem problemas que são destacados a seguir. De posse dos dados levantados, com os estudantes cuja família vende leite, a partir da verificação de que os preços variavam, foi formulado, de forma conjunta, o primeiro problema. Problema 1) Qual o preço médio pago, nas propriedades, pelo leite, na região do Cavaco?

Dissertação 1. Prática 2-Levantamento dos problemas

O grupo 1 se propõe a fazer uma estimativa: qual a diferença nos preços pagos por alguns produtos no Brasil, comparado aos EUA e a China? Comparação esta apresentada pelo grupo 1 em forma de um quadro, com base na reportagem da revista e pesquisas na internet. A partir dos dados coletados na revista e da elaboração do quadro, os estudantes se propuseram a calcular a porcentagem que um brasileiro paga a mais em suas compras, comparando com os preços dos EUA e da China. Outra questão levantada pelos estudantes foi: Só de impostos, para o carrinho de bebê, ao sair da fábrica quanto é pago?

Dissertação 1. Prática 3-Levantamento dos problemas

Com base nas pesquisas, os problemas foram elaborados de forma conjunta com todos os grupos. Problema 1: Como fazer o desenho da parte dos fundos do colégio, que compreende a área para o plantio do pomar, mantendo a proporção (na escala)?

Dissertação 2

Dissertação 2. Prática 1-Levantamento dos problemas

Os responsáveis pelo grupo E, foram orientados a promover discussões acerca do conteúdo trabalhado e a identificar relações matemáticas possíveis. Assim, foi oportunizado aos estudantes do grupo E que elaborassem problemas, com base na pesquisa efetivada no laboratório, dentre essas questões: Qual a quantidade de material reciclável através do consumo da cantina comercial da APMF é dispensada no intervalo do recreio, no período da manhã? Que expressões matemáticas podem representar tais situações?

Dissertação 2. Prática 2- Levantamento dos problemas

Os responsáveis pelo grupo D, foram orientados a promover discussões dos dados, com o intuito de levantar questões matemáticas ou não. Assim, foi oportunizado aos estudantes do grupo D que elaborassem problemas, com base na pesquisa efetivada, dentre as questões levantadas: Qual a quantidade de pneus de carros utilitários cuja leitura é 185/60 R14 são necessários para a construção de um "curral ecológico" de perímetro 70 metros, área 300 m² e altura de 1,80 metros com 05 faixas? Qual o custo necessário para a construção do curral de pneus com leitura 185/60 R14, incluindo materiais como palanques, parafusos, dobradiças e mão de obra?

Dissertação 2. Prática 3- Levantamento dos problemas

Em sala de aula, as responsáveis pelo grupo B, foram orientadas a promover discussões dos dados, com o intuito de levantar questões matemáticas ou não. Assim, foi oportunizado as estudantes do grupo B que elaborassem problemas, com base na pesquisa efetivada, dentre essas questões levantadas: Quais são os alimentos saudáveis e corretos que podem ser consumidos diariamente através de um "cardápio da 78 saúde semanal"? Qual a quantidade de calorias diárias que podem ser ingeridas por homens e mulheres, de acordo com o peso, altura, idade e nível de atividade física, considerando a manutenção ou a diminuição do peso corporal?

Dissertação 3

Dissertação 3. Prática 1-Levantamento dos problemas

Os materiais analisados durante a pesquisa exploratória culminaram em discussões sobre a importância da conscientização e da responsabilidade em propiciar um destino adequado aos materiais eletrônicos inutilizados, apontaram a reciclagem como um fator importante para o desenvolvimento sustentável e destacaram a necessidade de programas informativos sobre o descarte adequado.

A atividade com o braço robótico trouxe aos estudantes uma leitura sobre o funcionamento de máquinas pré-programadas, mas não atendeu totalmente o propósito de realizar uma experimentação prática por meio de algo que eles confeccionassem, assim uma nova atividade foi sugerida pelos estudantes. Eles buscaram, em vídeos da Internet, experimentos eletrônicos que pudessem ser feitos na escola. Nesta busca, encontraram, como sugestão, a confecção de

uma minigeladeira. Desta forma, poderiam identificar qual a finalidade de cada periférico, seu reaproveitamento e validar a funcionalidade de seu experimento. Com isso, o passo inicial constituiu-se em identificar os materiais necessários para o desenvolvimento da atividade.

Aluno E: “Tem um monte de coisa velha que podemos reaproveitar”.

Aluno A: “Aqui na escola mesmo tem um depósito de coisas que não são mais usadas, e em casa acho que todo mundo também tem”.

Aluno B: “Teve um colégio que fez uma campanha para arrecadar esse tipo de material, porque não dá para jogar fora de qualquer jeito”.

Aluno A: “Na pesquisa vimos que não se pode jogar fora, de qualquer jeito, estes equipamentos”.

Professora: “Na nossa região, não temos muita informação sobre o descarte adequado e lugares de coleta”.

Aluno D: “Tinha que ser mais divulgado”.

Então, passaram a debater os custos e a viabilidade das ações que almejam desenvolver. Dessa forma, foram levantadas as questões: como realizar experimentos tecnológicos com poucos recursos? Como poderiam ser realizadas as adaptações, caso os materiais fossem diferentes? Qual seria o custo, caso não encontrassem todos os materiais? Como entender as especificações das peças coletadas?

Dissertação 3. Prática 2- Levantamento dos problemas

Para a atividade os estudantes fizeram a seguinte reflexão: quando nos referimos aos índices de peso corpóreo, IMC (Índice de massa corpórea), Massa muscular esquelética, Massa de gordura corporal, Massa livre de gordura, Percentual de gordura corpórea, Água corporal total, Taxa de metabolismo basal, Controle de gordura, Controle de músculos, Análise segmentada de massa magra (quatro membros e tronco), Impedância de cada segmento, o que essas medidas do corpo humano expressam por meio desses dados numéricos?

Dissertação 3. Prática 3- Levantamento dos problemas

A discussão entre os estudantes incentivou ainda mais a intencionalidade do grupo em conhecer os métodos de contagem realizado nos exames de sangue, com isso seus questionamentos levaram a formulação da seguinte questão: como o estudo das células do sangue é quantificado? E o que estes padrões revelam sobre o nosso organismo? Qual a velocidade atingida no processo de centrifugação? Qual o volume de sangue do nosso corpo?

Etapa 4 – Resolução dos problemas

Dissertação 1

Dissertação 1. Prática 1- Resolução dos problemas

Para resolver este problema coube ao professor esclarecer alguns conceitos estatísticos. Esclarece ainda que amostras geralmente são usadas em pesquisas de opinião pública, muito comuns em tempos de eleições, quando são apontados os candidatos que estão na frente, pois, toda a população só é consultada no dia da eleição.

Compreendidos os conceitos da estatística descritiva sobre população e amostra, os estudantes construíram um quadro em sala de aula com os dados coletados, que tratavam dos estudantes da turma cuja atividade da família era a venda de leite. Constataram que o preço recebido por litro de leite, em um mesmo mês, variava entre as propriedades. Foi possível avaliar que não existe uma relação direta entre a quantidade de vacas e litros produzidos e entregues em um mês, explicitado pelos estudantes, mas que essa relação depende da raça do animal.

Os grupos trabalharam para encontrar possíveis soluções para a questão do preço médio. O Grupo 1 e o Grupo 3 pensaram de forma semelhante. O Grupo 2 pensou a adição, a partir de agrupamentos. O significado dos resultados apresentados por cada grupo é discutido na etapa da análise crítica das soluções.

Já o Grupo 4, utilizou calculadoras, uma simples e uma científica, e chegou a um impasse e, para dirimi-lo, foi solicitada a presença do professor.

E1 G4: Professor quando resolvemos a adição $3 \times 84 + 2 \times 85 + 95 + 91$, os resultados das duas calculadoras não fecham. Quando comparamos com os resultados dos outros grupos a resposta correta é a da calculadora científica. Será que a minha está estragada, loca (sic)?

PP: Quando o Grupo 4 tenta calcular a expressão, e escreve no quadro, $3 \times 84 + 2 \times 85 + 95 + 91$, utilizando duas calculadoras diferentes, encontram dois resultados, alguém sabe o porquê dessa diferença? E3 G2: Nós também estávamos utilizando uma calculadora simples e o resultado não fechava, dava muito alto, pois são sete parcelas somadas menores que 100, logo deveria dar menos que 700, e dava mais, quando fazíamos a multiplicação junto com a adição. Resolvemos fazer primeiro as multiplicações, anotar o resultado. Depois somamos tudo. Ai sim fecha [sic].

PP: Alguém sabe explicar essa diferença? O silêncio paira sobre a sala. O professor/pesquisador entende a dificuldade dos estudantes e, voltando-se para a expressão no quadro, questiona-os novamente.

PP: Para resolver uma expressão desse tipo, a mão, o que devemos realizar primeiro?

Es: Primeiro a multiplicação depois a adição.

PP: Ai está a diferença!!! Quando vocês utilizam a calculadora simples querendo resolver a expressão da forma que ela se apresenta. A calculadora é uma máquina que só faz o que vocês solicitam, ela não pensa por vocês. Quem tem calculadora faça 3×84 . Qual o resultado?

O professor pesquisador então explica, que se os alunos não optassem por utilizar um papel para ir anotando o resultado das multiplicações para só depois agrupá-los com as adições, eles poderiam utilizar a opção de memória das calculadoras simples (M+, M- e MRC). Então os alunos testam, e afirmam que não sabiam para que serviam aquelas funções.

Outra questão formulada em conjunto com a turma foi a respeito da prevenção e do controle de parasitas, a partir de uma bula de vacina trazida pela estudante E1 do Grupo 4.

Concluindo-se que uma arroba equivale a quinze quilos. A resolução dos grupos 2 e 3 foram semelhantes a do Grupo 4 apresentadas na Imagem 5. Já o Grupo 1 após fazer a transformação de arrobas para quilos, $15 \text{ arrobas} \times 15 \text{ quilos} = 225 \text{ quilos}$ e, antes de fazer a divisão usual, conforme a Imagem 6, pensa de forma diferente e atribui a cada 50 Kg, 1 mL e a 25 Kg 0,5 mL. Com isso, o professor/pesquisador pergunta: PP: Porque vocês resolveram dessa forma?

Es G 1: é mais fácil pensar assim do que fazer a conta, pois se a vaca tem 225 quilos e para cada 50 quilos é 1 mL, logo, para 200 quilos vai ser 4 mL e mais meio para os 25 quilos, total de 4,5 mL. E está certo professor, pois confirmamos com a divisão.

Os participantes do grupo não conseguiam encontrar um método para calcular a porcentagem mesmo tendo em vista que porcentagem é estudada desde o quarto ano das séries iniciais do Ensino Fundamental. Os estudantes argumentaram:

Es G1: Professor, nós aprendemos ano passado a calcular porcentagem de um valor utilizando a regra de três.

Es: Mas quando multiplicamos 1024,18 por 27,41% na calculadora só encontramos 280,72, e se somarmos com 1024,18 não encontramos o 3736. O professor/pesquisador verifica os cálculos dos estudantes e não encontra erros, mas percebe o equívoco cometido, pois o que os cálculos mostravam era quanto por cento 1024,18 equivale de 3736. O professor/pesquisador procura entender o que eles sabiam sobre porcentagem, e encontrar uma forma de resolver o problema da porcentagem juntamente com os estudantes. Nesse sentido, questionamos: PP: Se sou dono de uma loja, e compro uma calça no atacado pagando R\$ 100,00 e a vendo por R\$ 200,00, qual a porcentagem sobre o preço de compra? E1: Professor se dobrou, então o lucro foi de 100%. Os demais estudantes do grupo G1 concordam com o lucro de 100% e o professor/pesquisador os questiona: – E se a vendesse por R\$150,00, quanto por cento eu teria de lucro? Após algumas discussões o grupo G1 chega a um consenso “Aumentou a metade do custo, então o lucro foi de 50%”.

PP: Ótimo!!!, mas como vocês realizam esses cálculos?

A Estudante E2, com o auxílio do grupo G1, faz alguns rascunhos e chama o professor/pesquisador para apresentar seu cálculo.

PP: E se comprassem uma bicicleta por R\$ 200,00 e a vendessem por R\$ 300,00, quanto por cento teriam de lucro?

O professor/pesquisador pede que comparem os dois problemas, o da calça e o da bicicleta e, que deduzam uma fórmula para calcular a porcentagem de qualquer preço, chamando o preço de compra de V_i (valor inicial) e o preço de venda de V_f (valor final). Com o auxílio do professor/pesquisador, e por meio dos problemas anteriores, o grupo G1 construiu uma expressão para determinar a porcentagem de qualquer valor.

Com a expressão matemática construída os estudantes comparam os preços dos EUA com os do Brasil, e relacionam valor inicial, o menor valor (EUA) e valor final (Brasil). E, ainda determinam a porcentagem paga a mais no que se refere aos preços praticados no Brasil e na China.

Dissertação 1. Prática 3 -Resolução dos problemas

Para resolver este problema, as discussões levaram a considerar como fazer um desenho em escala e porquê utilizá-la. Essas indagações foram destacadas e compreendidas pelos estudantes, que manifestaram já terem trabalhado, em anos anteriores, com desenhos em escala – Já desenhamos na escala, a planta da sala de aula. Cada centímetro no desenho correspondia a um metro da sala [sic]. Esse posicionamento dos estudantes foi mais bem exemplificado pelo professor/pesquisador, que destacou – fazer um desenho em escala não é apenas estabelecer 1 centímetro para um metro (escala 1: 100), vamos até a biblioteca para analisar e entender como é construído um mapa geográfico e como é utilizada a escala.

Na interação com os estudantes foi mostrado porque, na escala, 50 quilômetros correspondiam a 1 centímetro.

PP: Quantos centímetros tem 1 metro? E, quantos metros têm 1 quilômetro?

Estudantes em consenso – 1 metro tem 100 cm. E, 1 quilômetro tem 1.000 metros.

PP: Então, quantos centímetros têm 1 quilômetro?

Os estudantes deduziram que se 1 metro tem 100 cm, então 1 quilômetro tem 1.000 vezes 100 centímetros, ou seja, 1 quilômetro tem 100.000 centímetros, assim 5.000.000 de centímetros equivale a 50 quilômetros.

As discussões foram em torno de como fazer o desenho dos fundos do colégio no qual se localiza o espaço destinado ao plantio do pomar. Optaram por utilizar a escala de 1:300, ou seja, 3 metros do terreno correspondendo a 1 centímetro no desenho. Ao fazerem as marcações das primeiras medidas seguindo a escala, encontraram dificuldades, pois não estavam mais trabalhando apenas com medidas inteiras e exatas, ao dividirem 70,84; 8,50; e 30,17 por três, encontram respectivamente 23,613...; 2,833...; e 10,056..., não conseguiam marcar com a régua essas medidas. Coube ao professor mediar essas ações.

PP: Que número é maior 0,613 ou 0,7?

Grande parte dos estudantes respondeu que 0,613 era maior. O professor com objetivo de dirimir essa dúvida solicitou que pegassem a régua e observassem quantos milímetros tem entre 0 e 1 centímetro. Todos destacaram ser 10 milímetros. Nesse contexto, o professor convida os estudantes a verificar uma ampliação de 1 centímetro.

o professor/pesquisador foi solicitado em todos os grupos, os quais esperavam receber a resposta de imediato, mas foram instigados com um questionamento – O que acontece com os ângulos internos de cada canto, quando aumentam ou diminuem a abertura ou a amplitude? O que isso implica no desenho?

Interessante foi a forma de solucionar o problema encontrada pelo quarto grupo e compartilhada com a turma.

G4: Como sabemos que um ângulo é reto, vamos fazer o desenho utilizando pedaços de madeira, cortamos na medida da escala e vamos fechando.

E9: Mas com madeira dá muito trabalho, daria para fazer com canudo de refri, passando um fio por dentro [sic].

Ao finalizar o desenho, os estudantes foram questionados quanto ao nome e à soma dos ângulos internos do polígono formado, recordaram que se o polígono tem 6 lados é um hexágono, mas quanto aos ângulos internos, de imediato, não souberam responder. Na interação com os estudantes, com objetivo de deduzir a soma dos ângulos internos do polígono formado (hexágono), foi questionado: PP: Quanto é a soma dos ângulos internos de um triângulo plano qualquer? E de um retângulo?

Es: Os ângulos internos do triângulo são 180 graus. E do retângulo 360 graus.

PP: E se tivéssemos um polígono de cinco lados (pentágono) quanto seria a soma dos ângulos internos? Esse questionamento, os estudantes de imediato não souberam responder, e foram novamente indagados – Quantos triângulos podemos formar partindo de um mesmo ponto, em um retângulo, em um pentágono e em um hexágono? Com esses questionamentos pudemos deduzir em conjunto a expressão utilizada para calcular a soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer. Deduzida a expressão os estudantes recordaram terem visto no ano anterior

Problema 2: Quantos metros quadrados há para plantar o pomar? Quantos litros de terra é esse espaço?

Para resolverem, os estudantes de imediato, ao perceberem a forma do polígono que compreendia a área destinada ou plantio do pomar, não souberam como proceder. Foram questionados – como calculamos a área de um triângulo? E de um retângulo? Questionamentos respondidos pelos estudantes de forma correta – área do triângulo é a base vezes a altura, e a área do retângulo é lado vezes lado [sic].

PP: Pensem nisso que vocês sabem, e encontrem uma forma de determinar aproximadamente a área que pretendemos calcular.

Com interações entre os grupos, os estudantes perceberam que poderiam dividir a área total em áreas de triângulos e retângulos.

Dissertação 2

Dissertação 2. Prática 1-Resolução dos problemas

Para resolver o problema da quantidade (gramas) de material reciclável da Cantina Comercial APMF produzida no Colégio, coube ao PP lembrar alguns conceitos sobre subtração, razão e proporção, bem como funções ou equações do 1º grau, respeitando o conhecimento prévio dos estudantes, como destacamos a seguir. O PP sugeriu aos estudantes que pudessem sistematizar os dados recolhidos pela coleta dos recicláveis, evidenciando a quantidade coletada.

A atividade proporcionou ao PP fazer os seguintes questionamentos aos estudantes, como: o que vocês entendem como peso, alguém pode sugerir algo? [sic]. O estudante E2 do grupo E comentou: peso é alguma coisa a mais que a massa, pois tem algo como gravidade, isso professor? [sic]. Assim, o PP questionou, como você sabe isso? [sic]. E2 respondeu: a professora de ciências da turma havia mostrado uma experiência entre lançar uma folha de papel, uma borracha e uma caneta, algo assim [sic].

Com o relato, o PP abriu discussões com toda turma e percebeu que o conhecimento prévio dos estudantes oportunizou reflexões acerca de E1: tipo assim professor, o peso é 47 quando lançamos algo, um objeto e, o objeto tem gravidade, isso? [sic]. O PP comentou: isso mesmo estudantes, o objeto não tem gravidade, mas sofre a ação dela. A gravidade é a força que atrai dois corpos um para o outro. Por causa dela, maçãs caem em direção ao solo, e os planetas do nosso sistema orbitam o sol. Quanto maior a massa de um objeto, mais forte sua atração gravitacional. Mas me digam: como podemos chegar nesta relação matemática, alguém sabe? [sic]. Neste sentido, com base nos relatos dos estudantes, ficou evidente que não possuíam conhecimento teórico sobre o assunto, apenas a experiência oportunizada pela professora.

De imediato o PP solicitou aos estudantes que procurassem explicações em sites de pesquisa, e que trouxessem para a próxima aula tais observações. Apenas orientou: lembrem-se que o peso se refere ao produto entre a massa e a gravidade. Isso passa a ideia do que para vocês? [sic].

foi necessária a mediação do PP, no sentido de questionar os estudantes: no laboratório vocês procuraram determinar o peso ou a massa, dos objetos recicláveis recolhidos? [sic]. E2: verdade professor, acredito que erramos ao colocar em nossas anotações peso, deveria ser a massa[sic]. PP: expliquem como? [sic]. E1 C4: tipo assim, peso relaciona massa e gravidade e no laboratório encontramos apenas a massa, isso professor[sic]. PP: perfeito, caros estudantes!![sic].

Como continuidade da atividade proposta, coube ao PP questionar os estudantes: e se tentássemos calcular quanto por cento representa o peso da embalagem em relação ao peso total o que vocês podem dizer? [sic]

Os estudantes do grupo E tiveram a possibilidade propor ações e com o auxílio da calculadora e celular, aplicativo calculadora, utilizaram o princípio da razão entre dois elementos, e fizeram o seguinte comentário: podemos dividir o peso da embalagem pelo peso total, isso né professor? [sic].

PP: sim, mas não esqueçam que se trata de massa e não peso, certo? Também necessitamos de algo a mais, pois queremos a porcentagem, como poderemos fazer isso? [sic].

No entanto coube ao PP o seguinte comentário: e agora, como chegar na porcentagem? [sic]. Naquele momento, os estudantes se mostraram atônitos⁹ com o desafio e indagaram: como assim professor? [sic]

A ação de mediação foi a de pedir que os estudantes imaginassem a massa total, como uma expressão de porcentagem, ou seja, a massa total só poderia ser de 100%. Assim houve a intenção de promover no estudante o pensamento crítico e reflexivo, além do uso da ferramenta calculadora, o que puderam indagar: pode ser uma regra de três professor? [sic].

PP: isso mesmo mostrem como? [sic].

Na sequência, os estudantes obtiveram as demais relações, de modo a identificar os demais materiais recicláveis, isto é, Pacote de salgadinho: massa embalagem/massa total = 5,3 g:40,3 g = $0,13 \times 100 = 13\%$, que corresponde a % da massa do reciclado. Papel de bala: massa embalagem/massa total = 0,14g:4,00g = $0,03 \times 100 = 3\%$, que corresponde a % da massa do reciclado. Guardanapo: massa embalagem/massa total = 0,9g:0,9g = 1. Nesta parte da atividade foi necessário a mediação do PP, pois os estudantes apresentaram dúvidas com o resultado obtido ser 1, ou seja,

PP: quando dividimos um certo número, por ele mesmo, o resultado é 1, notem que também vocês estão dividindo gramas/gramas, tornando o resultado encontrando com característica adimensional¹⁰, vocês entenderam? E se fosse zero/zero, o que vocês fariam? [sic].

E: não teríamos divisão professor. [sic].

PP: Isso mesmo. Não pertenceria ao conjunto dos números reais [sic].

Garrafinha de suco: massa embalagem/massa total = 36,44g:486,44g = $0,074 \times 100 = 7\%$, que corresponde a % da massa do reciclado. Conforme constatado pelo estudante B4, professor, a garrafinha de suco tem mL e não massa, como calculamos? [sic]. No caso do suco, foi necessário questionar o estudante sobre o que entendiam sobre densidade, ou seja,

PP: qual a diferença entre mililitros e gramas? [sic]

Neste sentido, os estudantes do grupo E, com o uso do celular, pesquisaram em sites como Google as diferenças.

Embalagem de cachorro-quente: massa embalagem: massa total = 0,84g:0,84g = 1, ou seja, o mesmo caso do guardanapo, novamente foi necessário orientar o estudante de que esse valor correspondia mesma massa da embalagem, ou seja, o 1 refere-se a 100% do reciclado. Copo descartável: massa da embalagem :massa total = 1,6:1,6 = 1, idem guardanapo e garrafinha de suco, que corresponde a 100% da massa do reciclado.

PP: O que vocês podem perceber com os dados obtidos da pesquisa? [sic].

Os estudantes do grupo E comentaram: Professor podemos tentar fazer um gráfico? [sic].

PP: Como vocês pensam neste gráfico, utilizando os dados do Quadro 2? Será que é uma função ou uma equação?[sic].

A partir do levantamento do Quadro 2 realizado pelos estudantes, surgiu inicialmente alguns questionamentos por parte do PP, como: o que vocês acham? Como podemos saber? E: professor, achamos que pode ser uma função do 1º grau [sic].

PP: Vamos tentar representar esta função? Como vocês pensam a respeito disso? [sic].

E1 E2 E4: Vamos colocar um x multiplicando cada valor encontrado? [sic].

novamente o PP percebeu outro erro cometido pelos estudantes, orientando a atividade da seguinte maneira:

PP: Será que podemos chamar $F(x)$ de função, ou será que é uma equação linear, o que vocês acham?[sic]

E1: Como assim professor? [sic]. PP: O correto é uma equação linear que vocês não estudaram ainda, irão ver somente no Ensino Médio, mas vamos adiantar de maneira simples. Equação linear é a do tipo $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + \dots + a_nx_n = b$. No caso este b vocês podem chamar de mn (massa) total dos recicláveis encontrados, em que n representa os dias de coleta dos recicláveis.

O PP também oportunizou a discussão com os estudantes sobre a possibilidade de construção de sistemas lineares, conteúdo que será abordado no 2º ano do Ensino Médio, ou seja, consideraria cada massa encontrada pela coleta dos recicláveis efetuada pelos estudantes como $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, \dots, m_n$, e em contrapartida a análise da quantidade coletada como $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7, x_n$, em uma relação expressa com essas matrizes.

Dissertação 2. Prática 2 -Resolução dos problemas

Para resolver o problema da quantidade de pneus 185/60 R14 de carros utilitários necessários para a construção de um "curral ecológico" de perímetro 70 metros, área 300 m² e altura de 1,80 metros com 05 faixas, os estudantes foram incentivados a discutir inicialmente sobre os conceitos de perímetro e área. A atividade proporcionou o seguinte questionamento aos estudantes, como:

PP: o que vocês entendem como perímetro e área? [sic].

D1: perímetro são os lados? E a área é a região dentro dos lados, isso professor?

Os estudantes do grupo D tiveram a possibilidade de propor ações que pudessem expressar seu conhecimento prévio, com os dados obtidos através do diálogo sobre área e perímetro. No caso dos pneus, o PP orientou os estudantes para que desenvolvessem algumas fases da preparação do pneu para o "curral ecológico", de modo que pudessem visualizar melhor a atividade. Os estudantes ainda explicaram como ocorre as fases de preparação do pneu, apresentando as seguintes considerações:

D2 D3: No caso da fase 1 seria a fase de coleta dos pneus 185/60 R14 de carros utilitários, podendo ser nas borracharias ou procurando no pátio de máquinas da prefeitura. Na fase 2, seria a preparação dos pneus por um profissional, utilizando motosserra que deverá retirar as laterais. Nesta fase o pneu apresenta o formato de uma circunferência e na fase 3 ele é esticado e revela o comprimento da circunferência, isso professor? [sic]. PP: isso mesmo, parabéns. Pelo que percebi vocês conhecem o conceito de comprimento da circunferência, muito bem. Apenas acrescento, o que vocês acham de pesquisar sobre o que significa as medidas 185/60 R14, acredito que possa existir alguma relação destas medidas com o comprimento da circunferência, tudo bem? [sic]

Com base na pesquisa, os estudantes resolveram encontrar qual o comprimento de cada pneu com leitura 185/60 R14, utilizando a fórmula (12) do comprimento da circunferência.

Os estudantes ainda precisavam responder a pergunta de quantos pneus 185/60 R14 seriam necessários para a construção de um "curral ecológico" de perímetro 70 metros, área 300 m² e altura de 1,80 metros com 05 faixas. Para isso, eles estabeleceram algumas relações matemáticas. Fazendo os cálculos decidiram coletivamente que as medidas do "curral ecológico" terão as dimensões de $x = 20$ e $y = 15$ metros, com esses dados concluíram a quantidade de pneus necessários.

Na sequência o PP orientou os estudantes a responder o segundo problema, qual o custo necessário para a construção do curral de pneus com leitura 185/60 R14, incluindo materiais como palanques, parafusos, dobradiças e mão de obra? Tudo bem? [sic]. Após a orientação, os estudantes fizeram uma pesquisa exploratória em três borracharias da cidade, três madeireiras e duas lojas de materiais de construção. Adotaram a leitura do pneu 185/60 R14. Com base na pesquisa concluíram que a prefeitura municipal do município realiza a coleta seletiva de recicláveis, mas no momento não tinham informações sobre a reciclagem dos pneus. Os estudantes pesquisaram o valor de cada palanque de eucalipto (tratado) em três madeireiras.

Percebe-se que a atividade ganhou um novo rumo significativo de aprendizagem, pois até o momento não havia custo para os palanques de eucalipto e pneus. Assim, conforme construído

pelos estudantes, um quadro com todos os gastos, o custo estimado para a construção do "curral ecológico" é de aproximadamente R\$9.032,00.

Com base na expressão matemática concluíram que D: o menor custo incide quando o agricultor possui sua plantação de eucaliptos nativa e dentro da legislação sobre reflorestamento e que também necessita de uma iniciativa de educação ambiental por parte dos governantes municipais de nosso município, no caso da coleta dos pneus recicláveis [sic]

Dissertação 2. Prática 3-Etapa Resolução dos problemas

Para resolver o problema quais são os alimentos saudáveis e corretos que podem ser consumidos diariamente através de um "cardápio da saúde semanal", os estudantes apresentaram uma Pirâmide alimentar.

A atividade proporcionou o questionamento as estudantes, por parte do professor pesquisador: como vocês fizeram a leitura desta pirâmide alimentar? [sic].

B2: como assim professor? [sic].

PP: como vocês interpretaram os dados desta pirâmide alimentar? [sic].

B2: ah sim professor, com base na pirâmide alimentar observamos a quantidade de refeições saudáveis que podem ser consumidas em um dia [sic]. PP: expliquem como? [sic]

O professor pesquisador, indagou as estudantes: com base nesta pirâmide alimentar, o que vocês fizeram? [sic].

B3: fizemos um "cardápio da saúde semanal" professor!! [sic].

PP: como assim? expliquem? [sic].

B3: fizemos um cardápio para os sete dias da semana professor, de segunda-feira a domingo.

As estudantes elaboraram as possibilidades de um cardápio saudável, o qual chamaram de "cardápio da saúde semanal"[sic]. Com base no cardápio as estudantes propuseram seis refeições por dia, sendo café da manhã, almoço e jantar com 3 lanches intermediários.

As estudantes decidiram responder sobre a segunda pergunta do problema proposto: Qual a quantidade de calorias diárias que podem ser ingeridas por homens e mulheres, de acordo com o peso, altura, idade e nível de atividade física, considerando a manutenção ou a diminuição do peso corporal?

as estudantes ainda pesquisaram na Internet e encontraram a equação da Taxa de Metabolismo Basal, TMB, que são medidas pela quantidade de energia (kcal) necessária para manter as funções vitais do organismo em repouso, conforme Equação de Harris-Benedict (McARDLE e col., 1992). Concluíram que essa taxa pode variar de acordo com o sexo, peso, altura, idade e nível de atividade física.

O resultado obtido revela que são necessárias 3.328,35 kcal para manter as funções vitais do organismo, por dia, em repouso, para manter o peso atual do professor pesquisado. atividade foi parabenizada pelo professor pesquisador e ainda solicitou as estudantes que fizessem o levantamento dos dados do TMB, em uma atividade futura, com relação a turma se fosse possível, agradecendo as estudantes pelo envolvimento. E inda brincou com as estudantes: "futuras nutricionistas"!!!!

Dissertação 3

Dissertação 3. Prática 1- Resolução dos problemas

Primeiramente, foi formulada a listagem de materiais para a confecção da minigeladeira, devido à facilidade para a coleta dos materiais utilizados e a possibilidade da adaptação de

periféricos. Após a definição dos materiais, o passo seguinte foi o levantamento dos custos e, para isso, os estudantes realizaram uma pesquisa de preços com o auxílio da professora, tendo em vista a dificuldade de deslocamento dos discentes por se tratar de um contexto rural. Feita a coleta dos preços, os dados foram organizados em um quadro.

O levantamento orçamentário proporcionou à professora os seguintes questionamentos: dentre a listagem de materiais necessários, quais podemos encontrar em equipamentos danificados que temos na escola ou em casa? Quais substituições podem ser feitas? Os alunos também sugeriram visitar lojas de informática e de eletrônicos para verificar se dispunham de algum material para doação.

Neste sentido, os estudantes passaram a buscar materiais na escola, com a retirada de coolers de computadores em desuso, do laboratório de informática; em uma loja de assistência técnica eletrônica, onde arrecadaram os dissipadores que foram doados; e outros materiais foram trazidos pelos discentes, retirados de equipamentos inutilizados que possuíam em casa. Para cada item coletado surgia a necessidade de estudos referentes às suas especificações, dimensões e possíveis adaptações, pois alguns dos dissipadores coletados tinham dimensões diferentes, e a voltagem das fontes arrecadadas também era divergente da especificada no vídeo explicativo sobre a montagem da minigeladeira.

Professora: “Vocês identificam aqui algum conceito matemático que já estudamos?”

Aluno D: “Com tabelas”?

Aluno C: “Estatística”?

Professora: “Tem uma disposição dos dados parecida, mas realiza operações entre os elementos das linhas e colunas”.

Aluno A: “Eu acho que sei, mas foi o ano passado”?

Professora: “Sim. Operações com matrizes. O processo que realizamos para estimar o custo da confecção da minigeladeira foi baseado na multiplicação das quantidades de cada produto pelo seu respectivo preço, como a organização realizada agrupou os dados em linhas e colunas. Para a realização desta estimativa, poderíamos ter realizado uma multiplicação de matrizes, que foi o que fizemos implicitamente”.

Durante a coleta de materiais, com vistas à substituição de componentes, os estudantes perceberam que alguns eram bem similares aos descritos no experimento, e outros divergiam um pouco em relação às especificações, dentre as quais a fonte que deveria ser utilizada, para a qual seriam necessários 12V.

O aluno A questionou: “Eu tenho uma fonte de notebook de 19V, será que tem algum problema utilizarmos ela”?

Aluno B: “Ou poderíamos tentar ligar separado o cooler da pastilha Peltier e usarmos fontes de carregadores de celular”.

Aluno A: “Eu acho que, se a voltagem for maior, pode queimar a pastilha. Uma vez, eu liguei um rádio na minha casa com uma fonte usada de computador e funcionou, mas eu não sei quantos volts tinha. Podemos ver com o bibliotecário que conserta os computadores, aqui, às vezes, se ele sabe como fazer”.

Coube à professora, neste momento, subsidiar os questionamentos dos discentes: “Teoricamente, sabemos que a fonte de 19 volts fornecerá ao sistema uma tensão maior que danificaria os periféricos, causando aquecimento. Para verificarmos adequadamente a voltagem necessária, precisamos saber quanto de energia cada periférico consome, no máximo, sem queimar”.

Os estudantes foram atrás de um técnico para tirar mais informações.

Técnico em eletrônica: “Pode ser realizada uma adaptação em uma fonte de computador, deixando os fios amarelos e pretos que são os que correspondem a 12V, cada cor corresponde a uma voltagem”. Os alunos acharam muito interessante estas informações, pois alguns desconheciam-nas.

Aluno B: “Eu não sabia disso, e achava que se cortasse algum fio não funcionaria mais”.

Aluno A: “É bom a gente conhecer qual voltagem cada fio representa para não eliminar o fio errado”.

Então, em uma busca pela Internet, encontraram as especificações de cada fio,

Durante a montagem da minigeladeira, a inserção de cada item trazia curiosidades e agregava conhecimentos, evidenciando, na prática, o papel de cada periférico na composição do sistema de resfriamento: a função dos dissipadores; como ocorrem as trocas de calor; a importância de um isolamento adequado; qual a composição da pasta térmica? o que é uma pastilha Peltier e por que um de seus lados esquenta e o outro congela?

Devido a curiosidade apresentada pelos estudantes a professora procedeu os seguintes encaminhamentos.

Professora: “Vamos fazer um estudo sobre a função de cada periférico necessário para o processo de resfriamento, identificando suas propriedades específicas”.

Com a conclusão da atividade, os objetivos propostos inicialmente foram parcialmente atingidos. O resfriamento da geladeira oscilou entre 10°C e 12°C, ela permaneceu por um longo período ligada, mas não alcançou os 5°C descritos no vídeo e esperados pelos estudantes. Possivelmente, esta diferença ocorreu devido às adaptações realizadas e ao isolamento na parte superior da caixa. Em nova conversa com o técnico em eletrônica, nos foi informado que, para atingir temperaturas menores, seria necessário aumentar a potência da pastilha.

Na tentativa de esclarecer esta questão, os estudantes, com o auxílio da professora, realizaram uma busca em sites da Internet que relacionassem problemas similares.

Depois desta investigação, os estudantes realizaram uma simulação para o seu experimento. Ficou livre para que eles definissem o corpo a ser resfriado. Na busca pelas medidas que mensuram o calor e a massa específica do corpo, mostraram interesse em realizar uma estimativa de cálculo com o leite ou água. A professora, enquanto mediadora auxiliou os estudantes no desenvolvimento do cálculo.

De imediato, surgiu entre os estudantes um questionamento acerca do sistema internacional de unidades e suas formas de conversão. Para esclarecer os questionamentos dos discentes, a professora apresentou um exemplo.

Aluno E: “Nossa, agora parece que está tudo junto”.

Aluno A: “É verdade, têm coisas de física e matemática”.

Aluno B: “Só para um produto tivemos que pesquisar vários itens”.

Os resultados dos cálculos possibilitaram discussões sobre o isolamento adequado e a vedação da tampa da caixa, que possivelmente estavam ocasionando a troca de calor com o ambiente, impossibilitando o resfriamento esperado.

Aluno A: “A nossa caixinha tem o mesmo volume? Parece que não cabem aqui as mesmas quantidades? A parte de baixo é menor”.

Aluno C: “Acho que não. É um prisma”?

Aluno D: “Quantas latinhas de refrigerante podem resfriar aí dentro”?

Aluno A: “Como podemos calcular o volume com este formato? Se considerarmos apenas a base, ficarão duas frestas nas laterais”.

Professora: “Com estas informações teremos o volume? E a capacidade”?

Após a identificação do formato da base do prisma, os estudantes aplicaram a fórmula de cálculo do volume.

Então, surgiram interpretações diferentes entre os discentes. Os alunos B, C e D assumiram como base a face trapezoidal do prisma, enquanto os alunos A e E consideram como base sua menor face retangular.

Aluno B: “Mas o volume considera que estamos colocando líquido aí dentro, portanto ele assume a forma da caixa. Para saber o volume total, você precisa considerar os espaços não retangulares também”.

A professora sugeriu aos estudantes A e E que representassem geometricamente os espaços que não tinham calculado anteriormente e depois comparassem os resultados com os dos demais colegas.

Aluno A: “Mas se a latinha é sólida, como podemos saber quantas caberiam”?

Aluno A: “É só calcular o volume da latinha e dividir pela capacidade da caixinha”.

Aluno B: “Eu acho que não”!

Professora: “Os volumes colocados no interior da caixa já têm uma forma definida, então não podemos apenas comparar volumes, temos que considerar que as latinhas poderiam ser dispostas de três formas diferentes.

Com as considerações pontuadas pela professora, os estudantes constataram que tinham se equivocado em pensar a questão do volume apenas no âmbito numérico (Figura 10) sem considerar a sua geometria também, a nova interpretação trouxe a necessidade expressa por eles de validar os resultados.

Dissertação 3. Prática 2-Resolução dos problemas

Na busca pelo entendimento sobre estes significados numéricos os estudantes realizaram um estudo sobre alguns dos dados que o exame fornece entre eles a gordura corporal, perceberam que a gordura corporal é um dos componentes principais do corpo, que tem a função de proteger os órgãos, controlar a temperatura e armazenar vitaminas.

Outro indicador do exame de bioimpedância que despertou o interesse dos discentes foi a taxa de metabolismo basal que no processo de investigação revelou-se a menos conhecida como exemplo a fala de um estudante. “Metabolismo eu já ouvi falar, mas não sei direito o que é, sei que tem haver com energia, agora basal, uhm! não lembro mesmo”! [sic].

Aluno A: “As medidas do corpo humano são chamadas de medidas antropométricas”.

Aluno B: “Nossa! Vamos ver o que significa”.

Aluno D: “Você sabe professora”?

Professora: “Sim, o que vocês pensam que pode ser”?

Aluno A: “Eu achei, anthropos, homem, metron, medida, vem do grego”.

Professora: “A antropometria refere-se ao estudo das medidas do corpo humano”.

Com o estudo sobre Antropometria, os estudantes perceberam que a coleta adequada das medidas é fundamental para o resultado do exame de Bioimpedância, e que existem parâmetros que norteiam suas marcações ao serem coletadas. Para esclarecer aos demais colegas como as medidas são coletadas, o grupo confeccionou um cartaz explicativo.

Outro ponto de pesquisa foram os conceitos de massa gorda e massa magra, o qual culminou nas seguintes definições: massa magra é o resultado do somatório composto pelos órgãos, ossos, água corporal e também músculos, enquanto a massa gorda constitui-se da quantidade de tecido adiposo presente no organismo.

Aluno B: “As fórmulas que aparecem são enormes”.

Aluno A: “Além da conta, tem que saber o que cada coisa significa e o que o seu resultado quer dizer!”

Aluno D: “Agora começou a misturar tudo, biologia, matemática e até educação física”.

Aluno A: “O que será que cada coisa quer dizer”.

Professora: “As letras representam as medidas, são as variáveis”.

Aluno D: “É muita medida, tem em tudo energia, antropometria, massa gorda e magra, a matemática está misturada aqui”.

Aluno A: “Caloria é de Física”.

Aluno C: “E os números fixos”?

Professora: “São as constantes, relacionam algum valor padrão”

O passo seguinte foi identificar como os dados são coletados para a realização do exame, e quais expressões os relacionam. Assim os estudantes identificaram que existem distintas expressões tratadas por diferentes autores.

Aluno A: “Podemos fazer da turma e avaliar como estamos”?

Aluno B: “Vamos montar uma tabela para os alunos preencherem, com suas medidas”.

Aluno A: “Daí nós calculamos e vemos o que precisa melhorar, fazemos um estudo do nosso corpo”.

Professora: “Estes dados serão as variáveis que estão descritas nas expressões”.

Aluno A: “Estes dados são as variáveis que vimos nas aulas de estatística”?

Professora: “Sim”.

Aluno C: “Vamos calculara de todo mundo”?

Aluno B: “Acho melhor cada um calcular o seu”.

Professora: “Vamos conversar com a turma. Acho que eles vão gostar de calcular”.

Aluno A: “Podemos fazer um gráfico dos resultados”.

Professora: “Sim, coletamos os dados e organizamos uma tabela, daí fazemos um gráfico, vai ficar mais fácil de analisar os resultados”.

Após a coleta dos dados os estudantes desenvolveram os cálculos referentes: ao índice de massa corporal, ao metabolismo basal, a gordura corporal e a água corporal.

As discussões eram bastante produtivas, e a cada cálculo realizado, sua validação gerava discussões entre os discentes sobre os erros e acertos com a utilização das expressões.

Aluno 1 da turma: “O cálculo dele deve estar errado, deu um número estranho”.

Aluno 2 da turma: “Ele é maior que eu, como posso ter mais água no corpo que ele?”.

A professora enfatizou aos discentes que este valor pode ser obtido também por outras expressões, ou pode ser adequado pelo pesquisador caso julgue mais conveniente.

Aluno A: Se o resultado for decimal podemos arredondar?

Professora: Sim, para facilitar a organização dos dados.

Como a construção da representação gráfica os estudantes perceberam a relevância da organização dos dados em tabelas e gráficos para estudos posteriores.

Dissertação 3. Prática 3-Resolução dos problemas

Os discentes aprofundaram o estudo sobre o processo de centrifugação, visando identificar a velocidade atingida neste processo encontraram a seguinte informação: a velocidade de rotação das amostras pode variar de 4.000 RPM (rotações por minuto) a velocidades que podem ultrapassar os 20.000 RPM.

Aluno C: “Rotação por minuto?”.

Aluno A: “Em física usamos metro por segundo para velocidade”.

Professora: “Podemos converter as unidades de medidas”.

Em seguida realizaram buscas na Internet para entender os passos para a realização de um hemograma, identificando primeiramente quais dados o exame contempla concluindo que o exame é dividido em três partes: eritograma, leucograma e plaquetograma. Em seguida buscaram em casa, exames antigos, para identificarem os indicadores que apresentam.

Com a análise dos dados contidos no exame os estudantes puderam perceber os valores de referência para cada componente descrito no exame, bem como identificar que as alterações relacionadas a estes valores descrevem a existência de diferentes doenças.

Outro ponto de pesquisa do grupo buscou esclarecer o conceito de densidade e sua relação com o peso, o estudo trouxe aos estudantes a informação de que a densidade envolve massa e volume.

Aluno C: “A densidade tem relação com o espaço que o objeto ocupa, por exemplo, 1kg de algodão e 1kg de chumbo tem a mesma massa, mas tamanhos diferentes”.

Aluno A: “Um é mais comprimido do que o outro”.

Aluno B: “São coisas simples, mas que confundem”

A professora reforçou com os estudantes a expressão que define o estudo da densidade.

Perceberam que existem vários métodos para o estudo das células de sangue. Muitos processos ocorrem de forma automática em aparelhos que utilizam impedância elétrica, e que os processos manuais consistem em análise microscópica entre alguns dos métodos adotados tem-se o esfregação e a contagem realizada na câmara de Neubauer.

Aluno B: “Olha só, que interessante a câmara de Neubauer tem várias divisões”.

Aluno C: “Eu imaginava que tinha matemática no estudo do sangue, mas não achava que tivesse até cálculo de área”.

Professora: “Muito interessante mesmo, e envolve algumas expressões também para que possa ser descrito o resultado final”!

Aluno B: “Envolve muita medida, e conversão”.

Aluno A: “Com estas fórmulas também dá para descobrir quantas foram contadas se tiver o resultado do exame”?

Professora: “Podemos fazer uma estimativa”?

Aluno B: “Será que é possível também medir o total de sangue que temos no corpo”?

Aluno A: “Seria bom se pudéssemos, visualizar e contar no microscópio, para calcular”.

Professora: “Podemos tentar ver se conseguimos fazer uma visita em um laboratório, vamos estudar a viabilidade”.

a nova pesquisa percebeu-se que a libra é uma unidade de medida de massa, utilizada em alguns países e que equivalem a 2,2 quilogramas. O valor de conversão de polegada para centímetro já era conhecido dos discentes, como 2,54 cm, durante a realização da pesquisa encontraram esta unidade com outra representação.

Etapa 5 - Análise crítica das soluções

Dissertação 1. Prática 1- Análise crítica das soluções

Após todos os grupos chegarem a uma conclusão, foram desafiados a refletir sobre a solução apresentada e compartilhar com todos os colegas. Quanto ao primeiro problema todos apresentaram 86,85. O professor questiona: Professor: O que esse 86,85 significa? São litros de leite? São reais? Os alunos retornam ao problema e aos dados utilizados, e concluem que estavam se referindo ao preço médio pago pelo leite nas propriedades, com base nos dados levantados em sala de aula. Os estudantes pensam e concluem que trabalharam com valores inteiros, mas esses valores referiam-se a centavos, portanto em média é pago 86,85 centavos por litro de leite em cada propriedade, ou seja, R\$ 0,8685.

P: É comum trabalhar com mais de duas casas decimais quando referido a centavos? Estudantes em consenso: “não professor, sempre usamos duas casas, nunca falamos R\$ 0,8685. Professor: Se na propriedade de vocês entregassem dez mil litros de leite no mês, vendendo a R\$ 0,8685 quanto receberiam a mais do que se vendessem a R\$0,86?[sic.] Os estudantes fizeram as multiplicações $(0,8685 \times 10.000)$ e $(0,86 \times 10.000)$ com auxílio da calculadora, sem antes pensarem de outra forma, e respondem que receberiam 85 reais a mais, quando o valor por litro tem quatro casas decimais. O professor/pesquisador questiona por

que fazer uma conta tão simples com a calculadora se poderiam realizar até de cabeça? A primeira resposta apresentada pelos estudantes, em forma descontraída, foi: “claro! Fácil para o senhor que é professor!”. Entendendo a dificuldade, e a falta de conhecimento dos estudantes, em realizar cálculos de forma mental, o professor/pesquisador interage e desenvolve o raciocínio dos estudantes, na construção do conhecimento, sobre a multiplicação por dez e seus múltiplos (base decimal).

PP: Ao se multiplicar qualquer valor maior que 1, por 10, o resultado será maior ou menor que 10? Es: maior que 10. PP: e se multiplicar, agora, um valor menor que 1, por 10, o resultado será maior ou menor que 10? Por exemplo: $0,1 \times 10$; $0,5 \times 10$; $0,8 \times 10$.

E12: sempre será um valor menor que 10. Pois quando multiplicamos um número qualquer por 10 o resultado será esse número com mais um zero. Se multiplicássemos por 100 aumentaria mais dois zeros, e assim sucessivamente. Mas quando estamos multiplicando um número decimal, esses que tem vírgula, por 10, a vírgula pula uma casa para a direita, se multiplicássemos por 100, a vírgula pulava duas casas. E assim por diante a vírgula sempre pula a quantidade de zeros [sic]. O estudante E12 demonstrou que entende o algoritmo de multiplicação por 10 e seus múltiplos.

PP: Quando forem realizar qualquer concurso ou até mesmo uma prova de vestibular deverão realizar todos os cálculos, que forem necessários, a mão e no raciocínio, pois não é permitido utilizar nenhum recurso, além de lápis, caneta e borracha.

O E4 que possui uma motocicleta comenta: Agora que entendo o porquê tem aquele nove pequenininho no preço da gasolina. Como os postos vendem grande quantidade de combustível, usar três casas decimais resulta em maior lucro, pois o consumidor pensa que está pagando os centavos com duas casas decimais e na verdade paga quase um centavo a mais, R\$ 3,559 por litro ‘regula bem dizer’ 5 R\$ 3,56 [sic]. Com essas indagações e conversas, os grupos compreenderam a influência das casas decimais.

Quanto ao problema 2 na análise da resposta apresentada aceitou-se válido o valor 4,5 mL do medicamento para uma vaca de 15 arrobas. Ainda, discutiu-se a resolução por estimativa, apresentada pelo G1. Se para cada 50 quilos é 1 mL, e 15 arrobas tem 225 quilos, portanto 4 mL para 200 quilos e meio mL para 25 quilos, no total 4,5 mL. Os estudantes compreenderam e aceitaram a resolução do G1, consideram mais fácil pensar assim, do que ‘fazer contas’. O professor/pesquisador esclareceu e incentivou os estudantes a construir estratégias diferenciadas para resolver problemas. E, ainda apresentou outra forma de resolução, utilizando grandezas proporcionais

Dissertação 1. Prática 2- Análise crítica das soluções

Essa etapa os estudantes refazem os cálculos para verificar se, no caso do Brasil e EUA quando fizessem $R\$ 2198,72 + 69,91\%$ desse valor, resultaria em R\$3736,00. Mas a valor encontrado foi R\$ 3735,84, e coube ao professor/pesquisador esclarecer que essa pequena diferença foi devida ao fato de não utilizar todas as casas decimais, nos resultados. Diferença acarretada pelo arredondamento, também, pode ser verificada entre os preços do Brasil e China, $R\$ 1269,23 + 194\%$ de 1269,23 = R\$ 3731,53. Essas diferenças foram compreendidas pelos estudantes, pelo efeito do arredondamento das casas decimais.

A respeito do problema dos impostos o professor/pesquisador interrogou – Então, com base no que vocês leram se não tivesse impostos sobre os produtos, no caso do carrinho de bebê, o valor pago seria de R\$ 752,53?[sic]. De imediato os estudantes afirmam que sim, então o professor/pesquisador pede para que relesem parte da reportagem, pois deveriam compreender melhor o que estava escrito. A partir da releitura, uma das estudantes argumenta: E3: Pagamos mais impostos, ainda, pois, os 24,65% calculados por nós é pago só na fábrica,

tem mais impostos quando as lojas nos vendem. E2: E colabora com a discussão – Nooossa Professor! Quanto imposto! Para a fábrica vender para a loja, paga imposto e quando a loja vende para nós a loja paga impostos de novo sobre o mesmo produto [sic]

Os estudantes entendem que é para o consumidor final que incidem todos os custos das transações do produto adquirido, sem falar nos lucros das empresas e nos custos com transportes.

Dissertação 1. Prática 3- Análise críticas das soluções

A análise crítica do problema 1 ocorreu concomitantemente durante os procedimentos resolutivos, com atenção às discussões e aos apontamentos dos estudantes, conforme pode ser averiguado na etapa da resolução. Para o problema 2 os grupos encontraram distintos resultados, o valor calculado para a área que mais se aproximou foi o do Grupo 2 sendo 867,3 m². Todos procederam da mesma forma, os cálculos foram realizados corretamente, mas estavam cometendo equívoco ao utilizarem a altura dos triângulos nos casos que não eram retângulos.

Para exemplificar, foram construídas representações, no quadro, de triângulos agudos e obtusos, com a mesma medida de base e de altura e foram calculadas as áreas. Foram utilizados, ainda, os recursos do software Geogebra. Como não havia computadores para os estudantes construírem, foi usado o notebook do professor e projetada a construção, para os estudantes.

o problema que buscava determinar de quantos litros é a área do pomar, os estudantes, utilizando calculadora, efetuaram a divisão da área do pomar 822,01 m², pela área de um litro 605m², obtiveram 1,358694 litros. Na interação quanto ao arredondamento, os estudantes compreenderam que a área é de aproximadamente 1,36 litros. No próximo dia de aula, após os estudantes E3 e E8 trabalharem na realização dos buracos para o plantio das mudas, fazendo 15 buracos durante a tarde, das 13h 30 até as 16 h, as discussões, em sala foram em torno do trabalho que os estudantes haviam desenvolvido. Essas discussões originaram o problema 3: Considerando que dois estudantes fizeram 15 buracos em 2 horas e meia, quanto tempo um estudante, trabalhando sozinho e mantendo o mesmo ritmo de trabalho, levaria para fazer os 50 buracos?

A primeira forma de resolver foi apresentada pelo Grupo 4, que pensou em uma forma de proporção. G4: Se dois estudantes fazem 15 buracos em duas horas e meia, um estudante fará 15 buracos em cinco horas, e assim, fará 30 buracos em dez horas, 45 buracos em quinze horas. Se o estudante faz 15 buracos em cinco horas, então ele faz 3 buracos por hora, assim fará 48 buracos em dezesseis horas. Como ele faz 3 buracos por hora gasta vinte minutos para cada buraco. Portanto para fazer 50 buracos um estudante gastará dezesseis horas e quarenta minutos [sic]

Problema 4: PP: E se pretendêssemos fazer os 50 buracos em uma hora, quantos trabalhadores seriam necessários?

PP: Problemas desse tipo, que envolvem três ou mais grandezas podem ser resolvidos por meio de uma regra de três composta. Vocês estão acostumados a utilizar a regra de três simples como o grupo 2 utilizou no problema 3. Recordando, o que é necessário verificar antes de resolver um problema utilizando regra de três? Quem lembra? E9: Tem que ver se as duas grandezas aumentam, ou se uma aumenta e a outra diminui [sic]. PP: Correto, mas por que verificar isso? E, alguém lembra o termo matemático utilizado para denominar esses procedimentos? E1: Devemos verificar para ver se precisamos inverter ou não, antes de resolver [sic]. E9: Com isso verificamos se as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais [sic]. PP: É esse mesmo procedimento utilizado para resolver um

problema quando se trabalha com mais de duas grandezas ao mesmo tempo, primeiro verifica-se a ordem das grandezas. Vamos ver como resolver os problemas 3 e 4 utilizando uma regra de três composta.

Análise crítica problemas 3 e 4: Ao finalizar as resoluções os estudantes consideraram a importância de se analisar a pertinência dos resultados encontrados e se na prática isso pode ser ou não verificado. Concluíram que os resultados encontrados eram apenas uma estimativa, pois, na prática, há lugares mais difíceis de serem cavados e que, conseqüentemente, demora mais tempo. E também, as pessoas não têm a mesma força para trabalhar todas de forma equivalente. Os cálculos estão matematicamente corretos, mas estas situações não se verificariam, verdadeiramente, na prática. Outra situação proporcionada pela Modelagem diz respeito às tomadas de decisões relativamente às situações que surgem no tema em estudo. Trata-se de como viabilizar a aquisição das mudas e onde encontrar o tipo escolhido. Daí surgem as seguintes situações, em forma de problema a ser resolvido.

Problema 5: Como conseguir dinheiro para comprar as mudas? Onde comprar as mudas? Para resolver este problema conversou-se, em sala, sobre as possibilidades de conseguir o dinheiro para a aquisição das mudas. Alguns estudantes se propuseram a doar mudas, mas outros ficaram constrangidos, pois não tinham condições, mas também queriam participar da aquisição das mudas.

A possibilidade de fazer uma rifa teve grande aceitação, mas ao ser levada a reivindicação ao conhecimento da direção, não foi aprovada, pois coincidiria com outras promoções realizadas pelo colégio e sobrecarregaria os estudantes. A direção se prontificou em realizar uma - 96 - campanha entre os professores e funcionários.

Análise crítica: Finalizados os cálculos os estudantes foram arguidos a respeito dos resultados encontrados. Eles afirmaram que, mesmo sendo mais distante e ainda acrescido do pedágio, seria mais viável comprar as mudas em Guarapuava. Nas discussões o professor interferiu e perguntou – Então se vocês forem comprar 5 mudas para plantar na propriedade de vocês irão comprar em Guarapuava, pois os cálculos mostraram que mesmo sendo mais longe em Guarapuava sai mais barato? Estudantes: Temos que verificar, pois não é sempre que sai mais barato devido ao custo da viagem.

Dissertação 2

Dissertação 2. Prática 1-Análise crítica das soluções

As questões relativas aos conteúdos matemáticos, como conceito de subtração foram bem associadas pelos estudantes, sendo perceptível a condução da atividade de maneira correta, como a diferença entre dois elementos na seguinte situação: $a - b$, com $a > b$, haja vista, que se faz necessário subtrair da massa (g) maior a menor para obter a massa (g) de cada reciclado tratado.

Na atividade que envolvia reciclagem, os estudantes inicialmente não possuíam o entendimento da diferença entre peso e massa. De forma colaborativa entre professor e estudantes, foram discutidas informações que diferenciavam o entendimento de peso, massa e densidade. No sentido de observar a reação dos estudantes sobre os conceitos de peso e massa, foi satisfatória a afirmação dos estudantes E1 e C4: tipo assim, peso relaciona massa e gravidade e no laboratório encontramos apenas a massa, isso professor[sic], bem como um breve relato sobre a gravidade da terra, que poderia estar entre 9,8 ou 10 m/s², oportunizado pela mediação com o grupo.

Outra situação que ensejou uma análise crítica foi a construção da expressão matemática, oportunizada pela análise do Quadro 2, quando houve um equívoco, por parte dos estudantes,

em admitir a expressão $F(x) = 2,31x + 5,3x + 0,14x + 0,9x + 36,44x + 0,84x + 1,6x$, haja vista, que a variável quantidade x não representa todos os reciclados, por exemplo, barra cereal, garrafinha de suco, copo descartável, embalagem de cachorro quente, pacote de salgadinho, papel de bala e guardanapo. Tal situação foi mediada e reconstruída pelos estudantes que nominaram novamente as variáveis como x_1, x_2, x_3, \dots cada um dos valores encontrados, ficando com a expressão $F(x) = 2,31x_1 + 36,44x_2 + 1,6x_3 + 0,84x_4 + 5,3x_5 + 0,14x_6 + 0,9x_7 \dots$ na qual $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$, correspondem a cada quantidade encontrada pela coleta dos recicláveis evidenciados na pesquisa.

Assim, com base nos estudos oportunizados pelos estudantes, constatou-se pela análise e pesquisas realizadas no Colégio, que em média, se produz entre 100 a 350 gramas por dia, de materiais recicláveis da Cantina Comercial APMF, podendo resultar em aproximadamente 4,5 kg por mês.

Dissertação 2. Prática 2- Análise crítica das soluções

As questões relativas aos conteúdos matemáticos, como conceito de perímetro e área foram bem associadas pelos estudantes, sendo perceptível a condução da atividade de maneira correta, como o produto entre duas variáveis relacionando a área e o perímetro relacionando o custo mínimo para a construção do "curral ecológico", sendo satisfatória a afirmação do estudante D3: como a área é de um retângulo professor então fizemos uma medida x vezes a outra y , ou seja $x \cdot y = 300$ e para o perímetro dois lados iguais mais dos lados opostos iguais, que resulta em $2x + 2y = 70$, pelo menos aprendemos assim, isso? [sic]

Outra situação que ensejou uma análise crítica foi a pesquisa dos estudantes sobre o custo de um "curral ecológico". Tal situação gerou um desafio nos estudantes, em pesquisar informações em três borracharias da cidade, três madeireiras, duas lojas de materiais de construção, a mão de obra, bem como na prefeitura municipal do município, chegando ao valor de R\$9.032,00, permitindo aos estudantes a pesquisa e investigação sobre o tema.

Dissertação 2. Prática 3- Análise crítica das soluções

As questões relativas aos conteúdos matemáticos, como o conceito g (gramas) e kcal (quilocalorias) no caso dos alimentos) foram bem associadas pelas estudantes, sendo perceptível a condução da atividade de maneira correta, expressando os riscos para a alimentação diária em Fast food evidenciado pela análise da quantidade de açúcares e uma grande quantidade de sódio presentes nos alimentos e bebidas, que podem provocar a obesidade, hipertensão arterial e o diabetes. Outra situação que ensejou uma análise crítica foi a criação de um "cardápio da saúde semanal" em que as estudantes elaboraram.

Percebe-se também que as estudantes do grupo B idealizaram o cardápio, considerando um horário entre estas refeições, o que caracteriza um estudo voltado ao tratamento do metabolismo, ou seja, que o organismo possa acelerar e promover ao organismo uma queima maior de calorias, que podem evitar o problema da obesidade.

As estudantes do grupo B pesquisaram na Internet e encontraram a equação da Taxa de Metabolismo Basal, TMB. Compreenderam que esta taxa pode variar de acordo com o sexo, peso, altura, idade e nível de atividade física. Utilizando como experiência os dados do professor pesquisador, chegando após efetuar os cálculos, no valor de $TMB = 3.328,35$ kcal, sendo sugerido ao professor reduzir em 500 kcal o consumo diário de alimentos, podendo optar e variar dos alimentos, de acordo com a sugestão apresentada pelas estudantes, em 6 refeições diárias.

Dissertação 3

Dissertação 3. Prática 1- Análise crítica das soluções

A professora sugeriu aos discentes que refletissem sobre as dimensões necessárias para o armazenamento de uma quantidade maior de latas de refrigerante.

Com os questionamentos propostos, foi possível a exploração das expressões representadas na Figura 10, em que os estudantes consideram como coeficiente das variáveis as dimensões de diâmetro e altura da latinha de refrigerante, n o número de latas que pode ser acondicionado no interior da caixa e a espessura da caixa correspondente a 2cm em cada lateral e 2cm na base inferior foram admitidas como constantes.

Para identificar se os cálculos realizados estavam adequados, os discentes realizaram a validação dos resultados de forma experimental.

Após a validação, os discentes concluíram que as expressões desenvolvidas e os resultados obtidos eram satisfatórios para o modo com o qual interpretaram as questões, no entanto, não eram suficientes, pois as latinhas poderiam ser dispostas no interior da caixa de formas diversas, não seguindo apenas os sentidos horizontais ou verticais, visto que poderiam ser acomodadas também com outras inclinações.

A análise construída, a partir do relato dos estudantes sobre o desenvolvimento das ações para a solução dos problemas levantados, demonstrou como fator positivo o protagonismo dos discentes que apresentavam constantemente sugestões e ideias para o andamento da atividade. Suas considerações acerca do conhecimento matemático abordado proporcionaram um novo olhar sobre seus conceitos e propriedades, tornando notável sua aplicação de forma a subsidiar e promover o andamento da atividade.

As explicações do técnico em eletrônica agregaram aos discentes o conhecimento sobre tensão e intensidade da corrente elétrica; o interesse sobre estes cálculos culminou na exploração do conceito de que a tensão elétrica é a quantidade de energia gerada para movimentar uma carga, portanto o gerador necessita liberar energia elétrica para movimentar uma carga eletrizada, e trouxe a exploração das expressões.

Aluno D: “Que interessante cada fio tem mesmo a voltagem correspondente a indicada para cada cor”.

Aluno A: “Dá para medir aqui no multímetro e corresponde certinho”.

Aluno D: “Na hora de medir tem que escolher a unidade certa no multímetro”.

Aluno A: “A voltagem corresponde a tensão elétrica”.

Aluno E: “É como se fosse a força que “impulsiona” as cargas no fio”.

Aluno A: “É a quantidade de energia que alimenta o sistema”.

Aluno C: “Quanto maior a voltagem mais energia terá disponível, por isso na fonte tem várias transformações, porque dependendo da peça pode queimar. Umas precisam de 5V e outras 12V”.

A realização da montagem da minigeladeira foi considerada pelos estudantes como uma forma para serem ouvidos, além de responsáveis pela organização e reunião de materiais para o projeto, eles assumiram como meta o funcionamento do equipamento, que durante toda a sua construção deixava ressalvas sobre o seu funcionamento adequado. Poderia apresentar isolamento insuficiente ou problema na pastilha, por estar sendo reutilizada

Dissertação 3. Prática 2 – Análise crítica das soluções

Após concluírem a elaboração do gráfico os discentes perceberam que a turma estava de modo geral atendendo as especificações indicadas, pois a maioria dos indivíduos estava atendendo aos valores especificados como adequados nas tabelas preditivas de avaliação corporal, os resultados atendiam aos valores determinados como “padrões de normalidade”.

No entanto, ao observar os dados individualmente, perceberam que alguns dos resultados divergiam um pouco do esperado, embora a média dos valores estivesse de acordo com a estimativa adequada, no grupo alguns indivíduos apresentavam valores um pouco acima do desejável.

enfatizou que a fórmula do IMC, pode ser representada por meio de uma equação do segundo grau, podendo estimar a massa desejada para o índice adequado, ou a altura mínima necessária para a massa estimada.

A realização da atividade prática com a turma foi descrita pelos estudantes como de grande relevância, demonstrando o interesse em dar continuidade ao estudo: “Podemos imprimir mais tabelas para coleta de dados e distribuir para as outras turmas e fazer o estudo deles também”. Outro ponto positivo elencado pelos estudantes foi o cuidado com o processo operatório na aplicação das expressões. “Não dá para esquecer as regras agora, senão conclui errado”.

Dissertação 3. Prática 3- Análise crítica das soluções

Com a realização deste estudo os estudantes puderam perceber que a quantificação é uma etapa importante para a análise de diagnósticos. Quando conheceram os métodos de contagem, por meio de vídeos explicativos, os estudantes fizeram as seguintes considerações:

Aluno C: “Como é importante conseguir medir tudo isso”.

Aluno A: “Não dava para dizer que envolvia tanta coisa”.

Durante a pesquisa observou-se que vários fatores influenciam o resultado final de um exame. Estes fatores estão relacionados às disciplinas de Biologia, Física, Química e Matemática.

Aluno A: “Tem detalhes de todas as matérias, reagentes, volumes e as máquinas envolvem física”.

O conceito de proporcionalidade e o processo resolutivo da regra de três foram bastante utilizados pelos estudantes que passaram a entender mais claramente seus resultados.

Os estudantes também identificaram de forma mais consciente a relevância dos processos operatórios e das equações por meio de aplicações práticas.

O desenvolvimento da prática de Modelagem Matemática com o grupo três não contemplou todas as atividades previstas inicialmente pelo grupo, que cogitou representar de forma experimental o processo de centrifugação devido às ausências de alguns discentes do grupo durante as aulas, a visita ao laboratório que enriqueceria o estudo não foi realizada devido a questões referente ao transporte escolar.

5.2 Análise das descrições

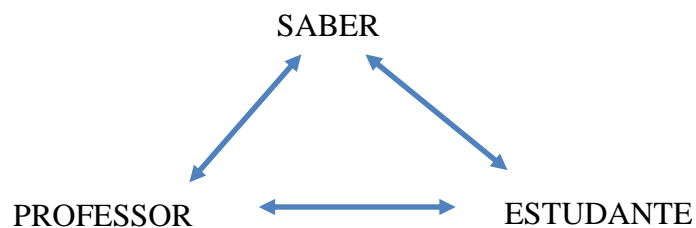
Para essa etapa da defesa da dissertação, vamos trazer a análise de 9 (nove) práticas desenvolvidas envolvendo professores e seus estudantes: Para essa fase da análise e reflexões, optamos por tomarmos como diretriz para a sua condução as etapas propostas por Burak (1992, 2004 e 2010).

5.2.1 Análise e reflexões das práticas realizadas

Encaminhamentos iniciais: A forma inicial de abordagem partiu de uma explicação inicial que os estudantes participariam, com a apresentação da proposta de Modelagem na concepção da Educação Matemática de Burak (1987, 1992, 2004 e 2010)

Neste trabalho adotamos como estratégia colocar as descrições a partir de cada uma das etapas próprias dos quefazeres da Modelagem Matemática. Assim a análise vai se debruçar sobre os elementos contidos nas descrições em cada uma das etapas da Modelagem. Por exemplo, na etapa da Escolha do Tema foram trazidos as descrições das nove práticas, na etapa das Pesquisa Exploratória também as descrições das nove práticas desenvolvidas e assim por diante até a última etapa dos fazeres da Modelagem, a etapa Analise Crítica da(s) solução(ões).

Os possíveis elementos que buscam constituir o que Morin denomina de os conceitos mestres da inteligibilidade envolvidos no processo de ensino e aprendizagem: neste trabalho professor – conhecimento e o ser do estudante.



Para Morin o paradigma está oculto sob a lógica e seleciona as operações lógicas que se tornam, ao mesmo tempo, preponderantes, pertinentes e evidentes sob seu domínio (exclusão -inclusão, disjunção -conjunção implicação-negação. Quais as operações lógicas mestras envolvidas no processo de ensino e aprendizagem? Para Morin (2006.p.25) É” o paradigma quem privilegia determinadas operações lógicas em detrimento de outras, como disjunção em detrimento da conjunção; é o que atribui validade e universalidade à lógica que elegeu”.

Em relação ao paradigma Morin (2006, p.26), afirma que:

ele desempenha um papel subterrâneo e soberano em qualquer teoria, doutrina ou ideologia. O paradigma é inconsciente, mas irriga o pensamento consciente, controla-o e, nesse sentido é também supraconsciente. Em resumo o paradigma instaura relações primordiais que constituem axiomas, determina conceitos, comanda discursos e/ou teorias. Organiza a organização deles e gera a geração ou regeneração.

Para o autor, somente o paradigma complexo de implicação/distinção/ /conjunção permitiria avanços em muitas compreensões, no entanto este ainda não está inscrito na cultura científica.

O conhecimento pertinente ao qual Morin se refere (2006, p. 38) deve enfrentar a complexidade. Complexus significa o que foi tecido junto, de fato há complexidade quando elementos diferentes são inseparáveis constitutivos do todo (como o econômico, o político, o sociológico, o psicológico, o afetivo, o mitológico.) e há um tecido interdependente, interativo, e Inter- retroativo entre o objeto de conhecimento e seu contexto, as partes e o todo, o todo e as partes, as partes entre si. Em consequência a educação deve promover “a inteligência geral” apta a referir-se ao complexo, ao contexto, de modo multidimensional e dentro da concepção global.

Dessa forma buscar os elementos que podem constituir uma nova racionalidade, entendida nesse trabalho como ideias diferentes das usualmente utilizadas na condução do processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental, constitui-se em uma tentativa de criar novas formas de abordar os conteúdos, de considerar o ser do estudante, de promover o protagonismo, e ter clareza que no âmbito da educação, segundo Morin (2006, p.19) não há conhecimento que não esteja em algum grau, ameaçado pelo erro e pela ilusão e considera que o conhecimento científico é poderoso, meio de detecção dos erros e de luta contra as ilusões. Entretanto, segundo Morin (2006, p. 21)

os paradigmas que controlam a ciência podem desenvolver ilusões, e nenhuma teoria científica está imune para sempre contra o erro. Alerta que, a educação deve-se dedicar, por conseguinte à identificação da origem de erros, ilusões e cegueiras.

É o objetivo dessa etapa do trabalho buscar e identificar os elementos capazes de refletirem uma nova forma de pensar, uma nova maneira de abordar e conduzir o processo de ensino e aprendizagem, principalmente no âmbito da Educação Básica, a qual consideramos de suma importância para a formação do ser do estudante.

5.2.1.1 *Escolha do tema*

Para a escolha do tema o professor incentivou os estudantes a escolherem um tema de seu interesse. Embora, de início os estudantes apresentassem alguma dificuldade, o professor na função de mediação incentiva a pensarem em algum assunto que seria de interesse de todos. Isso favorece a troca de ideias entre os estudantes que em grupo de 3 a 4 participantes, os autores descrevem que os momentos das discussões da escolha do tema foram ricos, pois todos manifestaram seus interesses, escolheram temas diversos.

Muitos temas foram levantados, e dentre os temas escolhidos pelos estudantes, como se tratava de uma primeira experiência do professor pesquisador, o professor como mediador

anotou todas as ideias e auxiliou os estudantes, que optaram pela votação entre os temas escolhidos, para adoção de um único tema. Os estudantes do Prof. Samuel Francisco Huf escolheram por votação o tema Produção do Leite, um dos grupos estudantes do Prof. Marcelo Fabricio Chociai Komar, optou pelo tema Decomposição de material na natureza e do grupo da Prof^a Daiane Forteski os estudantes anotaram os seus temas de interesse e foram divididos em grupos, conforme seus interesses, formando o grupo responsável pelo tema Tecnologia.

Quando a escolha recai sobre mais de um tema, e o professor ainda, sem experiência preferir trabalhar com apenas um tema pode combinar de tratar um, depois outro e assim por diante. Entretanto, se o professor já tiver vivenciado algumas experiências com a Modelagem pode trabalhar com mais de um tema (BURAK, 2010, p.19)

As discussões na escolha do tema, na maioria das vezes, mantém estreita relação com suas atividades de subsistência que desenvolvem, como foi o caso da Produção de Leite que envolvia a maioria dos estudantes de uma escola do campo, e questões relacionados ao valor do litro do leite pago aos produtores, fazia muito sentido para esses estudantes e suas famílias, pois tinha forte relação com sua subsistência, e mostrou-se como um tema de relevância para a maioria dos estudantes, em relação a outros temas surgidos além do escolhido, relacionados as atividades agrícolas, falta de água, agricultura e além do tema esportes.

Em relação à escolha do tema Decomposição de materiais na natureza, deu-se também por interesse dos estudantes do 9º ano, por ser um tema mundial, em discussão constante, de um tema mais amplo que é Meio Ambiente, que envolvia subtemas como: Mata Ciliar; Floresta Amazônica; Poluição; Plantas; Flores; Extinção da fauna-flora e Reciclagem. Pelo grande número de temas surgidos, podemos admitir que nessa metodologia de ensino da Matemática, o estudante encontra eco para seus interesses, pode livremente expressar seus pontos de vista e ter suas opiniões colocadas à discussão e com possibilidades de serem atendidas.

O trabalho com Tecnologias, trouxe em seu desenvolvimento entusiasmo aos estudantes sobre como aprender Matemática. Nessa primeira etapa da prática com Modelagem Matemática, percebe-se que os estudantes ficaram surpresos ao descobrirem que poderiam escolher um tema para trabalharem na disciplina de Matemática, não estando necessariamente relacionada com conteúdos matemáticos. *“Mas professora, tem coisas que a gente pode escolher que não tem matemática” [sic]. “Não precisa ser da matemática então” [sic]? “Podemos escolher qualquer tema mesmo” [sic]?*

Dois aspectos, se fizeram claros nessa primeira etapa da Modelagem, o interesse por temas de sua familiaridade, da sua cultura ou atividades profissionais dos familiares como no caso da Produção de Leite ou ainda por temas atuais, como no caso o tema Decomposição de

Materiais da Natureza e Tecnologia, que atinge atualmente a sociedade dos centros urbanos, suburbanos e rurais. Ou ainda, problemas de ordem local, regional, ou mesmo mundial, mas que afeta a todos os seres vivos, como o caso do tema Meio Ambiente e seus subtemas em particular o da Decomposição de materiais da natureza. Por meio dessa etapa citada acima, o indivíduo que se aprofunda nessa ideia consegue ver a importância da cultura do estudante e sua realidade a partir de:

o desenvolvimento mental humano não é dado a priori, não é imutável e universal. não é passivo, nem tampouco independente do desenvolvimento histórico e das formas sociais da vida humana. A cultura é, portanto, parte constitutiva da natureza humana, já que sua característica psicológica se dá através da internalização dos modos historicamente determinados e culturalmente organizados de operar com informações (REGO, 1995, p. 42)

A etapa escolha do tema a partir dos interesses dos estudantes, cabe a um dos princípios que auxiliam a pensar a complexidade, é o princípio da auto-eco-organização que segundo Morin (2007), é a relação entre a autonomia e a dependência da cultura. Esse princípio apresenta uma nova maneira de observar a dependência entre o sujeito e o mundo. Ou seja, o indivíduo se organiza de acordo como se relaciona com o ambiente no qual vive, e isso reflete em seu comportamento.

A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, de Burak (1992), surgiu de maneira a romper com a tradicional maneira de ensino. O professor quando se dispõe ao compartilhamento do ensino, muitas vezes, pode apresentar alguma insegurança inicial, visto que deixou a maneira habitual de ensinar. O professor definia o que seria estudado e tomava a sua decisão, assim como a maneira de abordar uma explicação de conteúdo, e em seguida a resolução de uma avaliação ou listas de exercícios para serem resolvidos pelos estudantes para, no final, validar sua aprendizagem oriunda nos pressupostos da Racionalidade técnica.

A concepção de Modelagem Matemática na Educação Matemática utilizada nos trabalhos analisados partiu de dois princípios, o primeiro, o tema a ser estudado parte do interesse dos estudantes e o trabalho em grupos. Essa concepção evidenciou uma postura diferenciada pelo professor, que permitiu ouvir os estudantes e a estimular as discussões entre eles. Essa etapa da modelagem pode divulgar dentre outros pontos importantes em uma prática pedagógica, o diálogo, que não surge do nada, é preciso construir um ambiente que a partir do respeito pelo outro, o diálogo possa surgir. Assim o diálogo surge quando o professor ou colegas se comunicam com os estudantes para que expressem um ponto de vista sobre algum tema, ou ainda quando possibilitam a defesa de seus próprios pontos de vistas e opiniões.

Quando os estudantes passam a participar do processo da escolha do tema da pesquisa a partir de seus interesses e sobre o seu meio, há diversos temas e ideias levantadas, nos quais cada tema se diferencia dos outros escolhidos pelos outros estudantes e que fazem parte de seus meios sociais, ou seja, todos com relação ao meio social de cada estudante.

Essa posição do estudante na escolha do tema cabe ao princípio dialógico. Esse princípio parte da premissa que existem duas lógicas, que são ao mesmo tempo complementares e antagônicas (MORIN, 2011), ou seja, é a união entre duas ideias opostas, mas inseparáveis para uma mesma realidade. O autor destaca a ordem e a desordem, pois ao mesmo tempo em que um limita o outro, podem colaborar e produzir a organização e a complexidade.

O princípio da “dialógica permite assumir racionalmente a inseparabilidade de noções contraditórias para conceber um mesmo fenômeno complexo” (MORIN, 2010, p. 96). Nessa perspectiva, o sentido da realidade se dá por meio da relação do todo com as partes e vice e versa em uma observação mais rígida, com isso, não é certo olhar o fenômeno com base a uma única matriz de racionalidade.

Ao desenvolver as práticas com Modelagem a partir de temas, também se evidencia segundo Morin (2014, p.95) o princípio do circuito recursivo, o qual expressa que “os produtos e os efeitos são, eles mesmos produtores e causadores daquilo que os produz”. Isso parece também acontecer no decorrer do processo de ensino e aprendizagem, pois nesse processo esse princípio é uma ideia primordial para conceber a autoprodução e a auto organização. E ao se trabalhar com temas, promovido pelo interesse, as ações desenvolvidas permitem a estudante ou grupo construir por si mesmo, ou na interação com o grupo.

O diálogo surge e se impõe em uma educação que se tenciona transformadora. Nas práticas com Modelagem na concepção assumida, o diálogo surge em decorrência de os estudantes serem ouvidos, convidados a manifestarem ou defenderem suas ideias. Quando o interesse do grupo recebe a atenção, as discussões e as interações são mais significativas, pois os estudantes podem se expressar livremente, fortalecendo nessa ação o respeito pelo outro, pelas suas opiniões e suas ideias, e muitas vezes, o conflito pode surgir no decorrer da prática, pois todos participam, sob mediação do próprio grupo ou do professor.

Nessa disposição de compartilhar o processo de ensino temos um outro ponto importante que se faz notar, ou seja, escutar os estudantes, sobre os assuntos que para eles, se apresentam de interesse. E, nessa ação, quando o professor rompe com a centralização do processo de ensino, promove maior responsabilidade dos participantes em relação à aprendizagem. Em contraste com a forma usual de ensino que seguem os pressupostos da racionalidade técnica, na Modelagem outras perspectivas para a ensino se abrem, se

desenvolvem a partir do interesse do estudante, o professor abre mão de cumprir de forma técnica um conteúdo programado, e parafraseando Lerner (2012)

O ato de ensino não se resume somente aos conhecimentos escolares, disciplinares e práticas sociais. É também criar condições para que os estudantes se apropriem do objeto do aprendizado, mas sobretudo para que os estudantes se posicionem como construtores do conhecimento.

Essa forma de abordagem do processo de ensino e aprendizagem busca libertar a mente dos nossos estudantes em que, o ensino burocratizante e hierarquizado os expõem diariamente. Compartilhar o processo de ensino com os participantes ao mesmo tempo é uma ousadia, mas em si é também uma forma libertadora das amarras da racionalidade técnica quanto a atividade profissional do professor. Para Schön (1983, p.21) nesse modelo, da racionalidade técnica, também conhecido como a epistemologia positivista da prática, “a atividade profissional consiste na solução instrumental de um problema feito pela rigorosa aplicação de uma teoria científica ou uma técnica”.

Quando os estudantes começam a participar do processo de ensino, fica perceptível sua atuação diferenciada do ensino dito tradicional. A liberdade possibilitada ao estudante reflete para além da sala de aula. Essa liberdade é permitida por meio do Princípio do circuito retroativo, no qual o conhecimento dos métodos da capacidade da percepção e controle de suas características comportamentais transforma-se conforme situações que estejam acontecendo, ou seja, o estudante tem o conhecimento dos processos auto reguladores (Morin, 2003).

Em relação à ação do professor, Carr e Kemmis (1986) afirmam que o papel do professor, baseado na visão científica da teoria e prática educacional, é de passiva conformidade com as recomendações práticas dos teóricos e pesquisadores educacionais. Nessa forma de reconhecer o professor como desempenhando uma função, mostra a natureza da educação que se pretende ver introjetada aos nossos estudantes. Essa ação de compartilhar o processo assumido pelo professor em relação ao ensino tem outras consequências como: corresponsabilidade do processo de aprendizagem pelos estudantes entre outros pontos que serão ponderados na sequência.

Também o princípio Hologramático se faz presente nas situações do processo de ensino e aprendizagem por meio dos temas de seu interesse (estudante) por estar no mundo e o mundo no sujeito. Um tema é parte do mundo e o ser do estudante está no mundo, em uma relação recíproca de constitucionalidade. É também uma forma de enxergar a indissociabilidade entre o sujeito e o mundo. É parte do conceito de auto-eco-organização, que também está

presente no processo de ensino e aprendizagem, da mesma forma que o Ciclo Circadiano, que nos mostra os efeitos da luz solar na regulação dos nossos tempos de vigília, entre outros nesse caso, nos referimos à formação da personalidade, comportamento e até mesmo nossa organização psicológica. Para Morin (2007) tal conceito também pode ser compreendido nas dinâmicas das relações interpessoais, como vivenciadas nas práticas com Modelagem, pois que, o conjunto de relações em que vivemos forma uma grande teia de relações humanas. Outro princípio denominado de *anel recursivo* é uma ruptura com a ideia linear de causa-efeito, pois e nesse sentido o próprio processo de ensino e aprendizagem, por meio das práticas com Modelagem mostra que é um processo cíclico, que envolve o ensinar e o aprender numa relação de reciprocidade contrário ao processo ensino- aprendizagem com o “ensinou – aprendeu”.

5.2.1.2 *Pesquisa exploratória*

A etapa da pesquisa exploratória, se desenvolveu de forma natural, pois como as escolhas dos temas surgiram por conta das curiosidades dos estudantes vindas de suas realidades, e desejos de conhecer mais sobre os temas, eles buscaram por meios diversos que lhes permitiam conhecer sobre o assunto em estudo.

Por meio de discussões entre os grupos, os estudantes foram buscar dados sobre cada um dos temas: Em relação ao tema Produção de Leite os estudantes foram incentivados a conversarem e debaterem sobre o tema. Entre os pontos levantados durante essas conversas surgiram em relação aos valores diferenciados pago pelo litro de leite, os fatores que poderiam estar afetando essa diferença entre os valores pagos. Entre outros apontamentos realizados foram registradas questões sobre a alimentação dos animais, sobre a raça, os cuidados sanitários, a alimentação entre outros, pois conjecturaram que esses elementos poderiam ser a causa das diferenças. Para conhecer melhor sobre as questões envolvidas um dos estudantes lançou a ideia de conhecerem mais sobre esse assunto com outros produtores e foram fazer uma visita a um agricultor para colher mais informações. O professor observou o grande entusiasmo dos estudantes quando diz: “*Assim, termina a aula com os estudantes motivados e com enormes expectativas para o próximo encontro*”.

Ao planejarem a visita a propriedade, foi grande o interesse pela temática por parte dos estudantes, e a curiosidade, sobre questões de como era constituída a propriedade, como eram feitas as ordenhas, como caminhavam as produções nos últimos meses, quanto suas vacas produziam por dia? Na visita, ainda falaram sobre a plantação de árvores, enxertos e a possibilidade de seu cultivo se tornar também fonte de renda para as famílias. Complementaram

a etapa da pesquisa exploratória com aulas no laboratório e na biblioteca da escola e materiais feitos em casa. As discussões sobre os dados obtidos foram realizadas sob a forma de tópicos ou por meio dos textos. Esse processo de reflexão “oportuniza voltar atrás e rever acontecimentos práticos”. (DORIGON; ROMANOWSKI, 2008, p.9). Schön argumenta que:

a conversa reflexiva que ocorre durante a ação junto com outros participantes ou colegas é o centro da reflexão sobre a prática, e que essas conversas reflexivas podem colaborar e contribuir para tomada de decisões, compreensão e troca de conhecimento e experiências. (DORIGON; ROMANOWSKI, 2008, p 14)

A reflexão acontece associada conforme trabalha com os problemas da prática, a possibilidade da dúvida, estando disponível para novas hipóteses, desenhando essas soluções e abrindo espaço para novos caminhos para novas soluções. (DORIGON; ROMANOWSKI, 2008).

Ficou evidente pelos trabalhos analisados o processo reflexivo e a liberdade de expressão dos estudantes, como por exemplo, na prática sobre Produção de Leite, quando o estudante sugeriu a ideia de ir a um agricultor para adquirir mais informações e conhecimentos sobre o tema.

Em relação ao tema Decomposição de materiais na natureza, principalmente plásticos e borracha na natureza valendo-se de pesquisas em revistas e jornais os estudantes coletaram informações sobre a duração da decomposição de alguns materiais e fizeram empenho em divulgar e socializar para outros estudantes, bem como a quantidade desses materiais que colaboram para a poluição ambiental.

A prática com Modelagem pode estimular a formação de cidadãos mais críticos e mais conscientes para a sociedade atual, pois os estudantes em suas pesquisas levantaram dados como o quanto o tratamento do lixo doméstico no Brasil é uma derrota, no sentido de não ser eficiente nem eficaz e que a produção de lixo diariamente é cerca de 241.614 toneladas no Brasil, em suas pesquisas os estudantes também perceberam como que acontece essa forma de poluição ambiental, além disso discutiram a importância da conscientização dos cidadãos para a preservação do meio ambiente. Pensando em como evitar esse tipo de poluição, os estudantes levantaram algumas possibilidades de preservação, e para que não sejam descartados os pneus no solo ou em rios e mares, os estudantes pensaram na construção do “curral ecológico”.

A liberdade e a autonomia proporcionada aos estudantes com a prática de Modelagem proporcionam um estudo voltado para pesquisas que contribuem para uma formação de cidadãos mais críticos e reflexivos como visto nas implicações dos temas das práticas abordados.

Essa liberdade e autonomia percebem-se por meio do princípio dialógico, no qual ele parte do sentido de que existem duas ideias que são simultaneamente complementares e antagônicas. Com base nesse fundamento percebemos que a ordem e a desordem são fundamentais no pensamento complexo juntamente com a organização. Na etapa da pesquisa exploratória, por meio do tema escolhido (ordem), surgem vários assuntos e pesquisas sem nenhuma relação com a Matemática (desordem), mas chegam a reflexões que contribuem para tornarem cidadãos mais reflexivos (organização).

Na apresentação dos dados da pesquisa exploratória os estudantes prepararam e apresentaram slides e também levantaram pontos, como na prática sobre Decomposição de Materiais, para a diminuição da poluição escolhendo a borracha de pneus como elemento de decomposição na natureza. Essa discussão e escolha dos estudantes deu-se em razão de grande parte dos estudantes morar em área rural e utilizar pneus para construir mangueiras e cercas ou currais para os animais. Esses currais são denominados currais ecológicos. O professor pesquisador orientou os participantes a realizarem uma boa pesquisa sobre o tema, como se constata na manifestação do professor:

A tecnologia participa com destaque na busca de dados na etapa da pesquisa exploratória, na busca de informações e na solução de problemas. A ideia de ordem e desordem como uma característica do pensamento dialógico, se enquadra nesse processo proporcionado pela Modelagem, pois por meio das buscas os estudantes geram desordens em seus pensamentos por conta da quantidade de informações que os assuntos escolhidos proporcionam, no entanto organizam seus pensamentos direcionando-os por meio de suas pesquisas, diálogos e a mediação do professor. Para Morin (2014, p.96) ordem e desordem são importantes, o princípio dialógico une dois princípios que deveriam excluir-se reciprocamente, mas são indissociáveis em uma mesma realidade. É o princípio dialógico que ao mesmo tempo em que um extingue o outro podem contribuir para produzir a organização e a complexidade.

Durante essa etapa da pesquisa exploratória, o fato de os estudantes terem levantados dados sobre o tema, sinaliza que começam a desenvolver sua autonomia, e sua desenvoltura se deve à liberdade que o professor pesquisador proporcionava como se constata na manifestação do estudante D2, quando afirma: *professor, gostamos muito do vídeo que encontramos, pois esclareceu as nossas ideias [sic]*

Essa manifestação significa que os estudantes do grupo, buscaram em sites e em outros meios encontrar material sobre o tema. Isso significa uma ação na busca de conhecer sobre o tema em estudo. É também importante perceber a ação do professor que na qualidade de

mediador do processo desenvolve atos de incentivo e questionamentos como se observa da descrição a seguir:

PP: expliquem como, que tipo de ideias? [sic].

Ou também como outra afirmação do professor pesquisador

PP: nossa, muito bom mesmo. Mas, como ele construiu? Qual a metragem da construção? O que ele utilizou de materiais? Expliquem? [sic].

Quando o professor assume a responsabilidade da condução do processo de ensino e aprendizagem, as falas confirmam a forma diferenciada de abordagem do processo nessa concepção da Modelagem, onde a mesma assumida é circular. O protagonismo do estudante na dinâmica e ações do professor que culminam sobre o tema, assume e aprofunda os aspectos do tema em estudo.

A função de mediação do professor torna-se importante ao desafiar os estudantes a realizarem buscas mais consistentes, a refletirem a partir de desafios e questões colocadas que de forma diferenciada e qualitativamente significativa, desafia os estudantes a buscarem aprofundamento e a aquisição de novas aprendizagens. Em relação ao princípio dialógico, para Morin (2015, p.96), “sob as mais diversas formas a dialógica entre a ordem e desordem via inúmeras interrogações, está continuamente em ação nos mundos: físico, biológico e humano”. É nessa compreensão que segundo o autor a dialógica permite assumir racionalmente a inseparabilidade de noções contraditórias para conceber um mesmo fenômeno complexo.

O ensinar e aprender de maneira espiral contínua, uma movimentando a outra, mas sem voltar ao ponto inicial fundamenta-se ao princípio do circuito retroativo no pensamento complexo, por meio do qual o conhecimento dos métodos da capacidade da percepção e controle de suas características comportamentais transforma-se, conforme situações que estejam acontecendo, ou seja, o estudante tem o conhecimento dos processos auto reguladores (Morin, 2003). Esse princípio “rompe com o princípio da causalidade linear a causa age sobre o efeito, e o efeito age sobre a causa, como no sistema de aquecimento, em que o termostato regula o andamento do aquecedor” (Morin, 2003, p.94).

A prática de Modelagem sobre o tema Tecnologia, trouxe aos estudantes uma reflexão sobre os danos ambientais e conhecimentos em reciclagem de materiais eletrônicos. “*Sempre falamos disso em Geografia, sobre os impactos ambientais*” [sic]. “*No ano passado foi feito cartazes*” [sic]. “*Em Biologia também, debatemos até as leis sobre isso*” [sic]. “*Tem coisas que a gente nem considera como poluente e quando vai ver polui bastante*” [sic] “*Acho que muita pouca gente sabe sobre os cuidados com o lixo eletrônico*” [sic].

Quando os estudantes fizeram a investigação sobre robótica, identificaram conceitos matemáticos mais elaborados, estando evidente tanto como os dados numéricos quanto na forma conceitual na programação dos comandos sobre os movimentos. A pesquisa que os estudantes fizeram por meio do olhar técnico, trouxe uma visão que abrange o campo escolar, proporcionando uma visão capaz de relacionar o conteúdo teórico, contexto profissional e sua prática.

Esse momento tornou o diálogo fundamental para a pesquisa, pois mostrou a importância do cálculo correto, direcionando para as propriedades matemáticas e físicas. *“Quanta coisa tem que saber, além de voltagem, tem que saber calcular e medir certo com o multímetro, essas unidades têm que converter também”*. Essa fala direciona para o princípio dialógico, no qual o estudante a partir da pesquisa com o técnico, vai realizando uma ordem, e seus diálogos com os estudantes geraram uma certa desordem, levantando diversos assuntos/conteúdos envolvidos com o tema, mas com a mediação do professor, voltou-se para a organização, assim os estudantes foram capazes de organizarem os pensamentos e os conhecimentos concebidos.

A autonomia proporcionada aos estudantes para irem em busca de informações sobre o assunto escolhido por eles mesmos, teve um grande destaque nessa etapa da pesquisa. As questões levantadas pelos estudantes em torno do tema escolhido cresciam continuamente os elementos discutidos, fazendo da pesquisa exploratória uma necessidade constante para o aprofundamento do tema em estudo a ser pesquisado. *“Aluno A: “É muito interessante saber tudo isso”!*

Rego (1995), refere-se a Vygotsky sobre a relação entre o indivíduo com a sociedade, afirmando que o indivíduo não nasce com os conhecimentos adquiridos nem tão pouco adquire por meio de pressões do meio externo, mas sim vem conquistando a partir da interação dialética, do indivíduo com o seu meio social.

O professor pesquisador quando abdica da sua forma de encaminhar o processo de ensino e aprendizagem, que traz introjetada faz alguns anos, e estabelece uma prática educativa diferente, e mesmo com insegurança no início de uma nova forma de proceder, o professor pesquisador, em questão, percebeu e identificou o valor positivo em dar liberdade aos estudantes, ficando manifesto suas discussões e suas organizações.

Conhecer mais sobre o tema, buscar informações no local onde se localiza o interesse do grupo de pessoas envolvidas, além de se constituir em uma das premissas para o trabalho nessa visão de Modelagem é uma etapa importante na formação de um estudante mais crítico. A busca por informações também se enquadra ao princípio dialógico ordem e desordem, pois

os estudantes partem por meio de seus interesses (ordem), e levantam questionamentos (desordem) nessa etapa da Modelagem, a pesquisa exploratória. Com a mediação do professor os estudantes encaminham para o levantamento dos problemas (organização). Mesmo não expressado, ainda nas etapas anteriores analisadas, o princípio sistêmico está naturalmente inserido nas práticas com modelagem pois que, envolve todo o conjunto dos estudantes, é uma prática pedagógica não reducionista, na medida em que busca em cada tema em estudo, aspectos mais amplos que unicamente a Matemática.

5.2.1.3 *Levantamento dos problemas*

Em um ensino usual, as questões problemas seguem-se após o conteúdo trabalho pelo professor. Nessa prática de Modelagem abordada, os estudantes participaram ativamente e levantaram os dados. Essa ação mostra-se distinta da maneira usual do ensino, pois os estudantes têm tudo a ver com os problemas. Eles estudaram, pesquisaram e contextualizaram por meio do tema escolhido por eles, além da construção dos problemas, que partiu dos dados que obtiveram por meio da etapa anterior, a pesquisa exploratória. Percebe-se que por meio dessa prática com modelagem, se configura uma metodologia, a qual faz com que o estudante a partir dos dados colocados, serem incentivados e assistidos pelo professor da disciplina, na construção dos problemas, ou seja, os problemas são construídos a partir dessas ações, e sob a mediação do professor.

Os dados coletados pela etapa anterior, deram sustentação ao levantamento dos problemas referentes à Produção de Leite, à Decomposição de materiais na natureza e à Tecnologia. Quando os estudantes discutem como irão levantar os problemas, eles fazem e desenvolvem esse trabalho em grupos, discutindo seus dados com isso provocando reflexões. Assim, momentos como esses podem contribuir de maneira significativa para o desenvolvimento, de forma gradativa, da autonomia dos estudantes, tornando-os sujeitos mais críticos, capazes de defenderem seus pontos de vista, com boas argumentações. Quando o estudante participa ativamente na busca dos dados, buscando os dados e participando da pesquisa, ele tem mais condições de formular o problema porque o problema tem contexto.

Nesta etapa, identificou-se um diferencial educativo, trazendo conteúdos matemáticos por meio de temas e as pesquisas vindas dos estudantes, como resultado da pesquisa exploratória.

Na prática que envolveu ao tema Decomposição de materiais na natureza, conteúdos como as definições de medidas de perímetro, área e circunferência foram essenciais para o

desenvolvimento da pesquisa. Na prática de Produção de leites, o professor pesquisador iniciou esclarecendo alguns conceitos estatísticos. Questões foram levantadas pelos estudantes como “Qual a quantidade de pneus de carros utilitários cuja leitura é 185/60 R14 são necessários para a construção de um "curral ecológico" de perímetro 70 metros, área 300 m² e altura de 1,80 metros com 05 faixas? Qual o custo necessário para a construção do curral de pneus com leitura 185/60 R14, incluindo materiais como palanques, parafusos, dobradiças e mão de obra?”.

Na atividade de Produção de leite, durante esta etapa levantaram “Qual o preço médio pago, nas propriedades, pelo leite, na região do Cavaco?”.

Durante a etapa de Levantamento dos problemas na pesquisa sobre Tecnologia, observou uma contribuição indireta para as demais disciplinas, pois direcionam-se ao interesse dos estudantes e não segue um roteiro já estabelecido, ultrapassando os limites disciplinares, juntando componentes importantes de cada disciplina e área abordada. Por meio dos debates e da pesquisa exploratória os estudantes levantaram os seguintes questionamentos: como realizar experimentos tecnológicos com poucos recursos? Como poderiam ser realizadas as adaptações, caso os materiais fossem diferentes? Qual seria o custo, caso não encontrassem todos os materiais? Como entender as especificações das peças coletadas?

A prática com Modelagem Matemática nos permite percorrer novamente pela etapa da pesquisa exploratória, para buscar um delineamento para a solução do problema. Na pesquisa sobre Tecnologias, o processo de construção da mini geladeira levantou debates e os diálogos entre as áreas do conhecimento teve um grande papel para a resolução do problema, os quais permitiram o conhecimento da relação entre as disciplinas.

A percepção dos estudantes em relação a como se encontra a Matemática em situações do cotidiano põe em destaque o princípio hologramático, no qual extrai a visão que “não apenas a parte está no todo, mas como o todo está na parte” (Morin, 2003, p. 94). Essa visão contrapõe ao pensamento simplificador e ao holístico, pois o primeiro que apenas enxerga as partes, através de seu olhar simplista e fechado, e o segundo que se limita apenas ao todo. A prática com a Modelagem, mostra que a Matemática (todo) é uma parte dos assuntos que pertencem a sociedade (parte) mas os assuntos da sociedade também estão presentes na Matemática (todo).

A partir do princípio hologramático, os estudantes (parte) podem se compreender como parte da sociedade (todo), assim como a sociedade pertence aos estudantes. Quando os estudantes debatem e dialogam sobre um assunto que cabe entre as áreas do conhecimento amoldam ao princípio da reintrodução do conhecimento em todo conhecimento, o qual mostra que todo conhecimento é uma reorganização realizada por uma mente em um determinado momento, situado em uma determinada cultura. Isto é, os problemas levantados entre os

estudantes durante a etapa levantamento dos problemas, foram desenvolvidos com base em seus conhecimentos adquiridos, pela etapa anterior, com base em sua cultura, em conhecimentos já existentes, ou seja, os estudantes levantaram novos conhecimentos a partir do conhecimento que já estava estabelecido. Para Morin (2015), esse princípio indica que todo conhecimento é a reconstrução de outros conhecimentos, diferenciando cada um com a sua cultura.

Assim conforme exposto pelas descrições em relação aos temas em estudo, a prática com Modelagem mostrou que os estudantes vão adquirindo, mesmo que de forma tímida a levantar as situações ou problemas, embasados nos dados coletados. Os problemas são contextualizados e buscam responder questões de interesse dos grupos participantes.

5.2.1.4 *Resolução dos problemas*

Essa etapa fez uso de toda a ferramenta matemática disponível, na qual os conceitos matemáticos que os estudantes traziam de sua trajetória escolar atribuíam significados na matemática. E também solicita outros, ou seja, incentiva e permite o trabalho com conteúdo ainda não vistos pelos estudantes. O professor não oferecia a resposta, mas retornava a questão ao(s) estudante (s) para refletir(em). Quando o professor deixou os estudantes manifestarem sobre o que eles mesmos colocaram como significados, incentivou-os a refletir sobre o assunto, isso podemos considerar que acionou componentes cognitivos tais como: Raciocínio lógico, a atenção, a memória e a linguagem.

No ensino-aprendizado, é por meio da interação que os alunos aumentam sua capacidade de armazenar o que ouvem ou lêem nas discussões em pares ou em grupos, nas tarefas de resolução de problemas, sendo por meio da interação que os alunos podem usar todo o conhecimento que adquiriram ou simplesmente absorveram em suas experiências de interação social no mundo em que vivem.(DORIGON; ROMANOWSKI, 20085, p.18)

Os estudantes passaram a pensar de uma forma menos simplista sobre o assunto. Isto é, após réplica do professor pesquisador em relação aos argumentos iniciais dos estudantes, de uma forma mais lógica, coerente, eles procuraram articular a linguagem usual com a linguagem matemática, buscando clareza na fase discursiva da discussão dos problemas.

A Modelagem Matemática abordada, utiliza de práticas temáticas, ela não trata apenas dos problemas específicos da área da Matemática, mas sim de problemas gerais, trazendo temas, diferentemente de trazer situações problemas. No entanto, como ela é temática, ela envolve naturalmente visões mais amplas sobre o assunto, caracterizando-a com uma prática diferenciada, uma visão sistêmica que se opõe à reducionista.

Com a prática da Produção do leite, por exemplo, os estudantes estavam preocupados com o preço do litro do leite, e esse assunto tem implicações com outras áreas, como a parte financeira da atividade econômica, e é preciso ter mais conhecimentos na área da agronomia, da medicina veterinária, problemas das pastagens, problemas de organização das propriedades, ou seja, são várias áreas que entram.

A prática sobre os Impostos, abrange a parte de economia, do direito e de legislação, a relação com o comércio e sua relação com a sociedade.

Na prática sobre Pomar na Escola, os estudantes se envolveram com a agronomia, teve implicações também com outras áreas de conhecimento além de plantações. O desenvolvimento de árvores frutíferas, bem como sua importância na saúde de todos, implicando para a área da saúde e médica.

O assunto da prática sobre Reciclagem, implicou em conhecimentos relacionados com as coletas de lixo de suas cidades e até mesmo do Brasil e a produção de lixo também implicou na área de produção dos materiais de embalagens bem como a conscientização de reciclagem e a sua contribuição para o mundo.

Com a prática de Decomposição de materiais na natureza, o estudo sobre implicou em áreas de conhecimentos como os diferentes tipos de materiais para a produção de objetos e a relação dos órgãos políticos com as coletas de lixos e o reflexo para preservação ambiental. A produção do curral ecológico envolveu a área da engenharia, da agronomia e marcenaria.

A prática com a temática Fast food, envolveu áreas como a da nutrição, medicina, saúde e exames laboratoriais e produção de alimentos.

Então, todas as práticas são temáticas, elas não partiram de problemas, mas sim de temas que geraram os problemas.

Cabe aqui o princípio reintrodução do conhecimento, quando reintroduzimos conhecimentos como por exemplo no preço do leite, conhecimento sobre a parte de agronomia, medicina veterinária, sobre a parte de pastejo.

Essa forma de ensino não é disciplinar, ela é interdisciplinar por envolver mais áreas de conhecimento.

Na atividade sobre produção de leite, ficou evidente nessa etapa a importância da interação e liberdade aos estudantes no processo do ensino e aprendizagem. Cada grupo resolveu de maneiras diferentes a questão, nas quais professores juntamente com os estudantes refletiram e debateram a maneira de resolução de cada grupo. Fica evidente a postura de mediador do professor/pesquisador, quando ele não faz a questão reduzindo e direcionando especificamente para uma resposta, mas sim induzindo aos estudantes a pensarem e a refletirem.

Os estudantes da prática Decomposição de materiais na natureza, apresentaram iniciativas advindas da corresponsabilidade para a resolução do problema proposto. Os estudantes foram motivados a expressarem seus conhecimentos prévios no planejamento das etapas da construção do curral ecológico.

D2 D3: No caso da fase 1 seria a fase de coleta dos pneus 185/60 R14 de carros utilitários, podendo ser nas borracharias ou procurando no pátio de máquinas da prefeitura. Na fase 2, seria a preparação dos pneus por um profissional, utilizando motosserra que deverá retirar as laterais. Nesta fase o pneu apresenta o formato de uma circunferência e na fase 3 ele é esticado e revela o comprimento da circunferência, isso professor? [sic].

Outra característica que vale destacar nesta perspectiva é a valorização do professor pesquisador do conhecimento prévio de seus estudantes, que ao invés da correção dos argumentos dos estudantes, o professor pesquisador motiva a busca de mais informações.

PP: isso mesmo, parabéns. Pelo que percebi vocês conhecem o conceito de comprimento da circunferência, muito bem. Apenas acrescento, o que vocês acham de pesquisar sobre o que significa as medidas 185/60 R14, acredito que possa existir alguma relação destas medidas com o comprimento da circunferência, tudo bem? [sic].

D1 D2: tudo bem professor, vamos procurar!! [sic].

Na prática de Modelagem Matemática sobre Tecnologias, percebe-se o professor/pesquisador instigando os estudantes a relacionarem o conteúdo com seus conhecimentos prévios.

Professora: “Vocês identificam aqui algum conceito matemático que já estudamos?”

Aluno D: “Com tabelas”?

Aluno C: “Estatística”?

Professora: “Tem uma disposição dos dados parecida, mas realiza operações entre os elementos das linhas e colunas”.

Aluno A: “Eu acho que sei, mas foi o ano passado”?

Professora: “Sim. Operações com matrizes. O processo que realizamos para estimar o custo da confecção da mini geladeira foi baseado na multiplicação das quantidades de cada produto pelo seu respectivo preço, como a organização realizada agrupou os dados em linhas e colunas. Para a realização desta estimativa, poderíamos ter realizado uma multiplicação de matrizes, que foi o que fizemos implicitamente”.

Ações como a consulta com o técnico de eletrônica contribuíram para o desenvolvimento do trabalho, pois a formação docente não era suficiente naquela situação. Percebe-se que o trabalho percorria por diferentes áreas do conhecimento em contexto interdisciplinares. Os estudantes levantavam questões que precisavam de discussões sobre formas de solução, elaboração de estratégia e pesquisa de possibilidades para a resolução dos problemas.

Aluno A: Se verificamos que não esta adequada como faz para saber o “peso” ideal, que se deve ganhar ou perder?

Aluno B: Se invertermos as informações na expressão, podemos saber quanto de peso se deve perder ou ganhar para ter uma estimativa.

Aluno C: Mas ainda assim não vai ser uma informação suficiente, o que precisamos saber é quantas calorias tem que serem gastas.

Aluno A: Tem como fazer esta conversão?

Professora: Sim, mas vamos precisar de mais uma informação, para emagrecer ou ganhar um quilo, são necessárias quantas calorias?

Aluno A: Seria uma regra de três daí?

Essa autonomia dos estudantes, numa perspectiva de um ensino na qual pesquisa é oriunda do diálogo entre o professor com os estudantes, por meio de interações e liberdade que são proporcionados aos estudantes, por meio da mediação do professor. O professor solicitou aos estudantes explicarem seus pensamentos, suas resoluções de maneira a proporcionar reflexões e discussões entre eles, tornando-os mais reflexivos e críticos.

PP: como encontraram este resultado? Expliquem? [sic].

D3: como a área é de um retângulo professor então fizemos uma medida x vezes a outra y, ou seja $x \cdot y = 300$ e para o perímetro dois lados iguais mais dos lados opostos iguais, que resulta em $2x + 2y = 70$, pelo menos aprendemos assim, isso? [sic]

PP: Muito bem. gostaria que vocês calculassem o resultado, tudo bem?

Vygotsky acredita que essa interação entre o professor e os estudantes é uma função no desenvolvimento do ser humano, pois todo o conhecimento descoberto partiu da interação com a cultura (REGO, 1995).

O professor não deu respostas prontas e nem levantou questões específicas, os estudantes conjecturavam sobre as indagações do professor e chegavam a conclusões, após discussões e reflexões e, mostrando mais um ponto, no qual a autonomia está presente, ou que os estudantes começam a desenvolver. A importância das ações do estudante como pesquisador no processo do ensino e aprendizagem fica evidente também por meio de suas iniciativas que em contraturno foram fazer pesquisas em borracharias, madeireiras e lojas de materiais de construção em busca da estimativa do custo para a construção do "curral ecológico". Essa postura dos estudantes apresentou aspectos positivos da Modelagem na concepção da Educação enquanto potencializadora e promoção de reflexões que possibilitem eco na vida dos estudantes.

D: o menor custo incide quando o agricultor possui sua plantação de eucaliptos nativa e dentro da legislação sobre reflorestamento e que também necessita de uma iniciativa de educação ambiental por parte dos governantes municipais de nosso município, no caso da coleta dos pneus recicláveis [sic]

Vygotsky (1996, p. 115) ressalta que o “aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo por meio do qual as crianças penetram na vida intelectual daquelas que as cercam”. Essa concepção quer dizer que para o professor trabalhar no campo abstrato para os estudantes é preciso o desenvolvimento de conceitos, que muitas vezes são complexos, mas que construídos por meio de sua atuação em sua cultura, com a mediação e interação do professor, o ato complexo se torna dinâmico e interfuncional.

“O quarto postulado diz respeito à característica mediação presente em toda atividade humana. São instrumentos técnicos e os sistemas de signos construídos historicamente, que fazem a mediação dos seres humanos entre si e deles com o mundo. A linguagem é um signo mediador por excelência, pois ela carrega em si os conceitos generalizados e elaborados pela cultura humana” (REGO, 1995, p. 42)

Um aspecto a se destacar foi a qualidades dos questionamentos dos estudantes, além da aprendizagem dos conteúdos matemáticos, bem como, suas relações com pontos sociais vivenciados pelas suas próprias famílias. É nesse contexto que os estudantes se tornam mais ativos, produzindo seus conhecimentos a partir do momento que compreendem que são participantes ativos do processo de ensino, implicando em suas responsabilidades às suas aprendizagens, que partem das ações, do diálogo e interações do trabalho.

Vygotsky concebe que a relação do homem com o mundo não é um vínculo direto, pois é mediada por processos que integram as “ferramentas auxiliares” da atuação humana,

sendo do indivíduo a habilidade de desenvolvimento dessas “ferramentas”. O pressuposto da mediação para Vygotsky segundo Rego (1995) é essencial na concepção sócio-histórica, diretamente porque é por meio dos instrumentos e signos que a desenvoltura psicológica resulta em sua cultura.

O princípio da Auto-Eco-Organização não se relaciona somente com o tempo, pode estar na forma de nos relacionarmos com a topografia, do local em que vivemos, clima, ambientes, relevos, e pode ser compreendido, também nas dinâmicas das relações vividas em aulas, nas práticas com a Modelagem relações intragrupos, intergrupos, grupos e professor, constituem parte das relações interpessoais como parte das teias de relações humanas. Para Morin (2014) é o sujeito indissociável ao mundo. O conceito da auto -eco -organização mostra a multideterminação do comportamento humano. Esta ideia de multideterminação, segundo Morin (2007) aborda de diversas maneiras e sob pontos de vistas linguagem, epistemologias e metodologias diferentes, e um exemplo é de Lev Vygotsky sobre as quatro entradas do desenvolvimento que caracterizam o funcionamento psicológico humano, a saber: a filogênese, a ontogênese, a sociogênese e a microgênese.

Com a prática Tecnologias, o ressurgimento de novas questões e as novas pesquisas exploratórias guiavam os estudantes a refletirem sobre os diferentes conhecimentos conjuntamente com suas especificidades, colaborando assim para uma visão interdisciplinar. *“Nossa não dava para dizer que envolvia tanta coisa e que teria tantos cálculos assim. Tem coisas que eu achava que não tinha nada em comum”.* [sic]

5.2.1.5 Etapa crítica das soluções

Essa etapa da modelagem foi um momento muito rico para os estudantes analisarem e refletirem as soluções encontradas, na qual elaboraram as considerações e as análises das possibilidades consideradas na etapa do levantamento dos problemas.

D: o menor custo incide quando o agricultor possui sua plantação de eucaliptos nativa e dentro da legislação sobre reflorestamento e que também necessita de uma iniciativa de educação ambiental por parte dos governantes municipais de nosso município, no caso da coleta dos pneus recicláveis [sic].

Nessa etapa de Modelagem Matemática, os estudantes discutiram os problemas levantados, as formas de resoluções, bem como suas estratégias utilizadas, podendo ser iguais ou diferenciadas entre os grupos.

El G4: Professor quando resolvemos a adição $3 \times 84 + 2 \times 85 + 95 + 91$, os resultados das duas calculadoras não fecham. Quando comparamos com os resultados dos outros grupos a resposta correta é a da calculadora científica (Imagem 4). Será que a minha está estragada, loca (sic)?

PP: Quando o Grupo 4 tenta calcular a expressão, e escreve no quadro, $3 \times 84 + 2 \times 85 + 95 + 91$, utilizando duas calculadoras diferentes, encontram dois resultados, alguém sabe o porquê dessa diferença?

Durante a prática foram trabalhados vários conteúdos e tópicos matemáticos, e os tópicos não matemáticos, eram envolvidos com suas culturas, famílias e curiosidades, e áreas do conhecimento envolvidos nos temas: por exemplo no tema Preço do Leite, foram reportados, fatos que eram das áreas da Agronomia, Veterinária, Economia, Administração, Economia, entre outras. Em relação aos conhecimentos matemáticos, foram estudados conteúdos de unidades de medidas, de capacidade, volume, temperatura, massa, comprimento entre outras. O trabalho com áreas, perímetros, conceitos de comprimento e área da circunferência, equações do 1º e 2º grau, questões estatísticas e financeiras, relacionado o custo da produção e de vendas como na prática Produção de leite, por exemplo.

Percebeu-se a partir das discussões dos estudantes, reflexões, questionamentos, coerência e consistência lógica em suas soluções. Nessa etapa os estudantes fizeram também algumas justificativas e reflexões de suas soluções, trazendo para a sala de aula o diálogo e a interação novamente. Como evidencia na fala seguinte: “*como a área é de um retângulo professor então fizemos uma medida x vezes a outra y, ou seja $x \cdot y = 300$ e para o perímetro dois lados iguais mais dos lados opostos iguais, que resulta em $2x + 2y = 70$, pelo menos aprendemos assim, isso*”?

O professor nesta etapa também mostrou, a partir de alguns procedimentos informais, expressões mais formalizadas, justificando os procedimentos, essas são ações ou fatores que alargaram ao mesmo tempo reflexões e a interação entre os estudantes e o professor. Como por exemplo, na Prática com Modelagem sobre a Produção de leite, os estudantes quando estavam calculando o valor médio pago pelo litro do leite levantaram o questionamento do porquê das diferenças em seus resultados, quando utilizados a calculadora para resolver uma equação e os resultados estavam dando diferentes de alguns e até os seus cálculos no papel.

PP: Para resolver uma expressão desse tipo, a mão, o que devemos realizar primeiro?

Es: Primeiro a multiplicação depois a adição.

PP: Ai está a diferença!!! Quando vocês utilizam a calculadora simples querendo resolver a expressão da forma que ela se apresenta. A calculadora é uma máquina que só faz o que vocês solicitam, ela não pensa por vocês. Quem tem calculadora faça 3×84 . Qual o resultado?

Para Burak e Martins (2015), quando o conteúdo inserido por meio da Modelagem o estudante encontra sentido e significado nos conteúdos estudados e, com sensação de êxito pessoal em completar as necessidades do seu interesse, geram ações positivas em relação à Matemática.

Na etapa de solução dos problemas, foram levantadas diversas estratégias para as soluções das questões. Essas estratégias movidas pelos estudantes ofereceram nitidez à ideia de completude entre os saberes, ao indicar lacunas em que a abordagem disciplinar não atingi e preenche, tornando menos intenso aos limites do conhecimento especializado.

Percebe-se, por exemplo, por meio da prática sobre a Tecnologia, na qual não seria capaz de calcular o tempo de resfriamento para a temperatura desejada, o cálculo de massa específica de um corpo, o conhecimento operatório de expressões, sem a abordagem dos conteúdos das disciplinas articuladoras, a saber: Física, Química e da Matemática. Ambas as disciplinas formam um elo entre si, para chegarem a um fim comum. Percebe-se o princípio da reintrodução do conhecimento em um conhecimento nesse momento das práticas com a Modelagem Matemática.

A ação gerada pela prática com Modelagem Matemática, que torna com frequência o surgimento de novos questionamentos na pesquisa exploratória colabora para os indícios destas relações.

Quando abordamos os conteúdos com abordagens que se baseia na valorização das percepções dos estudantes, desenvolvendo sua identidade diante do processo de ensino e aprendizagem, identificamos que o método trabalhado com o conteúdo escolar se faz mais valioso no momento em que apresenta versões menos fragmentadas, uma visão do todo, uma visão mais ampla ao avançar limites disciplinares percebemos que o conhecimento se torna concebido como fato concreto e não apenas em relatos.

Nessa etapa da prática da Modelagem pode-se reconhecer o princípio da reintrodução do conhecimento em todo conhecimento. Essa etapa que possibilita organizar o pensamento. Para Morin (2014, p. 96) esse princípio opera a restauração do sujeito e revela o problema cognitivo central: da percepção à teoria científica, todo conhecimento é uma reconstrução/tradução feita por uma mente/cérebro, em uma cultura e época determinada.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise e reflexão realizadas revelam pontos que podem evidenciar elementos para uma nova racionalidade, em relação a forma de abordagem do processo de ensino e aprendizagem. Esses pontos podem ser identificados pela forma como o professor conduz o processo do ensino, utilizando-se dos quefazeres da Modelagem na Educação Matemática. Entre esses pontos estão a forma de organização dos estudantes; como a interação, que acontece no trabalho em grupos dos estudantes. A liberdade proporcionada aos estudantes em escolherem o tema de pesquisa conforme seus interesses, incentiva o diálogo, este presente em todos os momentos do desenvolvimento de práticas com modelagem na concepção assumida.

Conseguimos identificar que a modelagem matemática na concepção assumida permite o desenvolvimento gradativo da autonomia por conta da ação de pensar, refletir, buscar dados, levantar e encontrar solução para os problemas. O professor tem sua função como mediador no processo do ensino e aprendizado nesta abordagem, pois durante o desenvolvimento das atividades, incentiva os estudantes a dialogarem e a refletirem entre si, enfatizando sempre a reflexão em sua condução do processo de ensino, buscando em conjunto com os estudantes as soluções das questões, as trocas de ideias, conduzindo a aula de maneira com que os estudantes sejam os protagonistas nas ações de pesquisar e a refletir, dialogar durante o processo que beneficiaram o pensamento crítico e reflexivo dos estudantes.

Outro ponto que distingue as duas formas de racionalidade, se identifica quando na metodologia da Modelagem na Educação Matemática os saberes ingênuos, ou também denominados do senso comum dos estudantes são valorizados. Verificou-se, a partir das descrições que nos trabalhos analisados em relação à metodologia de pesquisa, na maioria dos trabalhos a natureza da metodologia é de natureza qualitativa, quando se busca conhecer sobre o objeto de investigação. Percebe-se uma nova diferença nas duas formas de racionalidade, que é a não separação entre o natural e o humano, quando o método deve estar estreitamente vinculado ao seu objeto. O diálogo como potencializador da aprendizagem é outro ponto identificado e diferenciador das duas formas de racionalidade. As ações que potencializam o processo de desenvolvimento da autonomia se verificam nessa nova forma de racionalidade em detrimento ao paradigma da racionalidade técnica que pelas formas de abordagem do processo de ensino e aprendizagem favorecem em grau elevado a heteronomia nos estudantes.

A vista disso, organizamos essa nova racionalidade em relação a forma de abordagem do processo de ensino e aprendizagem: em torno de alguns elementos centrais, que especificamos no quadro 3

Quadro 3 - Elementos para uma nova racionalidade de práticas com Modelagem Matemática, numa concepção de Educação Matemática

(continua)

Etapas da Modelagem segundo Burak, 2012	Apontando indícios de Elementos para uma Nova Racionalidade segundo os princípios do Pensamento Complexo de Morin, 2007
1-Escolha do tema	Ao se efetivar essa primeira etapa, com os nossos dados coletados (análise das práticas) percebe-se o quão grande é o interesse dos estudantes por temáticas do seu contexto; desenvolve a relação entre a autonomia e a dependência da cultura, que corrobora a ideia do princípio da auto-eco-organização . O trabalho em grupos, estimula debates entre os estudantes, valorizando o diálogo e as boas atitudes, bem como a importância de ouvir o outro, que direciona ao princípio dialógico . Indícios da autoprodução e auto organização também estão contidas nesta etapa, apontando características do princípio do circuito recursivo . Esta etapa desenvolve uma liberdade aos estudantes à manifestação e/ou defesa das suas ideias, possibilitando a capacidade da percepção e controle de suas características comportamentais, traços do princípio do circuito retroativo . A indissociabilidade entre o sujeito e o mundo, também são características perceptíveis nesta etapa, ancoradas no princípio hologramático . A reciprocidade entre o ensinar e aprender são atributos característicos do princípio do anel recursivo .
2- Pesquisa exploratória	A organização das informações coletadas e a complexidade como uma possibilidade de conhecer o desconhecido são traços do princípio dialógico , capazes de encontrar nesta etapa. O ensinar e aprender de maneira espiral contínua, mediados pela reflexão, acontece associada aos problemas da prática, a possibilidade da dúvida, estando disponível para novas hipóteses, e abrindo espaço para novos caminhos para novas soluções, os quais apontam indícios do princípio do circuito retroativo . A busca pelas inquietações geradas, nos indica aspectos mais amplos do que aqueles oriundos de uma matemática simplista, atributos característicos do princípio sistêmico .
3- Levantamento dos problemas	A percepção dos estudantes sobre a relação que se encontra a Matemática em situações do cotidiano põe em destaque, nesta etapa, o princípio hologramático . Quando os estudantes debatem e dialogam sobre um assunto que cabe entre as áreas do conhecimento amoldam ao princípio da , no qual mostra que todo conhecimento é uma reorganização reintrodução do conhecimento em todo conhecimento realizada por uma mente em um determinado momento, situado em uma determinada cultura.

Quadro 3 - Elementos para uma nova racionalidade de práticas com Modelagem Matemática, numa concepção de Educação Matemática

(conclusão)

Etapas da Modelagem segundo Burak, 2012	Apontando indícios de Elementos para uma Nova Racionalidade segundo os princípios do Pensamento Complexo de Morin, 2007
4- Resolução dos problemas	As práticas abordadas, utilizam de práticas temáticas, não se tratam de problemas simplistas específicos da área da Matemática, mas sim de problemas gerais, trazendo temas, diferentemente de trazer situações problemas prontas e já elaboradas, traços do princípio da reintrodução , fundamentadas em práticas ancoradas em contextos interdisciplinares. As relações intra e interpessoais presentes nos relatos descritos nesta etapa, são traços característicos do princípio auto-eco-organização .
5- Análise crítica dos problemas	Nesta etapa, percebe-se o sentido e significado nos conteúdos estudados o qual gera uma sensação de êxito pessoal em completar as necessidades do seu interesse pré-estabelecidos, ações positivas em relação à Matemática, quando somadas ao conhecimento, possibilitam eco na vida dos estudantes, características do princípio da reintrodução do conhecimento em todo conhecimento .

Fonte: A autora

O pensamento sistêmico é uma forma diferente de abordagem que entende, na perspectiva da complexidade, o desenvolvimento do indivíduo, a qual direciona seu olhar não somente para o indivíduo, mas também com relação ao seu contexto. O profissional sistêmico é o que admite uma abordagem sistêmica que recusa a simplicidade de procurar uma causa para um fenômeno privilegiando as interações do sistema. Diferentemente de quando o professor domina a sala de aula tomando conta do processo de ensino e aprendizagem. Quando o ensino é organizado por meio de uma prática com a modelagem utiliza-se uma abordagem assentada em uma perspectiva sistêmica, pois são formados grupos, tem o envolvimento de todos os grupos, todos são partes das coisas, todos falam e participam, todavia, é uma implicação desse sistema do pensamento sistêmico. Percebe-se que com a forma que é trabalhada a Modelagem Matemática na concepção abordada, o pensamento sistêmico se verifica de forma espontânea

Nesta nova racionalidade, percebemos o quão alguns elementos se fazem presentes, a saber: a interação, que acontece no trabalho em grupos dos estudantes; a liberdade proporcionada aos estudantes na escolha do tema de pesquisa conforme seus interesses, o qual incentiva o diálogo, este presente em todos os momentos do desenvolvimento de práticas com modelagem na concepção assumida; o desenvolvimento gradativo da autonomia: *pensar, refletir, buscar dados, levantar e encontrar solução para os problemas*; o professor como

mediador no processo do ensino e aprendizado nesta abordagem, pois durante o desenvolvimento das atividades, incentiva os estudantes dialogarem e a refletirem entre si, enfatizando sempre a reflexão em sua condução do processo de ensino, buscando em conjunto com os estudantes as soluções das questões e suas trocas de ideias; os estudantes como protagonistas sejam corresponsáveis nas ações de pesquisar e a refletir, dialogar durante o processo que beneficiaram o pensamento crítico e reflexivo dos estudantes.

As combinações com as práticas de Modelagem e o pensamento complexo nos permitem inferir que as diretrizes propostas por Morin (2014, p. 93-97) para um pensamento complexo estão presentes nas práticas de Modelagem Matemática analisadas conforme, Burak e Zontini (2020). Nas dinâmicas com a práticas da Modelagem, observamos uma operação sistêmica, que o autor chama de organização sistêmica, uma visão de sistema. Quando nos referimos ao sistema não sistêmico, ou seja, ao sistema linear, o todo sempre é maior que as partes, já no sistema sistêmico, o todo está nas partes e as partes estão no todo.

Portanto, entendemos que em todos os quefazeres da Modelagem Matemática, estão presentes os princípios do Pensamento Complexo, os quais tornam uma forma de trabalhar e de articular o processo de ensino da Matemática de modo diferenciado constituindo este, uma nova racionalidade para o processo de ensino e aprendizagem. A perspectiva de continuidade de investigações desse tema faz-se importante no contexto da Modelagem na concepção da Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

- ASSMANN, H.; SUNG, J. M. **Competência e sensibilidade solidária: educar para a esperança**. São Paulo: Editora Vozes, 2000. p.332.
- AVALOS, B. **Approaches to teacher education: initial teacher training**. London: Commonwealth Secretariat, 1991.
- BALZ, A.; SILVA, C. S da; DEON, A. R.; HALLEYDE, H. R. Os princípios do pensamento complexo como possibilidade da cabeça bem- feita. **XX Jornada da Pesquisa**, 2015.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BURAK, D. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Editora CRV, Curitiba, 2012.
- BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**. Vol. 1, No. 1, 10-27, 2010.
- BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. Tese (doutorado educacional). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas – Unicamp. Campinas, 1992.
- BURAK, D. Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática: Um Olhar Sobre seus Fundamentos. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. Ano XI, N°51. 2017.
- BURAK, D.; KLUBER, T. E. Educação matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. **Acta Scientiae ULBRA**, Canoas. v.10, n.2, p. 93-106, jul/dez. 2008.
- BURAK, D.; ZONTINI, L dos R. S. **Práticas com modelagem na formação do professor da Educação Básica: a busca por uma nova racionalidade**. Práxis Educativa, Ponta Grossa, v. 15, e2014239, p. 1-20, 2020.
- BURIGO, E. Z. **Movimento da matemática moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60**. 1989.
- CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. Alexandria - **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009.
- CARR, W. KEMMIS, S. **Becoming critical: education, knowledge and action research**. London: The Falmer Press, 1986.
- CARSON, T. R. e SUMARA, D. (Orgs.). **Action research as a living practice**. New York: Peter Lang, 1997.
- CLARAS, A. F.; PINTO, N. B. **O Movimento da Matemática Moderna e as Iniciativas de Formação Docente**. Educere-PUC, 2008.

D'AMBROSIO, U. **Da Realidade à Ação** – reflexões sobre educação e matemática. 3. ed., Campinas – SP: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

DIAS, A. L. M. **O movimento da matemática moderna**: uma rede internacional científica pedagógica no período da Guerra Fria. ESOCITE-Jornadas Latino-Americanas de Estudos Sociais das Ciências e das Tecnologias, v. 7, 2008.

DINIZ PEREIRA, J. E. Da racionalidade técnica à racionalidade crítica: formação docente e transformação social. Perspectivas Em Dialogo: **Revista de Educação e Sociedade**, Naviraí, v.01, n.01, p. 34-42, jan/jun.2014.

DORIGON, T. C.; ROMANOWSKI, J. P. A reflexão em Dewey e Schön. In: **Revista Intersaberes**. Curitiba: ano 3, n. 5, 2008, p. 8-22.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Apresentando a investigação científica**. In: FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2006.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1975.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. Ed. São Paulo: Atlas, 2002.

HOOKS, B. **Teaching to transgress: education as the practice of freedom**. New York, NY: Routledge, 1994.

KAVIATKOVSKI, M. A. de C. **Práticas de Modelagem Matemática no âmbito do ensino fundamental**: um olhar a partir de relatos de experiência. 2017. 166 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual De Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2017.

KILPATRICK, J. **Ficando Estacas**: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. Zetetiké – Campinas, v. 4, n. 5, p. 99-120, Jan/jun. 1996.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no contexto da Educação Matemática**: aspectos filosóficos e epistemológicos. 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual De Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2007.

KOMAR, M. F. C. **A Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da matemática no ensino fundamental**: ações e interações. 2017. 128f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual Do Centro-Oeste, Unicentro-Pr, Guarapuava, 2017.

LARA, A. M. B.; MOLINA, A. A. Pesquisa Qualitativa: apontamentos, conceitos e tipologias. In: TOLEDO, C. A. A. de; GONZAGA, M. T. C. (Org.). **Metodologia e Técnicas de Pesquisa nas Áreas de Ciências Humanas**. Maringá: EEduem, 2011, v. 01, p. 121-172.

LISTON, D. e ZEICHNER, K. M. **Teacher Education and the Social Conditions of Schooling**. New York: Routledge, 1991.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MEDEIROS, C. F. de. **Por uma Educação Matemática como Intersubjetividade**. In: BICUDO, M. A.V. São Paulo: Centauro, 2005. P. 13-44.

MIZUKAMI, M. da G. N. **ENSINO**: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

MORIN, E. **Introdução ao pensamento complexo**, 3ª Ed. Porto Alegre: Sulina. 2007.

MORIN, E. **A cabeça bem-feita**: repensar a forma, reformar o pensamento. 22ª. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2015.

MORIN, E. **A inteligência da Complexidade**. In: MORIN, E.; MOIGNE, J. L. le. Trad. Nuremar Maria Falci. 3ª. Edição. São Paulo: Petrópolis, 2000.

MORIN, E. **Ciência com Consciência**. Trad. Maria D. Alexandre e Maria Alice Sampaio Doria. Ed. Revista e modificada pelo autor. 16ª. Edição. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2014.

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. Trad. Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaya; revisão técnica de Edgard de Assis Carvalho.- 2ª. ed. rev.- São Paulo: Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2011.

PACHECO L; SISTO F. F. Ajustamento social e dificuldade de aprendizagem. **PSIC - Revista de Psicologia da Vetor Editora**, v. 6, nº 1, p. 43-50, Jan./Jun. 2005.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio**. Curitiba: SEED, 2008.

PIMENTA, S. G. Professor reflexivo: Construindo uma crítica. In: PIMENTA, S. G.; GUEDIN, E. (Orgs). **Professor reflexivo no Brasil**: gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez, 2005. p. 17-52.

PONTE, J. P. de. Problemas da Matemática e situações da vida real. **Revista da Educação**. vol. II, nº 2, outubro de 1992.

RIUS, E. B. La educación matemática: una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodología (segunda y última parte). **Educación Matemática**, México: Iberoamérica – México, v. 1, n. 3, p. 30-36, dezembro de 1989.

RIUS, E. B.. La educación matemática: Una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodología (primera de dos partes). **Educación Matemática**, México: Iberoamérica, v. 1, n. 2, p. 28-42, agosto de 1989.

SCHÖN, D. **The reflective practitioner**. New York: Basic Books, 1983.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23ª ed. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas -SP: Papirus, 2013.

TABACHNICK, B. R.; ZEICHNER, K. M. (Orgs.). **Issues and Practices in Inquiry**: oriented teacher education. London: Falmer Press, 1991.

TATTO, M. T. **Conceptualizing and Studying Teacher Education across World Regions: An Overview**. [Paper prepared for the conference: Teachers in Latin America]. 1999.

VERGARA, S. C. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 3.ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2000.

ZEICHNER, K. M. **Alternative Paradigms of Teacher Education**. Journal of Teacher Education, vol. 34, maio/jun. 1983, p. 3-9.

ZONTINI, Laynara dos Reis Santos. **Modelagem Matemática na Sala de Apoio à Aprendizagem: o olhar dos professores em formação**. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2019.